



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

WIDENER LIBRARY



HX 5VJ5 0

LIB.
RY.

P
431
1.10

HARVARD COLLEGE
LIBRARY



IN MEMORY OF
FRANKLIN TEMPLE INGRAHAM
CLASS OF 1914

SECOND LIEUTENANT
COAST ARTILLERY CORPS
UNITED STATES ARMY

WELLESLEY, MASSACHUSETTS
MAY 23, 1891 APRIL 11, 1918

STANDARD BOOK

WILLIAM MOORE HEADY
COLLEGE



apt. 102 19 Feb. 72

OPUSCULA
OMNIA
ACTIS ERUDITORUM
LIPSIENSIBUS

INSERTA,

QUÆ AD UNIVERSAM MATHESIM, PHYSICAM, MEDICINAM,
ANATOMIAM, CHIRURGIAM, ET PHILOLOGIAM PERTINENT;

NEC NON

EPITOMÆ SI QUÆ MATERIA
vel Criticis Animadversionibus celebriores.



TOMUS QUINTUS:

Ab Anno 1711. ad Annum 1719.

ET SUPPLEMENTA AD QUARTUM DECENNIIUM.



V E N E T I I S

MDCCXLV.

Typis JO. BAPTISTÆ PASQUALI
Superiorum permisso, ac Privilegio.

BP 431.1.10

HARVARD COLLEGE LIBRARY

INGRAHAM FUND

July 7, 1925

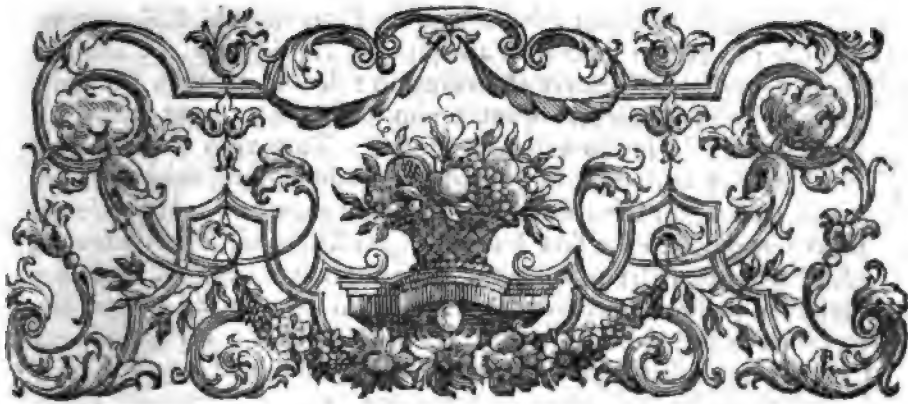
CLARISSIMO AC DOCTISS. VIRO
LUDOVICO ANTONIO
MURATORIO
SERENISSIMI MUTINÆ DUCIS
BIBLIOTHECARIO

JOANNES BAPTISTA PASCHALIUS.



Q UOD bene cedat , Clarissime Vir ,
exit in lucem quintus Aëtorum
Lipsiensium Tomus : bene autem
non cedere non potest , cum ad Te ,
omnis gratia , afferatur , Teque auspice , quod
ipsi perhonorificum , prodeat . Cum enim op-
timo sane consilio Te libro huic Patronum
delegerim , ea in litteris auctoritate præditum ,
quæ neque temporis diuturnitate intercideret ,
neque obtrectatorum invidia possit imminui ;
hominum judicia tenere mihi videor , Teque
omnium suffragiorum sponsores habere . Non
hoc a me dico ; neque enim supra crepidam su-

tor: sapientum Virorum illustre de Te iudicium solummodo sequor, quorum multos plura de Te commemorantes tua summa cum laude sæpius audivi. Etsi nihilo plus addam, tuæ siquidem animi moderationi parcendum est; habes causam, quæ me ad Te potissimum appellandum adduxit. Sequitur altera in eo posita, quod cum plurima & maxima beneficia Tibi debeam, neque re solvendo sim, aliqua saltem verbis gratia referenda erat, vetusque meum in Te studium & observantia declaranda. Quam igitur primum nactus sum hujus meæ erga Te voluntatis publice testandæ occasionem deferri minime patiebantur eximia tua in me non dico officia sed merita; quorum certe præcipuum illud est, quod per Te typorum meorum stat decus, quod quæcumque Religionis & Litterarum bono scribis, fidei meæ industriæque edenda committis, meque illius gloriæ partem, quæ Tibi ex scriptis tuis amplissima accedit, capere vis. Ac quemadmodum hujus tanti beneficii memoriam litteris consignari æquissimum erat, ita hanc cultus mei, grætiq; animi significationem ut ratam acceptamque pro tua singulari humanitate habere velis, vehementer oro atque obsecro. Vale.



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS

ANNI 1711.

PHÆNOMENON DIABETES antea non observatum.



Rex. P. *de la Roche*, e Societate Jesu, diabetem ex vi-
tro construxit, & in eo phænomenon singulare no-
tavit antea non observatum, cujus descriptionem
cum publico communicavit in Diario Trevoltienfi
A. 1709. Art. 86. p. 1709. & seq. Vas scilicet AB,
cujus fundo similiter infixus erat tubus utrinque aper-

tus CD, aqua implevit, & tubo vitreo EF superius in E clauso
alterum CD texit. Quò facto cum lumen inferius D tubi CD
aquæ immergeret atque tubum EF elevarer, aqua primum tam
in tubo CD ex vase HI quam in altero EF ex vase AB, utro-
bique ad æqualem altitudinem assurgebat, pondere nimirum æ-
ris aquæ in vasis AB & HI incumbentis adversus elaterem in
tubis CD & EF per hujus elevationem expansi prævalente. E-
nimvero elevatione tubi EF continuata, donec ultra orificium C
tubi CD aqua ascenderet; non ipsa modo per tubum CD ex va-

Tom. V.

A

se

Act. Erud.
Ann. 1711
M. Januarii
pag. 12.

Tab. I.
Fig. 1.

pag. 13.

Act. Erud. se AB omnis effluebat, sed aerem in suprema tubi EF parte residuum una secum successive abspiciebat. Equidem R. P. diabetem suum diversum esse putat ab ordinario: sed si experiri voluerit,

Tab. I.
Fig. 2.

phenomenon in diabete quovis alio observabit, utut tubi CD orificium D in fundo vasis AB existat. Tum vero (quod facile intelligitur) orificium D digito obturandum, dum tubus EF elevatur. Successit experimentum, etiam si diameter tubi fundo vasis afferruminati esset fere $\frac{1}{4}$ unius digiti Rheuani: nec dubitamus, idem in quavis alia tubi amplitudine succedere debere. Sed cum diameter orificii superioris C 6 linearum seu dimidii digiti, diameter vero inferioris D unius saltem lineæ esset; aer tubum per superius ingressus per inferius egredi nequibat & aquæ fluxum impediabat. Ut adeo jam pateat ratio, cur in istiusmodi diabetis aquæ fluxus interdum sistatur, antequam omnis effluerit, continuandus tamen aliquantisper, si tubulus EF paulisper eleve-
tur; & ad perfectionem diabetis pertinere intelligatur, ut tubus CD eandem amplitudinem in summo & imo habeat. Ceterum nec in eo aliquid singulare notatur, quod orificio tubi C ultra vas AB prominente aqua ultra idem ascendit: notum enim, in ordinario diabete id 30 pedum intervallo a libella aquæ removeri posse. Sed hoc particulare est, quod diabetes R. P. gravitati specificæ fluidorum investigandæ inservire queat: etenim notum ex hydrostaticis, si diversa fluida in vasis AB & HI contineantur, altitudines fluidorum in tubis EF & CD esse in ratione reciproca gravitatis specificæ fluidorum. Nec negandum, conflictum aeris cum aqua, quem memorat, prope orificium C multo iucundiores conspici, si tubus CD admodum gracilis longiorque fuerit, quam si diabetes ordinarius adhibeatur.

Pag. 14.

CHRISTIANI WOLFII

*In Academia Fridericiana Mathematicarum Professoris Regii,
Solutio dubiorum Aerometricorum in Diario Trevoltienfi
An. 1710. Artic. 48. pag. 588. & seqq. propositorum.*

VI doctus, qui in Diario Trevoltienfi Elementa mea Aerometrix recensuit, tria dubia movit, quorum discussionem tanto lubentius in me suscipio, quanto certius confido fore, ut, quæ nunc prolaturus sum, pendens in sententiam meam abeat. Primo reprehendit, quod in determinanda ratione aeris in vase

vase evacuando post datas emboli in antlia agitationes residui ad *Asi. Erud*
 primitivum, exemplo Geometrarum perspicacissimorum. *Jacobi Ann. 1711*
Bernoulli & celeberrimi Varignonii, solius elateris rationem ha- *M. Januarius*
 buerim, non vero una ad gravitatem aeris respexerim, assumens
 nimirum, embolo educto aerem ita expandi, ut in vase & antlia
 ejusdem densitatis existat. Arbitratur enim, moleculas aeris a-
 liunde minime suffultas proprio quoque pondere in antliam rue-
 re. Sed qui antliam exercent, rationes perspicunt prae-gnantes,
 cur in hoc negotio gravitatem aeris insuper habeant. Eas in prae-
 senti non commemorabo: ut dubium prorsus tollatur, experi-
 mentum crucis adduxisse sufficiat. Fieri curavi tubum ex lamina
 metallica cochleae afferuminatum, ut ad antliam firmari posset,
 atque fornicem vasis evacuandi fere attingentem. Quantum per
 hanc tubum aeris facta qualibet emboli agitatione ex vase edu-
 ceretur, maxima cum circumspeditione notavi: embolo enim in-
 truso, donec aer in antlia contentus eandem cum externo den-
 sitatem haberet, numeravi dentes virgae dentatae extra antliam
 conspiciendos. Mox tubo isto remoto, evacuationem ejusdem
 vasis denuo tentavi: quam eadem prorsus ratione ut antea con-
 singere didici. Usus ausum sum vasis & majoribus & minoribus
 eodem semper successu, estque diameter luminis in antlia mea
 quatuor digitorum sex linearum, longitudo cylindri duorum pe-
 dum Rhenanorum. Apparet adeo in aestimanda quantitate aeris
 evacuati nonnisi elateris, nequaquam vero gravitatis rationem
 habendam esse.

Dum vero secundo Cl. Censor asserit, aerem corpus in ipso *Pag. 15.*
 pendulum magis premere in inferiore quam superiore superficie,
 atque hinc reprehendit, quod pressionem utramque aequalem pro-
 nunciaverim; lubens fateor, me asserti ipsius rationem non ca-
 pere. Non ad demonstrationem provo- in Elementis meis alla-
 tam; sed experientia clara Cl. Censorem veritatis indubie con-
 vincam. Tubi AB cochleae utrinque in C & D instructi alterum *Tab. I.*
 extremum C ad antliam firmavi, alterum vero D matrici in *Fig. 3.*
 fundo catilli EF efformatae inserui. Catillo coriam habulum ma-
 defactum cum orbe cupreo unam circiter lineam crasso admovi.
 Embolo ex antlia educto, firmiter adhaesi orbis. Eum igitur se-
 paraturus circa trochleam G funem HI circumduxi, cujus alte-
 rum extremum H uncinulo orbi infixio, alterum vero F unco-
 statere alligavi, & a quanto pondere separatio orbis a catillo fiat,
 annotavi. Didici autem, eadem vi opus esse, si aer superne orbi
 incumbat, quam si eum inferne impellit. Videtur Cl. Censor con-
 fundere vim, qua corpora in fluidis suspensa ab iis premuntur,
 cum altera, qua specifica leviora in iis evehantur. Diversitatem

AA. Erud. tamen utriusque cum ratio, tum experientia loquitur. **Hæc enim**
Ann. 1711. constans est, æqualis nempe excessui ponderis fluidi supra pondus
M. Januar. solidi ad quamcunque profunditatem demersi, ut dudum *Archimedes* propos. 6. lib. 1. de insidentibus humido demonstravit: illa vero variabilis æqualis nimirum ponderi columnæ fluidi, cujus eadem cum corpore immerso basis, altitudo autem eadem cum profunditate ejus sub aqua. Experimentum in gratiam **Censoris** sequens non sine successu commentus sum. Fieri curavi cap-

Fig. 4. psulam AB, cujus fundo infixus uncinulus, cavitatem vero operculum CD exacte complet, ne aquæ in eam aditus pateat. Alterum extremum fili FE uncinulo F, alterum autem alteri E alligatur. Ita autem gravitas capsulæ ad gravitatem aquæ attemperata est, ut tota capsula cum suo operculo a gravitate aquæ tantillo deficiat, & submersa axem ad superficiem ejus perpendicularem retineat, operculum vero CD solum tantillo gravitatem aquæ superet. Quod si operculum CD intra capsulam reponatur
Pag. 16. & hæc sub aquis demergatur, dimissa cum operculo descendit, donec hujus gravitas vim aquæ prementis excedit: tunc enim operculum CD descendit & capsula AB ascensum continuat.

Dubium tertium antecedentibus speciosius videtur: sed paralogismus Cl. Censoris haud difficulter detegitur. Experientia docuit, si in fistula Torricelliana nonnihil aeris supra Mercurio relinquatur, eum ad minorem altitudinem suspendi, quam si vacua fuerit. In Elementis Aerometriæ propos. 49. demonstravi, esse altitudinem Mercurii in tubo vacuo ad differentiam altitudinis in tubo non vacuo ab altitudine prioris ita ut volumen aeris dilatati ad volumen primitivi. In scholio monui, regulam experimentis *Mariotti* prorsus consonam esse: unde miror Cl. Censorem mihi exprobrare, quod regulæ veritatem experientia non confirmaverim. Sed audiamus difficultatem, quam contra eam fecit. Sint duo tubi AB & CD hermetice sigillati in A & C, quorum longitudo 28, qualis esse solet Mercurii. Suspendatur Mercurius in tubo AB ad altitudinem EB, in altero CD ad altitudinem DF, sitque $EB = 24''$, $DF = 14''$. Erit per regulam meam aer primitivus in tubo AB $1\frac{1}{2}$; in altero DC 7. Quoniam in CF aer est quadruplus ejus qui in EA continetur, aer autem quadruplus nonnisi per duplum spatium Mercurium deprimit; id generali axiomati, quod effectus sint causas proportionales, repugnare arbitratur Cl. Censor. Principium hoc admitto, utpote quod in schol. 1. ax. 3. Elementorum meorum p. 13. & 14. pluribus declaravi & corroboravi, & cum eo convenire debere regulam meam agnosco. Equis vero dixerit, quod ei repugnet, si ad rem satis attentus fuerit? Dico enim in tubo EF

cau-

causam duplam producere effectum duplum. Causa scilicet depressionis Mercurii non est massa, sed elater aeris, ut in propol. 48. pag. 149. demonstravi. Elater vero aeris est in ratione composita ex directa massarum & reciproca voluminum, uti ex *Mariotti* atque *Boylli* experimentis facile deducitur. Jam ex hypothese aer in AE est 1, in CF est 4, volumen AE est 1, volumen CF 2. Quare elater in AE est ad elaterem in FC ut 1. 2 ad 4. 1, hoc est, ut 2 ad 4, seu ut 1 ad 2. Q. e. d. Evidens adeo, quod regula principio Metaphysico contradicere visa fuerit, quia Cl. Censor falso assumpsit, depressionem Mercurii a quantitate aeris pendere. Profecto si in CF nonnisi aer duplus esset; foret ejus elater aequalis elateri alterius in AE. Aeris enim dupli in spatio duplo elater idem est qui simpli in simplo.

Act. Erud.
Ann. 1711
M. Januar.

Pag. 17.

ELOGIUM DOMINICI GULIELMINI.

Pag. 47.

Insignem jacturam superiori anno fecit non modo Italia, sed universus orbis eruditus in Viro de Rep. litteraria multis nominibus bene merito, *Dominico Gulielmino*. Natus is est Bononiae d. 27. Sept. An. 1635, nec erraveris, si ad studia natum esse dixeris. Naturae igitur dotibus cum indefessam jungeret operam, fieri non potuit, quin in scientiis multum proficeret. In Mathesi praeceptore usus est *Geminiano Montanario*, Professore Mathematicum Bononiensi, qui ejus ingenium multum commendavit. Sub ejus praesidio de *flamma volante* publice disputavit A. 1677. & sequente a *Malpighio* in Doctorem Philosophiae & Medicinae promotus, occasione Cometæ, qui An. 1681. comparebat, de cometarum natura & ortu epistolicam Dissertationem emisit: mox An. 1684. Eclipsis Solis observationem addidit, quæ d. 12. Jul. ejusdem anni contigit. Cum autem hydrometriadem singulari studio excoleret, anno 1686. aquarum Bononiensium Superintendens constitutus est. Hoc tamen munus non impediēbat, quo minus Scientiis Philosophicis excolendis se traderet: unde & in patriam Academiam Physicam experimentalem a Dn. *Marsilio* institutam, immo eodem tempore Ann. 1687. in Societatem Regiam Londinensem, postea quoque in Academiis Regias Scientiarum Parisiensem & Berolinensem, nonnon in Collegium Naturæ Curiosorum Leopoldinum receptus est. In prima A. 1689. disputationem de figura sphaeræ

Act. Erud. lium defendit & 29. d. Octob. ei Professio Mathematicum & eodem ferme tempore cura Calendarii Astrologico-Medici commissa. An. 1744. M. Januar. A. 1690. & 1691. aquarum fluentium mensuram nova methodo inquisitionem proposuit, in his Actis quoque commemoratam: quibus contra *Dionysii Papini* objectiones, in his Actis obvias, duas Epistolas hydrostaticas superaddidit, alteram ad *Leibnitium*, alteram ad *Maghiabechium* perscriptam. A. 1694. nova Professio Hydrometrie constituta, quam ipse multum ornavit. Maximam quoque famam consecutus est egregio de Natura fluminum Tractatu, de quo diximus in Actis Anno 1698. pag. 297, & in quo multa nova ac singularia ad Architecturam aquarum spectantia leguntur, neque vero solum theoria, sed & praxi polluit. Hinc passim per Italiam ad reparanda littora & dirigendos cursus aquarum adhibebatur. A. 1698. Patavium ad obviandam Professionem Mathematicam evocabatur, A. 1702. ad primariam Professionem Medicinæ theoreticæ evehebatur. Ab eo igitur tempore scripta Medica edere cepit, non minore applausu, quam Mathematica. Prodiit nimirum anno 1701. Exercitatio ejus de natura & constitutione sanguinis, A. 1705. de salibus Dissertatio epistolaris Physico-Medico-Mechanica, A. 1707. Exercitatio de idearum vitiis, correctione & usu ad statuendam & inquirendam morborum naturam, & A. 1710. de principio Sulphureo. Non commemoravimus prælectionem ejus pro theoria Medica adversus Empiricam sectam, quæ A. 1702. prodiit. Versabatur adhuc in adornando Tomo secundo Tractatus de natura fluminum; editurus quoque erat unum de febribus, alterum de methodo medendi: sed mors præmatura impedit. Obiit A. 1710. hor. 23. d. 12. Julii, anno ætatis 54., mense 9. & d. 15.

NOVUM LAMPADIS GENUS

*Inventum a CHRISTIANO WOLFIO,
in Acad. Fridericiana Mathematicum Professore Regio.*

M. Febr.
Pag. 79.

Desiderio amici nuperrime satisfactus eum de commoda lampadis structura cogitarem; iis virtutibus instructam invenit, quæ id genus decent. Eandem enim quantitate olei ellychnio constanter affundit, nec unquam a largiori pabulo extinctio metuenda, multo minus verendum, ne receptaculum ellychnii egrediat, maximo licet calore urgente. Communis igitur utilitatis gratia descriptionem ejus communicandam esse duxi.

Lam-

Lampadis structura Fig. x. clare ac distincte representatur. Sci-
 licet ADBC est vasculum cylindricum, cui oleum infunditur; FED vero aliud minus, formam parallelepipedo habens & rostro
 FH instructum, pro recipiendo ellychnio. Illud diaphragmate KL
 dividitur, fundo DB multo propiore, quam fornici AC. Tubulus
 PO in P & O utrinque apertus interiori vasculi AB parieti adhz-
 ret. Ejus osculum superius P fornicem AC propemodum attingit;
 inferius vero O superficiem olei ad libellam HI constituti lambit.
 Ad eandem porrigitur tubulus alius MN, utrinque similiter aper-
 tus & diaphragmati KL afferruminatus. Oscula igitur inferiora
 tubulorum PO & MN in eodem plano existant, quo scilicet li-
 bella pabuli sufficientis definitur. Sed tubuli QR osculum supe-
 rius Q ultra illud planum tantillo eminet. Firmiter autem in-
 figitur tubulus QR matrixi cochleæ T fundo DB afferruminatæ.
 In G est foramiculum perquam exiguum, quod aeri in cavitatem
 KDBL ingressum concedit & vasculum ADBC prope fundum DB
 in cavitatem receptaculi FED hiat, ut oleum ad ellychnium de-
 fluere possit. Denique intra pedamentum VTX afferruminatur
 fundus YZ; fornici autem AC cochlea S, ut lampas (si quando
 opus fuerit) a sordibus purgari queat.

Hæc de constructione tenenda: de usu notanda sunt sequen-
 tia. Lampas a pedamento avulsa invertitur & digito ad fore-
 minulam G applicato oleum per tubulum QR altero MN pau-
 lo amplius infunditur: inclinatur vero versus BC, ut oleum
 in cavitatem GB ingressum tanto promptius per tubulum NM in
 proprium receptaculum AL delabatur: quo repleto, ope cochleæ
 T pedamentum VT ad eam rursus firmatur. Quamdiu oleum
 ad libellam HI consistit, ac guttula quidem una per MN ef-
 fluit. Insensibili autem ejus quantitate absumpta, aer per tracheam
 OP ingreditur & aer per MN desillat: ut adeo pabulum ean-
 dem libellam HI pertinaciter tueatur. Quodsi contingat, calo-
 re aeris ambientis interiorum in cavitatem AL rarefieri; oleum
 per MN expulsum statim per tubulum QR in cavitatem YTZ
 delabatur, nec libellam pabuli ullatenus turbat. Si loco olei a-
 quam affundas & siphonis crus minus receptaculo ellychnii FD
 immitas; eam quoque libellam HI tueri animadvertas, quam-
 diu AL non prorsus vacua fuerit. Nec libellam mutari addi-
 ces, si eidem receptaculo FD, lento quidem, sed tamen con-
 tinuo fluxu, aquam affundas. Hoc experimento utetur, qui ex-
 periri voluerit, utrum lampas accurate fuerit constructa, nec ne.

Act. Erud.
 A. 1711.
 M. Febr.
 Tab. II.
 Fig. 1.

Page 8r.

Act. Erud. lium defendit & 29. d. Octob. ei Professio Mathematicum & eodem ferme tempore cura Calendarii Astrologico-Medici commissae. A. 1690. & 1691. aquarum fluentium mensuram nova methodo inquisitionem proposuit, in his Actis quoque commemoraram: quibus contra *Dionysii Papini* objectiones, in his Actis obvias, duas Epistolas hydrostaticas superaddidit, alteram ad *Leibnitium*, alteram ad *Maghiabesbium* perscriptam. A. 1694. nova Professio Hydrometrie constituta, quam ipse multum ornavit. Maximam quoque famam consecutus est egregio de Natura fluminum Tractatu, de quo diximus in Actis Anno 1698. pag. 297, & in quo multa nova & singularia ad Architecturam aquarum spectantia leguntur, neque vero solum theoria, sed & praxi polluit. Hinc passim per Italiam ad reparanda littora & dirigendos cursus aquarum adhibebatur. A. 1698. Patavium ad obeundam Professionem Mathematicam evocabatur, A. 1702. ad primariam Professionem Medicinæ theoreticæ evehebatur. Ab eo igitur tempore scripta Medica edere coepit, non minore applausu, quam Mathematica. Prodiit nimirum anno 1701. Exercitatio ejus de natura & constitutione sanguinis, A. 1705. de salibus Dissertatio epistolaris Physico-Medico-Mechanica, A. 1707. Exercitatio de idearum vitiis, correctione & usu ad statuendam & inquirendam morborum naturam, & A. 1710. de principio Sulphureo. Non commemoravimus prælectionem ejus pro theoria Medica adversus Empiricam sectam, quæ A. 1702. prodiit. Versabatur adhuc in adornando Tomo secundo Tractatus de natura fluminum; editurus quoque erat unum de febribus, alterum de methodo medendi: sed mors præmatura impedit. Obiit A. 1710. hor. 23. d. 12. Julii, anno ætatis 54. mense 9. & d. 15.

NOVUM LAMPADIS GENUS

*Inventum a CHRISTIANO WOLFIO,
in Acad. Fridericiana Mathematicum Professore Regio.*

M. Febr.
Pag. 79.

DEsiderio amici nuperrime satisfactorum eum de commoda lampadis structura cogitarem; iis virtutibus instructam invenio, quæ id genus decent. Eandem enim quantitate olei ellychnio constanter affundit, nec unquam a largiori pabulo extinctio metuenda, multo minus verendum, ne receptaculum ellychnii egrediatur, maximo licet calore urgente. Communis igitur utilitatis gratia descriptionem ejus communicandam esse duxi.

Lam-

Lampadis structura Fig. 1. clare ac distincte representatur. Sci- licet ADBC est vasculum cylindricum, cui oleum infunditur; FED vero aliud minus, formam parallelepipodi habens & rostro FH instructum, pro recipiendo ellychnio. Illud diaphragmate KL dividitur, fundo DB multo propiore, quam fornici AC. Tubulus PO in P & O utrinque apertus interiori vasculi AB parieti adhæret. Ejus osculum superius P fornicem AC propemodum attingit; inferius vero O superficiem olei ad libellam HI constituti lambit. Ad eandem porrigitur tubulus alius MN, utrinque similiter apertus & diaphragmati KL afferruminatus. Oscula igitur inferiora tubulorum PO & MN in eodem plano existant, quo scilicet libella pabuli sufficientis definitur. Sed tubuli QR osculum superius Q intra illud planum tantillo eminet. Firmiter autem infigitur tubulus QR matrici cochleæ T fundo DB afferruminatæ. In G est foramiculum perquam exiguum, quod aëri in cavitatem KDBL ingressum concedit & vasculum ADBC prope fundum DB in cavitatem receptaculi FED hiat, ut oleum ad ellychnium defluere possit. Denique intra pedamentum VTX afferruminatur fundus YZ; fornici autem AC cochleæ S, ut lampas (si quando opus fuerit) a sordibus purgari queat.

Hæc de constructione tenenda: de usu notanda sunt sequentia. Lampas a pedamento avulsa invertitur & digito ad foraminulem G applicato oleum per tubulum QR altero MN paulo ampliolem infunditur: inclinatur vero versus BC, ut oleum cavitatem GB ingressum tanto promptius per tubulum NM in proprium receptaculum AL delabatur: quo repleto, ope cochleæ T pedamentum VT ad eam rursus firmatur. Quamdiu oleum ad libellam HI consistit, ac guttula quidem una per MN effluit. Insensibili autem ejus quantitate absumpta, aer per tracheam OP ingreditur & aer per MN destillat: ut adeo pabulum eandem libellam HI pertinaciter tueatur. Quodsi contingat, calore aeris ambientis interiorem in cavitate AL rarefieri; oleum per MN expulsum statim per tubulum QR in cavitatem YTZ delabitur, nec libellam pabuli ullatenus turbat. Si loco olei aquam affundas & siphonis crus minus receptaculo ellychnii FD immittas; eam quoque libellam HI tueri animadvertas, quamdiu AL non prorsus vacua fuerit. Nec libellam mutari addices, si eidem receptaculo FD, lento quidem, sed tamen continuo fluxu, aquam affundas. Hoc experimento utetur, qui experiri voluerit, utrum lampas accurate fuerit constructa, nec ne.

Act. Erud.
A. 1711.
M. Febr.
Tab. II.
Fig. 1.

Pag. 81.

Act. Erud.
An. 1711.
M. Febr.

ANATOME QUADRATURÆ CIRCULI

DN. LUDOLPHI, *Professoris Erfordiensis, instituta
& peracta lanceolis Geometricis Austria.*

Tab. II. 1. **D**AT & supponit eximius Dn. Professor sequentia : $CA = AD = EF$, $CF = CG$, $EH = HG \frac{1}{2} EG$, $CI = IK$, $EL = BC$, $LM = KM = \frac{1}{2} LK = LN$, $NK = BR = RS$. 2. Hinc infert Dn. Auctor, rectam BS esse latus Quadrati æqualis areæ circuli, cujus quadrans BCA.

Hypotheses. 1. Cum BCA ab Autore dicatur quadrans circuli, erunt ex præfatis hæ 3 rectæ æquales, nimirum $EL = BC = CA = AD = EF$. 2. FE supponitur normalis ad BK & IH normalis ad EG.

Anatemia. His datis & præsuppositis fiat BCO diameter circuli, cujus quadrans est BCA, eritque $BC = CO$. Ducantur OS, CD, BD. Erit radius $CD = BC$ & BD latus dodecagoni circulo inscripti. Præterea duo triangula ECG & EHI propter angulos rectos ad C, H, & communem E sunt æquiangula. Igitur $CE : EG = HE : EI$. Eodem modo duo triangula ex constructione isoscelia, BRS & BSO habentia communem angulum ad B sunt æquiangula, ideoque erit $OB : BS = BS : BR$, proinde $(BS)^2 = OB \cdot BR$. Atqui Cl. Professor vult quoque idem quadratum esse æquale circulo, cujus quadrans est BCA. Ergo eidem circulo æquale concedat oportet rectangulum ex OB in BR. Eidem autem circulo per *prop. 1. Archim. de dimens. Circ.* æquatur rectangulum ex diametro in quadrantem peripheriæ, hoc est, ex OB in arcum BDA. Ergo & rectam BR æqualem arcui BDA concedat necesse est. Quod autem nequaquam ita se habere, sed rectam BR esse multo minorem arcu BDA, & consequenter quadratum BS minus toto circulo, patefaciet sequens

Demonstratio. Bisecto arcu DA in P & ductis DP, PA, erunt tres rectæ BD, DP, PA tria latera Decagoni æqualia. Jam (ad vitandas fractiones) statuatur radius $BC = 600 = AC = CO = EL = EF = AD = CD$, erit $DE = 300$. Ex $(CD)^2 = 360000$ subtrahatur $(DE)^2 = 90000$, restat $(EC)^2 = 270000$: cui si addatur $(EF)^2 = 630000$, prodit $(CF)^2 = (CG)^2 = 630000$. Huic si porro addatur $(EC)^2 = 270000$, prodit $(EG)^2 = 900000$, cujus pars quarta seu $(EH)^2 = 225000$. Jam $(EC)^2 : (EG)^2 = (EH)^2 : (EI)^2$, hoc est, $270000 : 900000 = 225000 : 750000$. Ergo $EI = \sqrt{750000} = 500\sqrt{3}$ & $EC = \sqrt{270000} = 300\sqrt{3}$, consequenter $BC - EC = BE = CL = 600 - 300\sqrt{3}$, $EI - EC = CI = IK = 500\sqrt{3}$
— 300

$-300\sqrt{3}=200\sqrt{3}$. Ergo $CK-CL=LK=700\sqrt{3}-600\sqrt{3}$. Astr. Erud.
 $LK+\frac{1}{2}LK (=LM=KM=LN)=NK=1050\sqrt{3}-900=BR$. A. 1711.
 $RS, RB-BC=CR=1050\sqrt{3}-1500$. Est itaque $(RS)^2=4117500$. M. Febr.
 $-1890000\sqrt{3}$ & $(CR)^2=5557500-3150000\sqrt{3}$, adeoque $(RS)^2-$
 $(CR)^2=(CS)^2=-1440000+1260000\sqrt{3}$ & $(CS)^2+(BC)^2=$
 $(BS)^2=-1080000+1260000\sqrt{3}$. Jam $(DB)^2:(BS)^2=(BS)^2:(BR)^2$,
hoc est, $1440000:1260000\sqrt{3}=1080000:1260000\sqrt{3}-1080000:$
 $4117500-1890000\sqrt{3}$. Est itaque $(BR)^2=4117500-1890000\sqrt{3}$
& $BR=1050\sqrt{3}-900$ jam supra inventa. Resumantur nunc
antiora $BC=600, EC=300\sqrt{3}, BC+EC=BE=600+300\sqrt{3}$.
Si $(BE)^2=630000-360000\sqrt{3}$ addatur $(DE)^2=90000$, pro- Pag. 83.
dit $(BD)^2=720000-360000\sqrt{3}$, quare $BD=\sqrt{540000-}$
 $\sqrt{180000}=300\sqrt{6}-300\sqrt{2}$. Hujus triplum est $BD+DP+PA=$
 $900\sqrt{6}-900\sqrt{2}$. Supra autem erat $BR=1050\sqrt{3}-900$.
Utraque revocata ad numeros rationales, fiet quantitas $BD+DP$
 $+PA$ paulo major quam 931, BR vero paulo minor quam 919.
Ergo absolute tres subtensæ $BD+DP+PA$ majores sunt quam
recta BR . Atqui tres arcus $BD+DP+PA$ (hoc est arcus qua-
drantis BA) majores sunt tribus subtensis rectis $BD+DP+PA$.
Ergo a fortiori arcus quadrantis multo major est, quam recta
 BR , hoc est, recta BR multo minor est, quam arcus quadran-
tis BDA , ideoque rectangulum ex OB in BR , hoc est $(BS)^2$,
minus rectangulo ex OB in aruum BDA , seu toto circulo, cu-
jus diameter est OB . Q. e. d.

RESOLUTIO PROBLEMATIS

*In Diametro Trevoltienfi Mense Martio proxime præteri-
to propofiti de constructione novorum Thermometrorum
& Barometrorum.*

L I N G U A G A L L I C A .

Parisiis, apud Jacobum Quillau, 1798. 8. Constant 1½ plag.
& Tab. æn. 1.

VIr doctus, qui sub litera initiali G latere voluit, in Dia- M. Julii.
rio Trevoltienfi anno superiori tale proposuerat problema: Pag. 319.
Construere barometrum & thermometrum, quorum tubi & vascula sint
totaliter equalia, eundem habeant situm & eadem quantitate corun-
dem
Tom. V. B

Act. Erud.
An. 1711.
M. Julii.

LUCULÆ BOREALIS.

Die 26. Novembris 1710. Gießæ Hassorum observatæ a
JO. GEORGIO LIEBKNECHT, *Mathematicum ibidem*
P. Ord. Designatio.

QUANTUM ex ephemeridibus meteorologicis constare debet ; per integrum superioris anni mensem Novembrem variabiles admodum regnarunt tempestates : cœlum puta minus sudum ac serenum apparuit , matutinis quidem horis maximam partem nebulosum , meridianis Solis nonnunquam radiis temperatum , & vespertinis non æque gratum . Speciatim vero die XXV. hor. 1. post mer. st. nov. constitutionem aeris barometralem in horizonte nostro deprehendi $31^{\circ} 3' 4''$; Thermometr. $10'$ Hyg. $1'74$ sufflante vento NO : dein die XXVI. hor. 8. matur. Barosc. $31^{\circ} 2' 5''$ thermosc. $1'3$ & Hyg. $1'75$ vento septentrionali & aere valde nebuloso existente , quem cœli statum notabilis excepit varietas , donec hora 9. iterum sereniori apparuit facie cum aliquali frigoris intensione , dum sc. die XXVII. thermo-
Tab.III. scopium lineam 15. monstrabat &c. &c. Die XXVI. hora VI. vespertina admonitus a nonnemine versus plagam Septentrionalem arcum amplum & lucentem conspexi , cujus latitudinem 2. aut trium circiter pedum sensus judicabat . Non tamen amplius adebat splendor proprie talis , qualem conspexerat primus observator , sed lucula diversæ claritatis : nam pars convexa obscurior erat concava , ut schesmatismus monstrat . Vix 10. minuta horaria phenomenon durabat , id quod Amici plurimum honorandi literæ confirmarunt . Arcum istum ab initio longe fuisse clariorem eo facilius credidi , quod me aliisque præsentibus lucula sensim sensimque accrescebat . In ipso arcu lucente & alibi passim apparebant stellæ , sed intra ambitum arcus ea erat obscuritas , quæ omnem stellarum conspectum nobis eripiebat . Quod locum phenomenon atque magnitudinem attinet , tenendum est , quod Cepheus meridianum vix reliquerat , cum stella in cauda draconis apud *Bayerum* litera α notata verticem fere arcus occuparet . Crura arcus horizonti insisteabant , (quantum propter adstantia ædificia judicare poteram) comprehendebatque arcus ipse fere ursæ majoris stellas septem , & ex altera parte curvatis propemodum pedem Herculis attingebat . Dico propemodum : non enim ob obstacula & nubes totum mox cœlum obtegentes accurate de stellis ipsis judicare

dicare potui. Affirmat nonnemo, se vidisse sub finem luculæ in peripheria micantem ursæ majoris stellam α. Doleo omnino vices, quæ nec initium mihi istius phænomeni intueri neque etiam instrumenta conquirere permittebant, ut omnia acuratus observare licuisset. Non ingrata tamen fuit observatio amicis, quibus cum eam communicavi & quos inter Celeb. *Hoffmannum*, Observatorem Regium Berolinensem atque Illustriss. Societatis membrum, nominasse sufficiat: id quod me permovit, ut publici tandem juris eandem facerem. Est nonnemo, qui *Iridem lunarem* fuisse laboriose admodum evincere conatur. Sed rationes ejus id mihi non persuadent. Investigationem itaque causæ hujus phænomeni aliorumque luminum borealium, de quibus in Miscellaneis Berolinensibus ab illustri *Leibnitio* aliisque varia annotata leguntur, physicorum industriz adhuc relictam esse censeo.

Act. Erud.
A. 1711.
M. Julii.

Pag. 327.

EXPLICATIO

NUMMI D. AUGUSTI ÆNIGMATICI,

de quo varia prostant Antiquariorum judicia.

LINGUA GALlica.

Berolini, typis Ulrici Liebpert, 1711, 4. Plag. 4 ½

EST Parisiis in celebri Museo Illustr. Foucaultii Quæstoris Cado- mensis numus argenteus, idemque unicus, altera facie Augusti caput, altera cippum cum inscriptione CC *Augusti* exhibens, qui oculatissimos in re numaria Viros hætenus exercuit; ut sunt ista studia infinitis suspicionibus obnoxia, nec facile quis usque adeo sagax, quin subinde, conjecturæ nimium favens, incommoda ejus non animadvertat. Vaillantius in opere de numismatibus Imperatorum præstantioribus T. 2. p. 23. edit. Paris. de anno 1694, ducenta hominum millia, quibus frumentum distribui curaverat Augustus, indicari illa existimat. Repugnat autem annorum ratio, quæ istam distributionem anno U. C. 748. Caninium Gallum ad annum 734. refert. Nec unquam nota hæc tantum numerum significat. Aliorum explicationes affert Morellus in Specimine rei nummariz p. 94. Illorum nonnulli ad denarium ducen-

Tab.III.
Fig. 3.

AA Erud. ducentesium, quem exegerat Augustus, respiciunt, alii legendum esse *Communi Consensu* censent. Sed quis crederet, ob publicum onus Principem aut publico monumento gloriatum esse, aut populum gratias decrevisse? Posterior opinio nullis exemplis extra controversiam positis nititur, & ad nomen Augusti in genitivo positum vix quadrat. Dux aliæ apud eundem Morellum propius rem ferire videntur, statuentium exprimi hic lapidem milliarem, & inscriptionem legendam esse: *Caji Caesaris Augusti*. Non procul ab his abeuntem sententiam tuetur Cl. Gallandus, laudati Musei Præfectus, in Epistola Tomo IV. Diarii Trevoliensis pag. 225. seq. inserta, qua anonymum (Jo. Harduinum) refellit, qui in eodem Diario Tom. 2. p. 88. editionis Batavæ, contenderat, *Circenses Caesaris Augusti* literis istis denotari. Afferit nempe, omnino veram esse lectionem: *Caji Caesaris Augusti* & adumbrari milliarium aureum, a quo omnes in Italia viæ publicæ incipiebant, in foro ab Augusto positum, cum M. Apulejo, & Silio Nerva COSS. (A. U. C. 734.) viarum cura illi commissæ esset. Magna veri species ingeniosam explicationem pluribus persuaderet, nisi Vir Nobilissimus, Johannes Carolus Schott, Potentissimi Prussiæ Regis Consiliarius, Antiquarius & Bibliothecarius, data hac ad Illustr. Leibnitium Epistola, aliam substituisset, non levibus argumentis inductus. Urget præcipue diversam plane cippi hujus ab obelisco figuram, qualis milliario isti fuit, cum angustia numi non obstitit, quo minus integer repræsentaretur, perinde ut in aliis nihilo majoribus factum videmus. Quodque Augustus, postquam hoc cognomen assumpserat, Cajus vocari desierit, & proinde in nullo monumento utraque appellatio conjuncta reperiat. Ipse interpretatur: *Ducenarii Augusti*. Hanc enim judicum classem insigni cum Reipublicæ bono eo tempore Augustus prioribus adjecit, nomen inde trahentium, quod ducenta minimum sestertia in redditibus habere oporteret, qui ad honorem istum adspirabant. Provocat ad numum æneum Caligulæ, in quo occurrentes literas RCC peritissimi Antiquarii exposuerunt *Remissa Ducentesima*, frustra obnixente Harduino, qui *Restitutos Circenses* inde eruit. Clarius autem huic expositioni favet ista inscriptio:

TAB. IV.

Fig. 4.

JOVI. O. M.
CETERISQ. DIIS
DEABUSQ. IMMORT.
TIB. CL. DEMETRIUS
DOM. NICOMED.
V. E. PROC. AVGG. NN.
ITEM CC. EPISCOPSEOS
CHORÆ INFERIORIS.

Hanc

Hanc enim cum eodem Harduino ita legit: Jovi Optimo Maximo Ceterisque Diis Deabusque Immortalibus Tiberius Claudius Demetrius, Domo Nicomediensis, Vir Egregius, Procurator Augustorum Nostrorum, item DUCENARIUS Episcopus Choræ Inferioris. Ad cippum quod attinet, historicum esse monet, qualis adhiberi solet, cum alia figura exprimi se non patitur res, cujus memoria conservanda est, ut de ludis secularibus, & reparatione viarum adjunctæ numerorum umbræ probant. Reliqua omnia, quibus aut aliorum conjecturæ evertuntur, aut hæc probatur ornaturque, non repetituri, optamus saltem, ut suas in Suetonium commentationes, quarum hic Vir doctissimus spem facit, brevi, quicquid in præstantissimo scriptore adhuc desiderari potest, exhibere jubeat.

Act. Erud.
An 1711.
M Julii.
Pag. 319.



Licet quæ Dn. Muysius attulit, asserens, non dari vim motricem creatam, contra ea, quæ in Actis Septemb. 1698. & Maji 1699. dicta sunt, in hisce Opusculis minime inseruimus, attamen sequens Schediafma ad allatarum objectionum explanationem asserre æquum censuimus.

DEFENSIO VIRIUM

In Corporibus existentium contra nuperas objectiones.

DN. Muysius in suis Physicæ Elementis negans dari vim motricem creatam, contra ea, quæ in his Actis Septemb. 1698. & Majo 1699. dicta sunt, ita argumentatur p. 924. seqq.

M Sept.
Pag. 400.

Prima ratio (dissentiendi) hæc est: Totis, qualis supponitur creatæ vis motricis prima existentia, ab autore universi producta est. Igitur & ejusdem existentie continuatio, seu bujusee vis conservatio ab eodem unice pendet produciturque. Ergo & omnis agendi efficacia in hac vi ab autore universi unice pendet, & nulla proin erit in hac vi agendi efficacia (vis & agendi efficacia sunt unum idemque) nisi quam autor universi in illa conservat, hoc est (istud hoc est, non omnes admittunt, sed hanc controversiam hoc loco ingredi necesse non est) continue producit. Hactenus dicta admissurus videtur Vir Illustris, quem Dn. Autor refutat. Sed fortasse non æque admitter, quod sequitur: Et per consequens omnis agendi efficacia, seu omnis potentia bujus vis proprie loquendo nil est, nisi ipsa potentia autoris universi, ac proin effectus bujus vis erunt effectus autoris universi. (1) Istud & per consequens nullam consequen-

Pag. 401.

A&T. Erud. sequentiæ speciem habet. Quali enim argumento hoc inferetur?
 An. 1711. Deus vim creaturæ conservat, imo (si lubet) etiamnum produ-
 cit. Ergo hæc vis, potentia, vel efficacia, est vis ipsius Dei.

M. Sept.

(2) Quin potius eo ipso quia eam vim creat seu producit Deus, est vis creaturæ, non Dei; cum vis vel potentia Dei, produci nullo modo possit, sed sit æterna. Ergo (3) Dn. Objector probare potius debet, nullam vim creatam a Deo produci posse.

Pergit: *Autor universi, effectus, puta motus corporum, qui huic vi ascribuntur, pari facilitate & majori compendio immediate producere potest, quam interventu talis vis a virtute divina distinctæ, attamen per illam solum operantis.* Sed respondetur, (4) vim creatam non operari per vim divinam, quin potius vim divinam quodammodo operari mediate seu per vim creatam. Respondetur etiam, (5) non sequitur, quia Deus majore compendio aliquid immediate producere posset, ipsum etiam id immediate producturum. Pari enim argumento sequeretur, Deum omnia immediate agere, nec naturis creaturarum uti. (6) Deus non tantum compendiose, sed etiam magnifice operatur, nec vult omnia solus agere, sed creaturis aliquid communicare de perfectionibus suis, quæ potissimum in vi agendi consistunt.

Pergitur in obijciendo: *Ergo ex solis effectibus seu motibus corporum existentia talis vis nullo modo colligi potest, cum hæc ad hos producendos haud necessaria, imo superflua sit.* Respondetur, (7) si liceret omnia rejicere, sine quibus Deus *immediato* phænomena efficere posset, liceret innumera rejicere, quæ tamen merito admittuntur. Exempli gratia, non opus esset vel vorticibus, vel gravitate, vel aliis causis physicis ad explicandos motus astrorum. Sufficeret, Deum eos velle, & immediate producere, imo totus mundus spectabilis esset inutilis: quidni enim Deus in mentibus spectatorum ea phænomena immediate efficere posset, quæ illi mundo respondent, etsi ipse non extaret? Respondetur etiam, (8) si admittatur motus tanquam actio corporis passioque, necessario etiam admitti vim agendi & patiendi, neque enim concipi posse actionem nisi ut potentia exercitium. Itaque (9) qui neget vim agendi, negare debere actionem ipsam in corporibus, imo pari jure etiam in mentibus, & statuere actionem solius Dei. (10) Sed verendum est, ne qui sic docet incidat in doctrinam improbatam, quæ solum Deum habet pro substantia, creaturas autem pro modis seu affectionibus Dei.

Pag. 402.

Pergitur: *Aliunde autem quam ex motibus corporum existentia talis vis pariter colligi non potest; atque adeo cum ex his colligi nequeat, ne entia sine necessitate multiplicemus, existentia talis vis supponenda non est.* Respondetur, (11) *Entia omnino a Deo multiplicata*

plicata sunt sine necessitate, neque enim necessarium erat, ut ullam creaturam produceret; sed non sunt multiplicata sine summa ratione. (12) Ex motibus, si pro veris actionibus passionibusque habeantur, omnino colligitur vis, ut jam monitum est num. 8. Quin etiam (13) alia peculiaris ratio pro existentia vis agendi allata est dicto loco Actorum Septemb. 1698. de qua mox n. 17.

Act. Erud.
An. 1711.
M. Sept.

Proceditur deinde ad *secundam dissentiendi Rationem*, quæ talis affertur: *Haud majore vi aut actione voluntatis divina opus est ad corporis existentiam successive in diversis continue locis, quam in eodem successive loco producendam, hoc est, ad corpus movendum, quam ad illud in quiete conservandum, ut ex jam ostensis liquet*. Hæc assertio non admittitur, (14) plus enim cognitionis, voluntatis & actionis requiritur ad A & B simul quam ad A tantum, id est, ubi plus est varietatis. Major autem est varietas in mutatione quam in conservatione loci. Pergitur: *Nulla ergo videtur ratio, cur Deus motum non vero quietem interventu vis alicujus creatæ produceret*. Respondetur: (15) Deus revera etiam quietem in his quæ moventur, non minus quam motum in his quæ quiescunt, ope vis creatæ producit. Et (16) quod attinet perseverationem corporis in statu, dicendum est corpus per *inertiam naturalem* etiam ad quietem conservandam tendere, nec ubi semel quiescit, ad motum & quietem planè indifferens esse: quin potius tanto magis repugnare motui novo quanto is est major. Pag. 403.

Supereſt ut videamus, quomodo Cl. Autor Elementorum physicorum respondeat argumento, cujus hic meminimus num. 13. Huic ergo satisfacere conatur hoc modo pag. 938. seqq. *Notandum* (inquit) *hic esse censui argumentum, quod illustris Leibnizius in Actis Erud. Lipsiæ anno 1698. Mense Septembri urget, nisi in corporibus motis vis motrix adsit, nullam inter corpora in instanti distinctionem & per consequens nullos veros terminos, nullam veram figuram adesse posse, nobis nullatenus obstare*. (17) Nisi, inquit *Vir Celeberrimus*, corpus quod præſente ſui motus momento ineſt in loco ſibi commensurato præterea conatum habeat, ſeu niſum mutandi locum; ita ut ſtatus ſequens ex præſenti per ſe naturæ vi conſequatur: neceſſario corpus A, quod movetur, a corpore B (ſimili & æquali) quieſcente præſente momento nihil diſſeret. Et conſequens erit, nullum plane diſcrimen in corporibus fore, quandoquidem in pleno uniformis per ſe maſſæ diſcrimen, niſi ab eo quod motum reſpicit, ſumi non poteſt &c. Et porro latius oſtendit ſucceſſivam tantum rei motû in diverſis locis existentiam nullam corporis moti ab aliis diſtin-

A&E. Erud. *tionem in instanti, nisi vis motrix adfit, producere posse.* (18)
 Ann. 1711 Extrinseca enim, ait, tantum foret denominatio, qua distingueretur una pars materiæ ab alia, nempe a futura, quod scilicet in posterum sit futura alio vel alio loco; inpræsentiarum vero discrimen esset nullum. Imo ne a futuro quidem cum fundamento sumeretur, quia nunquam etiam inposterum, ad verum aliud quod præsens discrimen deveniretur; cum nec locus a loco, nec materia ab alia materia (ex hypothesi perfectæ illius uniformitatis in materia) distinguere ulla nota queat. (19) Frustra etiam, pergis, ad figuram præter motum recurreretur. Nam in massa perfecte similari, & indiscriminata & plena, nulla oritur figura seu terminatio partium diversarum, nisi ab ipso motu. Quod si ergo motus nullam distinguendi notam continet, nullam etiam figuræ largietur. Etenim ingeniosissimo Leibnitio lubenter assentior (quod etiam in propositione præcedente ostendi) corpora in instanti haud aliunde quam a vi motrice ita differre posse, ut inde veri termini, vera figura &c. illorum singulis assignari queant. Verum id solum animadverti cupio, siue hæc vis motrix sit efficacia Entis creati ab ipsa materia siue extensione distincti, ut Vir Clarissimus statuit, siue entis a se existentis & ab ipsa extensione distincti, quæ extensioni quolibet motus sui instanti præsens est, & successive in illa motum operatur; in uno casu haud majorem fore distinctionem extensionis seu materiæ in instanti ab alia per hanc vim motricem, quam in altero. Unde etiam perspicuum est, vis motricis creatæ existentiam ex hocce argumento stabiliri non posse.

Pag. 404.

Hactenus verba Elementorum, quorum laudandus est Autor doctissimus, dum agnoscit aliquid ad distinctionem status momentanei præsentis & sequentis, tollendamque perpetuam uniformitatem locorum & temporum esse necessarium præter materiam, neque discrimen inter materiæ partes aut corporum difformitatem in dato momento admittendam, alibi rectius queri quam in vi motrice extensioni seu localitati superaddita, quod plerique recentiorum hactenus non agnovere. Sed (20) mirum est, quod illas vires, in quibus partium materiæ discrimen consistit, non in corpore tanquam in subiecto, sed extra illud in Deo querit. Cum tamen (21) formale discrimen rerum non in extrinseco sed in ipsis consistere debeat, itaque (22) hæc vis per loca dispersa non est in ipso Deo tanquam in subiecto, nisi quis Deum verat in naturam naturatam & particulas ejus per materiam disseminatas fingat, quod Clarissimo Autori tribuere iniquum fuerit. Et revera (23) qui hoc doceret, in nostram quidem doctrinam quoad vires in corporibus existentes recideret, sed in eo peccaret, quod iis contentus non assurgeret ad Deum autorem & rebus superiorum,

rem, seu naturam naturamem, sed pro ea felicitium Deum corporibus immersum introduceret, qui nihil aliud foret quam virium particularium aggregatum. (24) Aliud etiam argumentum pro virium in corporibus existentia in supra citatis locis Aethorum productum est, dum scilicet ostensum est omnia accidentalium seu transitoria esse modificationes substantialium seu persistentium atque ita ut figuræ sunt modificationes extensionis, ita imperus esse modificationes vis cujusdam primitivæ corpori inexistens.

AA. Erud.
Ann. 1711
M. Sept.

Excerpta ex Literis Viri celeb.

LUDOVICI ANTONII MURATORII

ad J. B. M.

Quod habet Clariss. Hornius in Orbe Pol. p. 246. de Brixello, ratione cujus beneficiarium Mantuani Ducis Mutinensem Ducem ille facit, quasi pro feudo Brixelli par calcarium quotannis persolveretur ab Atestinis Principibus Domino Mantuæ, a veritate prorsus alienum est. Hornium & alios in hunc errorem pertraxit Relatio quædam Italice scripta. Concessit anno 1479. Hercules I. Ferrariæ &c. Dux Castrum novum Dertonenfis diocesis Bonæ & Joanni Galeatio Ducibus Mediolani, atque ab ipsis permutationis gratia recepit Brixellum, Boretum, aliaque loca cum aquis Padi. Deinde Maximilianus Imperator anno 1509, Carolus V. anno 1526. & 1533. & reliqui subinde Imperatores de Brixello, ejusque juribus omnibus, ceterisque istis locis, Estensem familiam investierunt, & adhuc investiant, nulla unquam Investitura suscepta e Ducibus Mantuæ; nam & ipsi nullum unquam jus habuerunt, immo neque sibi tribuerunt, in Brixellum, Boretum, & contermina loca, Estensibus subjecta. Hinc, nemine vetante, perpetuo Estenses in aquis Padi prope Brixellum armatam Triremem tenuerunt in suæ ditionis signum, atque exercitium, ut vestigal a navibus illac transeuntibus recipiant. Fabula calcarium inde nata, quod Hippolytus Cardinalis Estensis pro quadam Insula in Pado posita conventiones statuit anno 1539. cum Duce Mantuano. At istæ neque Brixellensem ditionem attingebant, neque attingere poterant; ipsa quippe non ad Cardinalem, sed ad Ducem ejus fratrem spectabat, atque ad Imperatorem Dominum directum; quare ex defectu cum voluntatis,

M. Orob.
Pag. 442.

Pag. 443.

Act. Erud. tatis, tum potestatis, nihil operatus est Cardinalis iis conventio-
 Ann. 1711. nibus, quod posset ad Brixelli jura trahi, ejusque districtum ac
 M. Octob. territorium percutere. Neque vero par calcarium unquam per-
 solverunt Estenses, neque persolvunt, ne pro illa quidem Insula,
 quæ jamdudum evanuit. Itaque ex Hornii atque aliorum libris
 expungenda est sententia illa, nullo nixa veritatis fundamento.

LUCII CÆCILII LIBER

Pag. 470. Ad Donatum Confessorem de mortibus persecutorum,

*hactenus Lactantio adscriptus, ad Colbertinum
 codicem denuo emendatus.*

Accessit Dissertatio, in qua de hujus libri Autore dispu-
 tatur, & omnia illius loca dubia illustrantur.

Studio & opera D. NICOLAI LE NOURRY, Presbyteri
 & Monachi Ordinis S. Benedicti e Congregatione
 Sancti Mauri.

*Parisiis, apud Jo. Bapt. Delempine, 1710, 8. Maj.
 Alph. 1. plag. 6½.*

REv. Nurrii nomen Actis nostris non est ignotum, quippe cu-
 jus primum Tomum Apparatus ad Bibliothecam Patrum
 maximam A. 1704. p. 1. seqq. recensuimus. In Præfatione præsen-
 tis libri spem nobis facit, se propediem secundum quoque Appa-
 ratus illius Tomum evulgaturum esse. Interim specimen quasi
 quoddam ex secundo hoc Tomo cum eruditis jam communicat,
 edito Commentario in librum illum per celebrem totque Virorum
 doctorum notis jam illustrem *de mortibus persecutorum*. Miro sane
 facto confictatus est hic liber, teste Præfatione Nurrii. Cum enim
 illustrissimi Colberti jussu omnes Galliæ Bibliothecæ perlustraren-
 tur, A. 1678. Moissiaci in monasterio quodam, ejusque loco cui-
 libet cæli intemperiei exposito, hic libellus repertus & in Colberti-
 nam inde bibliothecam translatus est. Eum cum primus edidisset
 Cl. Baluzius A. 1679. in Tomo II. suorum Miscellaneorum, factum
 est, ut ex eo tempore pluribus recuderetur in locis, im-
 mo in Gallicam linguam Anglicanamque converteretur. Nihilominus

minus Noster operæ pretium se facturum speravit, si denuo eum MS. codice exhibetur: quo proclivius fieret eruditio, mendosa adhuc loca suæ restituere integritati. Hunc in finem præmisit specimen codicis MS. æri incisum: cujus ductu & nobis licebit aliquot locis adhibere medicinam. Igitur p. 2. lin. 2. pro: *Ecce addetur bis omnibus adversarius*; legendum apparet: *Ecce deletis omnibus adversariis*. P. 3. lin. 8. pro: *Eundem mortem digna ultione superbis & impiis*; legendum videtur: *Eundem judicem judicium digna supplicia impiis*. P. 4. lin. 1. pro *ostenderet*; legendum *ostenderit*. Eadem pag. lin. 3. *fuertint persecutores ejus*, pro *fuertant auctores* ---.

Act. Erud.
An 1711.
M. Octob.

Finito de *mortibus persecutorum* libello sequitur Nurrii longa factis in eum Dissertatio, quindecim constans capitibus: quorum primo postquam totius illius libri analysin pertexuisset, ac præterea docuisset, codicem MS. & imperfectum esse, & a librario Latinæ linguæ ignarissimo fœde corruptum, demonstrat, huncce librum circa finem Anni 314. vel paulo post conscriptum esse. *Cap. II.* de libri hujus Autore agit & de Donato Confessore, cui is nuncupatus est. Hic argumenta recitat, quæ Baluzio persuaserunt, verum hujus libelli Lactantium autorem esse. Nimirum primo Hieronymum inter opera Lactantii commemorare *de persecutione librum unum*: deinde stylum esse omnino Lactantium: denique varios loquendi modos, qui hoc in libro occurrunt, itidem ad verbum in aliis Lactantii legi libris. At Noster Lactantium negat autorem esse, nec veretur a tot eruditissimis Viris, qui Baluzii sententiam fecere suam, dissentire. Quare non erit alienum, ejus argumenta recensere, & quantum his insit ponderis, considerare. *Primo* itaque dicit, alium esse potuisse Lucium Cœcilium præter Lactantium. Sed a posse ad esse non valere consequentiam, barbarum quidem, sed verissimum Scholasticorum scitum est. Neque enim demonstrat, alium id temporis extitisse, qui nomen scribendo consecutus sit. Ac sufficit nobis, Lucium illum Cœcilium etiam esse posse Lactantium. An vero is sit revera, aliis efficiendum est argumentis. *Secundo* miratur, in titulo omissa esse nomina Firmiani Lactantii. Idem nos miramur, sed non videmus, cur hoc argumento liber sit Lactantio abjudicandus: præsertim si aliæ rationes eum omnino a Lactantio profectum esse evincant. *Tertio* negat, unquam quenquam scripsisse, quod Lactantius librum *de mortibus persecutorum* composuerit: Hieronymum enim tantum referre, eum scripsisse *de persecutione* librum. Verum cum nemini sit obscurum, quantum sibi indulgeant auctores in citandis librorum titulis, quodque sæpius ex memoria

Aet Erud. An. 1711. M. Octob. Pag. 472.

moria eos citent utcumque, valde veremur, ut Herculeum sit hoc Nurrii argumentum. *Quarto* contendit, libri hujus stylum a Lactantiano scribendi genere prorsus abhorrere. Cum autem tot Critici contraria sint in sententia, curatius expendemus, quæ Nurrius ad suam opinionem stabiliendam affert in medium. Producit igitur primo locum ex Cap. II. ubi minus Latine dicatur: *per omnes provincias & civitates ecclesia fundamenta miserunt*. Meminit Lactantium lib. IV. Instit. cap. 21. ita scripsisse: *Fundamenta ecclesia ubique jecerunt*. Sed id quidem facile dilui potest. Habemus enim confidentem Nurrium, codicem illum exaratum esse ab homine plane illatino. Annon igitur in promptu est credere, librarium pro *jecerunt* vitiose scripsisse *miserunt*? Ut omitamus, ex reliquo hujus libri textu manifestum satis esse, autorem ejus Latinæ fuisse linguæ scientissimum. Deinceps notat Nurrius, hujus libri capit. III. de Domitiani persecutione agi, nec tamen ejus nomen diserte proferri. Hoc vero facturus fuisse Nostro videtur Lactantius. Verum an dignum sit responsione hoc argumentum, alii viderint: nos ad reliqua progredimur. Ex Cap. V. sequentia profert verba, quæ non modo minime Lactantiana esse, sed sensu quoque carere judicat: *Sapores imposito pede super dorsum ejus* (Valeriani Imperatoris) *illud verum esse dicebat, exprobrans ei cum risu, non quod in tabulis aut parietibus Romani pingerent*. Nobis contra videtur illud: *imposito pede super dorsum ejus*, non multum abhorrere a Latinis auribus. Ceterum sententia verborum haud obscura est, modo deleatur *non*, quod a librariis crebro & omisum & alienis locis intrusum esse, quis nescit? Delendam autem hoc loco esse voculam *non* jam duobus abhinc annis a Cl. Collega quodam nostro monitum est publice. Nimirum Sapores exprobrabat Valeriano cum risu, quod Romani in tabulis pingere solerent Persarum Reges pedibus Romanorum Imperatorum submittentes colla: cum tamen id nullo unquam tempore factum sit. Hic autem, in Valeriano, *illud verum esse*, non fictum, non pictum, dicebat Sapores. Quæ supersunt loca a Nurrio objecta, non attinet persequi singula, cum ipse parum ea valere fateatur, & metuat, ne forte a librario sint corrupta. In uno tamen loco, ex cap. XVIII. deprompto, mirifice sibi plaudit Nurrius, quippe qui *vel unicus etiam perniciatioribus persuadere possit*, (ita enim scribit) *hunc librum ea scribendi ratione esse compositum, ut aperte clamet, alium omnino, quam Lactantium, se habuisse patrem*. Longior est locus, quam ut eum adscribi patiamur instituti nostri leges, sed ita comparatus, ut miranda sit Nurrii confidentia, dictantis, verba illius loci haudquaquam a Lactantio

Pag. 473.

tiq

tio potuisse proficisci ob nimiam obscuritatem. Lectoris indagini cum relinquimus, illud professi, nos nihil deprehendere illo in loco, cur Lactantio sit indignus habendus. Sed misso jam dicendi genere, alia circumspicit Noster suæ sententiæ præsidia. Credit, Donatum, cui liber hic est inscriptus, alium esse a Donato, cui Lactantius librum suum *de ira Dei* dicavit. *Hinc*, inquit, *conficitur, duos esse planeque diversos horum duorum librorum auctores*. Commissa hac *αὐτονομία*, monet, Lactantio morem esse, ut libros a se editos aliis in libris commemoret: atque id de hoc libro factum non esse. Quod argumentum si valet, plures libri immerentes *νόθος* notam subibunt. Denique concludens tradit, in hoc libro narrari quædam, quæ aliorum ejus ætatis scriptorum sententiis repugnent: ergo cum Lactantii esse non posse. Sed vix quisquam sentiet hujus argumenti pondus. Etenim fatetur Noster, Cæcilium suum, quem fingit, & Lactantium eadem vixisse ætate. Ergo ut Cæcilius, sic & Lactantius, quædam narrare potuit ab aliorum illius ævi scriptorum opinionibus dissidentia. Hæ igitur sunt rationes Nurrianæ, quibus receptam eruditis sententiam de autore hujus libri haud sane labefactari, breviter ostendimus. Persuasum etiam nobis est, Nurrium hunc laborem nunquam suscepturum fuisse, nisi ecclesiæ suæ forte raptus amore, ea re magnum præsidium heterodoxis, quos vocat, ereptum iri existimasset. Neque enim dissimulat in Præfatione hanc causam, querens, heterodoxos illos libri hujus, tanquam Lactantiani, autoritate varios propugnare errores. In quibus non minimus fortasse visus est Autori nostro ille, quo ex libro *de mortibus persecutor.* docent, Petrum Nerone demum regnante Romam venisse. Unde & Nurrius dissertationis hujus *Cap. IV. artic. 4.* de isthoc loco contra hæreticos disputat, & omnia facit, ut hunc locum cum vulgari Pontificiorum historia conciliet. Pergimus ad reliqua Dissertationis Nurrianæ capita. *Capite III.* recenset varias hujus libri editiones, variorumque in eum observationes & notas. Idem jam fecisse recordamur Cl. Crenium P. IX. *Animadvers. histor. & philol.* & nos quoque in his Actis nonnullas editiones retulimus. Vide A. 1685, p. 265. 584. & 585; A. 1692. p. 194; A. 1693. p. 124; A. 1698. p. 535. *Cap. IV.* & usque ad finem sequentibus novas in hunc librum notas exhibet atque animadversiones. In quibus dum sæpe contendit Lactantium cum hujus autore libri, invitum nos confirmat in ea sententia, quod Lactantii genuinus is fœtus sit. *Cap. V. articul. 3.* disserit de signo crucis, quod Constantino M. apparuisse vulgatum est, Cæciliumque cum Eusebio in concordiam redigere conatur. *Cap. V. -- XIV.* de Imperatoribus Romanis Eccle-

AA. Erud.
An. 1711.
M. Octob.

Pag. 474.

Ast. Erud. Ecclesiæ persecutoribus copiose agit, nec historiam solum persecutionum, verum etiam civilem illustrat doctissima opera. Tandem *Cap. XV.* historiam Constantini Chlorig & Constantini M. Imp. pari diligentia persequitur.



C. W. O B J E C T I O N E S

*Contra novam definitionem Motus in Diario
Eruditorum Parisino exhibitam.*

M. Nov.
Pag. 494.

VIr quidam doctus Massiliæ degens in Diario Gallico mense Majo anni præsentis novam proposuit definitionem motus, cum ab aliis hætenus datæ ipsi non sufficiant, atque philosophos ad ejus examen invitavit, responsiones ad objectiones spondens. Quare Viro Cl. non displiciturum confido, si quas contra eam difficultates proposuero. Definitio hæc est: *Motus est actio corporis aut impressio in corpore recepta, qua vel alteri corpori reali aut supposito propinquare, vel ab eodem elongari potest.* Per genus motuum a quiete distingui arbitratur: differentiam specificam talem dare intendit, ut definitio habeat locum, etiamsi unicum corpus in spatio prorsus vacuo motum existere demus. Generis loco ponit *actionem corporis aut impressionem in corpore receptam.* Sed 1 nulla concipitur actio corporis sine motu aut sine eo, quod est reale in motu, conatu nempe seu nisu quo materia instruitur. Det enim Vir Cl. actionis cujuscumque corporeæ definitionem, facile animadvertet, notas ad actionem unam ab altera ejusdem præsertim corporis distinguendam non aliunde quam a motu & ejus requisitis desumi posse. 2 Multo magis notio impressionis motum involvit. Neque enim fieri concipitur nisi per impactum corporis A in corpus B. Ast A in B impingere non concipitur, nisi quatenus movetur. 3 Nulla impressio concipi potest sine aliquo, quod imprimitur. Quid igitur A, dum impingit in B, ipsi imprimere dicitur? Nonne motum? Patet ergo denuo, genus definitionis definitum involvere. Neque 4 tam impressio, quam id, quod imprimitur, recipitur, & 5 motus non nisi improprie imprimi dicitur, notioni confusæ ab imaginatione suppeditatæ convenienter. Unde nolim, definitionem motus philosophicam ingredi voces improprias. Accedit 6 quod receptio impressionis, quam Vir doctus generis loco ponit, controversiam de communicatione motus implicet, quam ex definitione motus excludendam esse non diffinitur.

tur. Fallitur 7 Vir Cl. dum sibi persuadet, genus in definitione positum motum a quiete distinguere. Non jam urgeo, id quod reale est in motu, nisi nempe corporis, non minus in quiescente quam in moto deprehendi; sed definitionem ad corpus aliquod quiescens applico. Ponamus e. g. globum plumbeum ex filo suspensum, quo retinetur, ne descendat. Dum ita quiescit, continuo versus centrum terræ nititur adeoque agit, cumque nisi ille ab impulsu ætheris globum perlagentis pendeat, hujus continuo impressiones (ut cum Viro docto loquar) recipit. Et hac actione, vel recepta ætheris impressione centro telluris propinquare & a manu tenentis recedere potest: accessus enim ad centrum terræ & recessus a manu tenentis est effectus illa actione producendus. Unde si filum, quod renititur, dissecatur; globus actu descendit. Filo autem dissecto, nil globo accedit, quod non ante ierant; sed impedimentum saltem removetur, quod obstat, quo minus potentia ad actum traducatur. Denique 8 cum definitio motus desideretur non tam ad corpora mota a quiescentibus in vita communi distinguenda, quam ut inter principia Philosophiæ naturalis referatur, ex quibus alia deducantur; id maxime desidero, quod naturam motus non satis explicet, nec id, quod est reale in motu, a phænomeno distinguat: quod discrimen jam exponere animus non est.

Act. Erud.
An. 1711.
M. Nov.

Pag. 495.

CONSIDERATIO

Pag. 502.

WENCESLAI JOSEPHI PELICANI

Super Specimine Trigonometriæ Analyticæ ab Illustrissimo Domino, Domino FERDINANDO ERNESTO-Comite ab HERBERSTEIN exhibito,

ac Actis Mensis Julii inserto.

Problema, quod celeberrimus Newton in Arithmetica Universalis, in gratiam tyronum olim conscripta, solvit, videlicet *summa laterum, basi & angulo verticali determinare latera*, aut huic simile, omnino concinniore admittere resolutionem, si anguli quærantur ad basin, prout id a præfato Illustrissimo Domino Comite uberrime præstitum est, dummodo ita generalis data summa aut differentia duorum angulorum, ac posito sinu unius

Tom. V.

D

==x

Ast. Erud. $\equiv x$ mox alterius obtineretur nomenclatura. Quia vero nemi-
 An 1711. nem latere potest, quin hujuscemodi Problemata dependeat
 M. Nov. a problemate Universalis prius resolutio: *data summa vel differen-
 tia duorum angulorum determinare analytice utrumque*, aut potius,
 quia hoc sufficere non videtur in Problemate inibi subjuncto: *data
 differentia angulorum ad basin & ipsa basi, determinare omnes tres*;
 solutionem proinde modo dicti problematis aggrediendam non
 æstimavi prius, nisi & alterum (sine quo forte intento frustrarer)
 Pag. 503. solveretur, & quidem non sine effectu paratas Tabellas cum sua
 demonstratione orbi literario exponere, & consequenter ipsius
 Problematis propositi solutionem exhibere, dummodo prius Ana-
 lystarum de hoc attentato, prout exspecto, obtinuero iudicium.
 Ne autem ipse Resolutione hujus Problematis Universalis destitu-
 tus videar, hic solum unicum ejus specimen, missis ceteris casu-
 bus ejusdem facilitatis, appono ac Tabellam exhibeo, nimirum:
*data differentia duorum angulorum æquali quadranti, positoque
 sinu toto = r & sinu alterutrius anguli = x determinare Sinus, Tan-
 gentes, &c. reliquorum angulorum.*

Anguli primi.	Anguli secundi cum primo connexi.	Anguli tertii.
Sin. $\equiv x$	Sin. $\sqrt{r^2 - x^2}$	Sin. $\frac{r^2 - 2x^2}{r}$
Co-Sin. $\equiv \sqrt{r^2 - x^2}$	Co-Sin. $\frac{x}{r}$	Co-Sin. $\frac{2x\sqrt{r^2 - x^2}}{r}$
Tang. $\frac{rx}{\sqrt{r^2 - x^2}}$	Tang. $\frac{r\sqrt{r^2 - x^2}}{x}$	Co-Sin. $\frac{r^3 - 2rx^2}{r}$
Co-Tang. $\frac{r\sqrt{r^2 - x^2}}{x}$	Co-Tang. $\frac{rx}{\sqrt{r^2 - x^2}}$	Tang. $\frac{2x\sqrt{r^2 - x^2}}{r^3 - 2rx^2}$
Sec. $\frac{r^2}{\sqrt{r^2 - x^2}}$	Sec. $\frac{r^2}{x}$	Co-Tang. $\frac{2rx\sqrt{r^2 - x^2}}{r^2 - 2x^2}$
Co-Sec. $\frac{r^2}{x}$	Co-Sec. $\frac{r^2}{\sqrt{r^2 - x^2}}$	Sec. $\frac{r^3}{2x\sqrt{r^2 - x^2}}$
		Co-Sec. $\frac{r^3}{r^2 - 2x^2}$

ELOGIUM ILLUSTRIS VIRI

EZECHIELIS L. B. DE SPANHEIM.

Ast. Erud.
A. 1711.
M. Nov.
Pag. 522.

QUÆ singula magnos ac illustres reddere posse existimantur, dignitatum excelssimarum splendor, summorum Principum favor, gravissimorum negotiorum felicissima cura, rarum in tanto fastigio vastissimæ scientiæ decus, cumque his omnibus conjuncta summa humanitas ac modestia, ea universa in illustri illo, quod præfiximus, Nomine ornando veluti conspiravisse compertum est. Cui proinde tantum debet Germania nostra, ut sperandum sit, fore inter Germanos, qui tanti Viri manibus iusta peragat, vitæque in publicis negotiis pariter & studiis reconditissimis ad raram senectutem transactæ ex instituto suscepta enarratione & Reipublicæ pariter literariæque serviat, &, quam venerabunda mente memoriam Spanhemianam Germania insolito ab ipso collustrata jubare colat, publice testetur. Nos, quod unum licet ex instituti nostri rationibus, donec id fiat ab alio, paucis potissima vitæ ejus momenta, ac virtutis monimenta notabimus ac strictim persequemur. Patrem habuit Ezechiel Spanhemius noster Celeberrimum quondam primo Genevensium, inde Lugdunensium in Batavis Professore Theologum Fridericum Spanhemium, cui primogenitus ex Charlotte a Portu, Petri a Portu nobilis inter Pictavienses Viri Filia, (qui Guil. Budæi summi illius Græcæ Literaturæ in Gallia Atlantis ex Filia Pronepos erat,) natus est Genevæ anno 1629. In ista urbe jacta studiorum fundamenta ab ipso sunt ea ingenii felicitate, ut, ubi cum Parente Lugdunum vocato A. 1642. eo accederet, statim magnam apud Viros eruditos, cum primis Salmasium Heinsumque, de se moveret expectationem, ab ipsis illis Viris perpetua cum juvene adhuc Spanhemio consuetudine totam veluti ac nutritam. Sane jam tum is erat noster, cui Latinam Anthologiæ Græcæ Versionem demandare in animo habebat Salmasius, suo, quem meditabatur, Commentario jungendam, quem cum nunquam ad umbilicum perduxerit hic, consilium quoque alterum effectui caruit. Emergere vero jam tum Spanhemius noster, quanquam juvenili sætæ, quem immaturum postea pronunciavit, dum in Academia Lugdunensi A. 1645. publicis Thesibus sine Præside defensis contra Ludov. Ca-

Pag. 523.

A&T.Erud. pellum pro antiquitate Literarum Hebraicarum, quas quadratas
 An. 1711. vocant, adversus Samaritanas disputat, motus vero ab ista sen-
 M Nov. tentia paulo post, ut ipse profitetur, literis Bocharti ea de re
 ad ipsum juvenem humanissime scriptis. Ad majora vero paulo post progressus, pietati cum primis in Parentem, quem in medio respondendi ad Amyraldi contra Librum de universali Gratia objectiones apparatu fata tulerant, primitias laborum suorum sacravit. Nempe, cum miris convitiis & jactatis ad populum fabulis memoriæ Parentis insultaret Amyraldus ipse & sequaces, noster eodem adhuc anno 1649. edita Critica Disquisitione contra Amyraldum, Patrem, ut par erat, vindicavit. Redux vero inde Genevam, tituloque Professoris Eloquentiæ ornatus, nihil, quod sciamus, publicæ luci tradidit præterquam duas Orationes, de Præsepi Christi alteram, alteram de ejus Cruce, Latine dictas, at Gallice ab ipso translatas editasque Genevæ A. 1655. quarum priorem Berolini postea A. 1695. iterum recudi curavit. Sed paulatim magis effulsit virtutum pariter & dignitatum ejus splendor, siquidem Geneva Heidelbergam ad Electoris Palatini Caroli Ludovici aulam provectus, istic tantopere Electori se probavit, ut unigeniti Principis Caroli, qui deinceps ultimus istius Familiæ fuit Elector, moribus studiisque formandis præficeretur, ac ad consilia quoque Electoris adscisceretur. Quibus quidem muneribus quam dignum se præstiterit in difficillimis temporibus, quibus Aula Electoris per ortam cum Conjuge simulationem gravissimam mire dividebatur, dicere non est hujus loci. Id tantum monendum, Politicæ scientiæ suæ specimen insigne ab ipso fuisse editum A. 1657. publicato Discursu, quo Jus Imperii Romani res durante Interregno vicario nomine administrandi Electori Palatino adversus Baviaræ Electoris machinationes & quæsitum ad illud titulum eximie defendit. Quanquam in istis politicis negotiis ne tum quidem oblitus sit elegantiorum Musarum, quarum amatores, edita Heidelbergæ A. 1660. Juliani Cæsarum Versione Gallica elegantissima, Observationibus doctissimis illustrata, maximopere sibi devinxit, ac multo magis adhuc, cum se ipsum veluti superans, ejusdem operis, jam tum apud omnes absolutissimi nomen merentis, novam Editionem multum priore exactiorem augustioremque Lutetiæ Parisiorum A. 1585. adornavit. Ast, ut in ordinem redeamus temporum, commodum nostro accidit, & cum illo amore, quo antiquitates omnes ardebat, maximopere conveniens, quod ab Electore ipso A. 1661. mense Majo demandatum fuerat ipsi, iter in Italiam suscipiendum. Etsi enim isto
 iti-

itinerē jubebatur ab Electore eo conniti, ut antiquum cum Principibus Italix commercium Domus Palatinæ instauraretur, omniumque Principum illorum, ac præcipuè Curix Romanæ status, ratio gubernandi, studiaque ipsi penitus fierent perspecta, atque hoc omne noster summa cum cura exsequebatur, fuit tamen ea Viri summi dexteritas semper, ut neque in isto itinere, nec deinceps graviora publicaue negotia quicquam nocuerint divino illi studio, quo rem omnem literariam prosequebatur. Sane cum & Romæ perpetua fere Christianæ Reginæ, quæ & ipsa literas istas deperibat, consuetudine, ac reliquorum, quos Roma tum habebat, Eruditorum familiaritate usum fuisse constat, ac, postquam illic omnia antiquitatis monimenta curiose lustrasset, ulterius progressum Siciliam quoque & Maltam adiisse, nihil, quod a venerabili antiquitate in oris istis erat superstes, impervestigatum relinquentem. Cujus rei testimonium habemus locupletissimum Opus de Præstantia & usu Numismatum, tum primum Romæ A. 1664. Imperfecte quidem, si sequentes Editiones velis spectare, at eo tamen cultu luci publicæ datum, qui vel tum summorum in isto studio Virorum amplissimas laudes mereretur. Redux vero ex Italia Heidelbergam mense Aprilis A. 1665. factus, (quod iter susceperat cum Serenissima Vidua Electrice Brunsvicensi adhuc superstite Sophia, quæ tum quidem Princeps Osnabrugensis erat,) statim ab Electore Palatino publicis negotiis curandis adhibebatur, missus ab eo A. 1665. ad Lotharingiæ Ducem, ac sequenti ad Electorem Moguntinum, quo etiam, cum adfuisset collationibus Oppenheimii, Spiræ & Heilbronnæ de rebus Palatinatus habitis, in Galliam adhuc mittebatur. Statimque Brædanæ Pacificationi A. 1667. assistere jussus, mox iterum A. 1668. in Galliam revertebatur, numero Deputatorum Collegii Electoralis & reliquorum Imperii Principum ad Regem Gallix adscriptus. A quorum munerum gravissimorum occupationibus decisas veluti parcissime horas eo tamen fructu abundare vidit eruditus Orbis, ut producerint illæ A. 1671. Lutetiæ publicatam alteram Editionem insignis de Præstantia & Usu Numismatum Operis, multo, quam prima, ornatior, auctior, perfectiorque. Cui altero statim anno successit de Nummo Smyrnæorum inscripto: *Σμυρναίων Πρυτάνεως* seu de Vesta & Prytanibus Græcorum Diatriba, quæ selectis Seguini Numismatibus adjecta tum prodiit, inde vero luculentior & copiosior, multisque aliorum numerorum explanationibus illustrior, Tomo V. Thesauri Antiquitatum Romanarum Græviani inferenda, ab ipso Autore fuit communicata.

Ille

Act. Erud.
Ann. 1711
M. Nov.

Pag. 525.

A&E. Ernd.
Ann. 1711
M. Nov.

Pag. 526.

Ille vero paulo post Electoris personam in Pacificatione Noviomagenſi A. 1672., deinceps vero apud Fœderati Belgii Ordines Principemque Arauſionenſem, mox etiam apud Britanniz Regem Carolum II. ſuſtinere juſſus, dum ea ageret, Lutetiz Ann. 1678. Epistolam, qua de Rich. Simonii Historia Critica judicium ſuum expoſuit, publicari fecit. Non multo vero tempore interjecto, Palatino Electore conſentiente, Aulæ Sereniſſimi Electoris Brandenburgici adſcriptus noſter, ab hoc Ann. 1680. Ablegati Extraordinarii titulo ad Regem Galliarum ire jubebatur, apud quem eo munere ad annum 1689. uſque ſumma cum laude ac ipſius aulæ Francicæ exiſtimatione deſunctus eſt. Quo tempore & Juliani Cæſarum nova, quam memoravimus, Editio documentum edidit virtutis, & pietatem imprimis ejus demonſtravit benigniſſima plurimorum Proteſtantium, qui revocato Ediſto Nannetenſi Francia exire cogebantur, in propria domo receptio, præſtitaque illis, uſque dum commodè patrium ſolum vertere poſſent, tutela. Tacemus perpetua cum Viris eruditis Galliz in ſuo hoſpitio commercia, quæ tantum pellexere illorum animos in Spanhemii amorem, ut diſceſſum ejus ex iſtis oris non mediocriter dolerent omnes. At iſte a negotiis tam arduis paululum animum relaxans ſeceſſus, cum Berolini ab anno inde 1689. degeret, tanto uberiores fructus fœneratus eſt rei literariæ, quorum initium conſtituerunt ſcriptæ ab ipſo A. 1691. ad Laurentium Begerum Epistolæ, cum Obſervationibus & Conjecturis Begeri ad XXIV. antiqua Numismata publicatæ, reconditam plane eruditionem ſpirantes. Quibus ſucceſſere poſt novam Diſſertationis de Veſta Editionem, Epistolæ quinque Ann. 1695. ad Andreæ Morellium ſcriptæ, quas ille Specimini ſuo Rei univerſæ Nummariz antiquæ adjunxit. Splendorem vero haud vulgarem paulo poſt conciliavit Vir magnus Grævianæ Callimachi Editioni, in qua obſervationes Spanhemianas inſertas eſſe, plurimumque decoris illi aſſerre, notum eſt. Qua felicitate quoque uſa eſt operum Juliani Editio Lipſienſis Ann. 1696. publicata, inſigniſſimis Spanhemii Commentariis ad Orationem primam & Præfatione ſatis ampla colluſtrata. Cui operæ ſucceſſit apud noſtrum ampliſſima de Orbe Romano Commentatio, publicata primo Ann. 1697. & inſerta Volumini XI. Theſauri Antiquitatum Græviani. Quibus operibus condecoratum otium veluti literarium Berolinenſe commutare juſſus eſt iterum cum ſtrepitu aulæ, publicæque rei cura, poſt Pacem nempe Rysvicenſem Ann. 1697. iterum ad Regem Galliz ablegatus, apud quem ad annum uſque 1702. hæſit, medio tempore a Sereniſſimo Electore Brandeburgico, cum Regis Boruſſiz titulos Ma-
jeſta-

jectatemque suæ Familiz vindicaret, Liberi Baronis insignibus ac honoribus ex merito ornatus. At, cum bello recens orto cessaret Aulæ Borussicæ cum Gallica commercium, Legati Extraordinarii Regii titulo ad Potentissimam Britannicæ Reginam missus est A. 1702, primus honores ibi Regiis Legatis tribui solitos sibi vindicaturus. Quos sane cum Regis ipsius, quem repræsentabat, Majestate propria ipsi merita pepererunt amplissimos, quippe qui cum tota Familia Reginæ maximæ esset commendatissimus, in curandis negotiis cum summa dexteritate felicissimus, ac præterea nemini non ex ea gente, in qua vivebat, longe dilectissimus. Neque vero sterile ipsi solum fuit Anglia, ut non, vel senio ingravescente, vigor antiquus diffusissimæ eruditionis identidem productis fructibus seipsum ostenderet. Habemus ejus rei documenta novam Dissertationum de Orbe Romano Londini A. 1704. curatam Editionem, nec non suppeditatas Cl. Kustero ad ornandam novam Aristophanis Editionem Observationes in tres priores illius Comædias, publicatas A. 1709. At cum primis senio tam illustris Autoris dignum est Opus immortale de Præstantia & Usu Numismatum, cujus priores Dissertationes tertia Editione Londini A. 1706. facta ita excultas dedit, ut nihil ad venustatem & perfectionem Operis desiderari posse videatur. Quâ facie excultas reliquas Dissertationes, additasque tres novas publicare cum ipse properaret Illustris Autor, publicatas videre anhelaret Orbis Eruditus, tanto funestius haud dubie est fatum, quod insigne opus occupavit, ipsumque Virum summum nostris rebus exemit. Obligit hoc illi, vigenti adhuc paulo ante pro ratione ætatis, A. 1710. de improvilo, non tamen imparato, ad meliores occupationes eum avocans mense Novembri, ætatis, raro senii exemplo, anno 80. mensibus 11. superato. Quem virum quantum æstimaverit Anglia, in qua fati concessit, justis ipsi in Westmonasteriensi Abbatia persolutis, monstravit. Quanti ipsum fecerit Rex Borussicæ Serenissimus, emta ab eo publicoque loco asservata insigni Bibliotheca Spanhemiana, quæ jam schedis Viri Illustris ipsius Regis jussu Londini studiose collectis augebitur, duraturum ad omnem memoriam est documentum. Quo tamen longe magis durabilia sunt monumenta inter Eruditos ab ipso posita, quibus speramus accessuram propediem reliquarum de Præstantia & Usu Numismatum Dissertationum novam editionem, ab Illustri Viro ante obitum prælo penitus paratam, præter novas, quas adjicere meditabatur, Dissertationes tres, quas cum desideratissimo ad Æschylum Commentario aliisque inter adfecta Viri summi Opera posthac collocabimus. Satis vixisse cer-

A8. Erud.
 An. 1711.
 M. Nov.

Pag. 527.

Pag. 528.

tum

A&A. Erud. tum est Spanhemium, qui ea possit in rem publicam literariam-
An. 1711. que merita ostendere, quæ apud omnis generis homines summam
M. Nov. ipsi & viventi & post fata pararunt existimationem, præterquam
apud eos, quos summa ipsius modestia non potuit eo adducere, ut
parcerent Viris summis vel post fata obrectare, ac matura sui
Emendatione Infamiam suam eluere discerent.





EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM

LIPSIENSIBUS,

TOMI QUARTI SUPPLEMENTORUM.

ADNOTATIO SUPER ANIMADVERSIONE

in difficultatem Hugenianæ

de Centro Oscillationis demonstrationi oppositam.



Ante Adnotationem aliquot abhinc mensibus e Gallia ad nos transmissam hoc loco inferere placuit.

In collectionibus Mathematicis, quas Regia Scientiarum Academia Lutetiæ Parisiorum abhinc aliquot mensibus edidit *, initio pag. 78. Voluminis ad annum 1703. relati, hæc verba Viri eruditi atque in-

Tomi IV.
Supplem.
Sect. I.
Pag. 296

* Anno sci-
licet 1705.

ter primos ætatis nostræ Geometras celeberrimi leguntur : *Il y a eu bien des gens, à qui cette demande. (de Mr. Hugens) a paru un peu hardie, & qui n'ont jamais pu tomber d'accord de son évidence, quoiqu'ils la crussent vrai-semblable. Il y en a eu mesme qui ont nié ce principe ; entr' autres un Auteur en a donné ses raisons dans les Journaux des Sçavans de 1681. & 1682. Mais le hasard m'ayant alors engagé à l'examen de ces raisons, je trouvai, de mesme que*

Tom. V.

E

Mr.

Tom. IV. veluti ad summam celeritatum ab omnibus punctis B, C, &c. se-
 Supplem. parate oscillantibus acquirendarum : quæ quidem summa analogæ
 Sect. I. summæ radicum quadratarum ex distantis BA, CA, &c. repræ-
 sentatur per aream semiparabolæ unitatem pro parametro & distan-
 tiam maximam a pro abscissa habentis, hoc est, æquatur quanti-
 tati $\frac{2}{3} a^{3/2}$. Quoniam vero incognita v vel æqualis isti summæ,
 vel major aut minor quam ipsa necessario habetur; id omne uni-
 ca formula generali $2a^{3/2} : 3n = v$ comprehendimus, in qua quem-
 vis numerum, integrum aut fractum, rationalem litera n signifi-
 cat. Hinc $vv = 4a^3 : 9n^2$ mutat $4v^2 : 3a^2$ in $16a : 27n^2$.

Esto primum $n = 1$; inde ex $2a^{3/2} : 3n = v$ fieret $\frac{2}{3} a^{3/2} = v$ (pri-
 ma suppositio nostra) ac consequenter quantitas $4vv : 3a^2$ (altitu-
 do ascensus centri, quod omnibus fracti penduli elementis divise
 percussis commune est, evaderet $16a : 27$ valde diversa a quan-
 titate $\frac{1}{2} a$ (altitudine descensus centri communis iisdem elementis
 in pendulo integro conjunctis) quod Hugensianam de centro oscil-
 lationis theoriam subverteret.

Ponatur deinde n æqualis fractioni cuilibet, cujus denominator
 numeratore sit major; tunc $2a^{3/2} : 3n (v)$ excederet ipsam $\frac{2}{3} a^{3/2}$
 (2. suppos.) & altitudo secunda $16a : 27n^2$ ($4v^2 : 3a^2$) semper a
 prima $\frac{1}{2} a$, contra positum ab Hugenio principium, differret.

Sumatur denique litera n pro numero quocunque unitatem su-
 perante; excepto $8 : 3\sqrt{6}$, quo supponitur id quod queritur, ut
 mox patebit. Hinc $2a^{3/2} : 3n$ velocitas totalis v penduli compositi
 Pag. 33. BA semper erit minor quam $\frac{2}{3} a^{3/2}$ summa velocitatum, quæ
 elementis ejus circa punctum A divisim libratæ acquirerentur, est-
 que suppositio tertia. Nec tamen altitudo $16a : 27n^2$ ad quam gra-
 vitatis centrum, separatis ac sursum percussis penduli particu-
 lis, evectum reperiretur, par unquam esset cum altitudine $\frac{1}{2} a$ un-
 de hoc centrum, his particulis coherrentibus sibi, descendisset :
 nisi supponamus, quod demonstrare oportet, nempe $\frac{1}{2} a$ esse $=$
 $16a : 27n^2$; unde $n = 4\sqrt{2} : 3\sqrt{3} = 8 : 3\sqrt{6}$.

Ex eo satis apparet, ad enodandam penitus difficultatem obje-
 ctam requiri, ut evidentissime demonstretur, *Mobilis oscillantis*
velocitatem totalem non modo nequaquam esse æqualem summæ ce-
leritatum, quas particula ejusdem mobilis disjuncta oscillando ac-
quirerent, & multo minus fieri unquam ipsa majorem; sed etiam
nunquam naturaliter dari posse hac summā minorem alia quacunque
ratione quam quæ theoriam Hugensianam adstruit. Siquidem, uti
 jam diximus, determinata velocitate totali penduli compositi de-
 terminatur penduli simplicis isochroni longitudo. Celeritatis enim,
 quam hoc pendulum simplex oscillans acquirit, duæ sunt relatio-
 nes necessariae, quarum expressionibus continentur expressiones hu-
 jusce

julce longitudinis & hujusce velocitatis totalis. 1. Ex natura isochronismi inter respectivas penduli simplicis & cujuslibet in pendulo composito particulæ oscillationes requisiti, consequitur eandem esse celeritatum relativarum rationem, quæ est distantiarum ab axe suspensionis. Proinde in exemplo nostro centri oscillationis celeritas exprimi debet per $2\pi v : a^2$, sicut supra ostendimus. 2. Acceleratio motus gravium libere cadentium efficit, ut celeritates a pendulo simplici oscillante acquisitæ inter se essent in ratione subduplicata altitudinum descensus: quapropter in eodem exemplo nostro eadem centri oscillationis celeritas exprimi quoque debet per $\pi^{1:2}$. Habemus ergo $2\pi v : a^2 = \pi^{1:2}$, & inde $\pi = a^4 : 4v^2$; ex quo palam fit, ad inveniendum intervallum π , quo centrum oscillationis & punctum suspensionis ab invicem distant, semper opus esse, vel ut velocitas totalis v penduli compositi determinetur, vel ut quid æquivalens, unde illa diduci queat, statuatur.

Videturne alicui haud dubitandum, quin ea velocitas v minor sit semper quam velocitatum summa $\frac{2}{3} a^{3:2}$? Quæram, quo gradu necessario minor? An sic, verbigratia, ut in quantitate $2a^{3:2} : 3n$ numerus n sit $8 : 3 \sqrt{6}$? Tunc habebō $v = a^{3:2} \sqrt{6 : 4} = a \sqrt{\frac{3}{2}}$; & π inventa supra $= a^4 : 4v^2$ fiet $= \frac{2}{3} a$ pro longitudine penduli simplicis isochroni, qualem Hugenus in suo Tract. de Horol. oscillat. Part. 4. pag. 127. indicavit, qualem & dari distantiam inter punctum suspensionis & centrum percussionis in recta AB ex suo termino A suspensa notum est. At quæso, cur ita restringendus est valor quantitatis $2a^{3:2} : 3n$? Qua naturæ lege impossibilis est in gravibus oscillantibus quantitas motus minor quam Hugeniæ theoriæ convenit? Videlicet hic $= a \sqrt{\frac{3}{2}}$ (existente $n = 8 : 2\sqrt{6}$) unde penduli simplicis longitudo $a^4 : 4v^2$ foret $= \frac{2}{3} a$, major scilicet quam $\frac{2}{3} a$, quandoquidem pendulum compositum AB oscillationes suas tunc lentius ageret, quam ex systemate Hugonii concluditur. Præterea num tanta liquet evidentia nullorum mobilium oscillantium velocitatem totalem theoriæ Hugeniæ modum excedere, ut in dubio esse nequeat, utrum in pendula recta AB hæc velocitas sit $a \sqrt{\frac{3}{2}}$, qualem Hugenus supponit, an alia major nempe $a \sqrt{\frac{2}{3}}$ (n existente $\frac{3}{2} \sqrt{10}$) licet semper minor dicta celeritatum summa $\frac{2}{3} a^{3:2}$ seu $a \sqrt{\frac{4}{3}}$: quod præstaret centri oscillationis distantiam a puncto suspensionis A breviorē quam $\frac{2}{3} a$, utpote $= \frac{2}{3} a$, ob celeriorē motus gradum? Atqui in his omnibus nihil rationi ullatenus repugnat: quid autem certo statuendum sit, minime hætenus apparet.

Ut objectionem nostram non adeo absurdam esse, clarius ostendatur, unum & alterum exemplum adjungamus. Estō ABD triangulum isosceles ex vertice A in axe EF suspensum, quod in planam
agi-

TAB. I.
Fig. 2.

Tom. IV. agitari intelligatur. Sintque ejus altitudo $GA = a$, & basis $BD = b$.
 Supplem. Area porro ipsius, five elementorum æqualium, quibus comple-
 Sect. I. tur numerus infinitus, est $BAD = \frac{1}{2} ab$. Distantia $\frac{2}{3} a$, quæ ejus-
 dem trianguli centrum gravitatis ab axe suspensionis FE abest, ducta in æccam $\frac{1}{2} ab$ producit $\frac{1}{2} aab$ summam distantiarum paral-
 lelarum inter omnia ejus elementa æqualia seu puncta eundem-
 que axem interceptarum, æqualem pyramidi, cujus sunt altitu-
 do recta AG , & basis rectangulæ $AGBD$. Summa radicum
 quadratarum ex his distantis, exprimens omnes simul celerita-
 tes, quas eadem trianguli BAD puncta circa eundem separate
 Pag. 35. oscillantia acquirerent descendendo e verticalibus lineis eas di-
 stantias adæquantibus, æqualeat quantitati $\frac{2}{3} a^{3/2} b$, quæ reperit-
 tur ponendo a pro x , & b pro y in integrali $\frac{2}{3} x^{1/2} y^2$ omnium
 $y x^{1/2} dx$ ($BD \sqrt{AG}$, $bd \sqrt{Ag}$, &c. multiplicatorum per unita-
 tem dx numeri sui x crescentis usque ad $AG = a$) ubi, quum
 y & x , (BD & GA , bd & gA , &c.) sint termini serierum arith-
 meticarum respectivi, dignitatum eorum indices duo 1 & $\frac{1}{2}$ tan-
 quam unus & idem $\frac{1}{2}$ considerati sunt. Quantitate $2a^{3/2} b : 3n$
 (in quo n numerum quemvis significat) exprimitur velocitas
 totalis v quæ vel æqualis dictarum celeritatum summæ, vel ipsa
 major aut minor esse potest. Quadratorum ex omnibus distan-
 tiis GA , gA , &c. summa, five parallelepipedorum habentium
 pro altitudinibus rectas BD , bd , &c. ac pro basibus quadrata
 GA^2 , gA^2 , &c. aggregatum fit $= \frac{1}{2} a^3 b$, quod per a omnium x
 maximam, & per b maximam omnium y determinatur in inte-
 grali indeterminata $\frac{1}{2} x^3 y$ cunctarum differentialium $y x^2 dx$ his
 parallelepipedis in unitatem dx numeri sui AG ductis æqualium.
 Ex supra ostensis quantitas proprie ac specificè exprimens lon-
 gitudinem penduli simplicis composito isochroni est fractio ha-
 bens pro numeratore quadratum summæ distantiarum inter ele-
 menta penduli compositi axemque suspensionis, & pro denomi-
 natore quadratum velocitatis totalis ab eodem pendulo compo-
 sito acquisitæ, dum ipsius centrum gravitatis ex altitudine æqua-
 li suæ ab axe distantie descendit: quod in isto exemplo secundo
 fit $z = a^4 b^2 : 9v^2$. Jam vero concedatur, elementis pendulorum
 minus totalis celeritatis semper acquiri conjunctim oscillantibus
 quam si separatim oscillationes suas peragerent: hic v exprime-
 tur per quantitatem $2a^{3/2} b : 3n$, quæ, quoties numerus n excedet
 unitatem, minor fiet quam $\frac{2}{3} a^{3/2} b$ summa celeritatum ab omni-
 bus trianguli BAD elementis separate circa axem EF libratis
 acquirendarum. Num liquido constat penduli simplicis isochro-
 ni notionem admittere potius $v = 2a^{3/2} b : 3\sqrt{3}$ (existente $n = \frac{3}{2}$
 $\sqrt{3}$) quam vel $v = 2a^{3/2} b : \sqrt{26}$ (posito $n = \frac{1}{2}\sqrt{26}$) vel $v = a^{3/2} b :$

$\sqrt{7}$ (facto $w = \frac{1}{2} \sqrt{7}$) aut similes in infinitum hujusce v valores? Tom. IV.
 Porro trium valorum expressorum primus, qui inter duos reliquos Supplem.
 quasi medius est quantitate, & ab Hugenio fluere principio mor Sect. I.
 demonstrabitur, hic dat intervalum $a^4 b^2 : 9v^2$ axis EF & centri Pag. 36.
 oscillationis $= 27 a^4 b^2 : 36 a^3 b^2 = \frac{3}{2} a$, quale ab ipso Hugenio p. 127.
 Traët. de Horol. oscill. determinatum est centroque percussionis
 competat, longius autem quam $25 a^4 b^2 : 36 a^3 b^2 = \frac{25}{16} a$, quod se-
 cundus velocitatis v valor reddit, minus vero quam $28 a^4 b^2 : 36$
 $a^3 b^2 = \frac{7}{3} a$, quod ex tertio ejusdem v valore concluditur. Quam-
 quidem omnia pendulorum naturæ nullo modo repugnant, quam-
 cunque statuendam existimaveris rationem, qua velocitatem to-
 talem a pendulo composito acquisitam superare debeat summa
 velocitatum a singulis ejus partibus divisim vibratis acquirenda-
 rum. Ecce nunc quemadmodum primus casus ab ipso Hugenio
 principio deducitur. In exemplo præcedenti monstratum est al-
 titudines, ad quas particulæ penduli contracti reperti intelli-
 guntur, exprimi posse quadratis celeritatum ab eis particulis ac-
 quisitarum quo instanti ab invicem disjungi supponuntur: quo-
 rum quadratorum summa æqualis est producto, quod sit deducendo
 summam quadratorum ex distantis ab axe suspensionis in quo-
 tientem, qui prodit dividendo quadratum velocitatis totalis per
 summam earundem distantiarum: id est, hic $\frac{1}{2} a^3 b (9v^2 : a^4 b^2)$
 seu $9v^2 : 4ab$ exprimere aggregatum altitudinum repercussionis
 post contractionem; quo diviso per figuræ oscillantis contentum
 $\frac{1}{2} ab$ obtinetur $(9v^2 : 4ab) 2 : ab = 9v^2 : 2a^3 b^2$ altitudo ascensus
 centri gravitatis, quod inter separatas penduli particulas imagi-
 nari possumus. Secundo, facile est perspicere superficiem planam TAB. I.
 BAD motu in planum agitatam, sic supra lineam horizontalem Fig. 2.
 axi oscillationis in A perpendicularem attolli posse; & quoddam
 obstaculum, velut planum impenetrabile, in quod delapsa impin-
 geret; sic ad lineam verticalem eidem axi in A occurrentem
 posse inclinari; ut singulæ altitudines, unde omnia hujusce super-
 ficiei puncta in planum illud oppositum simul deciderent, æqua-
 les evadant singulis intervallis, quibus ista puncta ab oscillationis
 axe distant; atque ita horum altitudinum summa $\frac{1}{2} aab$ divisa per
 punctorum cadentium numerum sive penduli propositi BAD arcum
 $\frac{1}{2} ab$ det descensus centri his omnibus punctis ante separationem
 communis altitudinem $\frac{2}{3} a$. Statuamus jam cum Hugenio $9v^2$
 $: 2a^3 b^2 = \frac{2}{3} a$; colligemus inde $v^2 = 4a^3 b^2 : 27$ & $v = 2a^3 : 3b : 3\sqrt{3}$,
 qualis supra primo casu posita est. Quæ quidem determinatio
 velocitatis totalis in pendulo composito, confundens centrum
 oscillationis cum centro percussionis, non aliis numero infinitis
 determinationibus idem oscillationis centrum ad alia ejusdem
 pen-

Tom. IV. penduli puncta centro gravitatis etiam inferiora reducentibus cer-
Supplem. tior censeretur debet absque ulla peculiari ratione petita ab aliquo
Sect. I. principio sive in Mathematicis sive in Physicis manifestissime ve-
ro. Tale autem principium precipuus est difficultatis nodus.

TAB. I. Concipiatur nunc idem triangulum isosceles vertice A deorsum
Fig. 3. converso suspendi & circa basin in planum moveri. Inveniendae est
summa tum distantiarum Bb , GA , Dd , &c. inter omnia ejus
elementa aequalia seu puncta basinque BD , tum radicum quadra-
tarum ex illis distantis, tum etiam quadratorum ex ipsis. Qua-
propter nomino ut prius basin, b ; altitudinem GA ; distantiarum
maximam, a ; singulum hujus altitudinis segmentum arithmeticum
 Gg , $G\gamma$, &c. x ; singulumque arithmetice respectivum super basi
dimidia segmentum D_1 , D_2 , &c. y ; atque sic habeo primo fi-
guræ oscillantis aream (infinitum elementorum ejus numerum)
 $DAB = \frac{1}{2} ab$; secundo distantiam baseos seu axis suspensionis a
centro gravitatis (altitudinem unde hoc centrum descendere sup-
pono). $Gg = \frac{1}{2} a$; tertio summam distantiarum omnium inter se
parallelarum $1d$, $2d$, GA , &c. (altitudinum unde cuncta trianguli
puncta una cum gravitatis centro circa axem $EBDF$ descendunt)
 DAB , $Gg = \frac{1}{2} aab$. Quia autem recta GA secta intelligitur in-
finita serie rectarum bd , βd , &c. ipsi BD parallelarum, quæ tri-
angulum propositum complent, & ad quas distantie d_1 , d_2 , &c.
ex una parte terminantur; æquales sunt $A\gamma$ & Gg , Ag & $G\gamma$ &c.
Unde ob æqualitatem rationum rectæ $A\gamma$ ad rectam βd & rectæ
 Ag ad rectam bd , datur bd , $Gg = \beta d$, $G\gamma$; atque ita de reliquis
similibus binis: quæ bina æqualia rectangula si tanquam pondera e
binis punctis g & γ sibi respondentibus in recta GA æquali hinc
& inde ab ejus terminis G & A intervallo appensa imaginariis, non
difficiliter animadvertes intervalla, quibus ab axe suspensionis $EDBE$
distabunt, eadem fore quæ d_1 , d_2 , &c. inter hunc axem rectasque
 bd , βd , &c. interjecta, sed toties iterata, quoties unitatem con-
tineant horum rectangulorum expressiones; quod idem valet ac bd ,
 d_1 , d_1 ; βd , d_2 , d_2 ; &c. sive toties quadratum ex d_1 quot pun-
cta trianguli DAB sunt in bd , toties quoque quadratum ex d_2
Pag. 38. quot puncta ejusdem trianguli continet βd , &c. uno verbo, est
summa quadratorum ex distantis omnium punctorum hujusce tri-
anguli ab axe oscillationis. Nec minus facile perspicies centrum
æquilibrii cunctis illis rectangulis binis æqualibus commune, dia-
metrum GA (a) dividere mediam; sicque ab axe oscillationis
 $EBDF$ intervallo $\frac{1}{2} a$ abesse. At evidenter numerus infinitus di-
storum rectangulorum $1d$, db ; $2d$, βb ; &c. non differt a summa
distantiarum inter triangulum BAD & ipsius basin BD supra re-
perta $= \frac{1}{2} aab$. Ergo $\frac{1}{2} a$, $\frac{1}{2} aab = \frac{1}{12} a^3 b$ æquatur summæ distan-
tiarum

tiarum inter eadem rectangula eundemque axem oscillationis, id est (ex superius ostensis) summæ quadratorum ex distantiiis hujus axis ab omnibus trianguli propositi punctis: quod erat quarto loco inveniendum. Quinto liquet quoque, omnes radices quadratas distantiarum arithmeticarum tam $Gg, G\gamma, \&c.$ usque ad GA , quam $14 \&c.$ usque ad $2d$, & ceteras similes in utroque semisse figuræ propositæ BAD æquivalere crescentibus arcæ parabolicæ portionibus communi expressione variabili $\frac{2}{3} x^{3/2}$ comprehensis, quarum numerus infinitus est $\frac{1}{2} BD = y$: ita ut $\frac{2}{3} x^{3/2} dy$ fiat elementum solidi $8 x^{3/2} y : 15$ in quo cum indeterminata y ($D_1, D_2, \&c.$) sit arithmetica ejusdem ordinis atque alia sibi correspondens arithmetica x ($1d, 2d, \&c.$) indices $\frac{1}{2}$ & 1 pro uno $\frac{1}{2}$ haberi debent; cumque crescant x & y usque dum evadant a & $\frac{b}{2}$, solidum illud evadens consequenter $4a^{3/2}b : 15$ adæquat summam dictarum radicum quadratarum exprimitque ex analogia summam celeritatum, quas omnia trianguli BAD elementa separatim oscillantia acquirerent. Sexto littera n numerum supra unitatem quemcunque significantem, quantitas $4a^{3/2}b : 15n$ celeritatum summam præcedente minorem infinitis exprimet modis. Placetne centrum percussionis trianguli isoscelis BAD ex base sua suspensi (seu centrum æquilibrii commune velocitatibus punctorum omnium hujus trianguli in planum agitati, expressis per rectangula $bd, d_1; \beta d, \beta_2, \&c.$ quod rectam AG secare mediam modo ostensum est) fieri quoque ipsius centrum oscillationis? Applica Hugonii principium, quemadmodum in primis exemplis observatum fuit. Nempe divisa velocitate totali v per summam $\frac{1}{2}aab$ distantiarum ab axe suspensionis, duc. Pag. 39.
quotientis quadratum $36v^2 : a^4b^2$ in summam $\frac{1}{12}a^3b$ quadratorum ex iisdem distantiiis, ut habeas aggregatum $3v^2 : ab$ altitudinum ascensus post penduli contractionem: quod æquatum aggregato $\frac{1}{2}aab$ altitudinum descensus ante illam contractionem præstabit tibi $v^2 = a^3b^2 : 18$; unde specifica longitudinis penduli simplicis isochroni expressio $a^4b^2 : 36v^2$ migrat in $18a^4b^2 : 36a^3b^2 = \frac{1}{2}a$ talem præcise qualem loco jam citato Traët. de Horol. oscillat. Hugonius ipse notavit. Centra igitur percussionis & oscillationis adunata sic obtrinebis: sed qua conditione? Ex dictis manifesta est. Requiritur necessario, ut velocitas totalis penduli compositi, quod hic proponitur, scilicet $a^{3/2}b : 3\sqrt{2}$, collata cum summa $4a^{3/2}b : 15$ celeritatum, quas ejus elementa separate oscillantia adipiscerentur, non alia esse possit, inter varias numero infinitas hac summa minores $4a^{3/2}b : 15n$ (queis pendulorum simplicium isochronorum longitudines $25n^2a : 64$ competunt) quam quæ $n = \frac{2}{3}\sqrt{2}$ exigit. Notabilis certe conditio; cujus demonstrationem omnis controversiæ prorsus immunem si quæras, inveniendam

Tom. IV. tibi libens relinquo. Interim ne tadeacte, proposito sequenti pre-
 Supplem. blemate, similem difficultatis in Hugenario de centri oscillatio-
 Sect. I. num systemate ubique obvia nodum mecum adhuc adversare.

PROBLEMA.

TAB. I. *Invenire locum duorum ponderum equalium C, D equaliter tum*
 Fig. 4. *a puncto suspensionis A, tum a linea verticali AE distantium, quæ agitata circa axem in A perpendiculari plano per ACD, isochrona sint pendulo simplici longitudinis datæ AB, & velocitatem totalem conjunctim acquirant duplam celeritatis, quam ipsi communis gravitatis centrum E circa eundem axem separatim oscillans adipisceretur.*

Ponamus cum Hugenio $AB = a$, $AE = x$, $ED = EC = y$; unde sequitur $AD = AC = \sqrt{(xx + yy)}$. Quoniam centra gravitatis E & oscillationis B sibi mutuo super una eademque recta BEA semper respondent; singula altitudo descensus ipsius E est ad singulam altitudinem descensus ipsius B sicut recta AE ad rectam AB: quapropter in calculo sufficit maximæ altitudinis, unde E descenderet, expressionem x usurpare, ac consequenter velocitatem totalem penduli compositi CAD exprimere per $2\sqrt{x}$, quatenus celeritas a solo centro E ex eadem altitudine AE separate delapso acquisita $= \sqrt{x}$ foret. Meministi longitudinem penduli simplicis isochroni nobis exprimi fractione, cui numerator fit quadrata summa $2\sqrt{(xx + yy)}$ distantiarum CA, DA, & denominator datur quadrata velocitas totalis maxima $2\sqrt{x}$: est ergo hic illa longitudo $= (xx + yy) : x$, quæ posita ex hypothesi æqualis rectæ datæ a deducit ad $yy = ax - xx$ locum punctorum C & D quæsitum, ad circumferentiam scilicet ACBD circuli centrum suum habentis, ubi data recta AB bisariam dividitur. At quid tali velocitatis totalis determinatione efficitur? Hoc quidem primum, ut altitudini x descensus centri gravitatis E, quod duobus ponderibus D, C conjunctis commune est, æqualis foret altitudo $(x + x) : 2$ descensus centri iisdem ponderibus duobus sed disjunctis communis; divisa enim velocitate totali $2\sqrt{x}$ per summam $2\sqrt{(xx + yy)}$ distantiarum a puncto suspensionis A, ductoque in singulam distantiam $\sqrt{(xx + yy)}$ quotiente, obtinetur hujus velocitatis gradus \sqrt{x} singulo ponderi ante amborum separationem distributus, idem videlicet qui casu ex AE (x) seorsim acquireretur: unde innotescit centri gravitatis post repercussionem altitudo, utpote duplæ AE semiffis. Efficitur autem secundo, ut centrum oscillationis in centrum percussionis caderet.

Pen-

Penduli namque oscillantis centerum percussionis dicimus punctum illud diametri BEA per centerum gravitatis E & punctum suspensionis A correspondens ductæ, quod obstaculi pendulum collidentis impetum maximum sustineret; ad quod proinde maximus tenderet penduli resistentis conatus. In nostro itaque pendulo isosceles CAD hoc ipsum punctum idem est ac concursus B rectarum BC, BD contingentium arcus a centeris duorum ponderum equalium C & D circa punctum æquidistant A descriptos. Acqui ob angulos rectos ACB, AEC, recta BE fit tertia continue proportionalis post duas AE & EC (x & y) nempe $yy : x$. Tota igitur AB est $x + yy/x$ seu $(xx + yy) : x$. Denique cum omnes anguli recti, qualis ACB, in eodem semicirculo super AB $= a$ descripto forent inscripti, communis eorum hypotenusa esset ipsamet diameter AB: ergo $(xx + yy) : x$ fieret $= a$; ergo poneretur centerum percussionis & oscillationis una eademque ab axe suspensionis distantia. Ubi necum obiter nota, idem percussionis centrum sequenti quoque calculo inveniri. Utroque amborum ponderum equalium C, D, quorum neque magnitudo neque figura, sed sola gravitatis centra consideranda sunt, expresso per unitatem; singula distantiarum CG, DH, quibus a recta horizontali GH per punctum suspensionis A in plano CAD acta abesse intelliguntur, vocata x ; & singula aliarum distantiarum CE, DE, quibus a recta verticali AE per ipsorum centrum commune E ducta distant, denominata y . Assumatur tam summa ponderum, nempe $1 + 1 = 2$, quam summa productorum ex ipsis per suas distantias ab horizontali GAH factorum scilicet $1x + 1x = 2x$; quotiens $2x : 2 = x$ designabit intervallum AE inter hanc horizontalem rectam & commune gravitatis centrum E. Simili modo si cogitatu substituantur in locum eorundem ponderum C, D producta C, CG; D, DH ($1, x$) velut duo nova pondera inter se equalia, & per summam $2x$ horum novorum ponderum dividatur summa $1xx + 1xx = 2xx$ productorum ex illis per distantias æquales CG, DH factorum; prodibit $2xx : 2x = x$ pro intervallum inter A & centrum commune, quod hic non differt ab E propter novam æquilibratam. Insuper si alia duo nova pondera C, CE; D, DE ($1, y$) collocarentur in C & D; esset $2yy : 2y = y$ distantia rectæ AE a communi centro eorum hinc vel inde sita. Jam esto sicut $2x$ ad $2y$ ita $2yy : 2y$ ad quartam proportionalem, nempe $4y^3 : 4xy$. Liqueat aggregatum $2xx : 2x + 4y^3 : 4xy$ esse idem intervallum $x + yy : x$ supra inventum inter punctum suspensionis A centrumque percussionis penduli propositi CAD: quod ipsum intervallum ad centrum oscillationis terminari primo observavimus, dummodo totalis velocitas penduli esset $= 2\sqrt{x}$. Sed unde, quæso, ille cele-

Pag. 41.

Tomi IV. ritatis gradus potius quam alius velut $2\sqrt{(\pm x \mp y)}$, qui longitudinem penduli simplicis isochroni daret $=xx + yy : \pm x \pm y = a$
 Supplem. Sect. I. $= AB$, locum vero ponderum C, D geometricum constitueret ad
 Pag. 42. expressam æquatione $yy \pm ay = \pm ax - xx$ curvaturam segmenti

TAB. I. BCADB duorum semicircularum super æqualibus diametris
 Fig. 5. ($MN = MN = a\sqrt{2}$) descriptorum, seque ita interfecantium, ut si utrovis rectangulum GABg ($\frac{1}{2}a, a$) inscribatur, & semissis figuræ oscillantis CAEB delineatur, appareat ex nota tam Chordarum (AEB, CEL + LC) sese intra circulum decussantium quam secantium (CHE, EAG + GA) sibi extra circulum occurrentium proprietate non tantum rectangulum rectæ CL + LE ($y + a$) in rectam EC (y) ductæ æquari rectangulo rectæ AE (x) per rectam AB — AE ($a - x$) multiplicatæ, verum etiam rectangulum rectarum CE & EH sive AB — CE (y & $a - y$) æquale esse rectangulo rectarum $2GA + AE$ & AE ($a + x$ & x). Vides ergo, Lector, evidentissima opus esse demonstratione ad systema Hugeni de centro oscillationis sic confirmandum, ut nullus relinquatur dubitandi locus, quin natura hoc unum constantissime admittat. Alioquin harum solutionum alterutram minime licet asserere altera veriolem.

Dices fortassis, quam requiro demonstrationem, ut objectioni meæ fiat satis, eam amplius desiderari, ex quo die nova argumenta, quibus Hugeni de centrâ oscillationum doctrina illustretur ac firmitus stabiliatur, cum Mathematicis Regiæ Scientiarum Academiæ lucubrationibus publicata sunt.

Fateor equidem hic tradi Regulam non minus ingeniosa & subtili quam facili ac generali methodo inventam, qua centrum percussionis in ponderibus suspensis reperitur. Veruntamen, ut ingenue dicam, quæ afferuntur ibi rationes ad centra oscillationis & percussionis confundenda neque objectionem diluere, neque nodum difficultatis expedire mihi videntur. Scis ad demonstrandum aliquid, quod postea nec dubium nec controversum esse queat, exigi argumenti cum inconcussam stabilitatem tum perspicuitatem maximam. Perlege Voluminis a Regia Scientiarum Academia pro anno 1703. in lucem editi pag. 81. & 82. attentoque animo rem expende. Cedo qui fieri potest, ut mera privatio motus, quo opus est ad conficiendum spatium VS, etsi nulla obstant impedimenta externa, resistat tamen reali motui cum quo eandem partem versus percurreretur spatium RT; sicque in eodem pondere libere suspensio ac mobili DAC una particula D motu ex V in S defecta alteram C motu ex R in T similiter directo affectam repellat tantum quantum ab ipsa sibi invariabili vinculo copulata impellitur? Insuper, si non alius motus imprimere-

Pag. 43.

TAB. I.

Fig. 6.

tur ipsi D. versus S circa A, quam qui ab obliquo gravitatis DP tonatu procedit & per arcum minimum DV exponitur; dum C, quæ virgis CA, AD, DC inflexibilibus & ponderis experibus eum eadem D conjungitur, non alium motus sibi ab æquali gravitate CO oblique impressi versus T circa idem punctum A retineret gradum, quam qui per arcum infinite parvum CR representatur: quomodo penduli compositi CAD oscillatio, isochrona penduli simplicis AM oscillationi, possibilis foret, quandoquidem non se habet AD ad DV sicut AC ad CR, id est, AM ad MK?

Utut hæc sunt; faciendo omnia producta D, AD, VS æqualia omnibus C, AC, RT simul sumptis (quorum productorum expressiones inventæ hanc æqualitatem nequaquam secum important) libitum est. struere inter unasquasque nascentes celeritates CR, DS &c. elementorum penduli CAD conjunctim oscillantium, C, D &c. quæ bina ex utraque parte communis centri L æqualia supponuntur, & unasquasque nascentes celeritates CT, DV &c. eorundem elementorum separatim oscillantium; libitum est, inquam, statuere differentias RT, VS &c. (alteram nempe additivam propter motus excessum, alteram vero subtractivam ob defectum motus) tales quidem ut si ex una parte ponderibus per singula D, AD expressis tribuerentur velocitates quæ per singulas VS exprimerentur, & ex alia parte ponderibus per cuncta C, AC designatis inessent velocitates quæ per cunctas RT designarentur; summa omnium quantitatum motus ex prima parte æqualis esset summæ omnium quantitatum motus ex altera.

Atqui hocce principium nihil est aliud quam hypothesis sub eadem & conditione & difficultate ac Hugonii nostri postulatum; ut palam facit quæ inde deducitur expressio $\int (x^2 dp + y^2 dp) : \int x dp$ Pag. 44
distantiæ quæritæ AM; ubi significatur per p pendulum propositum CAD; per dp ejus elementum D vel C &c. per x singulum intervallum LA quo centrum binis quibusque elementis æqualibus D & C commune distat ab axe suspensionis; per y unaquæque distantiarum æqualium LD, LC inter hoc centrum & hæc bina æqualia elementa; per $xx + yy$ dimidium quodque aggregatum amborum quadratorum ex distantibus respectivis DA & CA; denique per litteram \int integrale sive summa quantitatum quibus illa præfigitur. Talis autem inventa distantæ AM expressio (I) propria esse centri percussionis satis ex eo ostenditur, quod calculo ad idem centrum sicut in problemate præcedenti determinandum apto subjiciatur. Cogita in locum binorum æqualium ponderum C, D, &c. (dp) alia totidem C, CG; D, DH; &c. ($x dp$) suffici; quæ, rectis CG, DH, &c. (x) paral-

Tomi IV.
Supplem.
Sect. I.

parallelis distantiae AL puncti suspensionis A a gravitatis centro L priorum ponderum, referatur ad rectam per A ductam ita ut linea ipsa connectenti CLD sit æquidistans. Horum novorum ponderum summa $\int x dp$ dividente summam $\int x^2 dp$ productorum ab illis per suas x multiplicatis factorum, erit longitudo qua punctum A ab eorum communi centro remotum est, quemadmodum $\int x dp : \int dp$ fit = AL. Præterea si cogitatu in locum eorundem primorum ponderum C, D, &c. substituerentur alia tertia C, CL; D, DL, &c. ($y dp$) quæ binis æqualibus distantis LC, LD, &c. (y) a centro L horum primorum referantur ad diametrum per puncta A & L transeuntem; summaque $\int y^2 dp$ productorum, quæ sunt ex istis tertiis ponderibus in suas y ductis, divideretur per ipsorum summam $\int y dp$; quotiens foret expressio intervalli quo diameter AL ab eorum ex utraque parte sumptorum gravitatis centro distaret. Ordinando itaque hanc analogiam, ut $\int x dp$ ad $\int y dp$ sic $\int y^2 dp : \int y dp$ ad quartam proportionalem, quæ erit $\int y^2 dp : \int x dp$; ac deinde illam quartam proportionalem addendo ipsi $\int x^2 dp : \int x dp$; obtinebis propositam expressionem $\int (x^2 dp + y^2 dp)$: $\int x dp$ distantiae AM inter axem suspensionis A & centrum percussione M, haud secus ac in problemate superius resolutio.

Pag. 45.

Fac nunc ex ea, quicquid inde resultet, valorem distantiae axis a centro oscillationis, hoc est, æqualitatem cum propria & specifica expressione longitudinis penduli simplicis isochroni. Ea propter sunt: indeterminata δ singula distantia axis suspensionis a singulo elemento penduli compositi DAC; v summa velocitatum ab omnibus ejus elementis æqualibus ac minimis qualibet vibratione acquisitarum; g recta centrum gravitatis & punctum suspensionis respectivum conjungens; b altitudo descensus centri gravitatis, ex qua decidens pendulum compositum velocitatem totalem v adipiscitur; z recta inter axem & centrum oscillationis intercepta, atque per gravitatis centrum traducta, adeo ut quæ est ratio ipsius g ad ipsam z eadem semper habeatur ipsius b ad quartam nempe $bz : g$ correspondentem altitudinem descensus penduli simplicis. Item propter isochronismum; sicut g & z sunt inter se, ita etiam $gv : f\delta$ & $zu : f\delta$ celeritates scilicet centris gravitatis & oscillationis competentes. Dein ob naturalem lapsum Gravium accelerationem, adæquantur $\sqrt{(bz : g)}$ & $zu : f\delta$: unde colligitur $z = b (f^2 \delta : gv^2)$ vel simplicius (quoniam semper assumi potest $b = g$) elicitur $z = f^2 \delta : v^2$ specifica penduli simplicis isochroni longitudo; qualem in exemplis superius prolati usurpavimus.

Facigitur $f^2 \delta : v^2 = \int (x^2 dp + y^2 dp) \int x dp$ (II) ut cogas quacunque lege centrum percussione fieri & oscillationis. Hinc emanabit

nabit $2 \int u dp = 2 \int (x^2 dp + y^2 dp) v^2 : f^2 \delta$, cujus æqualitatis primo membro exprimitur altitudo AL (x) ex qua gravitatis centrum L descendere potest, multiplicata per ambas summas ($2 \int dp$) elementorum penduli, veluti C &c. ad sinistram & D &c. ad dextram; quibus binis hoc centrum super diametro AL commune est; atque ita de reliquis similibus: quod (Tract. de Horol. oscillat. Parte 4. Prop. 3.) tantundem valet quantum *summa productorum ex singulis penduli elementis ductis in altitudines unde connexa inter se, simul descenderent*. Secundo autem hujus æqualitatis membro significatur id quod refutaret, si quadratum totalis velocitatis (v) divisæ per summam ($\int \delta$) distantiarum CA, DA, &c. duceretur in singulum aggregatum ($2 dp (xx + yy)$) binorum productorum ex multiplicatione utriusque amborum æqualium elementorum C & D per quadratum distantie sue ab axe suspensionis: quod evidenter non differt a *summa productorum, que fierent, si eadem elementa multiplicarentur per quadrata quantitatum distantis axis proportionalem, in quas velocitas totalis ipsis conjuncte mobilibus necessario distribueretur, hoc est, multiplicarentur per altitudines ad quas aliquo obice reperiussa & fracta pendula separata ascenderent*.

Tom. IV.
Supplem.
Sect. I.

Pag. 46.

En igitur, ad centra oscillationis & percussionis aduenda, non solum quo reducitur Regula generalis in Mathematicis Regiæ Scientiarum Academiæ collectionibus proposita, sed etiam unde immediate didacitur Hugenianæ de hoc centro doctrinæ principium. Quoniam autem statuere mutuam resistantiam inter motum realem & meram motus privationem non est argumentum fatis evidens, quo niti possit indubitata demonstratio; non plus profecto ad enodandam quæstionis difficultatem illa Regula potest quam illud Principium. Equidem scio tale argumentum tali, quæ sequitur, ratiocinatione confirmandum ab aliquo defensore suscipi posse.

Cum ex dispositione penduli compositi, inquiet, pondera C & D inter se coherescant; pondus C quem motus circularis excessum a gravitate impellente consipere nequit, cum ut connexo ponderi D imprimat, necessario tendit. Atqui totus ille conatus nullam omnino potest impressionem facere in hoc pondus D, a quo nimirum non alius determinato tempore arcus describendus est quam quem percurri distantia puncti suspensionis finit. Ergo ipsum D quanta vi impellitur, tanta resistit ipsi C impellenti: quam quidem vim resistendi a causis per arcum circulare determinatum urgentibus mutatur.

Verum ad ista sic respondere quoque possum. Pondus C ponderi conjuncto D non modo transmutere conatur motus excessum,

Tom. IV. sum, quem ne sibi ipsi accipiat, impediunt respectivus in pēn-
 Supplem. dulo situs ac necessaria cohærentia; sed etiam revera transmittē-
 Sect. I. tere debet. Nihil namque communi horum ponderum translationi

Pag. 47. ad easdem partes, nunc sursum, nunc deorsum, circa eundem suspensionis axem opponitur, nisi aeris occursum & versatilis axis attritus: quorum similiumque impedimentorum nullam habere rationem hic licet: *remoto aeris*, ut ait Hugenius, *alioque omni impedimento*. Primum ergo pondus (quippe quod citius esset) alterum (quatenus lentius foret) necessario impellit quoad secum moveat, hoc est, illi eum imprimit motus excessus qui velocitates spatiis proportionales utrobique reddat. Semper siquidem peragitur motus qua ratione ipso momento possibilis est, qua dispositione tendunt eo mobilia quo nullis obstaculis resistentibus urgentur. Perspicue mihi apparet hanc mobiliū inter se connexorum dispositionem ad motum conjuncte concipiendum, esse quidem causam, quam Physici *occasionalem* dicunt, cur impressus motus distribuatur ipsis in ratione spatio- rum simul conficiendorum; non vero cur ejus quantitas ante partitionem imminuatur, quandoquidem ista quantitas omnimode dividua nullatenus huic qualicunque dispositioni contraria est. Qui ergo in eodem Toto mobili, cujus universæ partes eundem inter se situm continue servarent, quod proprio pondere libratum in medio minime impedito oscillationes suas ageret, particula una minorem gravitatis impressionem passa particulam alteram majore gravitatis impulsu in easdem partes actam repelleret, dum ab ipsa impelleretur; nisi motus privationi vim ipsi motui resistendi attribuamus? Quod proculdubio ea caret evidētia quam vera demonstratio postulat. Adhuc itaque constat objecta difficultas nostra. Centrum oscillationis non differre a centro percussio- nis nunquam inconcusse stabilietur, nisi prius indubitate probetur velocitatem totalem penduli compositi, comparatam cum summa celeritatum ab ejus elementis separate oscillantibus acquisitarum, non modo hac summa minorem semper esse, sed etiam necessario haud aliter quam ex Hugeniano Principio vel ex Æqualitate superius notata (II) infertur. Denominemus $s d$, aggregatum distantiarum CA, DA, &c. elementorum C, D, &c. penduli propositi a communi agitationis axe A; g , distantiam ejusdem axis centro gravitatis L seorsim spectatam; $s^{1/2}$, aggregatum radicum quadratarum ex omnibus altitudinibus: descensus Figuræ oscillantis integræ DAC; b , altitudinem unde dictum ejus centrum L una descenderet; t , expressionem generalem supra affectam nota (I) intervalli AM a puncto suspensionis A ad centrum percussio- nis M; n , quemvis
 nume-

TAB. I.
Fig. 6.

Pag. 48.

numerus majorem unitate; denique v , singulam penduli agitati velocitatem totalem. Primo, quantitas $(fs^{1:2}):n$ nobis ex-
 primit in infinitum summam velocitatum perpetuo minorem sum-
 ma celeritatum quas omnia elementa C, D, &c. ab invicem se-
 parata ex iisdem altitudinibus, adipiscerentur. Secundo æquali-
 tas $(bf^2\delta):gv^2 =$ centrum oscillationis in centro percussionis
 collocans nos perducit ad $v = (b^{1:2}f\delta):g^{1:2}s^{1:2}$ quæ posita
 $= fs^{1:2}:n$ dat $n = (g^{1:2}b^{1:2}fs^{1:2}):b^{1:2}f\delta$ pro Hugenii sy-
 stemate. At iterum peto, cur numerus iste præferendus est tot
 reliquis unitatibus; quibus admissis, centro oscilla-
 tionis varius supra vel infra centrum percussionis assignaretur lo-
 cus; quoniam pendulis plus minusve oscillatorii motus attribue-
 retur, licet summam celeritatum ab eorum elementis sejunctis
 acquirendarum quantitas hujus motus nunquam adæquaret? Ni-
 hil quidem certi ac dilucide veri, prolatis hætenus argumentis,
 de hac questione statutum mihi videtur; quare Hugenianum sy-
 stema non nisi hypothesis possibilem dicere queo.

Tomi IV.
 Supplem.
 Sect. I.

RELATIO DE GLOMERE PILORUM

ex utero & ovariis duarum feminarum extracta,

Sect. II.
 Pag. 72.

D. JOHANNI SLOANE, Societatis Regiæ Secretario,

Communicata a JACOBO YONGE, Societ. Reg. Collega.

Extracta ex Transact. Anglic. Anni 1707. Num. 309. §. 6.

ANno 1705. fœmina post laboriosum quatuor dierum partum
 infantem enixa corruptum & fœtentem, fœtita profunde-
 bat lochia trium septimanarum intervallo, quibus cessantibus tribu-
 tum solvebat lunare & negotiorum expediendorum gratia foras
 exibat. Sex septimanas post partum convulsionibus & hystericis
 affectibus per tres dies exposita tumorem dolorificum in sinistro
 abdominis latere percipiebat, quo rupto materia albicans crassa
 ad mensuram unam cum exilibus globis vitellum ovi costi refe-
 rentibus profluebat; unde symptomata evanescebant. Quatuor dies
 post similis tumor in latere dextro comparebat, ex quo exilis ma-
 teriæ copia per quinque vel sex menses promanabat. Eodem tem-
 pore in pudendis prominebat moles, quæ extracta glomum pilo-
 rum ad ovi gallinæ Indicæ magnitudinem pituitæ immersum &

Tom. V.

G

mem-

Tom. IV. membranæ cuidam a latere ad palmæ mensuram adherentem of-
 Supplem. sculumque pyramidale in medio continentem monstrabat. Inde
 Sect. II. tumore subsidente materiæque fluxu cessante menstrua hætenus
 suppressa pristinam periodum recuperabant, & ægra sanitati re-
 stituebatur.

Anno 1696. Virgo triginta annorum in febrem intermitten-
 tem incidebat, cum mensium suppressione, succedente dolore &
 tumore in dextro latere, qui in dies augmentum capiens abdo-
 men in enormem molem extendebat, & post anni decursum hu-
 miditatem plorabat. Præterlapsis 15 mensibus propter rupturæ æ-
 rum paracenthesin efflagitabat misera, qua adornata materia dul-
 cis bene digesta ad mensuram unam cum dimidia profluebat. Al-
 tero die post cum eodem liquore pili quatuor vel quinque pol-
 lices longi prorumpebant, lateri interno usque adeo affixi, ut
 de dolore exquisitissimo conquerente virgine, extrahi nullo modo
 potuerint. Moriebatur autem hæc quarto post operationem die.
 In cujus abdomine decem mensuræ supra commemorati liquoris
 reperiebantur, in quo glomus pilorum fluctuabat, qui remota,
 qua obvolvebatur, pingui substantia, unciam dimidiam pendebat.
 In latere dextro conspiciebatur protuberantia nuce juglande ma-
 jor, a qua pili ortum ducebant octo pollices longi. Tumor hic,
 seu rectius ovarium perfectum, dentem caninum ossi triangularis
 figuræ affixum continebat, in quo alius dens reperiebatur.

Sect. III.
 Pag. 123.

R E L A T I O

De duobus Ulceribus sinuosis, totum brachium
 dextrum occupantibus,

JOANNIS FAWLERI CHIRURGI,

ad D. GUILLIELMUM COCKBURN, Soc. Reg. Socium.

Translata ex Transact. Anglic. N.º 302. A. 1707. §. 4.

JOANNES Marsh, juvenis 16 annorum, sub declinatione febris con-
 tinuæ tumorem nanciscebatur in brachio, cujus curam cuidam
 Chirurgo committebat. Cum autem duobus præterlapsis annis
 nulla sanationis spes affulgeret, ego accersitus duo reperiebam ul-
 cera sinuosa in brachio dextro, unum circa musculum deltoideum ad
 jun-

juncturam fere usque ascendente, & ad cubitum descendente, & ad pollicem unum cum dimidio ascendente. Apertis sinibus os cariosum & separatum se offerebat, quod quinque pollices longum extrahebam. Tres septimanas post aliud fragmentum separabatur, duos pollices longum, quod medullam immediate contingebat. Hæc ulcera intra novem mensium spatium succrescente firmissimo callo ita curabantur, ut 50 librarum pondus brachio tolerare posset juvenis.

Tomi IV.
Supplem.
Sect. III.
Pag. 124

OBSERVATIO ANATOMICA

De exitu sanguinis venosi in Auriculis & Corde.

*Extracta ex Dissertatione Inaugurali die 15. Maji A. 1708.
Lugduni Batavorum*

ab ADAMO CHRISTIANO THEBESIO
Silesiensi, habita.

PRÆter hætenus notos sanguinis venosi exitus, multo plures, tum in auricula, tum in corde, forte fortuna mihi occurrerunt. Cum enim in vena cava cordi imminente & fibris carneis insigniter roborata foveolæ multæ appareant, quæ nil nisi oscula sunt venularum, tum a tunicis ipsius cavæ, tum aliunde advenientium & in amplissimum alveum hiantium; suspicio inde mihi nata est, an non forsan multa hujusmodi foramina in cordis & auricularum aditis figura illis prorsus similia eadem munia sustinerent. Quare ut certus fierem, aquam siphone in venam coronariam leniter immisi; tum vero ventriculo dextro æque ac sinistro aperto, vasisque discissis debite observatis, (ne liquor ab illis in sinus profliens experimentum fallax redderet) ex foveis quamplurimis aquam copiose prodire conspexi, vasis ceteroquin & reliqua cordis substantia illæsis permanentibus. Nondum tamen experimento huic eodem successu in cujuscunque animalis corde sæpius repetito ita fidere audebam, ut nihil prorsus dubii superesset, suspicatus, venulas per trajectionem aquæ, utcunque lenem & cautam, aliquatenus tamen violentam, in iis locis possèrumpi; adeoque exhiberi phænomena, quæ maxime ambigua sint, nec unquam forsan in corpore vivo contingant. Hinc satis fore duxi, ut, nulla liquoris transfusione prægressa, in corde inægro in ipsa vasa cultro Anatomico inquirerem. Hunc in finem

Tomi IV. corda, ovinum bubulumque, quorum vasa minora facilius in oculis incurrunt, adhibui. Et primo statim intuitu curatori intra-
Supplem. ventriculi dextri scatebras animadverti; decurrere per superficiem gracilia quædam vascula, & ex furculis minoribus in truncum abire, qui in scrobiculum quendam aperitur. Harum orificiis cum applicarem tubum, flatus immixtus promissime omnes
Sect. III. ramifications distendit, atque penitus circumiens, aliasque foveas venulas penetrans ex perplurimis foveis, bullulis factis, prorupit; ut inde dubitationi locus amplius non sit relictus. Hæc
Pag. 125. postmodum eadem cura in corde bubulo recens exsecto & adhuc calido indagavi; eo quidem successu, ut venulas ejusmodi semper copiosius viderim, nec unquam cor frustra aperuerim.

Idem reperi in utraque auricula, & quod mirere, in ventriculo cordis sinistro. Ibi enim si pari ratione tubum cavernulæ cui-dam apponas, flatus per venulas copiosissimus circumibit; & ne putemus, fieri ecchymosis a flatu fortius intruso, elevatamque membranam vasa mentiri, attendi debet sanguinis motus in venulis illis, si cor recens sit, & flatus progressio observetur, qui usque in venæ coronariæ ramos ampliores externos penetrat.

Ita vix unquam curiosus horum indagator frustra erit, si in cordis bubuli thalamo dextro circa radices trahi carneæ a septo ad oppositum parietem transversim protensæ foveolas perquirat, tubuloque caute applicato flatum immittat. Tum enim statim venulæ, quæ in illas aperiuntur, flatu turgidæ redduntur, quæ circa hæc loca in superficie decurrere adeoque oculis nostris clare patere semper deprehensæ sunt. Necesse enim est, ut in thalamis æque ac auriculis foramina minora potius excutiamus, quam majora, utpote minus cum aliis communicantia; quæ alioquin fovearum mutua inosculatio facit, ut flatus per magis patulos exitus prodeat, minoribus venularum osculis prætermixtis. Accedit & illud, quod sulci ampliores & profundiores venulas quoque profundius ex substantia cordis corrivantes recipiant, quæ licet flatum admittant, oculis tamen indagantis sese exhibere nequeunt.

Eadem ratione res succedit, si ramum venæ coronariæ majorem, potissimum illum, qui exterius per ventriculum sinistrum
Pag. 126. decurrit, & maxime omnium vicinus est dextro, multosque ab hoc ventriculo & septi convexitate ramos recipit, flatu distendamus: sic namque cordis septo patente ex plurimis ejus foveis copiosus flatus prodibit, bullasque formabit in sanguine ex venularum osculis flatu primum protruso & intra foramina hærente.

Denique liquores colorati, gluten solutum, ipsaque cera, ap-rata manu, ramis venarum aperturas & in utraque auricula & in
 am-

ambobus cordis thalamis clare demonstrant. Utut non negandum sit, injectionibus violentioribus aliquando perrumpi vasa, qui tamen exitus liquoris immissi vi factus a genuino a quolibet facile distingui potest. Tom. IV.
Supplem.
Sect. III.

Hæc vero experimenta pari ratione in corde humano succedunt. Sic flatus venæ coronariæ immissus, reliquis omnibus aditibus occlusis, promptissime per orificia illa in cor penetrat, illiusque ventriculos vesicæ in modum expandit; ipsa autem vasorum orificia a priori, cum vasculis ipsis sanguine plenis, quemadmodum in corde bubulo, hætenus in corde hominis inquirere nondum licuit.

Quæ cum ita sint, abunde puto nobis cum veritate convenire, si asseramus, multas esse venas & inter se & cum aliis venæ coronariæ ramis ad canalem communem commeantibus, copiosis anastomosis connexas, sanguinem in auricularum sinuumque cordis foveas deducentes.

Explicatio Figurarum.

Fig. I. Cordis bubuli ventriculum dextrum apertum exhibet, cuius paries externus versus superiora reclinatus est. TAB. II.
Fig. 1.

- A. Venæ cavæ introitus.
- a. a. a. Valvulæ tricuspidales.
- B. Arteria pulmonaria.
- b. b. b. Valvulæ semilunares.
- C. C. Auricula dextra.
- c. Venæ coronariæ orificium alterum.
- D. Vasa coronaria externa, quorum vena pertubum immissum flatu distenta apparet.
- E. E. E. Foveæ in septo cordis, ex quibus flatus ramo venæ coronariæ externæ immisus, bullulis factis, prodit, & venarum aperturam in foveis probat. Pag. 127
- e. e. e. e. Venulæ ubique a foveis receptæ.
- F. F. Venæ in foveolas circa radicem trabis transversæ se aperientes.
- G. G. Trabs carnea discissa.

Fig. II. Partem ventriculi sinistri cordis bubuli sistit.

- A. A. A. A. Foveæ, in quas flatus immisus transit in venas hic se aperientes. Fig. 2.
- a. a. a. a. Venulæ flatu tumentes.
- B. Venæ coronariæ externæ ramus, ad quem flatus simul pertingit.
- C. Arteriæ coronariæ ramus ad latus venæ situs.

CON-

Tom. IV.
Supplm.
Sect. III.
Pag. 129.

CONTINUATIO ANNOTATIONIS

Super Animadversione in difficultatem Hugenianæ de Centro Oscillationis Demonstrationi oppositam, agens de diversis centri oscillationis Hypothesibus pro variis motus oscillatorii quantitatibus.

EX jam dictis de oscillationis centro (Sect. I. pag. 33. seqq.) satis liquet, mutuam esse relationem velocitatis totalis v Pendulorum compositorum, hoc est, quantitatis motus omnibus eorum particulis minimis dispartitæ, & longitudinis z Pendulorum simplicium isochronorum. Fit namque (III) $z = (b f^2 \delta) : g v^2$ & consequenter (IV) $v = (b^{1:2} f \delta) : g^{1:2} z^{1:2}$ ubi, sicut modo observatum est, exponuntur, per $f \delta$ summa intervallorum δ quibus omnia Pendulorum elementa ab axe suspensionis distant, per g ejusdem axis a communi gravitatis centro distantia, & per b hujus centri descensus altitudo.

Porro ut centrum gravitatis fieret quoque centrum oscillationis; necesse foret z & g congruere, proindeque v superius notatam (IV) evadere $= (b^{1:2} f \delta) : g$, talem videlicet singula vibratione, qualis exprimitur per radicem quadratam; ex altitudine descensus centri gravitatis ductam in rationem quam summa intervallorum inter axem agitationis & puncta omnia penduli habet ad intervallum inter eundem axem & idem gravitatis centrum. Ex hac velocitatis totalis mensura consequens est in pendulis vere simplicibus centrum oscillationis idem esse punctum cum centro gravitatis. Sit AC (Fig. 5.) virga longitudinis data a , parte suprema circa axem DD libere mobilis, parte ima appensum pondus C sustinens. Intelligamus autem cum Hugenio, tum virgam ipsam tum pondus appensum, in particulas minimas æquales, 11, 22, 33, &c. divisa; quarum particularum numerus b in virga sit ad numerum c in pondere, sicut gravitas virgæ ad gravitatem ponderis. Summa intervallorum a particulis omnibus ad punctum suspensionis A est $= \frac{1}{2} ab$ (ea quam ponit celeberr. ille Geom.) Gravitate enim per totam virgæ longitudinem AC, æqualiter dispartita, singula particula 11, 22, &c. valet $\frac{b}{a}$. Distantiis vero arithmeticis A1, A2, A3, &c. adæquantibus simul triangulum rectangulum $\frac{1}{2} aa$, productum $(b : a) \frac{1}{2} an$ exprimit aggregatum A11 + A22 + A33 &c. talium parallelarum distantiarum haud sensibili discrimine a præcisa dictorum intervallorum sum-

summa differens ob exilitatem virgæ. Quod spectat ad intervalla, Tomi IV. quibus idem axis DD a minimis particulis ponderis C adest; illo- Supplem. rum summa intervallo a inter centrum ponderis C, & punctum Sect. III. suspensionis A multiplici secundum numerum c particularum hoc pondus componentium censenda est æqualis; quum ipsius ponderis nec figuram, nec magnitudinem, sed solam gravitatem tanquam alicujus rectæ 44 (Fig. 3.) axi DD parallelæ considerare hic liceat. Itaque fs ibi est $= \frac{1}{2}ab + ac$. Arqui b semper potest assumi $= g$ quod intervallum nunc dicimus a : Ergo valor nostræ τ supra notatus (III) hic evadit $= (\frac{1}{2}a^2b^2 + a^2bc + a^2c^2):v^2$ pro longitudine penduli simplicis composito ex virga gravi & appenso pondere isochroni; qualiscunque ad definiendam velocitatis totalis v mensuram theoria centri oscillationis astruatur. At si virgæ inflexibilis CA nulla esset crassitudo, nullaque gravitas; tunc b evanesceret, centri oscillationis a puncto suspensionis distantia τ fieret $= a^2c^2:v^2$ & summa fs redigeretur ad ac . Adeo ut permanente $b=g=a$, velocitas totalis quam hic statuimus $= (b^{1:2}, fs):g$ efficeretur $= a^{1:2}$, $ac:a = v\sqrt{a}$: Cujus quadrato in locum v^2 in Bag. 131. quantitate $a^2c^2:v^2$ subrogato, invenitur centri oscillationis distantia quaesita $\tau = a^2c^2:ac^2 = a = AC$, quæ ideo ad centrum gravitatis C terminaretur.

Verum hinc facile animadvertitur theoriâ ista duo centra adunantem non parum a naturali oscillationum systemate nulla pendula vere simplicia admittente, quodcunque illud sit, discrepare. Etenim summa $fs^{1:2}$ radicum quadratarum ex altitudinibus τ , unde elementa pendulorum oscillantium descendunt, & quibus celeritates horum elementorum vibrationes suas separate peragendum exprimantur, est quantitas minor quam $(b^{1:2}, fs):g$ summa celeritatum, quas in hac theoria eadem elementa conjuncte acquirerent. In primo exemplorum, quæ initio dissertationis nostræ prolata sunt, habemus primo $b=g=\frac{1}{2}a$ & $fs=\frac{1}{2}aa$: Igitur $(b^{1:2}, fs):g$ fit $= \sqrt{\frac{1}{2}a}$, $2aa:2a = a\sqrt{\frac{1}{2}a}$. Secundo $= \delta$: Ergo $fs^{1:2} = fs^{1:2}$ est $= \frac{1}{2}a\sqrt{a} = a\sqrt{\frac{1}{2}a}$ perspicue minori quam $a\sqrt{\frac{1}{2}a} = a\sqrt{\frac{1}{2}a}$. Ita ut necesse foret, in summa particularum, ex quibus pendula componuntur, plus motus produci, dum connexæ oscillant, quam si separatæ suas oscillationes agerent; remotis scilicet exterioribus impedimentis. Quasi vero id sola connexio efficeret; quæ nihil gravitati, vi motrici corporum oscillantium, addere potest. Talis itaque theoria de centro oscillationis in rerum natura impossibilis censenda est. Quanto magis imaginarias dicemus eas, quæ majorem adhuc motus oscillatorii quantitatem pendulis compositis attribuerent. Harum physice impossibilium numero adscribenda illa est, quæ ex argumento sequenti diduci potest.

Bre-

Toml. IV.
Supplem.
Sect. III.

Pag. 132.

Breviorum pendulorum celeriores sunt oscillationes, longiorum vero lentiores. Si hæc cum illis conjunguntur, necessarium fit, ut non nisi eodem tempore oscillent. Eorum igitur celeriores oscillationes retardarentur, dum accelerarentur lentiores. Tempus itaque, quo penduli compōiti duraret oscillatio, medium esset inter tempora, quæ illius elementa ad oscillandum seorsim impenderent; nempe exprimendum esset quotiente, quem summa exempli causa $\sqrt{\delta^{1:2}}$ radicum quadratarum ex intervallis δ ab axe suspensionis ad hæc elementa dp daret divisa per ipsorum numerum infinitum $\int dp$. Consequenter quadratum $\int^2 \delta^{1:2} : \int^2 dp$ hujusce mediæ temporis exprimeret longitudinem $\int^2 \delta : v^2$ penduli simplicis isochroni: Unde in ista theoria $v = (\int \delta, \int dp) : \int \delta^{1:2}$, quæ motus oscillatorii quantitas sic excederet quantitatem $\int \delta^{1:2}$ ut centrum oscillationis altius centro gravitatis constitueret. In tertio Exemplorum nostrorum, idem est $\int dp$ atque $\frac{1}{2} ab$ triangulum isosceles ex sua basi b suspensum. Sunt præterea $\int \delta = \frac{1}{6} aab$ & $\int \delta^{1:2} = 4a^{3:2} b : 15 = (64ab\sqrt{a}) : 240$ qua expressione designatur summa celeritatum ab omnibus hujusce trianguli punctis separate acquirendarum. Ibi ergo fit $v = 5a^{3:2} b : 16 = 75(ab\sqrt{a}) : 240$ qua scilicet quantitate exprimitur velocitas totalis ab iisdem punctis triangulum complentibus conjuncte acquirenda, tum manifeste major quam $(64ab\sqrt{a}) : 240$, tum determinans distantiam $\int^2 \delta : v^2$ inter axem & centrum oscillationis $= \frac{64}{225} a$ evidenter minorem distantia $\frac{1}{3} a$ seu $\frac{75}{225} a$ inter eundem axem & centrum gravitatis. Quod naturaliter fieri non potest.

Rejēctis igitur hujusmodi theoriis centri oscillationis, physice imaginariis; aliæ quæ hoc centrum in pendulis compositis inferiori centro gravitatis statuunt, considerandæ sunt solæ tamquam possibiles, inter quas naturalis ac vera investiganda est, vel ratione vel experientia duce. Ejus autem generis notabiles mihi videntur duæ, prout in particulis æqualibus minimis mobilium oscillantium aut *vim* aut *velocitatem* attendere libet. Harum particularum infinite exiguarum *velocitatem* dicimus quantitatem motus oscillatorii cum qua æquabiliter certum spatium certo tempore singula percurreret. Per *vim* intelligimus iterationem continuam hujus velocitatis, in hoc spatio, tempore determinato; id est, productum velocitatis per spatium, unitate particulam mobilem exprimente. Secundum primam istarum ambarum hypothesium *velocitas totalis* penduli libere circa axem suspensionis librati concipitur *æquari summæ celeritatum*, quas omnia ejusdem penduli elementa separate circa eundem axem agitata, renixu aeris remoto, acquirerent; iisque inter se connexis necessario distribui in ratione arcuum simul describendorum sive distan-

stantiarum ab axe communi. Secundum alteram hypothefim, *vis* Tomi IV.
totalis quam omnes particulæ penduli circa suspensionis axem Supplem.
 proprio pondere librati ad percutiendum obicem habent, sup- Sect. III.
 ponitur *æquari summæ virium* cum quibus a causa gravitatis si- Pag. 133.
 mul impulsæ concipiuntur; iisque motis distribui intelligitur
 in ratione quadratorum ex arcibus una descriptis sive ex distan-
 tiis ab axe.

Imagineris duo pondera æqualia C & D (Fig. 3.) quæ ex eo- TAB. II.
 dem puncto A ad inæqualia intervalla CA & DA suspendantur: Fig. 3.

Totque bina similia quot volueris circa communem diametrum
 ALM similiter posita intelligas. Si singulus conatus gravitatis
 singulorum istorum ponderum æqualium verticaliter deorsum ur-
 gentis designatur æqualibus lineolis ad horizontem perpendicu-
 laribus CO, DP, MN, &c. tunc obliquæ respectu horizontis
 impressiones quas in hæc pondera circum idem suspensionis pun-
 ctum A duntaxat mobilia conatus ille facit, exprimentur per exi-
 guos arcus inæquales CT, DV, MK, &c. qui radiis AC, AD,
 AM, &c. describuntur, comprehendunturque inter eos radios &
 ipsi parallelas rectas OT, PV, NK, &c. ductas e punctis O, P,
 N, &c. usque ad eosdem arcus quibus proinde normaliter occur-
 rerent. Quum illi arcus radiis suis non sint proportionales; eo-
 rum alii, exempli causa CT, habentur majores, & alii, velut
 DV, minores quam qui in ratione eorundem radiorum fiunt in-
 ter se similes, ut CR, DS, &c. Quoniam autem pondera C, D,
 &c. in eodem pendulo, cujus totidem elementa sunt, invariabili
 vinculo conjunguntur; non nisi simul moveri, & ideo non alios
 circulatorum arcus quam radiis proportionales percurrere queunt.
 Istorum itaque ponderum inter se connexorum alia (C) velo-
 cius, alia (D) lentius quam similitudo arcuum describendorum
 (CR, DS) permittit, singulo instanti a gravitatis conatu obli-
 que urgerentur. Illa ergo sic secum hæc in easdem partes mobi-
 lia traherent, ut fieret motus; hoc est in prima distarum hypo-
 thesum, ut impressionum majores quod deesset minoribus con-
 ferrent, sicque celeritatum nascentium omnes defectus (VS) com-
 pensarentur omnibus excessibus (RT). Quamobrem pone $fRT =$
 fVS : Hinc (singulo RT existente $= CT - CR$, & singulo
 $VS = DS - DV$) colliges $f(CT - CR) = f(DS - DV)$ quod
 idem est ac $fCT - fCR = fDS - fDV$; at tandem $fCT + fDV =$
 $fDS + fCR$, sive $f(CT + DV) = f(CR + DS)$ quod significat
 summam velocitatum a conjunctis penduli compositi CAD ele-
 mentis acquisite, quæ nascentes parvis arcibus CR, DS, &c. Pag. 134.
 designari possunt, æqualem esse summæ celeritatum ab iisdem
 elementis sejunctis acquirendarum, quas nascentes exigui arcus

Tomi IV. CT, DV, &c. exprimere queunt. Expositis porro tum per rectam
Supplem. AM longitudine quæ sita penduli simplicis dicto composito isochro-
Sect. III. ni, tum per arcum MK velocitate ipsius nascente; datur ob isochro-

nismum hæc analogia: Sicut AM ad MK, ita $\left\{ \begin{array}{c} AC \\ AD \\ \&c. \end{array} \right\}$ ad $\left\{ \begin{array}{c} CR \\ DS \\ \&c. \end{array} \right\}$

ita quoque $f(AC+AD)$ ad $f(CR+DS) = f(CT+DV)$.
Ergo $MK = AM$, $f(CT+DV) : f(AC+AD)$. At fieri po-
test, ut simplex illud pendulum, dum agitari incipit, ex altitu-
dine x æquali rectæ AM descendat: tunc ipsi acquisita velocitas,
secundum accelerationem lapsus Graviorum sensibili tempore, fie-
ret $x^{1:2} = \sqrt{AM}$: tunc si elementa C, D, &c. penduli compo-
siti separatim sensibili tempore oscillarent, nascentes eorum ve-
locitates per exiguos arcus CT, DV, &c. expressæ sic gradi-
bus accrescentibus augerentur, ut exponi possent per radices
quadratas ex altitudinibus: unde hæc elementa conjuncta de-
scendissent. Per consequens $f\delta$ significante $f(CA+AD)$, erit
 $MK = x^{1:2} : f\delta = x^{1:2}$ & tandem $x = f^2\delta : f^2$ $x^{1:2}$ longitudo
AM penduli simplicis isochroni, quæ in prima hypothesium *pos-*
sibilem proponebatur invenienda, & quam majorem esse distantia
AL centri gravitatis a puncto suspensionis A ostendere sequenti
exemplo sufficiet.

TAB. II. Est Figura oscillans rectangulum HHGG e latere suo HH
Fig. 4. suspensum. Nominetur x singula recta abscissa Al (Fig. 4.) se-
cundum ejus longitudinem HG; y singula recta ordinata Id ad

Al, etsi eadem ubique; a latus HG; b latus alterum HH. Inte-
grali crescentium x nempe $\frac{1}{2}x^2$, ducto in constantem $2y$, obtine-
bitur summa variabilis Abscissarum Al, seu singulorum segmentum
Hd $= x^2 y^2$, quod in Toto HG adæquat $\frac{1}{2}a^2 b^2 = f\delta$. Præterea
integrali variabilium \sqrt{x} , scilicet $\frac{2}{3}x^{3:2}$, multiplicato per eandem
constantem $2y$, habebitur summa $\frac{4}{3}x^{3:2} y$ radicum quadratarum
ex omnibus Al cujusque segmenti Hd crescens in rectangulo in-
tegro usque ad $\frac{2}{3}ab\sqrt{a}$ exprimensque omnes radices quadratas $x^{1:2}$
altitudinum omnium Al, e quibus cuncta penduli elementa C,
Pag. 135. D, &c. descenderent dum gravitatis centrum commune L ex al-
titudine tanta quanta est distantia AL delaberetur. Itaque $AM =$
 $f^2\delta : f^2$ $x^{1:2}$ evadet $9a^4 b^2 : 16a^3 b^2 = \frac{9}{16}a$, evidenter longior quam
ipsa $AL = \frac{1}{2}a = \frac{8}{16}a$: Quod erat ostendendum. Idem in primo E-
xemplorum nostrorum deprehendes, ubi est AL etiam $= \frac{1}{2}a$ &
 $x = a^4 : 4v^2$, modo feceris secundum eandem hypothesim $f^2 x^{1:2} =$
 $v = \frac{2}{3}a^{3:2}$; quandoquidem linea recta considerari potest ac si ef-
fet rectangulum minimæ latitudinis.

Quod ad secundam de centro oscillationis hypothesim *possi-*
blem

lem attinet : Quoniam Penduli particulæ D, C, &c. (Fig. 3.) a gravitate oblique urgentur cum celeritatibus, veluti DV, CT, &c. quarum alia est ratio, quam quæ datur distantiarum ab axe suspensionis DA, CA, &c. nec tamen ob invariabilem connexionem moveri queunt, quin circuloꝝ arcus his distantiiis proportionales describant, hoc est, quin velocitates, sicuti DS, CR, &c. in ratione earundem distantiarum concipiant: Necesse videtur, ut si omnium impressiõnum a gravitate in istas particulas oblique factarum distributionem analogam circularibus spatiis simul conficiendis admittere nolis, contendas ex omnibus illis celeritatibus una tendentibus ad illas particulas transferendas per illa non proportionalia spatia oriri summam virium DV, DA, D; CT, CA, C, &c. quæ dum easdem particulas immutabili vinculo copulatas impellit; nequaquam eas conjunctim movere potest, nisi ipso instanti convertatur in æqualem summam totidem aliarum virium D, AD, DS; C, AC, CR, &c. resultantem ex iisdem particulis simul movendis, ex iisdem radiis arcuum una describendorum, & ex aliis velocitatibus sed in ratione radiorum proportionalibus adeoque solis ad realem motum requisitis. Facies ergo

Tom. IV.
Supplem.
Sect. III.
TAB. II.
Fig. 3.

$$\text{in hoc systemate } \left\{ \begin{array}{l} \text{CT, CA, C} \\ + \\ \text{DV, DA, D} \\ + \\ \text{\&c.} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{C, AC, CR} \\ + \\ \text{D, AD, DS} \\ + \\ \text{\&c.} \end{array} \right\} : \text{Suppo-}$$

fitisque in Fig. 3. $MN = CO = DP = m$; $MK = n$; AC aut AD $= \delta$; AL $= \gamma$; 3. 1 $= 1.2 = \lambda$; AM $= \tau$; C aut D $= dp$; habebis primo (ex triangulis rectangulis similibus NKM & LIA)

$$\frac{MN}{m} \parallel \frac{MK}{n} \parallel \frac{AL}{\gamma} \mid A_1 = n\gamma : m; \text{ unde colliges } A_3 = A_1 +$$

1. 3. $= (n\gamma : m) + \lambda$ & $A_2 = A_1 - 1.2. = (n\gamma : m) - \lambda$; secundo (ex triangulis rectangulis etiam similibus A_3 C & CTO, aut A_2 D & DVP) AC aut AD ad A_3 aut A_2 ita CO aut DP

$$\delta \quad (n\gamma \pm m\lambda) : m \quad m$$

ad CT aut DV $= (n\gamma \pm m\lambda) : \delta$; tertio (ob isochronismum) AM :

$$\frac{MK}{n} = \frac{AC}{\delta} \text{ aut } \frac{AD}{\delta} : \frac{CR}{\tau} \text{ aut } \frac{DS}{\tau} = n\delta : \tau. \text{ Ergo CT, CA,}$$

C; aut DV, DA, D fit $= ((n\gamma \pm m\lambda) : \delta) \delta, dp = n\gamma dp \pm m\lambda dp$; & C, AC, CR; aut D, AD, DS est $= dp, \delta, n\delta : \tau = \delta dp, n : \tau$. In respectivis autem binis $+ m\lambda, - m\lambda$, quantitas m eadem constar, & ambæ variables λ coæquantur; quare sum-

Tomi IV.
Supplem.
Sect. III.

$$\text{ma } \left\{ \begin{array}{l} \text{CT, CA, C} \\ + \\ \text{DV, DA, D} \\ + \\ \text{\&c.} \end{array} \right\} \text{ valet } \int n \gamma dp + \int m \lambda dp - \int m \lambda dp = \int \gamma dp, n.$$

Insuper quum quantitas n sit constans, & z incognita invaria-

bilis in Figura oscillante proposita; summa $\left\{ \begin{array}{l} \text{C, AC, CR} \\ + \\ \text{D, AD, DS} \\ + \\ \text{\&c.} \end{array} \right\}$

æquivalet ipsi $\int \delta \delta dp, n:z$. Per consequens (exposito principio) $\int \gamma dp, n = \int \delta \delta dp, n:z$, tandemque $z = \int \delta \delta dp : \int \gamma dp = \text{AM}$ pro hac secunda hyporhesi.

Ponatur nunc idem pendulum compositum ex ponderibus quotlibet, dp ab axe per punctum A ducto ad intervalla δ suspensis, in sublimè attrahi usque dum linea centri gravitatis AL ad lineam verticalem certo angulo inclinetur, atque hinc dimitti; ita ut statim atque centrum L ex altitudine æquali ipsi rectæ AL (præcipuè omnium similium γ) delapsus erit, singula pondera dp communi vinculo dirupto (in aliqua videlicet obstacula impingendo) acquisitas celeritates $\delta v : \delta$ singulis axis distantis (δ) proportionales sursum convertant; & quo usque possunt ascendant, nempe ad altitudines quadratis $\delta \delta v^2 : \int \delta \delta$ harum celeritatum exprimendas. Summa omnium productorum ducendo ejusmodi altitudinem singulam in singulum pondus ascendens factorum, erit $= \int \delta \delta dp, v^2 : \int \delta \delta$ aliter $= \int \delta \delta dp, : z$, ubi $\delta \delta dp$ variabilis est, non vero $\int \delta \delta, : v^2$, qua quantitate significari longitudinem z penduli simplicis isochroni, dependenter a totali velocitate v penduli compositi, supra demonstravimus. Illa autem productorum summa (tertia Propos. Part. 3. Tract. de Horol. oscill.) æquivalet summæ ponderum dp multiplicatæ per altitudinem ascensus centri gravitatis ipsis communis. Unde consequens est eam altitudinem exprimi per $\int \delta \delta dp : z \int dp$. Qua secundum Hugenium (Prop. 4. Part. 3. Tract. ejusdem) adæquata altitudini γ descensus centri gravitatis L, invenitur $\int \delta \delta dp : \int \gamma dp = z$; haud secus ac posito præcedenti principio, quod sane non minus eget evidenti demonstratione quam Hugenianum. Etenim quænam inter generales motuum leges hætenus observata est, qua constet omnia pendulorum oscillantium elementa sic a gravitate circulariter impelli ac moveri, ut summa virium ad movendum tendentium cum velocitatibus non convenientibus necessarie commutetur in æqua-

æqualem summam aliarum virium movendo impressarum cum velocitatibus requisitis? Fateamur ingenue, quod de hac re sentiendum nobis videtur: Hypothesis apparet ista Hugonii theoria, quacunque ex parte spectetur.

Tom. IV.
Suppl.
Sect. III.

In illa porro longitudinem pendulis simplicis isochroni majorem quam in altera theoria ante explicata reperiri, per exemplum rectanguli circa basin suam oscillantis modo allatum facile innotescit. Singula segmenta (Al , AL , &c. *Tab. I. Fig. 5*) rectæ hoc rectangulum suspensum bifariam secantis appellemus γ , quæ nominabamur x . Iis ordinatim sumptis æquales hic fiunt distantie δ . Summa quadratorum ex omnibus γ , sive integrale cunctorum γ^2 est $= \frac{1}{3} \gamma^3$; quod in unaquaque portione crescente Hd hujusce rectanguli latitudinem $HH = b$ habentis, evadit $\frac{1}{3} \gamma^3 b$; & in ipso rectangulo toto $HHGG$ habente longitudinem HG seu maximam $\gamma = a$, migrat in $\frac{1}{3} a^3 b$ ($\int \delta \delta dp$, elemento zld seu singulo dp existente $= HH = b$). Præterea omnium productorum γ, b (γdp) summa indeterminata seu integrale crescens $\frac{1}{2} \gamma^2 b$ compleretur in $\frac{1}{2} a^2 b$ ($\int \gamma dp$). Ibi ergo $\int \delta \delta dp : \int \gamma dp$ fit $= 2a^3 b : 3a^2 b = \frac{2}{3} a = \frac{12}{10} a = AM$, longior videlicet quam $\frac{12}{10} a = \frac{32}{45} a$ alterius theoriæ: quod erat ostendendum.

Pag. 138

Ceterum non inficias imus ipso hypotesis nomine theoriæ Hugonianæ præstare alteri, quam possibilem quoque diximus. Nam primo, si objectus aeris motum oscillatorium retardans attendatur; centrum oscillationis prima istarum theoriarum nimis evehit, quanquam inferiorem centro gravitatis locum ei assignat; secunda vero, etsi usque adhuc incertum est an præcise nec ne idem centrum colloect, attamen quatenus illud magis deprimit, propius accedere ad physicum systema censei potest. Secundo calculus mathematicus usum habet tanto difficiliorem in priorē hypothesi, quanto in posteriore faciliorem. Hæc enim posterior punctum proprietatis notæ in figuris geometricis pro puncto quæsito assumit, centrum nempe percussione pro centro oscillationis; supponitque cognitam esse cum summam quadratorum a distantis inter penduli particulas æquales minimas & suspensionis axem interceptis, tum summam altitudinum, unde istæ particulae minimæ descenderent, si commune centrum earum ex altitudine suæ ab eodem axe distantie æquali delaberetur, id est, summam productorum talis distantie in tales particulas ductæ. In illa autem priorē hypothesi, præterquamquod punctum quæsitum non aliunde notabile est, quantitates, quæ cognitæ supponuntur, sunt dictarum distantiarum ab axe suspensionis & quadratarum radicum ex dictis altitudinibus summæ. At non solum summa infinita radicum quadratarum ex istis altitudinibus minus

Tom. IV. nus simplex in se est, quam summa infinita earundem altitudi-
 Supplem. num; verum etiam hæc distantia; quando inter se inclinantur, sic
 Sect. III. evadunt irrationales, ut summa earum sit algebraice inexplicabilis, non item quadratorum ab ipsis summa.

Sect. IV.
 Pag. 159.

NICOLAI BERNOULLI,

BASILEENSIS,

PHIL. ET JUR. UTR. DOCT.

Specimina Artis conjectandi, ad quaestiones Juris applicata.

Artem conjectandi ipsis Dn. Patruī p. m. verbis in Tractatu de Arte conjectandi (inedito quidem adhuc, sed brevi, ut speramus, in lucem prodituro) Part. 4. c. 2. ita definire lubet, quod sit *Ars metiendi, quam fieri potest exactissima, probabilitates rerum eo fine, ut in judiciis & actionibus nostris semper eligere vel sequi possimus id, quod melius, satius, tutius aut consultius fuerit deprehensum*. Fundamentum totius hujus artis, quo in metiendis probabilitatibus perpetuo niti debemus, in hac universali consistit regula, quam demonstrant *Hugenius* in elegantibus Diatribis de rationcinis in alex. ludo, *Prop. 1. 2. & 3.* & Patruus meus in Annotationibus ad easdem propositiones: *Multiplicetur id quod singulis casibus evenit per numerum casuum, quibus unumquodque evenire deprehenditur, summaque productorum dividatur per summam omnium casuum, quotiens ostendet, quid probabiliter eventurum sit, siue denotabit valorem expectationis, seu gradum probabilitatis quaesita*. Eam ad quaestiones Juris applicaturi primum ostendemus, quomodo per conjecturas determinetur, quot annos adhuc cujuslibet ætatis homo probabiliter sit victurus. Refert Cl. Patruus p. m. in Dissertatione de Conversione & Oppositione Enunciationum annexo 31. ex Ephemeridibus Erud. Gall. A. 1666. Num. 31. observatum fuisse ex collatione plurium Catalogorum demortuorum, quales Parisiis & Londini mensuatim vel hebdomatim distribui solent, quod ex centum infantibus, eodem tempore natis, elapso sexennio superstitēs remaneant 64. elapsis annis XVI. 40. annis XXVI. 25. annis XXXVI. 16. annis XLVI. 10. annis LVI. 6. annis LXVI. 3. annis LXXVI. 1. annis LXXXVI. 0. Quo posito, si agatur de æstimanda vita alicujus infantis recens nati, ita ratiocinandum erit: infans hic recens natus comprehenditur vel inter illos

illos 36. qui intra primum sexennium moriuntur, vel inter illos 24. qui moriuntur inter annum sextum & decimum sextum &c. Ergo 36. sunt casus, ut moriatur intra primum sexennium, h. e. ut probabiliter adhuc vivat tres annos; 24. alii casus, ut moriatur intra annum sextum & decimum sextum, h. e. ut probabiliter adhuc vivat 11. annos &c. Unde per regulam generalem traditam

Tomi IV.
Supplem.
Sect. IV.

Page 160.

infantis nostri expectatio valet $(36, 3+24, 11+15, 21+9, 31+6, 41+4, 51+3, 61+2, 71+1, 81):100=1822:100=18\frac{11}{10}$ ann. Pariter ejus, qui est annorum sexaginta sex, ætas probabiliter futura $(2, 5+1, 15):3=25:3=8\frac{1}{3}$ ann. Aliter & quidem brevius easdem ætates ordine retrogrado sic invenimus: ille qui 66. est annorum, duos habet casus, ut moriatur intra 10. annos; & unum, ut perveniat ad annum 76. Ergo ejus expectatio valet $(2, 5+1, 15):3=25:3=8\frac{1}{3}$ ann. Similiter infantis recens nati expectatio est $(36, 3+64, 6+20\frac{31}{12}):100=1822:100=18\frac{11}{10}$ ann. Eodem modo determinabitur vita ejus, qui est ætatis intermedie inter annos 0. 6. 16. 26. &c. ex. gr. Si fuerit 20. annorum, expectatio ejus erit $(9, 3+9, 11+6, 21+4, 31+3, 41+2, 51+1, 61):34=662:34=19\frac{1}{17}$. Non autem unius tantum hominis ætas media hoc modo probabiliter determinari potest, sed & duorum, trium, pluriumve, h. e. ætas media diutissime viventis duorum, trium, quatuor &c. ejusdem aut diversæ ætatis hominum. Sed antequam hanc ætatem supputare possimus, præmittenda est solutio sequentis problematis. Data meta a annorum vitæ longissimæ, intra quam aliquot homines numero b singulis momentis æquali facilitate mori possunt, quaeritur, ad quot annos longissime victurus probabiliter pertingere queat? Resp. ad $ba:(b+1)$ annos, h. e. si sint personæ 1, erit ætas quaesita $\frac{1}{2}a$; si 2, $\frac{2}{3}a$; si 3, $\frac{3}{4}a$; si 4, $\frac{4}{5}a$ &c. Nam si dividatur tempus a in innumeras partes æquales seu momenta m , quorum numerus sit n infinitus, ita ut nm sit $=a$, & moriatur diutissime vivens ultimo momento, morientur ceteri eodem momento vel aliquo præcedentium & quidem tot casibus, quot nulliones, uniones, biniones, terniones &c. continentur in rebus n , prout ceteri illi sunt vel 0, vel 1, vel 2, vel 3 &c. nempe vel 1, vel n , vel $(n, n+1):2$, vel $(n, n+1, n+2):2, 3$ &c. casibus, unde productum ex numero casuum in numerum momentorum, quæ expectat diutissime vivens, si mori supponatur ultimo momen-

to, erit $1.nm, n.nm, \frac{(n, n+1)}{2} nm, \frac{(n, n+1, n+2)}{2, 3} nm$ &c.

& summa omnium productorum divisa per summam omnium casuum, i. e. totalis expectatio diutissime viventis, qui singulis

Page 161.

mo-

Tomi IV. momentis æque morti obnoxius supponitur, $\int nm : n$, $\int n. nm :$

Supplem. Sect. IV. $\frac{(n, n+1)}{2}$, $\int \frac{n, n+1}{2} nm : \frac{(n, n+1, n+2)}{2, 3}$, $\int \frac{n, n+1, n+2}{2, 3} mn :$

$\frac{(n, n+1, n+2, n+3)}{2, 3, 4}$ &c. seu quia $n = \infty$, $\int nm : n$, $\int nnm : \frac{1}{2} nn$

$\int \frac{1}{2} n^3 m : \frac{1}{6} n^3$, $\int \frac{1}{6} n^4 m : \frac{1}{24} n^4$ &c. h. e. $\frac{1}{2} nm$, $\frac{1}{3} nm$, $\frac{1}{4} nm$, $\frac{1}{5} nm$ &c. = (quia $nm = a$) $\frac{1}{2} a$, $\frac{1}{3} a$, $\frac{1}{4} a$, $\frac{1}{5} a$ &c. Idem Geometrice quoque sic inveniri potest, si construatur curva talis naturæ, ut abscissis x exprimentibus tempus, intra quod dati homines moriuntur, applicatæ y repræsentent numeros casuum, quibus dicto tempore mori possunt, denotabit distantia centri gravitatis hujus curvæ a vertice i. e. $\int xy dx : \int y dx$ numerum annorum quæsitum. Est enim mutua convenientia inter valorem expectationis & centrum gravitatis. Hinc in nostro casu, ubi applicatæ semper deprehenduntur esse ut abscissarum potestates, quarum exponens unitate

minor est numero personarum, erit (posito $y = x^{b-1}$) $\int xy dx : \int y dx$

h. e. ætas probabilissima diutissime viventis = $\int x^b dx : \int x^{b-1} dx =$

$(1 : b+1) x^{b+1} : (1 : b) x^b = bx : b+1$ seu (posito $x = a$) $ba : b+1$.

Quod si jam ætatem probabilem duorum ex. gr. recens natorum A & B supputare velimus, patet vel utrumque A & B moriturum esse intra primum sexennium (quo casu ætas media diutissime viventis per modo ostensa erit $\frac{2}{3} 6$ h. e. 4. ann.) vel A moriturum inter annum 6 & 16 & B intra 6 annos, aut vicissim B inter annum 6 & 16 & A intra annos 6 (quibus duobus casibus ætas diutissime viventis est $6 + \frac{1}{2} 10 = 11$ ann.) vel utrumque A & B moriturum intra ann. 6 & 16 (quo casu ætas diutissime viventis est $6 + \frac{2}{3} 10 = 12\frac{2}{3}$ ann.) vel A moriturum inter annum 16 & 26 & B intra annos 16, aut vicissim B inter annos 16 & 26, & A intra annos 16 (quibus casibus ætas diutissime viventis est $16 + \frac{1}{2} 10 = 21$ ann.) vel utrumque moriturum inter annum 16 & 26 (quo casu ætas diutissime viventis est $16 + \frac{2}{3} 10 = 22\frac{2}{3}$ ann.) & ita porro. Sunt autem 36-36 casus, ut uterque moriatur primo sexennio, 36-24 casus ut A moriatur inter ann. 6. & 16 & B intra annos 6, 24-24 casus ut uterque moriatur inter annum 6 & 16, (36+24) 15=60-15 casus, ut A moriatur inter annum 16 & 26 & B intra 16 annos, totidemque ut B moriatur inter annum 16 & 26 & A intra 16 annos, 15-15 casus ut uterque moriatur inter annum 16 & 26 &c. quare expectatio diutissime viventis erit = (36, 36) 4+ (2, 36-24) 11+ (24, 24) 12 $\frac{2}{3}$ + (2, 60, 15) 21+ (15, 15) 22 $\frac{2}{3}$

$22\frac{2}{3} + (2, 75, 9) 31 + (9, 9) 32\frac{2}{3} + (2, 84, 6) 41 + (6, 6) 42\frac{2}{3}$ Tomi IV.
 $+ (2, 90, 4) 51 + (4, 4) 52\frac{2}{3} + (2, 94, 3) 61 + (3, 3) 62\frac{2}{3}$ Supplem.
 $+ (2, 97, 2) 71 + (2, 2) 72\frac{2}{3} + (2, 99, 1) 81 + (1, 1) 82\frac{2}{3}$ Sect. IV.
 divis. per 100. 100 = 278238: 10000 = 27 $\frac{8238}{10000}$.

Si jam ex solo temporis lapsu judici absentem pro mortuo
 declarare liceat, satis probabile esse existimo, ut quis sit mor-
 tuus, si duplo probabilius sit eum esse mortuum quam vivum,
 tunc enim probabilitas semissem certitudinis notabiliter sexta
 scilicet certitudinis parte excedit. Tunc autem illud duplo pro-
 babilius est, quando tot anni elapsi sunt, ut ex pluribus ejus-
 dem ætatis hominibus numerus eorum, qui intra hos annos de-
 cesserunt, duplo major sit quam numerus eorum, qui adhuc su-
 persites sunt. Sic ad inveniendum quo tempore duplo probabi-
 lius sit, ut infans ex. gr. recens natus, sit mortuus quam ut vi-
 vat, quæro, intra quot annos ex centum infantibus decedant 67,
 ita ut supersites remaneant tantum 33. & invenio annos 20 $\frac{2}{3}$.
 Ex centum enim infantibus intra 16 annos moriuntur 60 & se-
 quente decennio 15. Unde ad habendum tempus, intra quod
 moriuntur 16 per regulam trium sic dico: Quindecim moriun-
 tur intra 10 annos, ergo septem moriuntur intra annos 4 $\frac{2}{3}$,
 qui additi ad 16 annos faciunt 20 $\frac{2}{3}$.

In emptione spei aut alæ, spes etsi incerta sit, nihilominus
 certo valore & pretio æstimari potest per regulam superius in-
 dicatam. Ex. gr. Si quis ab aliquo emat jus per annum exer-
 cendi piscationem in flumine, valor spei determinabitur, si nu-
 merus piscium ab aliquo retro annis in illo flumine captorum
 dividatur per numerum annorum, nam quotiens dabit nume-
 rum piscium, qui probabiliter hoc anno capientur, adeoque ju-
 stum pretium in hac emptione erit illud, quod alias pro tot
 piscibus solvendum esset. Emptionis spei præcipua & hodie ma-
 xime usitata species est *emptio annuorum reddituum ad vitam*, qua
 qui certo pretio statim exsoluto emuntur pensiones annuæ præstan-
 dæ ad dies vitæ vel emptoris, vel venditoris, vel alicujus ter-
 tii. Verus atque genuinus redditus vitales æstimandi modus hic
 est. Primo patet, quod, quia fors seu pretium datum repeti
 nequit, pensiones annuæ excedere debeant usuras ordinarias,
 quæ alias pro eadem sorte solverentur, si census esset redimi-
 bilis; secundo æquum est, ut id quod singulis annis ultra usu-
 ram convenientem solvitur, sorti imputetur, quo fit, ut fors sin-
 gulis annis imminuatur & tandem plane exhauriatur; sed hoc,
 ut æqualis inter emptorem & venditorem intercedat conditio,
 necessario contingere debet post tot annos, quot ille, ad cujus vi-
 tam redditus constituitur, victurus præsumitur. Ad inveniendam

pag. 163.

Tomi IV. igitur rationem inter pretium & annuas pensiones ponatur fors
 Supplem. seu pretium $= s$, pensio annua $= p$, numerus annorum, quos qui-
 Sect. IV. libet victurus præsumitur & quos supra invenire docuimus $= n$,

sitque ratio fortis ad sortem auctam usura primi anni ut 1 ad m ,
 ita ut fors cum usura primi anni sit sm . De hac si detrahatur p
 pensio primi anni, relinquitur $sm - p$ pro quantitate sortis post
 primum annum. Hinc ad inveniendum, quænam sit fors post se-
 cundum annum, faciendum est ut 1 ad m ita $sm - p$ ad $smm - pm$
 sortem auctam usura secundi anni: ex qua iterum detrahi debet
 pensio annua, ut habeatur $smm - pm - p$ pro quantitate sortis,
 quæ est post annum secundum. Rursus multiplicando per m & sub-
 trahendo p habetur $sm^3 - pmm - pm - p$ pro sorte post tertium
 annum. Similiter fors post quartum annum erit $sm^4 - pm^3 - pmm$
 $- pm - p$, post quintum $sm^5 - pm^4 - pmm - pm^2 - pm - p$; post
 ultimum seu n annum $sm^n - pm^n - pm^{n-2} - pm^{n-3} - \dots$

$- p$, quæ quia debet esse $= 0$, erit $sm^n = p + pm + pm^2 + pm^3$
 $- \dots + pm^{n-1} =$ (quia hæc series est progressio Geometrica)

$(pm^n - p):, m - 1$. Unde dividendo utrinque per $m^n: (m - 1)$

proveniet $s(m - 1) = p - p: m^n$ & æquatione in analogiam ver-

sa $p: s = m - 1: (1 - 1: m^n) =$ (substituto valore ipsius $m = 105:100$
 & $m - 1 = 5.100 = 1:20$, hodie enim regulariter permittuntur u-

suræ duntaxat quincunces) $\frac{1}{20}: \frac{100}{105} = 1:20 (1 - \frac{100}{105})$:
 quod indicat pensionem annuam ad pretium debere esse in ratione

Pag. 164.

unius ad $20 (1 - \frac{100}{105})$ quæ ratio plane determinabitur, si pro
 n porro substituetur numerus annorum, quos emptor victurus
 intelligitur. Valor autem hujus expressionis invenitur facillime
 ope Logarithmorum: cujuscunque enim numeri ad potestatem,
 cujus index $= n$, elevati Logarithmus habetur multiplicando Lo-
 garithmum ipsius numeri per n . Verum dum hæc scribo, anim-
 adverto valorem horum reddituum non recte æstimari supponen-
 do redditum duraturum esse tot annos, quot quis probabiliter vi-
 cturus præsumitur; quia enim pretia non in eadem proportionem
 crescunt cum annis, ideo pretium justum redditus vitalicii empti
 ad vitam unius, qui intra decennium ex.gr. certo moriturus est,
 at singulis hujus decennii annis æquali facilitate mori potest, non
 idem esse debet cum pretio redditus temporalis ad quinque annos,
 licet vita probabilis hujus hominis sint quinque anni, sed medium

Arith-

Arithmeticum inter singula pretia, quibus emuntur reditus temporales, unius, duorum, trium &c. annorum usque ad decem. Tomi IV. Supplem. Sect. IV.
 Ut igitur verum habeatur redituum vitalium pretium oportet invenire pretia in singulos annos, quosquolibet homo vivere potest, eademque per singulos facilitatis casus multiplicare & summam omnium productorum per numerum omnium casuum dividere: in quem finem sequentem construxi Tabellam, quæ continet pretia redituum temporalium in singulos annos ab uno usque ad centum, ubi facilioris calculi gratia fractiones reduxi ad decimales, ita ut posita pensione annua = 1.000 pretium reditus per decem ex.gr. annos solvendi sint 7.723 h.e. in ratione unius ad $7\frac{723}{1000}$ si-
 ve 1000 ad 7723.

An.	Pret.	An.	Pret.	An.	Pret.	An.	Pret.	An.	Pret.
1	0.952	21	12.821	41	17.294	61	18.980	81	19.616
2	1.868	22	13.162	42	17.423	62	19.029	82	19.634
3	2.729	23	13.490	43	17.546	63	19.075	83	19.651
4	3.553	24	14.798	44	17.663	64	19.119	84	19.668
5	4.326	25	14.093	45	17.774	65	19.161	85	19.684
6	5.075	26	14.376	46	17.880	66	19.201	86	19.699
7	5.787	27	14.642	47	17.981	67	19.239	87	19.713
8	6.459	28	14.898	48	18.077	68	19.275	88	19.727
9	7.105	29	15.141	49	18.169	69	19.310	89	19.740
10	7.723	30	15.373	50	18.256	70	19.343	90	19.752
11	8.304	31	15.593	51	18.339	71	19.374	91	19.764
12	8.864	32	16.803	52	18.418	72	19.404	92	19.775
13	9.396	33	16.082	53	18.493	73	19.432	93	19.786
14	9.899	34	16.193	54	18.565	74	19.459	94	19.796
15	10.380	35	16.374	55	18.634	75	19.485	95	19.806
16	10.838	36	16.547	56	18.699	76	19.509	96	19.815
17	11.274	37	16.712	57	18.761	77	19.533	97	19.824
18	11.691	38	16.868	58	18.819	78	19.555	98	19.832
19	12.085	39	17.017	59	18.876	79	19.576	99	19.840
20	12.461	40	17.159	60	18.929	80	19.596	100	19.848

Pag. 195.

Hujus Tabellæ beneficio inveni, pensione annua existente 1.000.
 reditus ad vitam ejus, qui est
 annorum 0 6 16 26 36 46 56
 reditus vitales 9.420. 10.600. 10.593. 10.576. 10.164. 9.457. 8.148.
 valere.

Etenim ex superioribus liquet 15. esse ex.gr. casus, ut juvenis
 16 annorum moriatur primo decennio, 9 ut secundo, 6 ut tertio,
 1 2 4 ut

Tom. IV. 4 ut quarto, 3 ut quinto, 2 ut sexto, & 1 ut septimo. Si mori-
 Supplem. turus esset primo decennio, pretium justum esset 4. 558 (Sumitur
 Sect. IV. enim medium Arithmeticum inter decem primos hujus Tabulæ
 numeros, h. e. inter singula pretia pro reditu unius, duorum,
 trium &c. 10 annorum, quia *per hypothesin* juvenis noster singu-
 lis decenniis annis æque facile morti obnoxius est.) Si moriturus
 esset secundo decennio, pretium esset 10. 519 quod idem est medium
 Arithmeticum inter Pretia pro reditu ad 11. 12. 13. --- 20. annos.
 Similiter si moriturus esset tertio decennio, pretium esset 14. 179.
 si quarto, 16. 427. si quinto, 17. 806. si sexto 18. 653. & denique si
 septimo, 19. 173. Ergo per generalem nostram regulam valor hu-
 jus reditus est $= (15, 4. 558 + 9, 10. 519 + 6, 14. 179 + 4, 16. 427$
 $+ 3, 17. 806 + 2, 18. 653 + 1, 19. 173) : 40 = (423. 720) : 40 = 10. 593.$

Est & alia species contractus vitalitii, quæ cum creditibus vi-
 talibus magnam habet affinitatem, illa scilicet conventio, Italis
 Pag. 166. hodiernum usitata, qua Pater cui recens nata est filia cum alio
 ita contrahit, ut ille pretio statim accepto ejus quadruplum vel
 quintuplum (quod deinde filia in dotem cedit) restituat; si
 contigerit, filiam pervenire ad ætatem nubilem puta 16 anno-
 rum, totum autem retineat, si infra hanc ætatem moriatur. In
 hac igitur conventionem quæritur, quantum debeat esse illud, quod
 dicto tempore restitui oportet. Nos illud ita determinamus. Po-
 namus pecuniam erogatam esse $= 1$, illamque post annum va-
 lere m , hinc illa post duos annos valebit m^2 , post tres m^3 , post
 sexdecim m^{16} . Itaque si filia certo ad 16 annos perventura es-
 set, ipsi solvi deberet m^{16} . Sed quia contingere potest illam infra
 hanc ætatem mori, ideo æquum est plus restitui quam m^{16} , ut
 hæc incertitudo iterum cum alio lucro compensetur. Vocemus
 igitur, quod restitui debet x , eruntque 40 casus ad obtinendum
 x & 60 ad 0. Sunt enim (ut apparet ex superioribus) 40 casus,
 ut quis perveniat ad annum decimum sextum, & 60, ut moria-
 tur intra 16 annos, proinde expectatio ejus, qui hoc modo con-
 trahit, est $(40x + 60, 0) : 100 = \frac{2}{5}x$, & quia hæc expectatio tan-
 tundem valere debet ac illud quod valet pretium erogatum post
 16 annos h. e. m^{16} , idcirco habebitur $\frac{2}{5}x = m^{16}$ & $x = \frac{5}{2}m^{16} =$ (posi-
 to $m = 105 : 100$, quia usuræ legitimæ sunt quincunces) $\frac{5}{2}, 105^{16} : 100$
 quæ quantitas, per Logarithmos facile habetur, nam Logarith-
 mus ipsius $105^{16} : 100$ est sexdecuplus Logarithmi ipsius $105 : 100$.
 Multiplicato igitur Logarithmo hujus numeri, i. e. 0. 0211893
 per 16, proveniet Logarithmus 0. 3390288, cujus numerus quam
 proxime est 2. 183, qui porro multiplicatus per $\frac{5}{2}$ dat 5. 457 pro
 eo, quod filia post 16 annos restitui debet & quod, ut apparet plus
 est quam quintuplum pecuniæ ab initio erogatæ.

In

In contractu affecurationis quomodo periculum æstimari possit, ex sequentis casus resolutione patebit. Institutor nunciat mercatori tres naves A, B, C solvisse e portu mercibus onustas & tertiam quidem C 100 sarcinis, ex quibus tres signatæ N°.1. N°.2. N°.3. pertineant ad mercatorem capiatque sarcina N°.1 pro 1000, N°.2. pro 2000, N°.3. pro 2400 florenis merces. Aliquamdiu post nunciatur illi, unam illarum 3 navium naufragio periisse, nec nisi 20 sarcinas fluctibus ereptas fuisse. Mercator timidus incertitudinis impatiens, utrum jactura se quoque tetigerit, mavult quod sibi superest spei alteri vendere, quam inter spem & metum diutius versari. Quæritur, quanti sit æstimandum illud, quod jure & rationabiliter sperare possit. Resp. 3960 florenis. Nam si navis illa, quæ naufragium passa esset, fuisset tertia C, quæ merces nostri mercatoris vexit, exspectare posset mercator, quia ex 100 Sarcinis duntaxat 20, i.e. quinta pars salvatæ sunt, nonnisi quintam partem suarum mercium, id est 1080. Quia autem infortunium, si solus navium numerus spectetur, singulis tribus A, B & C æque facile accidere poterit, ideo duo sunt casus, ut omnes merces salvatæ sint, unus ut quinta tantum pars, adeoque exspectatio mercatoris valet $(2, 5400 + 1, 1080) : 3 = 11880 : 3 = 3960$.

Tom.IV.
Supplem.
Sect. IV.

Pag. 167.

Hinc etiam patet, quomodo determinari debeat quantitas usurarum in sænore nautico. Quanti enim æstimari debet periculum, quod sustinet creditor pecuniæ trajectitiæ, tanto usuras ordinarias superare debent usuræ nauticæ. Sit fors seu quantitas pecuniæ trajectitiæ = a , usura menstrua ordinaria = b , nautica = x , numerus mensium, quibus navis navigat = n , numerus casuum, quibus navis salva in portum venit = p & numerus casuum quibus contrarium accedit = q , sive quod ex $p + q$ navibus numerus earum, quæ salvantur, sit = p & numerus earum, quæ pereunt, = q . Quia igitur p casus sunt, ut creditor accipiat totam sortem a una cum usuris nauticis, quæ singulis mensibus sunt x adeoque n mensibus conficiunt nx , & q casus ut nihil accipiat, ideo erit ejus exspectatio = $(p(a + nx) + q, 0) : p + q = (pa + pnx) : p + q$. Hæc autem exspectatio tantundem valere debet ac illud, quod accepturus fuisset creditor, si pecuniam suam sub usuris ordinariis credidisset, proinde habetur $(pa + pnx) : p + q = a + nb$, consequenter $x = (qa + pnb + qnb) : pn$. Ex. gr. sit $p : q = 9 : 1$, $a = 1200$, $b = 5$, erit $x = 1350 : 27 = 50$.

Celebres admodum sunt hodie sponstiones *Genuenses*, quæ publice instituuntur occasione electionum singulis annis *Genuæ* factarum, ubi ex 100 Senatoribus sorte eliguntur quinque, quicquid anno principalioribus funguntur muneribus. Solent igitur mercatores opulenti cum aliis concertationem inire hac lege, ut,

qui-

Tom. IV.
Supplem.
Sect. IV.
Pag. 168.

quicumque certare voluerit, symbolum quantum velit exponat & quinque ex illis 100 nominet, & si postmodum fors tulerit, ut unus ex nominatis electus fuerit, recepturus sit certam pecuniæ summam, de quo conventum fuit; si duo, majorem &c. si nullus, soluti symboli jacturam faciat. Quæritur, quantum præmium cuique casui debeat statui, ut æqua sorte contendatur? Sit symbolum $= a$, præmium statuendum, si unus eligatur, $= t$, si duo $= u$, si tres $= x$, si quatuor $= y$, si quinque $= z$. Ponatur numerus casuum, quibus quinque eliguntur, $= b$, quibus quatuor $= c$, quibus tres $= d$, quibus duo $= e$, quibus unus $= f$, quibus nullus $= g$. Ergo b casus sunt, ut quis acquirat z , c casus ut y , d casus ut x , e casus ut u , f casus ut t , & g casus ut nihil: quare expectatio valebit $(bz + cy + dx + eu + ft + go) : b + c + d + e + f + g$, quæ æqualis esse debet symbolo a . Unde habetur æquatio $bz + cy + dx + eu + ft = ba + ca + da + ea + fa + ga$. Ergo cum problema sit indeterminatum, possunt quidem sumi ad libitum, verum quia naturæ rei conveniens est, ut præmia numeris casuum reciproce proportionentur, h. e. qua ratione casus sunt pauciores, eo præmia exhibeantur lautiora, hinc loco z, y &c. ponamus unam tantum incognitam z , reliquis illi proportionatis existentibus $bz : c, bz : d, bz : e, bz : f$. Unde æquatio foret talis $sbz = ba + ca + da + ea + fa + ga$, seu $z = (b + c + d + e + f + g) a : sb = (si ponatur $b + c + d + e + f + g = b$) $ab : sb$. Unde $y = ba : sc$, $x = ba : sd$, $u = ba : se$ & $t = ba : sf$. Si jam symbolum sit unus aureus & pro litteris b, c, d &c. substituatur ipsarum valores, qui per notas combinationum regulas hi reperiuntur; nempe $b = 1, c = 475, d = 14650, e = 1384150, f = 15917725, g = 57940519, b = 75287520$, invenientur præmia $z = 15057504$ aur. $y = 31700 \frac{4}{475}$, $x = 337 \frac{6227}{22135}$, $u = 10 \frac{608008}{692075}$ & $t = \frac{15017504}{15917725}$ unius aurei. Liquet hinc, quantam fraudem committant mercatores Genuenses, dum regulariter pro uno aureo nonnisi 10000 aureos promittunt, si quinque; 1500, si quatuor; 300, si tres; 10, si duo, & unum, si unus ex nominatis electus fuerit. Licet enim hoc postremo casu ii, qui cum mercatoribus dicto modo concertant, aliquid lucri habeant, multum tamen majus est damnum, quod reliquis quatuor casibus patiuntur: quod clarius patebit, si queramus ipsorum expectationem. Est autem illa $= (1, 10000 + 475, 1500 + 44650, 300 + 1384150, 10 + 15917725, 1 + 57940519, 0) : 75287520 = 43876725 : 75287520 = 2925115 : 5019168$ unius aurei. Sed expectare deberent tantum, quantum deposuerunt, h. e. unum aureum. Ergo mercatores Genuenses singulos concertatores defraudant 2094053 : 5019168 partibus unius aurei.$

Pag. 169.

Quod si ad l. 3. ff. si pars hered. petat. queratur, de grvida, quot pro-

probabiliter infantes sit enixura, tenendum est, ubi inter 1000, ex.gr. gravidas una sorte fuerit, quæ duos pariat, unam etiam ad minimum fututam, quæ abortum vel mortuum partum edit, ideoque si de gravida conjiciendum sit, quot infantes illa sit editura, habebimus unum casum ut duo, 998 ut unus; & unum ut nullus nascatur. Proinde expectatio erit $(1, 2 + 998, 1 + 1, 0) : 1000 = 1000 : 1000 = 1$.

Tom. IV.
Supplem.
Sect. IV.

Regulam denique tradimus supputandi, quanta sit probabilitas, ut quis veritatem dicat, vel non dicat, sequentem: Divide numerum vicium, quibus vere loqui deprehensus fuerit, per summam illarum vicium, quibus mentiri fuit observatus, & habebis gradum fidei: aut si nonnulli probatæ fidei homines ipsi testimonium præbeant veritatis, alii non minus probatæ fidei ipsum perfidiæ insimulent, divide numerum illorum per summam amborum. Simili modo si quis sit in suspitione alicujus criminis & contra eum militent aliquot circumstantiæ aut indicia, ex quibus tamen singulis probari nequit, crimen esse commissum, poterimus invenire, quanta sit probabilitas, ut quis sit nocens vel innocens. Nam si ex.gr. in singulis circumstantiis duplo probabilius sit, ut quis sit innocens, quam nocens, & primo nullum contra eum adesset indicium, innocentia ejus poneretur extra dubium, h.e. valeret 1. Si vero unum adsit indicium, innocentia minus valebit quam 1 & quidem (quia duo sunt casus ut crimen commissum non sit, & unus ut sit) $(2, 1 + 1, 0) : 3 = \frac{2}{3}$. Si jam accedat secundum indicium, erunt duo casus ut hoc indicium sit falsum, h.e. ut remaneat tantum unum indicium, quo casu innocentia, ut modo invenimus, valet $\frac{2}{3}$, & unus casus ut sit verum, h.e. ut crimen sit commissum, adeoque innocentia valebit $(2, \frac{2}{3} + 1, 0) : 3 = \frac{2}{3}$. Sic si tria adessent indicia, innocentia valeret $(2, \frac{2}{3} + 1, 0) : 3 = 8 : 27$; si quatuor $(2, \frac{2}{27} + 1, 0) : 3 = 16 : 81$ & ita porro. Unde perspicuum est, innocentiam continuo decrescere in proportionem Geometrica & semper æquari fractioni $\frac{2}{3}$ elevatæ ad eam potestatem, cujus index est æqualis numero indicatorum, adeout si 10 ex.gr. contra aliquem essent indicia, ejus innocentia valeret $\frac{2}{3}, 10 = 1024 : 59049$, quæ tam exigua est, ut moraliter fere certum sit, crimen esse commissum.

Pag. 170.

Tomi IV.
Supplem.
Sect. V.
Pag. 236.

E X C E R P T A

EX LITTERIS VIRI ILLUSTRIS G.G.L.

A. 1706 ad O. M. datis.

EXcerptis bis, hactenus, nescimus quo fato, a Nobis prætermis-
locum hic concedi, Antiquitatum harum amantibus baud ingratum
futurum existimamus.

Pag. 237. Insigne Cl. Hickeſii opus de Linguis Veteribus Septentrionalibus
à vide expecto. Interim hujus studii mihi æſtimati voluptate ca-
ptus, paucula annoto ad operis recensionem in his Actis nupero
Martio (A. 1706) datam.

Hanſeaticos non a mari, aut flumine, sed ab Hanſa, id est, fœ-
dere nomen habere, hujus nostræ Germaniæ antiquitatum periti
dubitare vix possunt: antiqua enim monimenta nil aliud quam
Hanſam Teutonicam loquuntur; inde posteriores quidam Hanſea-
ticos fecere, tanquam an-ſee, ad mare, quod maritimis maxime
commerciis valerent. Vocabulum corruptum, ignorantiaque ve-
tuſtatis admiſſum, usu convaluit, ut alia multa inepta; eo fere mo-
do, quo & Galli ex *Hariban* (vocatione ad exercitum, *clameur de*
Haro) arriereban fecere, vocem ipsis non amplius intellectam,
Har, Here in aliam hodie notam transformantes.

Evangelia Gothica a Francisco Junio edita sunt ex Codice, qui
fuit Monasterii Werdinensis in Westphalia, fundati a Ludgero,
etiam Helmſtadiensis nostri Autore. Is codex nunc in Suecia non
minus sancte custoditur, quam Florentiæ Pandectarum volumen.
Autorem esse Ulfilam, quem veteres memorant, etſi pro certo
dici non possit, non ex eo tamen refellitur, quod Autor Tiento-
nicus homo esse videatur; quid aliud enim Gothi quam pars
Theotiſcorum seu Germanorum? cum a Tacito Suevi in ultimum
Septentrionem, & Germani veteres Paulo Diacono Longobardo
uſque ad Tanaim porrigantur. Certe Saxones, Franci, Aleman-
ni, Gothi, alique veteribus memorati hujus generis populi, eun-
dem linguæ Teutoniæ fundum coluere; ut hodie Ruſſi, Poloni,
Bohemi, Winidi, Slavicæ linguæ eſſe dicuntur. Et licet adeo sæ-
pe populi differant dialecto, ut alter alterum loquentem non in-
telligat, ſcriptis tamen conſignata meditati conſenſus apparet;
quem ſi non admitteremus inter eos, qui colloqui nequeant, nec
Friſii & Tirolenſes ſimul Germani eſſe poſſent, nec Germanus fo-
ret

ret

ret Ostridus, quem nemo hodie intelligeret loquentem. Versio Tomi IV.
autem Gothica Græcis fontibus non Latinæ vulgaræ responderet, Supplem.
multaque in ea sapiunt Germanos Græcis vicinos, quales erant Sect. V.
Bastarnæ & Gothi.

Ut Gothicorum Evangeliorum literæ ex Græcis, ita Saxonum Pag. 238.
& Francorum ex Latinis sunt magis efformatæ; idemque de Septentrionalium Runis dicendum est, a quo Cl. Autor non videtur abhorrere.

Cum litterarum secreta apud Germanos Tacitus viris pariter ac
fœminis ignorata dixit, omnino eum de usu scribendi, non de li-
teris amatoriiis secretis acceperim: nam & traditione carminum,
non scriptura, antiquitatis memoriam conservatam notat. Cete-
rum hæc de usu communi accipio: nam fuisse aliquos inter Prin-
cipes & Bardos, qui rudimenta aliqua scribendi haberent, faci-
le concesserim, quæ se paulatim dilatarunt. Sic Wodanum vel
Odinum (septentrionalium Mercurium) Runas vel attulisse vel
in formam certam redegisse credibile est, cujus ætatem non me-
lius colligas, quam ex Genealogia vetusta Hengisti & Horsæ Saxo-
num Principum ab eo descendentium. Paulatim ergo Latinas li-
terarum notas Germanos didicisse, & suæ tandem linguæ applicu-
isse, cum Autore fatendum est. Certe Lex Salica (non ut a Lin-
debrogio, sed ut prius ab Heroldo edita est) multa continet ser-
monis Francorum antiqui, sub Merovingiis Regibus scripto con-
signata. Imo ipsa Lex Salica a primis Autoribus patrio sermone
in literas redacta est, idque antequam Franci trans Rhenum sedes
figerent, quod mihi contra mirabiles boni Godefridi Wendelini
imaginationes multis argumentis compertum. Literas autem La-
tinas, aut ex Latinis corruptas adhibuisse, perinde ac Saxones
in Anglia, dubitandum non puto. Trithemius non pauca ex in-
genio finxit: itaque ejus Alphabetis fidi non potest, non magis
quam Hunibaldo, aliis ignoto, ante ipsum.

Alodium maluerim quasi ahn-leod, quod non est leodium sive
obnoxium: *leodes* enim sunt obnoxii, & passim *a* (id est, ahn
seu ohn) veteribus Germanis privativum est ut Græcis. Hoc ma-
lim quam esse all-lood, a *lood* proventu annuo apud Scandianos,
quasi totum possessori proventum ferens. Cum potius leodes a
lood, censu, proventu dici potuerint, quem dominis debebant:
quod postremum tamen non definio. *Vassi* Guassi, Guesin, Ge-
sata, Vassalli, Gesellen, sunt comites, famuli, addicti: hoc etiam
malim, quam Vassum esse a nescio quo Gothico *Fads*, procura-
tor, cui respondeat Orcadum Præfectus *Faut* vel *Faad*. Si Cl. Au- Pag. 239.
tori succurrisset Teutonicum Vogt, Voit, Faut (jam olim ex Advo-
cato Latinorum corruptum) facile agnovisset, etiam hinc *Fad* &

Tomi IV. *Faut* ad Septentrionales, ut multa alia, venisse. Qui vero Germanum *Gesell*, cum *Guesin*, (unde hodieque *Gesind*) ut Vasallum cum Vasso comparabit, is pro Vasalo explicando *Fadscalcum* non advocabit.

Hæc in argumentis non nullius momenti, sed ubi tanquam in re conjecturali libera sunt judicia, annotare volui, non reprehendendi eximii Autoris causa, quem colo, sed potius excitandi, ut hæc magis magisque illustrare velit. Perspecta enim mihi est ex priori opere insignis ejus doctrina & diligentia: latentque in his disquisitionibus, quæ gentium, rerum, rituum, jurium origines valde illustrent. Itaque optandum est, Thesaurum ex Thesaurο, Junianum ex Oxoniensi, aliquando in lucem proferri, omnemque Europam (ne de sola Septentrionali dicam) Angliæ hoc quoque beneficium debere.

Secl. VI.
Pag. 271.

JOHANNIS KEILL, EX ÆDE CHRISTI OXON. A. M.

Leges Attractionis, aliaque Physices principia.

Excerpta ex Trans. Anglic. A. 1708 M. Maj. & Jun. N. 15. p. 97 & seq.

Pag. 272. **P**ONenda sunt fundamenti loco hæc tria, quibus omnia Physica innititur, principia; 1 spatium inane, 2 quantitatis in infinitum divisibilitas, 3 materiæ vis attractrix. Dari spatium inane constat ex motu corporeo. Quantitatis in infinitum divisibilitatem ex continuæ quantitatis natura demonstrant Geometræ. Materiæ inesse vim attractricem, confirmat experientia. Ex duobus primis principiis sequitur.

THEOREMA 1. *Materia exigua qualibet particula potest ita spatium quantumvis largum occupare, ut pororum seu omnium meatuum diametri sint data recta minores, vel ut particule omnes sint a se invicem remota intervallo data recta minore.*

THEOREMA 2. *Dari possunt duo corpora mole equalia, at pondera seu densitate (id est, quantitate materia) utcumque inaequalia, in quibus erunt meatuum seu pororum summae fere æquales. Sit v. g. digitus cubicus alter auri, alter aeris: quamvis materia in cubo aureo vicesies millies superet materiam in cubo aereo, fieri tamen potest, ut spatia vacua in digito cubico auri sint fere equalia spatiis vacuis in digito cubico aeris, scil. ut auri vacuitates sint ad vacuitates aeris ut 999999 ad 1000000.*

THEO-

THEOREMA 3. *Particulæ, quæ aquam vel ærem vel alia ejusmodi fluida constituunt (si se mutuo tangant) non sunt absolute solidæ, sed ex aliis compositæ particulis multis meatibus & poris intra se continentibus.* Particulæ corporum minimæ & absolute solidæ, hoc est vacui omnino exporæ; vocentur *primæ compositionis*; moleculæ ex pluribus hisce particulis coalescentibus ortæ vocentur *particulæ secundæ compositionis*; moles ex pluribus moleculis coeuntibus conflata vocentur *particulæ tertiæ compositionis*, & si deinceps, donec tandem perventum fuerit ad particulas, e quibus corporum fit ultima compositio, & in quas eorumdem fit prima resolutio. Materie inesse vim attracticem, qua omnis materie particula trahit ad se omnem aliam materie particulam & vicissim trahitur, primus ex phænomenis collegit Dn. *Isaacus Newtonus*. Vis hæc data materia in diversis distantis reciproce proportionalis est quadratis distantiarum, ex qua oritur vis illa quam *gravitatem* dicimus, qua corpora omnia terrestria ad terram recta feruntur, estque pondus corporum quantitati materie semper proportionale. Prolata hac, quam ipse primus detexit, materie vi attractrice, omnes Planetarum motus cometarumque apparitiones pulcherrime explicavit, Physicamque celestem felicissime consummavit. Divina sagacissimi Viri inventa sæpenumero mecum recolens, in eam tandem cogitationem incidi, principium quoddam *Newtoniano* non ablimile ad phænomena terrestria explicanda adhiberi posse. Post iterata sæpius experimenta, materie terrestri inesse deprehendi vim quandam attracticem, ex qua plurimorum phænomenorum ratio petenda est, meaque hæc de re cogitata abhinc quinquennio Dn. *Newtono* indicavi; ex eo autem intellexi, eadem fere, quæ ipse investigaveram, sibi diu ante animadversa fuisse. Quæstiones aliquot ad hanc vim attracticem spectantes sub finem Optices, abhinc biennio Latine editæ, proposuit Dn. *Newtonus*. In præsentiarum nuda quædam theoremata proponam, quæ fortasse aliquando fufius enuntiata & demonstrata iusto volumine sum traditurus.

THEOREMA 4. *Præter vim illam attracticem, qua Planetarum Cometarumque corpora in propriis orbis retinentur, alia inest materie potentia, qua singula, ex quibus illa constat, particulæ se invicem attrahunt, & reciproce a se invicem attrahuntur: quæ vis decrescit in maiore quam duplicata ratione distantie augescens.* Theorema hoc multis probari potest experimentis; at ratio, qua minuitur vis illa, dum a se invicem recedunt particulæ, num scilicet sit triplicata, quadruplicata, vel alia quævis distantiarum augescens ratio, quæ major sit duplicata, nondum æque per experimenta patet; erit fortasse aliquando tempus, cum accuratiore adhibita diligentia innotescet.

Tomi IV.
Supplem.
Scæ. VI.

Pag. 273.

Tomi IV.
Supplem.
Sect. VI.

Pag. 274.

THEOREMA 5. *Si corpus constet ex particulis, quorum singula vi pollent attractrice, in triplicata vel plusquam triplicata ratione distantiarum decrescente; erit vis, qua ab eo corpore urgetur corpusculum, in ipso contactu vel intervallo a contactu infinite exiguo infinite major, quam si corpusculum illud ad datam a dicto corpore distantiam locaretur. Vide Prop. 80. & 91. Princip. Newtoni.*

THEOREMA 6. *Iisdem positis, si vis illa attractiva in assignabili distantia ad gravitatem obtineat rationem finitam; eadem in ipso contactu vel in distantia infinite parva vi gravitatis erit infinite major.*

THEOREMA 7. *Si vero in ipso contactu vis corporum attractiva ad gravitatem obtineat rationem finitam, eadem in omni distantia assignabili est vi gravitatis infinite minor adeoque evanescit.*

THEOREMA 8. *Vis attractiva, qua pollent singulae materiae particulae in ipso contactu, vim gravitatis prope in immensum superat; non tamen est vi gravitatis infinite major, adeoque in data distantia vis illa evanescet. Vis igitur hæc materiae superaddita nonnisi per spatiola admodum exigua diffunditur; in majoribus distantis prorsus nulla est. Unde motus corporum cœlestium, (quæ longis intervallis a se invicem disjuncta sunt) per vim hanc attractivam nulla ratione turbari possunt, sed eadem ratione continuo peraguntur, ac si vis illa a corporibus iis prorsus abesset.*

THEOREMA 9. *Si corpusculum aliquod corpus tangat, vis, qua urgetur illud corpusculum, hoc est, vis, qua cum eo corpore coheret, erit quantitati contactus proportionalis: Nam partes a contactu remotiores nihil conferunt ad coherentiam. Adeoque pro vario particularum contactu varii orientur coherentiae gradus, omnium autem maxime sunt vires coherentiae, quando superficies, in quibus se invicem tangunt corpora, planæ existunt, quo in casu ceteris paribus vis, qua corpusculum cum aliis coheret, erit ut superficierum partes sese tangentes. Hinc patet ratio, cur duo marmora exactissime polita & sese secundum superficies planas tangentia a se invicem divelli non possunt nisi a pondere, quod gravitatem aeris incumbentis multum superat. Hinc etiam decantatissimi istius problematis de coherentia materiae solutio elici potest.*

THEOREMA 10. *Ea corpuscula facillime a se invicem separantur, quorum contactus cum aliis sunt paucissimi & minimi; quales contingere solent in corpusculis sphaericis infinite exiguis. Hinc fluiditatis ratio redditur.*

THEOREMA 11. *Vis, qua corpusculum aliquod ad aliud corpus maxime propinquum attrahitur, quantitatem suam non mutat, siue augeatur corporis attrahentis materia, siue minuatur, eadem manente corporis densitate & corpusculi distantia. Nam cum vires particularum attractrices per minima tantum diffundantur spatia; liquet, par-*

partes remotiores ad C, D & E nihil conferre ad attrahendum corpusculum A. Adeoque eadem vi versqs B trahetur corpusculum five adsint hæ partes, five amoveantur, five denique aliæ ipsis jungantur.

Tom. IV.
Supplem.
Sect. VI.
TAB. II.
Fig. I.

THEOREMA 12. *Si ea sit corporis alicujus textura, ut particula ultima compositionis per vim quandam externam (qualis est pondus eas comprimens, vel ab alio corpore proveniens ictus) a primigeniis suis contactibus paululum dimoveantur, nec interim in novos contactus commigrent, particulae per vim attractivam sese mutuo petentes ad contactus primigenios cito redibunt: iisdem vero redemptibus particularum corpus quodvis componentium contactibus & positionibus eadem quoque redibit corporis figura; adeoque per vim attractivam corpora pristinas, quas amiserunt, figuras possunt denuo recuperare. Hinc elasticitatis ratio reddi potest. Cum autem per vim elasticam corpora in se invicem impingentia a se mutuo resiliant (uti demonstratum est in Lectionibus nostris Phycis) a vi attractiva corporum oriri etiam debet eorundem a se invicem discessus.*

THEOREMA 13. *Quod si ea sit corporis textura, ut particulae a prioribus contactibus per vim impressam dimota in alios, qui ejusdem sunt gradus, immediate deveniant, corpus illud in pristinam figuram se restituet. Hinc qualis sit textura, in qua corporum mollities consistit, intelligi potest.*

THEOREMA 14. *Particulae materiae pro diversa ipsarum structura & compositione diversis pollebunt viribus attractivis, puta non erit aequo fortis attractio, cum particula datae magnitudinis pluribus perforata sit meatibus ac si omnino solida & vasis expressisset.* Pag. 276.

THEOREMA 15. *Particularum perfecte solidatum vires attractivae ex figuris ipsarum multum pendent. Nam si parva aliqua materiae particula in laminam circularem indefinitæ exiguae crassitudinis formetur & corpusculum in recta per centrum transouare & ad platum circuli normali locetur; sique distantia corpusculi æqualis decimæ parti semidiametri circuli: vis, qua urgetur corpusculum, tricesies minor erit, quam si materia attrahens coalesceret in sphaeram & virtus totius particulae ex uno quasi puncto Phycico diffunderetur. Quin etiam eadem circularis lamella fortius ad se trahit corpusculum, quam alia ejusdem ponderis particula, quæ in tenue & longum formatur cylindrum.*

THEOREMA 16. *Sales sunt corpora, quorum particulae ultima compositionis magna vi attractiva polleant, inter quas tamen particulas plurimi interjacent meatus, particulis quas habet aqua ultima compositionis pervii: quæ igitur a salinis particulis fortiter attractæ, in eas cum impetu ruunt & a mutuo contactu eos disjungunt, coherentiamque salium dissolvunt.*

THEO-

Tom. IV. THEOREMA 17. Si corpuscula duo viribus attractivis decreſcentibus
Supplem. in triplicata aut plusquam triplicata ratione diſtantiarum ſe mutuo pe-
ſect. VI. tunt, erit velocitas in ſe invicem impingentium infinite major quam
in dato intervallo. Vide Prop. 39. Princip. Newtoni.

THEOREMA 18. Corporis aqua gravioris eo uſque diminui poteſt
magnitudo, ut tandem in aqua ſuſpenſum maneat; nec vi gravitatis de-
ſcendat. Hinc patet ratio, cur particula ſalinæ, metallicæ & aliæ
ejuſmodi in minimæ redactæ in ſuis menſtruis ſuſpenſæ hæreant.

TAB. II. THEOR. 19. Corpora majora minore velocitate ad ſe invicem accedunt,
Fig. 2. quam minora. Vis enim, quæ ſe mutuo petunt corpora A & B, par-
Pag. 277. ticulis maxime propinquis tantum ineſt, remotiorum quippe vi-
res nullæ ſunt. Non igitur major vis adhibetur ad movenda cor-
pora A & B quam ad particulas c & d movendas, ſed corporum
eadem vi motorum velocitates ſunt corporibus reciproce propor-
tionales: unde erit velocitas, qua corpus A tendit verſus B, ad
velocitatem, qua particula c a corpore ſoluta verſus idem B ten-
deret, ut particula c ad corpus A. Multo igitur minor eſt veloci-
tas corporis A quam foret velocitas particula c a corpore ſolu-
tæ. Hinc fit, ut corporum majorum motus ſua natura adeo lan-
guidus & lentus ſit, ut ab ambiente fluido & aliis circumjacen-
tibus corporibus plerumque impediatur. In minimis vero corpus-
culis viget virtus & ab iis plurimi producuntur effectus: tanto plus
energix minoribus ineſt corporibus, quam majoribus. Hinc patet
ratio iſtius axiomatis Chymici: Sales non agunt niſi ſoluti.

THEOREMA 20. Duo corpuscula ſe ſe contingentia, adeo ſibi vicina
locari poſſunt, ut vis, quæ ſe mutuo petunt, vim gravitatis multum ſuperet.

THEOREMA 21. Si corpusculum in fluido laſatum a particulis am-
bientibus undique equaliter trahatur, nullus exinde oriatur corpus-
culi motus, quod ſi ab aliis particulis magis, ab aliis minus urgeatur,
ad eam partem tendet corpusculum, ubi major eſt attractio: & mo-
tus productus inæqualitati attractionis reſpondebit, ſcilicet in ma-
jore inæqualitate major erit motus, in minore minor.

THEOREMA 22. Corpuscula in fluido natantia & magis ſe invicem
trahentia quam fluidi particulas interjeſtas, depulſis fluidi particulis
ad ſe invicem accedent ea vi, qua ipſorum attractio mutua ſuperat
attractionem particularum fluidi.

Pag. 278. THEOREMA 23. Si corpus aliquod in fluido locatur, cuius partes
fluidi particulas magis ad ſe trahunt, quam fluidi particula a ſe invi-
cem trahuntur, ſiutque in corpore meatus plurimi particulis fluidi per-
vii, per hos meatus fluidum illud cito ſe diffundet; & ſi partium in
corpore connexio non tam firma ſit, quin ab impetu irruentium parti-
cularum ſuperari poſſit, oriatur exinde corporis immerſi diſſolutio.
Hinc ut menſtrum dato corpori diſſolvendo ſit idoneum, tria
requi-

requiruntur, 1 ut partes corporis particulas menstrui magis ad se trahant, quam eæ a se invicem trahuntur; 2 ut corpus habeat meatus particulis menstrui patentes & pervios; 3 ut cohærentia particularum corpus constituentium tanta non sit, quin ab impetu irruentium particularum menstrui divelli possit. Hinc quoque constat, particulas spiritum vini constituentes magis a se invicem trahi, quam a particulis corporis salini in spiritu vini demersi.

Tomi IV.
Supplem.
Sect. VI.

THEOREMA 24. *Si corpuscula in fluido natantia & se invicem potentia elastica sint, post congressum a se mutuo resilient & inde in alia corpuscula rursus impingentia demum reflectentur: ex quo fient innumeri alii cum aliis corpusculis conflictus continuæque resiliitiones. Per vim autem attractivam continuo augebitur corpusculorum velocitas & sensui patebit partium motus intestinus; sed prout fortius aut imbecillius se invicem trahunt corpuscula & pro varia, qua pollent, elasticitate, varii erunt hi motus & diversis gradibus atque temporibus fient sensibiles.*

THEOREMA 25. *Si corpuscula se invicem trahentia se mutuo contingant, nullus orietur motus; propius enim accedere nequeant. Si ad exiguum admodum a se invicem seponantur spatium, orietur motus; sed si longius distent, non majore vi se invicem trahent, quam fluidi particulas interjectas, adeoque nullus producet motus. Ex his principiis pendent omnia fermentationis & effervescentiæ phenomena. Hinc patet ratio, cur oleum vitrioli, cui paululum aquæ immittitur, effervesceat atque ebullit: corpuscula enim salina infusa aqua a mutuo contactu paululum dimoventur, unde cum magis se invicem trahant quam aquæ particulas, & cum undique æqualiter non trahuntur, motum exinde oriri necesse est. Hinc etiam liquet ratio, cur tanta cietur ebullitio, cum limatura chalybis mixturæ supradictæ injicitur: particulæ enim chalybis magna pollent elasticitate, unde valida oritur reflexio. Hinc etiam videre est, cur menstrua quædam fortiori vi agunt citiusque corpus aliquod dissolvunt, si aqua dilutiora fiant.*

Pag. 279.

THEOREMA 26. *Si corpuscula se mutuo attrahentia vi elastica careant, a se invicem non reflectuntur; sed congeries seu moleculas particularum efficiunt, unde fiet coagulum: Et si particularum sic coærcatarum gravitas superet gravitatem fluidi, succedet quoque præcipitatio. Oriri quoque potest præcipitatio ex aucta vel diminuta gravitate menstrui, in quo natant corpuscula.*

THEOREMA 27. *Si corpusculorum sese invicem attrahentium & in fluido natantium ea sit figura, ut in datis quibusdam ipsorum partibus majori vi attractiva polleant quam in aliis, & major sit in iisdem contactus; corpuscula illa coibunt in corpora datas figuras habentia & inde emergent cbrystallizationes; corpusculorumque componentium figura*

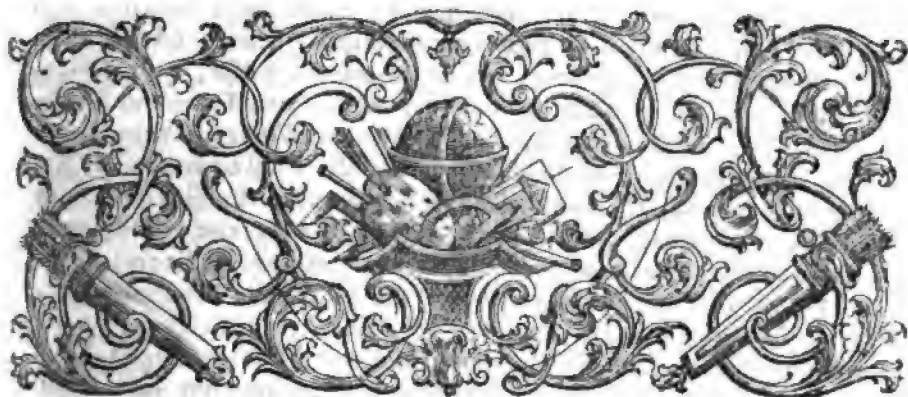
Tomi IV. *gura ex data figura chryſtalli per Geometriam determinari poſſunt.*
 Supplem. THEOREMA 28. *Si corpuscula magis trahantur a fluidi particulis,*
 Sect. VI. *quam a ſe invicem, fiet ut quaſi ſe mutuo fugientes a ſe invicem re-*

cedant, & per omne fluidum cito diffundentur.
 THEOREMA 29. *Si inter duas fluidi particulas aliquod intercedat*
corpusculum, cujus binæ oppoſitæ facies maximis pollent viribus attra-
ctivis, hoc interjectum corpusculum particulas fluidi ſibi agglutinabit;
& plura iſtiusmodi corpuscula per fluidum diſſuſa ejus particulas om-
nes in corpus firmum compingent fluidumque in glaciem reducent.

THEOREMA 30. *Si corpus aliquod maximam emittat effluviæ*
copiam, quorum vires attractrices ſunt fortiffimæ; cum effluvia hæc
corpori alicui leviusculus appropinquent, ipſorum vires attractrices
gravitatem corporis levioris tandem ſuperabunt; & effluvia corpus
illud ad ſe ſuſum trahent; cumque multo magis conferta ſunt effluvia
in minoribus ab emittente corpore diſtantiis quam in majoribus; corpus
leve verſus denſiora effluvia ſemper urgebitur, donec tandem ipſi cor-
pore effluvia immittenti adhareat. Hinc plurima Electricitatis phæn-
omena explicari poſſunt.

Pag. 280. Contra noſtram hanc de viribus attractricibus doctrinam for-
 taſſe objiciet aliquis, ſi vis attractrix omni ineſſet materiæ, cor-
 pora ponderoſiora & plus materiæ in dato ſpatio habentia plus de-
 bere attrahere, quam corpora minus gravia, quod experientiæ re-
 pugnat. Sed huic objectioni facile reſpondetur. Particulæ ſcilicet
 ultimæ compoſitionis (quibus ſalis tribuitur vis attractrix) con-
 fertim juxta ſe invicem locatæ poſſunt corpus ponderoſum conſti-
 tuere, etiamſi ipſæ in ſe ſint rariores quam eæ, quæ corpus leve
 conſtituunt ultimæ compoſitionis particulæ, a ſe invicem remotio-
 res, & plures & patentiores meatus inter ſe habentes.

Alia multa ſunt Naturæ phænomena, quæ mihi videntur iis-
 dem principiis explicari poſſe, uti aſcenſus ſucci in plantis & ar-
 boribus, foliorum & florum determinatæ & conſtantes figuræ, eo-
 rumque virtutes ſpecificæ &c. Multa quoque, quæ in corpore
 animali quotidie occurrunt; præcipue quæ ad fluidorum curſus
 ſecretionesque ſpectant, ab iisdem materiæ qualitatibus pendent,
 & hinc morborum theoriæ & medicamentorum effectus optime
 eruuntur.



EXCERPTA
EX ACTIS ERUDITORUM
LIPSIENSIBUS
ANNI 1712.

ANALYSIS

Per quantitatum Series, fluxiones ac differentias
cum enumeratione linearum tertii Ordinis.

Londini, ex officina Pearsoniana, 1711. 4. Plag. 16. & figg. an.



Guilelmus Jones, edito Synopsi palmariorum Mathematicos (vid. Acta A. 1707. p. 178.) clarus, cum in scriniis *D. Collinsii* inter plurima a celebribus ejus temporis Mathematicis, praesertim Magnae Britanniae, ipsi communicata quaedam reperiret, quae a Viro summo *Isaaco Newtono* venerant; de his edendis cogitavit, non male profecto facturum, si integri commercii epistolici *Collinsiani* aut certe uberiorum excerptorum publicatione orbem eruditum sibi devinceret. Cum enim nec nos fugiat, Virum celeberrimum commercium litterarium habuisse oximum; nulli dubitamus, multa in literis ad ipsum scriptis praecleara contineri, ad historiam Mathematicos ipsumque hujus scientiae

Act. Erud.
Ann. 1712
M. Febr.
Pag. 74.

Pag. 75.

Tom. V.

L

incre-

At Erud. incrementum profutura. Nec obstat, quod forte maxima pars eorum jam aliis occasionibus typis descripta proster; norunt enim harum rerum intelligentes, quantum intersit nosse, quo tempore Viri præclari in meditationes suas inciderint. Equidem Cl. *Jenestius* cum animadverteret, *Newtoniana* a *Collinsio* asservata ferme idem cum his argumentum habere, quæ Vir illustri *Newtonus* jam ipse in lucem edidit, consilium suum mutavit; Tractatum tamen de Curvarum quadratura cum luculenter ac concinne conscriptum & ad instruendos alios maxime accommodatum judicaret, eundem cum venia Autoris in lucem emisit & alia nonnulla Analytica *Newtoni* inventa addidit, de quibus jam dicemus.

Tractatum istum de Quadraturis Curvarum inscripsit *Newtonus* de Analyfi per æquationes numero terminorum infinitas & in eo demonstrat, (vid. Tab. I. Fig. 1.) si fuerit $ax^m:n=y$, aream esse

Tab. I.
Fig. 1. $\frac{an}{m+n} x^{m+n} : n$ sequentem in modum: Sit $AB=x$, $BD=y$, area

$ABD=z$, $\beta B=0$, $BK=v$ & rectangulum $B\beta HK$ æquale spatio $B\beta D$. Pro lubitu sumatur $\frac{2}{3}x^{3:2}=z$, sive $\frac{2}{3}x^3=z^2$ & $x+0$ pro x , $z+0$ pro z substitutis, prodibit $\frac{2}{3}$ in $x^3+3x^2 0+3x 0^2+0^3=z^2+2zv+0^2 v^2$, & sublati æqualibus $\frac{2}{3}x^3$ & z^2 reliquisque per 0 divisus, restat $\frac{2}{3}$ in $3x^2+3x 0+0^2=2zv+0v^2$. Si jam supponatur, 0 esse nihil, erunt v & y æquales & termini per 0 multiplicati evanescunt. Quare restabit $3x^2 \cdot \frac{2}{3}=2zv$, sive $x^{1:2}=y$. Ergo e contrario, si $x^{1:2}=y$, erit $\frac{2}{3}x^{3:2}=z$. Hanc methodum *Newtonus* applicat primum ad Curvas simplices, in quibus valor ipsius y unico termino constat, ut si fuerit $\sqrt{x}=y$ vel $1:x^2=y$; dein ad compositas, in quibus e. gr. $x^2+x^{3:2}=y$, vel $x^2+x^{-2}=y$. Tandem valorem ipsius y in seriem resolvit vel per divisionem, exemplo *Mercatoris*, e. gr. si fuerit $a^2:(b+x)$, vel per extractionem radices, ut si fuerit $\sqrt{(a^2+x^2)}=y$. Ubi simul exponit methodum extrahendi radices tam Simplicium quam affectarum æquationum a *Wallisio* in Algebra c. 94. f. m. 381. ex ipsius ad *Oldenburgium* literis jam representatam. Eadem methodus quomodo ad longitudines Curvarum inveniendas, nec non ad curvas mechanicas quadrandas adhibeatur, aliquot exemplis docetur. Subjunguntur huic Tractatui Excerpta ex literis *Newtoni* ad *Oldenburgium* datis & a *Wallisio* Tom. III. Operum publicatis, itemque aliis ad *Wallisium* missis, quæ in hujus Algebra leguntur, una cum fragmento epistolæ ad *Collinsium* d. 8. Nov. 1676. datæ.

Recudi una fecit Cl. Editor duos Tractatus, Opticæ *Newtonianæ* ad calcem adjectos, quorum alter de quadratura Curvarum

rum agit, alter lineas tertii ordinis enumerat. De utroque diximus in Actis A. 1705. p. 225. & seqq. Sed egregie de Geometris meritis fuisset Cl. Editor, si demonstrationem numeri linearum tertii ordinis, quam petenti non denegaturus erat *Newtonus*, una exhibuisset: immo adhuc bene mereri poterit, si per modum appendicis aut alia occasione eandem edat.

Ultimo denique loco comparet exiguus quidam tractatus, cui Methodi differentialis hic imponitur nomen speciali quodam sensu, quemque Cl. Editor ex autographo Autoris *Newtoni* descripsit. Complectitur doctrinam describendi Curvas ex datis differentiis differentiarum Ordinarum. Innititur problemati ducendi Curvam generis Parabolici per data quocunque puncta. Quare cum omnes Parabolæ quadrari facillime possint; ejus usum ostendit in quadranda figura quacunque curvilinea quam proxime, cujus ordinatæ aliquot inveniri possunt. Non enim hic alia re opus est, quam ut per terminos ordinarum datarum ducatur linea curva generis parabolici.

Ceterum quod Cl. Editor methodum rationum primarum & ultimarum methodo quantitatum infinite parvarum præfert; sciendum est, variari tantum in modo loquendi & pro rigorosa demonstratione utramque ad methodum *Archimedeam* revocari debere, ut error quovis dato minor ostendatur. Cumque in calculo præcedente adhibetur o & ov , quis non videt, revera adhiberi infinite parvas, nempe o pro dx & ov pro dz . Sane o jam *Fermatius* alique in talibus casibus adhibuere. Sed calculo illustri *Leibnitii* differentiali invento, non jam simpliciter nullæ, sed speciales quædam quantitates nulescentes adhibentur, nempe exprimentes, ex qua decrescente quantitate ad evanescentiam venerint. Ita dx vel dz est quantitas specialiter ad quantitatem x vel z relata, seu affectio quædam ipsius x vel ipsius z , nempe duarum x vel duarum z differentia, sed nulescens. Et ita non multiplicantur quantitates, quarum affectionibus ad curvas exprimendas est opus: atque adeo æquationes etiam curvarum transcendenticum per solarum ordinarum abscissarumque relationem habentur. *Leibnitius* noster ad exemplum tam *Cavallerii*, quam *Robervallii*, nunc unam, nunc alteram exprimendi rationem, hoc est, nunc infinite parvam, nunc motum seu continuum transitum, sive fluxum adhibuit, prout visum est commodius; & usum transitus hujus ultra Geometriam ad Physicam ipsam promovit, nova quadam consideratione inventa, quam *Legem continuitatis* vocat, per quam tanquam lapidem lydiū multa erronea in physicis redargui possunt. Proposuit eam ante multos annos in Novellis Reip. literariæ *Beilani* & exemplis illustravit.

Act. Erud.
An. 1712.
M. Febr.

Pag. 77.

AA. Erud.
Ann. 1712.
M. Mart.
Pag. 128.

OBSERVATIO ECLIPSIS LUNARIS

Die 23. Januar. 1712. vespere facta in Academia Leopold. Soc. Jes. Uratislavia a R. P. CHRISTOPHORO HEINRICH, Theol. Mor. & Math. Profefs. Public. ac Ord.

TEmpus Solare horologio oscillatorio mensuratum & per observatas quatuor fixarum culminationes correctum: quantitas vero juxta micrometrum telescopio insertum determinata fuit,

Pallor in Luna notat	9 Hor. 7. 15. 39	Magnitudo 3 digit.	Hor. 8. 54. 18
Initium penumbræ	34. 54	Culminavit pes Orionis	9. 11. 18
umbræ densæ	40. 11	talis Orionis	9. 11. 18
Magnitudo unius digiti	50. 51	duorum dig. & dimidii	12. 2
Culminavit oculus Tauri,		duorum digito-	
Aldebaran	56. 3	rum	21. 7
duorum digitorum	57. 58	unius & dimidii di-	
Aristarchus attingit umbræ		giti	30. 12
limbum	8. 3. 31	unius digiti	33. 36
Incepit disparere	6. 7	Finis umbræ densæ	38. 33
trium digitorum	17. 13	penumbræ	44. 4
Culminavit pes Occ. Orionis	38. 7	Culminavit Canis ma-	
trium dig. & dimidii	38. 52	jor Sirius	10. 9. 17

Pag. 129. Color umbræ per telescopium videbatur cinereus, subcæruleus & accedens ad nigrum. Incepit apparere supra *Aristarchum* & transivit deinceps superiorem Lunæ partem.

Histoire de l'Academie Royale des Sciences,

Année MDCCIX. &c.

h. c.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM,

Anni 1709. cum Commentariis Mathematicis,
& Physicis.

Amstelodami, apud Petrum de Coust, 1711. 12.

Alph. 1. pl. 10. Tabb. 15.

Physicam generalem illustrant *De la Hire, Maraldi & Lemery* filius. *De la Hire* observationes barometricas recenset, quas barometro composito *Hugemii* instituit ad explorandas diversas Mercurii altitudines in locis elatis ac depressis. Invenit altitudinem columnæ aeræ cum unica linea Mercurii æquilibrium servantis 76. fere pedum, pondere totius atmosphæræ 28" & fere $\frac{1}{2}$ " Mercurii æquilibrato. Observationibus istis alias jungit de influxu caloris ac frigoris liquorum barometri compositi, comparans altitudines Mercurii in simplici cum altitudinibus in composito. Supponit nimirum (quod experientia ipsum docuit) in barometro simplici, etiamsi radiis solaribus aut frigori hiberno exponatur, sensibilem altitudinis Mercurii variationem non mutari. *Maraldi* observationes Genuæ a *Marchione Salvago* factas cum Parisiensibus comparat & inde concludit, quod Genuæ ac Parisiis mutationes barometri sint fere eædem, ventis licet statuque aeris diversis. Reperit autem conformitatem maximam in altitudine media Mercurii, quam adeo commendat, ubi per barometricas observationes, in diversis locis eodem tempore factas, montium altitudines invenire volueris. Notat ulterius, in locis meridionalibus Scalam totius variationis Mercurii minorem esse quam in septentrionalibus: a qua tamen regula recedunt observationes *Scheuchzeri* Tigurinz. Ostendit denique, aerem non habere in omnibus locis terræ eandem vim sese dilatandi atque hinc heterogeneum esse. *Lemery* de materia ignis disquirat, & præter subtilitatem summam & agitationem celerrimam, insuper figuram ipsi propriam requirit. Ei tribuit, quod calx aqua affusa incalascet,

Act. Erud.
An. 1712
M. April.

scat, & hinc probat, ipsam in corporibus, quibus includitur, non mutari. Includi eam corporibus calcinatis, quia poros calore dilatatos ingredi potest; sed per frigore constrictos egredi nequit. Immo ab ipsa inflammabilitatem corporum unice pendere. Mirati sunt Academici, cur hyeme extraordinaria Anni 1709. per plures dies durante frigore Auster spiraverit, nec Sequana tota glacie obducta fuerit: id quod tamen hyeme ordinario fieri solet. Varias quoque ibi de pluvia & ventis observationes reperies.

In *Anatomicis* delirium melancholicum explicaturus *Vieussens* filius, supponit, sedem functionum spirituum animalium esse centrum ovale, quod pater ipsius contextum esse docuit ex subtilissimis vasculis, quæ mediantibus aliis adhuc minoribus innumeris in locis inter se communicant. In primis sanguinem attenuari, ut ad formam spirituum induendam paratus sit, & hinc per altera spiritus ex eo separari. In hisce vasculis fere imperceptibilibus omnes fieri motus, quæ ideis aut perceptionibus mentis respondent. Sanitatem igitur spirituum pendere a regularitate, æquabilitate & libertate motus spirituum per dicta vascula. Si eorum plurima ocludantur, ut spiritibus transitus denegetur, ut in somno, spiritus per paucos apertos fluentes somnia excitare. Si e contrario omnia aperiantur, & spiritus nimia copia affluant, phræsin causari. Si quædam obstructa spiritus excludant, animam non posse uti illis ideis, quibus respondent motus in vasculis obstructis, uti tamen prompte reliquis. Inde delirium melancholicum ortum trahere, cujus adeo causa remota sit sanguis nimium crassus & lente fluens, vel quia ob vehementem calorem transpirationis nimia facta, vel quia ex alimentis crassioribus elaboratus est sanguis, vel quia ingenti ac

Page. 147.

diuturno metu percussi fuimus &c. *Gandolphus* per triplex vulnus tunicæ cornæ inflicto humorem aquæum a sanguine ob vehementem confusionem magna copia extravasato purgavit & vulnera intra octiduum felicissime sanavit, ita ut ne minimum cicatricis vestigium superesset, linteamina aqua plantaginis & vulneraria (4 nempe uncias prioris miscuit duabus posterioris) madefacta, decenter applicans. Hoc remedium in vetusto quodam libro se reperisse testatur. Pupilla utur perfecte rotunda, nimis tamen dilatata semper deprehensa, ita ut diameter oculi sanati ad diametrum alterius esset in ratione dupla. *Halmæstrus* dudum observavit, cancos circa mensem Junii agrotare & per 9 circiter dies quasi semimortuos jacere. Tunc temporis novam formari membranam, quæ stomachum ipsorum involvit & inter quam ac stomachum ex liquore lacteo lapilli (cancrorum oculos vulgo vocant) formentur. Ex ea novum generari stomachum & prior-

priorem intus conclusum cum lapillis & liquore residuo in nutrimentum ejus abire. *Gadofredus* junior non minoris momenti judicans, ut observationes, veterum præsertim, dubiæ denuo confirmarentur & confirmatæ conserventur, quam ut novæ in apicum producerentur, propria experientia confirmat, quæ *Hellmontius* annotata reliquit. *Reaumur* experimentis docuit, cochlearum testas formari ex exhalationibus, quæ ex corpore animalis intus postea latentis prodeunt & circa ipsum indurantur. Limacum scilicet testas pertudit & interposita inter foramen atque corpus pellicula frustum ablatum infra eam continuo restitui didicit. Similiter cum exteriorem testæ partem avelleret, ut reliqua corpori limacis tegendo non amplius sufficeret, atque cuticula in complicatam extus & intus testæ agglutinares, partem avulsam nihilominus restitui annotavit. Die 1. Februarii A. 1709. Aquæ-Sextiis uxor lamii ejusdem enixa est intra aliquot dierum spatium 9. infantes utriusque sexus, (qui omnes sacro lavacro adpersi) una cum massa informi quatuor priores insecuta. Matris in foemina læsionem minime lethalem esse, memorabili exemplo docetur. *Plantado* e Societate Regia Montepessulana duos commemorat pullos, quibus duo corda legita est natura, intervallo dimidii digiti distantia. *Mery* in testiculis maris reperit vesiculas iis similes, quæ in ovaris foeminarum afferantur, & in aqua calida pariter indurantur: indurationem adeo hanc non esse argumentum sufficiens, concludit, quo probetur, vesiculas in ovaris foeminarum latentes ova esse. Idem *Mery* & *Liste* fetus monstruosos describunt. Prior etiam motus linguae Pici accuratius, quam *Borrellus* & *Perrault*, explicare intendit. *Lamery* 4. uncias Mercurii crudi miscens 8 uncias salis decrepitari & in pulverem redacti, sine vitriolo sublimatum paravit; sed cum vitriolo solo sine sale parare haud potuit. *Gadofredus* junior foco vini caustici *Tschirnbusiani* super castino ordinario vel filice exposuit ferrum, cuprum, stannum & plumbum & quæ exhibuerant phænomena, diligenter annotavit, ut inde in intimam compositionem aditus pateret. Concludit autem, basis horum metallorum esse terram friabilem, quæ in vitrum abire potest, diversam tamen in diversis. Huic sociari sulphur, in omnibus non modo metallis, sed etiam vegetabilibus & animalibus idem: a quo opacitas, splendor & malleabilitas ortum ducit. Posterius probatur, quia metalla carbonibus imposita vitrificari nequeant. *Bowditch* per analyses chymicas convictus docet, grana Indica, quæ *Cachou* appellari solent, esse succum ex vegetabili extractum. *Lamery* contra opinionem vulgo receptam defendit scolopendras viviparas, & earum analysin chymicam instituit. Duas

Ad. Erud.
An. 1712.
M. April.

pag. 148.

au-

Act. Etud. autem agnoscit species, alteram domesticarum, quæ in testis, An 1712. cellis & locis humidis atque nitidis, repariuntur; alteram agrestium, quæ in frumento, rimis arborum veterum & lignis sommarantur. Ex domesticis e. gr. per distillationem, sal volatile extrahit, prorsus simile ei, quod ex viperis extrahitur, & eandem cum hac virtutem medicam habens. Cum carbonem distillatione in retorta residuos calcinaret, in cineribus ferrum reperit: quod etiam in cineribus aliorum animalium invenit. Nullum tamen de dere cornu cervi, ebur, lapillicanrorum, testæ, ossearum. Quævis experimenta quædam susdere videntur, acida mineralium & vegetabilium esse diversa; *Hamburgius* tamen præ identitate pugnat. Ex terra enim acidum suum attrahunt plantæ: inter mineralia existunt. Habes autem acidum pro fasciculo acicularum, quæ in transitu per exigua plantarum vascula disjunctæ pungendi vim ex unione ortam amittunt. Reperit etiam, fel bonum esse saponem artificiali admodum similem, compositam nempe ex oleo & alcali; id quod jam agnoscitur ab *Hartno* in Actis Ann. 1705. p. 346. Idem sua Chymiz tentamina continuans de Mercurio differit, per quem nonnisi argenteum vivum intelligit. Quamvis enim Mercurium in numero compositorum contineri concedat; quia destrui potest; cum tamen modus ipsam in sua principia simplicia resolvendi nondum in publicum constet, ipsum tandem in numerum principiorum chymicorum referendum esse existimat; quamdiu ejus analysi non speritur. Mercurii figuram triplici in statu considerat, 1. cum fluidus est, 2. cum in metallum degeneravit, 3. quam post destructionem metalli recipit. In primo statu ex globulis solidis ac politissimis eundem constare: in secundo illos globulos a materia luminis undique perforari & in istis foraminibus materiam luminis residere; in tertio foramina hæc adeo dilatata esse, ut materiam luminis amplius continere nequeant. In primo statu globulos esse Mercurium verum; in secundo metallum; in tertio rudera Mercurii a metallorum destructione residua, hoc est, materiam terrestrem, ex qua Mercurius reviviscere nequeat. Differentiam argenti ab auro hanc adeo agnoscit, quod in illo producendo materia luminis minus temporis insumferit, quam in hoc. Quod si enim argentum ab omni auro liberatum centies fundatur & per unius minimum horæ spatium in fluore detineatur, notabilis auri quantitas tandem inde separabitur, quam de novo productam esse censet. Eandem argenti in aurum per materiam luminis transmutationem alio experimento corroborat, quod minus temporis, sed plus laboris requirit. His addit, quod interdum in mineris obviam sit aurum nimis pallidum, a quo tamen nihil argenti separari possit, per repetitam fusio-

tionem ad colorem consuetum evehendum. Ex hac hypothefi una rationem reddit, cur aqua fortis argentum solvat, non aurum & aurum contra solvat aqua regia, non vero argentum. A& Erud. A. 1712. M. April.

In *Botanicis* plantam monstrosam ex earum genere describit *Marcbant*, cui raphani minoris oblongi cessit nomen. Ejus rationem redditurus assumit, variis experientiis fretus, plantam esse congeriem innumerarum plantarum exiguarum similium, quæ non nisi partes ejusdem totius comparent. Quod si itaque contingat, ut pars aliqua evolvatur, quæ evolvi non debebat, ut sub forma totius appareat, cum nonnisi partem exhibere deberet; monstrum produci in plantarum genere. Circulationem succi nutritii, An. 1665. a Medico quodam Hamburgensi primum publicatam, multis experientis confirmare annisi sunt *Perrault* atque *Mariotte*; cui hypothefi etiam calculum suum adjecit *Malpighius*, sed semper adversati sunt *Du Clos* & *Dodart*. Amisit equidem *Dodartus*, non minus ex foliis ad radicem succum descendere, quam alius a radicibus ad folia ascendat; sed eundem numero esse, qui ascendat, pernegavit. Hanc controversiam renovavit *Magnolius* & ad singula experimenta data opera respondit. Summa responsionum capita in *Historia Fontanellius* recenset. Ulmus circa veri initium A. 1708. a radice usque ad ramos cortice denudata per æstatem omnem folia aluisse dicitur. Unde suspicatur, corticem non adeo necessariam esse ad arborum vitam, ac vulgo putatur. Pag. 150.

In *Algebraicis* *Rollius* corroborare conatur objectiones contra methodum *Slusianam* construendi æquationes, quatum mentionem injecimus in *Actis* A. 1710. p. 488.

In *Geometricis* cylindros & conos, circulares, ellipticos, parabolicos, integros aut truncatos, segmenta sphaeræ, paraboloidum, conoidum &c. invenire docet *Parentius*, quorum superficies pariter ac soliditas æqualis est superficiei ac soliditati aliqujus sphaeræ. Casus simplicissimus hic est: Sit radius sphaeræ $=r$, peripheria $=c$, erit superficies $=2rc$, soliditas $=\frac{2}{3}cr^2$. Tab. II. Fig. 1. Sit altitudo cylindri $AG=l$, radius basis $AF=m$, erit peripheria basis $cm:r$, consequenter superficies $cm:l:r=2rc$ & soliditas $cm^2l:2r=\frac{2}{3}cr^2$. Ex prima æquatione elicitur $l=2r^2:m$; ex altera $l=4r^3:3m^2$. Unde $m=\frac{2}{3}r$ & $l=3r$, hoc est, $AC:2r=2r:AG$. Prostant passim Geometrarum methodi, quibus radius evolutarum *Hugenianarum* determinatur. In iis supponitur, radios omnes esse ad curvam alteram perpendiculares. Itaque *Reaumur* problema illud generalius redditurus, considerat etiam alios casus, in quibus lineæ rectæ infinitæ numero FM & fm in punctis contactuum M & m cum tangentibus TM & tm angulos FMT & fmt æquales faciunt angulo cuidam dato IOI recto minori aut majori. Pag. 157. Tab. I. Fig. 2.

Tom. V.

M

jori.

A&E. Erud. jori. Docet nimirum determinare 1. punctum intersectionis N
 Ann. 1718 duarum linearum FM & fm infinite propin quarum, 2. naturam
 M. April. curvæ BNK per innumeras istiusmodi intersectiones descriptam.
 Sint itaque MC & mc radii evolutæ curvæ AMG infinite pro-
 pinqui, ducaturque ex centro N radio NM arcus MR : erunt
 sectores CMM & NmR similes, quia anguli cognomines æquales.
 Demittantur porro perpendiculares PM & pm & ducatur axi AP pa-
 rallela MV . Quodsi jam fiat $MC = r$, $MN = z$, $Mm = ds$; erit
 $MC(r) : MN(z) = M(ds) : MR(zds : r)$. Quoniam in triangulo ad
 R rectangulo MmR omnes anguli dantur, si sinus anguli mMR
 dicatur m , sinus anguli MmR vero n ; erit $m : n = mR(zds : r) : MR$
 $(nzds : mr)$. Est etiam $MR = \sqrt{(Mm^2 - mR^2)} = ds \sqrt{(r^2 - z^2)} : r$.
 Quare $nzds : mr = ds \sqrt{(r^2 - z^2)} : r$, consequenter $z = \pm mr : \sqrt{(m^2 + n^2)}$.
 Ergo MN est quarta proportionalis ad sinum totum,
 sinum anguli dati & radium evolutæ. Equationem pro curvâ BNK
 ita elicit. Ducatur NQ ad axem AQ curvæ AMG perpendicularis,
 itemque TF ad FM . Jungantur puncta T & N recta TN , Agatur
 denique per N recta EN axi PQ parallela. Sit jam $AP = x$, $PM = y$,
 $AQ = u$, $QN = s$, subtangens $TP = p$, tangens $TM = t$: erit $PQ =$
 $EN = AQ - AP = u - x$; $ME = PM - PE = y - r$. Quoniam
 $MN^2 = ME^2 + NE^2$; erit $(A) z^2 = y^2 - 2sy + ss + uu - 2ux + xx =$
 $m^2 + n^2 : (m^2 + n^2)$, per superius demonstrata. Ob similitudinem
 triangulorum FMT & Rmm anguli eorum eodem habent sinus :
 quare: ut sinus totus $\sqrt{(m^2 + n^2)}$ ad sinum anguli $FTM(n)$ ita
 $FM(t)$ ad $FM(mt : \sqrt{(m^2 + n^2)})$ & ut sinus totus $\sqrt{(m^2 + n^2)}$ ad
 sinum anguli $FMT(m)$ ita $TM(t)$ ad $TF(mt : \sqrt{(m^2 + n^2)})$. Hinc
 $FN = FM + MN = (nt + mr) : \sqrt{(m^2 + n^2)}$. Est vero $QT = PT$
 $+ PQ = p + u - x$. Ergo $QT^2 + QN^2 = p^2 + 2pu + u^2 - 2ux - 2px$
 $+ x^2 + s^2$ & $FT^2 + FN^2 = (n^2 t^2 + 2mnt + m^2 r^2 + m^2 t^2) : (m^2 + n^2)$,
 consequenter $(B) r^2 + (m^2 r^2 + 2mtr) : (m^2 + n^2) = s^2 + p^2 + 2pu$
 $+ u^2 - 2px - 2mx + x^2$. Quodsi equationem A ex hac altera B
 subtrahas, relinquetur tertia $(C) 2mnt : (m^2 + n^2) = p^2 - s^2 + 2pu$
 Pag. 152. $- 2px - y^2 + 2sy$, in qua si substituatur valor ipsius $-y^2 = p^2$
 $- s^2$, prodit quarta $(D) mnt : (m^2 + n^2) = pu + sy - px - y^2$,
 quæ cum equatione A & altera curvæ $AMmG$ sufficiet ad in-
 veniendam aliam, in qua nonnisi coordinate u & s curvæ DNK
 occurrunt, ut uno alteroque exemplo *Resumitur* ostendit. Sed cum
 in hac methodo supponatur radius evolutæ cognitus; ideo so-
 lutionem alteram superaddit generalem, quæ etiam ei casui una
 satisfaciât; ubi radii evolutarum quærentur. *Saurin analy-sin* ex-
 hibet problematis *Bernoulliani*, quo ex infinitis cycloidibus ea
 determinari jubetur, per quam descendens grave ad datam quan-
 dam positionem lineam citissime pertingat, *Jacobo Bernoullio* in

Actis A. 1698. synthetice demonstrati; & idem problema generalius ad omnes curvas similes in eodem plano verticali descriptas extendit.

Act. Erud.
An. 1712.
M. April.

In *Astronomicis* historiam stellæ in hydra per vices apparentis ac disparientis tradit *Maraldi*, quem ejus variabilitatem primum detexisse, annotavimus in Actis A. 1708. pag. 409. Sub initium ægre per tubum videri potest; postea ad magnitudinem quartam excrescit ac inde rursus decrescit. Periodum revolutionis statuit *Maraldi* duorum annorum, quæ cum observationibus satis congruit, initio in Anno 1662. constituto, nisi quod Anno 1702. non apparuerit, cum tamen vi hujus periodi apparere deberet, & annis 1703. ac 1706. extra periodum suam visa fuerit. Plures istiusmodi stellæ commemorat, quæ similes vicissitudines amant, & optat, ut ex novis observationibus mappæ cælestes construantur, quibus stellæ nudo oculo visibiles annotentur, quo illarum cum cælo collatio mutationes facilius prodatur. *Cassini* succinctam Astronomiæ theoriæ historiam condidit & motus Planetarum ex Tellure viso, *Saturni* quidem ab A. 1708. usque ad annum 1737. *Jovis* ab anno 1708. usque ad A. 1720. *Martis* ab anno 1708. usque A. 1723. *Veneris* ab A. 1708. usque ad A. 1716. *Mercurii* denique ab A. 1708. usque ad A. 1715. per schematismos repræsentavit, quorum usus in determinando tempore convenientissimo ad parallaxin Planetarum invenendam & in determinandis *Veneris* atque *Mercurii* phasibus. Ipsæ parallaxin *Martis* invenit 25", unde parallaxin *Solis* elicit 10". Uterque *De la Hire* mensibus Januario & Febuario motum maculæ solaris observavit periodo 27½ dierum respondentem. Denique variarum observationes eclipsium A. 1708. & 1709. recensentur.

Pag. 153.

In *Opticis* *De la Hire* rationem reddi phænomeni, cujus jam Ann. 1706. p. 312. in his Actis mentio facta est, cur scilicet felis capite sub aquis demerso & oculis *Soli* obversis, 1. pupilla dilatetur & 2. fundus oculi distincte videri queat, Nimirum cum humor aqueus ejusdem fere sit densitatis cum aqua; radii ex aqua in oculum perpendiculariter vergentes fore irrefracti ad retinam pertingunt, adeoque impressionem minorem, quam ubi ex ære in oculum ingressi per refractionem uniuntur. Adde, quod felis pupilla ob attentionem ejus magis dilatetur, etiam in lumine fortiore, experientia teste.

In *Acustica* docet *Carre*, non a vibrationibus solarum chordarum, sed potius particularum minutarum pendere sonum & ea fini in sonum a cylindris diversis editum inquit.

In *Mechanicis* suas de resistentia mediū meditationes continuat *Varignonius*, idemque problema hydrostaticam sequens solvit.

AA. Erud. vit. Si duo pondera P & Q chordæ $ABCP$ alligata, quæ retine-
 An. 1712. tur clavo A & revolvitur circa trochleam C : determinandum
 M. April. est punctum B , in quo pondera æquilibrium servant. Ducatur
 Tab. II. sub angulo quocumque ET ea lege, ut sit $ET:AE = P:Q$. Sint
 Fig. 3. rectæ aliæ *et* innumeræ ipsi ET parallelæ, ducanturque CE & *ce*.

Si semper fiat $eb = et$, $EB = ET$; curva $AbB\beta$ circulum DBL ex centro A radio AB , (Ab) descriptum interfecans puncta æquilibrium determinat. Sit enim parallelogrammum HK , cujus diagonalis BF sit in verticali QB versus F prolongata & latera BH , BK in proportionibus chordæ $ABCP$, Ob triangulorum FKB & ABE similitudinem erit $BK:BF = BE:BA = ET:EA$ (*per construct.*) $= P:Q$. Ergo ex alibi demonstratis constat, pondera Q & P esse in æquilibrium. Locum quoque curvæ $AbB\beta$ duplici æquatione determinat.

Academia Scientiarum duos hoc anno amisit Socios, *DN. de Tschirnhausen* & *Poupartum*. Illius elogium jam extat in Actis A. 1709. p. 419. Hic juvenis Philosophiam *Cartesianam* excoluit, scholastica neglecta, & pædagogum Parisiis egit inopia pressus. Mox tamen, cum animadverteret, multum sic temporis falli debere; parcius vivere maluit & Physicæ ac historiæ naturali summo cum ardore se totum tradidit, insectorum præcipue contemplationi vacans. Anatomix plenius percipiendæ ergo chirurgum in nosocomio egit & cum triennium in hac functione consumpsisset, Medicinæ soli operam dedit, & in Academia Remensi Medicinæ Doctor creatus, ut *Cartesii* Philosophiam intelligeret, Mathesi quoque aliquam operam natavit ita, ut nec Architecturam insuper haberet. Vidit eum *De la Hire* inter auditores suos, cum Architecturam profiteretur, & miratus, cum eum in Academia Scientiarum A. 1699. in numero Medicorum videret. Inter novos socios tunc primus in Academia creatus, dissertationem de hermaphroditis in medium proferebat, cui postea alias de quibusdam insectis addidit, quæ in Historia Annorum præcedentium recensentur. Mortuus est sub initium Novembris. Autor creditur libri, cui titulus: *Chirurgia completa*. Ipsi successit *Engueard*, Medicinæ Doctor e Facultate Parisina; *Tschirnbusio* vero *Sloane* Anglus, societatis Regiæ Londinensis Secretarius.

Act. Erud.
Ann. 1712
M. April.

PETRI VARIGNONII RESPONSIO

ad P. GRANDINI. *Librum de Infinitis*
Infinitorum.

PER annum expectatus P. Grandini liber de *Infinitis infinitorum*, quo me oppugnari audiveram, ad manus tandem pervenit mense Decembri anni proximo elapsi. 1712. Huac eo ardentius exoptaram; quod nihil mihi sit veritate carius, ut nimirum mentem corrigerem, si forte erraverim in expendendis plusquam infinitis Wallisianis, quæ respui in Reg. Scient. Acad. Mon. an. 1706. quorumque P. Grandinus in libro suo patrocinium suscipit: cujusvis enim hominis est errare, nullius nisi insipientis perseverare in errore. Quamobrem simul ac illius libri composui, eundem cursim & avide legere sum ingressus. Terruit me, fateor, P. Grandinus, ubi cum ipsum Virum Religiosum in Dedicationum suarum altera quæ est ad Nobilissimum atque eruditissimum Virum Henricum Newton, vidi tentantem in me commovere totam Regiam Societatem Anglicanam, quam summa semper veneratione colui, etiamnumque colo. Ast ficta a Grandino controversia totum metum ademit, quem iste mihi pro reverentia illi Societati omni scientiarum genere per celebri debita gravem incusserat: imo hæc Grandini fictio risum movit ubi ipsum vidi phantasmatis duntaxat spolia tam venerabili Societati offerre ausum magnifica narratione præclarorum facinorum, a præeunte Poeta decantatorum, quæ pro tuenda illius Societatis gloria se patrasse jactat, quasi unius membri lapsum judicet totus esse Societatis; quod quam iniquum sit judicium, nemo non videt.

Pag. 155.

Porro phantasma, quo debellato P. Grandinus me funditus deletum esse putat, ipsi natum est ex logomachia, quam induxit appellando infinita alia aliis infinities majora eodem plusquam infiniti nomine, quo Cl. Wallisius fractiones denominatorum aut indicum negativorum prius appellarat: hujus scilicet identitate (ut ajunt) nominis deceptus Grandinus, incaute credidit identitatem esse quoque rei. Unde non mirum, si me, Wallisiana plusquam infinita negantem, & sua negare sit arbitratus. Sed ut pateat, quantopere in iis hallucinetur P. Grandinus, ostendendum mihi est, quantum Wallisiana plusquam infinita distent a Grandinianis: quocirca audiamus Wallisium sua defi-

Ac. Erud. deficientem, deinde Grandinum pariter audiemus in definitio-
 An. 1712. ne suorum.
 M. April.

I. Cl. Wallisius, *Arith. infinit. prop. 104.* agens de fractione exprimente aream hyperbolicam asymptoticam, ita loquitur: *Si denique ejusmodi figura sic continuo decreseat juxta seriem, quæ sit reciproca directæ, indicem habenti unitate majorem; habebit illa ad parallelogrammum inscriptum rationem plusquam infinitam; qualem nempe habere supponatur numerus positivus ad numerum negativum sive minorem nihilo.* Hoc autem ut clarius exemplis exponat Wallisius (quasi Grandino omne perfugium intercludere intendisset.) addit in explicatione hujus suæ prop. 104. *Ratio quam habet 1 ad indices illos sic auctos, puta 1 ad —1, 1 ad —2, 1 ad —3, &c. major erit quam infinita, sive 1 ad 0; quia nempe* (attendat velim Grandinus) *rationem consequentes sunt minores quam 0.*

Pag. 156.

Ex his Cl. Wallisii verbis palam est plusquam infiniti nomine eum intellexisse fractiones denominatorum negativorum, quales sunt $\frac{1}{-1}$, $\frac{1}{-2}$, $\frac{1}{-3}$, &c. quas ideo plusquam infinitas appellavit, quod existimaverit, harum rationum consequentes esse minores quam 0, seu zero absolutum. Hæc sunt plusquam infinita Wallisiana: dispiciamus jam, quæ sint Grandiniana.

II. P. Grandinus de his suis plusquam infinitis in suo libro *de Infinitis infinitorum def. 7.* ita loquitur: *Si quæ magnitudines infinities majores ostendantur aliis magnitudinibus jam absolute infinitis, adeoque ordinis superioris ad ipsas præbentur, illæ plusquam infinitæ poterunt appellari.*

Hæc sunt etiam plusquam infinita Grandiniana, quæ quantum discrepent a Wallisianis (art. 1.) nemo Geometrarum non videt. Unde licet sua demonstraverit P. Grandinus, non inde sequitur, eum etiam Wallisiana firmasse, nisi præterea demonstraverit (juxta præcedentes duos articulos) fractiones denominatorum negativorum exhibere infinita alia aliis infinities majora.

III. Hoc incumbere Grandino demonstrandum innueram in contextu epistolæ ad Amicum, a quo expetebam illius Auctoris Librum *de infinitis infinitorum*; quique hanc epistolæ partem ab ipso Italice redditam Diario Veneto commisit. Sed P. Grandinus in responsione sua id sibi sumere demonstrandum recusat. At qui potest id recusare? cum in falsa sua *expositione controversiæ* pag. 13, 14. de spatiis hyperbolicis asymptoticis omnium generum agens, istam ipsam (art. 1.) Wallisii sententiam sit amplexus his verbis: *Ratio hyperbolici spatii post unam ex dictis ordinatis juxta suam asymptoton,*

ptoton, cum ipsa curva, infinite productam extensi, ad inscriptum parallelogrammum erit, ut y ad $x - y$; hoc est, ut 2 ad 1 — 2 (nempe ut 2 ad — 1, sive ut 1 ad $-\frac{1}{2}$); vel ut 3 ad 1 — 3 (id est, ut 3 ad — 2, sive ut 1 ad $-\frac{2}{3}$) & sic de aliis; quæ ratio cum majori sit ratione 1 ad 0 (ob consequens minus quam 0) sitque 1 ad 0 ratio simpliciter infinita, constat majorem rationem spatiorum, de quibus loquimur, ad inscripta parallelogramma esse plusquam infinitam & ideo dicta spatia merito a Cl. Wallisio plusquam infiniti nomina fuisse appellata. A&Ecod. An. 1712. M. April. Pag. 158.

Hæc ipsa sunt P. Grandini verba, quibus constat (art. 1.) eum fuisse cum Cl. Wallisio in errore Analystis olim pluribus communi, nimirum quantitates negativas -1 , $-\frac{1}{2}$, -2 , $-\frac{2}{3}$ &c. minores esse quam 0. Quodsi ita esset, ultro herede faterer, rationes 2 ad -1 , 1 ad $-\frac{1}{2}$, 3 ad -2 , 1 ad $-\frac{2}{3}$, &c. merito a Cl. Wallisio plusquam infiniti nomine fuisse appellatas, etiamnumque a P. Grandino appellari. At id ipsum est quod Wallisio negavi, quodque Grandino pariter nego. Si enim -1 , $-\frac{1}{2}$, -2 , $-\frac{2}{3}$, &c. minores essent quam 0; atque ita ratio 1 ad -1 major esset quam infinita, vicissim esset ratio -1 ad 1 minor quam infinite parva. Attamen est $-1 : -1 = 1 : 1$. Siquidem productum extremorum æquatur producto mediorum. Ergo juxta Wallisium & Grandinum ratio major quam infinita esset æqualis minori quam infinite parvæ. Quod sane absurdum cur tam oculati Geometre non viderint, vix capio; unde non mirum mihi est, quod P. Grandinus jam admonitione mea in Diario Veneto inserta melius consultus id demonstrare recuset.

IV. Id demonstrandum suscipere eo etiam prudentius abnuit, quod viderit art. 6. pag. 16, 17. Acad. Mon. an. 1706. edit. Paris. (Amstelodamensis editio non est ad manum) scripti ab ipso impagnati fractiones seu areas hyperbolicas negativas Wallisii, quantumcunque productas secundum suam asymptoton, nedum non esse plusquam infinitas, imo ne quidem esse simpliciter infinitas, sed solummodo finitas; e contra affirmativas, in infinitum secundum alteram asymptoton pariter productas, infinitas semper esse. Unde paruit, asymptoticas hyperbolarum omnium areas duabus constare partibus, quarum in infinitum extensarum altera expressionis est negativæ & finita, altera expressionis affirmativæ & infinita; excepta solius hyperbolæ Apollonianæ area, cujus hæc duæ partes sunt infinitæ singulæ. Qua ratione dixi, hanc esse quodammodo infinitiorem cæteris una tantum sui parte infinitis singulis: non quod ad infiniti naturam attendens, quicquam infinitius altero, seu vere plusquam infinitum assequi mente valeam; sed tantummodo quod asymptotica hyperbolæ Apollonianæ area, Pag. 159.
utpote

AA. Erud. utpote utrinque infinita, sit veluti dupliciter infinita respectu
An. 1712. ceterarum, quas non ideo negavi sua parte infinita alias aliis in-
M. April. finite majores esse, etsi non infinitiores, cum infiniti definitio
 his singulis æque competat; nec etiam varia hæc infinitorum
 genera afferui, imo ne quidem ad ea me cogitasse memini, cum
 de his controversia non esset; sed duntaxat de fractionibus ne-
 gativis, num scilicet infinito quovis $\frac{1}{2}$ vel $\frac{2}{3}$ majores essent, atque
 ita *plusquam infinitæ* dici possent, ut (*art. 1.*) censuit Walli-
 sius. Tantum autem abest ut varia illa genera infinitorum alio-
 rum aliis infinities majorum respuerim, ut potius omnia hyper-
 bolica asymptotica contexuerim in una simplicissima formula
 quatuor lineis demonstrata *art. 5.* scripti a Grandino reprehen-
 si. Tam paucis, inquam, horum Grandinianorum (*art. 2.*) plus-
 quam infinitorum veritas, & (*art. 1.*) Wallisianorum falsitas de-
 monstratur *art. 5, 6.* monumenti illius, ut ea hic referre liceat,
 quibus Lector instructus judicet, jure an injuria Grandinus sua
 plusquam infinita me rejecisse asserat. En itaque Latine duo-
 bus articulis proxime sequentibus, quod in illo meo scripto
art. 5, 6. Gallice legitur.

Tab. II. V. Posita hyperbola generali *AFB* inter asymptotos orthogo-
Fig. 4. nales *CA, CB*, quibus ab hyperbolæ puncto quovis *F* parallelæ
 fingantur *FE, FL*: „sint $CE = x$, $EF = v$, & $CK = a$ constan-

$$,, \text{ ti; sitque } x^m v^m + n = a^{m+n}, \text{ vel } v(EF) = a^{\frac{2m+n}{m+n}} x^{\frac{-m}{m+n}}$$

$$,, \text{ locus ad hyperbolam, ex quo fit elementum } vdx = a^{\frac{2m+n}{m+n}}$$

$$,, x^{\frac{-m}{m+n}} dx, \text{ \& area } ACEFA (fvd x) = \frac{m+n}{n} \cdot a^{\frac{2m+n}{m+n}} x^{\frac{n}{m+n}}$$

$$,, = \frac{m+n}{n} \cdot CK^{\frac{2m+n}{m+n}} \cdot CE^{\frac{n}{m+n}}, \text{ scilicet finita ad partem } A,$$

„cujus respectu *CE* finita est, & solummodo infinita ad par-
 „tem *B*, siquidem *CE* hanc ad partem tantummodo infinita
 „esse potest.

„VI. Ergo, si assumendo *LF* (x) in ordinatam hyperbolæ

$$\text{Pag. 159. } ,, AFB \text{ vel (art. 5.) } xdv = a^{\frac{2m+n}{m}} \cdot v^{\frac{-m-n}{m}} dv \text{ in ele-}$$

men-

„ mentum areæ, asymptoticæ *BCLFB*; area hæc (*kdv*) repe- AA. Erud.
An. 1712.
M. April.

„ riatur = $\frac{m}{-n} \cdot a^{\frac{2m+n}{m}} \cdot v^{-\frac{m}{n}}$, negativa, signum non est eam

„ esse plusquam infinitam ut (*art. 1.*) Cl. Wallisius afferit, sed

„ solummodo quod loco illius areæ *BCLFB* assumendum sit com-

„ plementum ejus *ALFA* = $\frac{m}{n} \cdot a^{\frac{2m+n}{m}} \cdot v^{-\frac{m}{n}}$: quod sæpe sæ-

„ pius contingit in multis aliis quadraturis.

VII. En hoc *art. 6.* monumenti a Grandino culpati confu-
tata plusquam infinita, quæ Wallisius posuit (*art. 1.*) in fractio-
nibus negativis: en etiam *art. 5.* stabilita, quæ Grandinuse con-
tra posuit (*art. 2.*) in infinitis sese invicem infinities exceden-
tibus, ut ipse jam monitus perspiciet: posita enim *x* longitudi-
nis infinitæ, eo plura infinita alia aliis infinities majora aut mi-

nora exhibebit illi formula (*art. 5.*) in qua est $x^{\frac{n}{m+n}}$, quo

plurium valorum positivorum majorum aut minorum fiet in-
dex numericus *n*; manente eodem quovis numero positivo *m*;
liquidem tunc quantitas (*hyp.*) infinita *x* eo plurium aut pau-
ciorum dimensionum evadet: quamobrem his diutius non im-
moror.

Pateo ergo, me in scripto, quod Grandinus (hæc omittens)
oppugnat, non solum plusquam infinitorum Wallisianorum (*art. 6.*)
fallitatem, sed etiam Grandinianorum (*art. 5.*) veritatem de-
monstrasse. Fateor tamen, de his Grandinianis aliter me tunc
non cogitasse, quam quod eorum formula (*art. 5.*) viam ster-
neret (*art. 6.*) ad confutanda Wallisiana, de quibus solis erat
controversia, & hæc causa fuit, cur inanem reliquerim supe-
riorem (*art. 5.*) istorum plusquam infinitorum formulam. Hinc
etiam liquido constat, me de his non cogitasse: qui autem fie-
ri potuisset, ut ea non cogitata rejecissem, aut ea cogitata non
vidissem in superiore eorum formula *art. 5.* inquirenti Analy-
stæ cuivis etiam Tyroni ea propalante?

Cur autem de his plusquam infinitis Grandinianis non co-
gitaverim, jam dixi: eo quod scilicet de solis Wallisianis age-
retur; a quibus toto cælo discrepant (*art. 1, 2, 5, 6.*) infinita
alia aliis infinities majora, quæ non suspicabar eodem nihilo-
minus *plusquam infiniti* nomine a Grandino fore appellanda;
atque hac sua logomachia delusum, afflicturum perpetam eum

Act. Erud. esse mihi sua explosisse plusquam infinita, eo quod Wallisiana.
 An. 1712. respuerim. Permirus sane mihi est, & haud dubie erit Geo-
 M. April. metris, qui me norunt, Grandinum autumasse, varia illa in-
 finitorum genera a me repudiari, quasi vero qui infinite parva
 alia aliis infinities minora recepit, posset ratione saltem Geome-
 trica ascendendo, non admittere infinita alia aliis infinite ma-
 jora; quasi, inquam, Grandinus non me vidisset sæpe sapius
 horum ideo minora præ majoribus nihili facientem.

VIII. Tantum porro abest ut Cl. Fontenellus, a P. Grandino
 contra me citatus, a mea hac de re sententia discesserit in eleganti
 sua expositione monumenti a Grandino damnati, ut potius in ea
 totus ille videatur esse, cum Gallice dicit; quod Latine Grandi-
 nus (pag. 17.) reddidit his verbis: *illas plusquam infinitas magni-
 tudines demum censendas esse, quæ ab infinitorum ordine emergentes,
 ad ordinem superiorem fuerint elevatae, ut accidit finitis magnitu-
 dinibus, ubi ad ordinem superiorem transierint.* Hæc, inquam,
 mea est, fuitque semper sententia, videlicet ut finitæ magni-
 tudines infinitæ evasisse dici nequeunt, nisi cum finitarum qua-
 rumvis similes sunt transgressæ, sic etiam plusquam infinitas
 pari ratione dici nequire, nisi quæ (si id fieri posset) ultra
 infinitarum quarumlibet extensionem assurrexissent, quales (ut
 docte observat idem Fontenellus) forent Wallisianæ fractiones
 nominatorum negativorum, si hi nihilo minores essent. Certe
 quidem si loco citato Cl. Fontenellus ab hac mea sententia mi-
 hi visus fuisset alienus, contra eum statim dixissem, quod ni-
 mirum in interpretatione meorum a meo sensu abfuisset. Scit
 autem ipse, & testari paratus est, me huic ejus relationi non
 reclamasse, imo hanc approbasse.

Pag. 161. Quod spectat Diarii Gallici loca duo, usque adhuc mihi
 ignota, quæ Grandinus mihi etiam opponit, cum primus solis
 & ipsissimis superioribus Cl. Fontenelli verbis constet, eum jam
 superius comprobavi: secundum autem, in quo Diarii Autor
 posuit, varios infinitorum *ordines* a transcendentali Geometria
 prohiberi, pariter approbo, si omnia infinita simul includi vo-
 luerit ille in uno trium ordinum, quibus infinite parvum, fini-
 tum, & infinitum secernuntur ab invicem; hoc enim sensu unus
 est, non multiplex, infinitorum ordo. Contra vero si per illos
ordines idem Autor intellexerit varia genera aut varias classes in-
 finitorum aliorum aliis infinities majorum (quod vix crediderim);
 hunc secundum Diarii locum eo magis improbo, quod (ut jam
 dixi) sæpe sapius in Acad. Mon. infinita alia aliis infinite ma-
 jora mihi obvenerint, qualia sunt x , x^2 , x^3 , x^4 , &c. in hypothesi ip-
 sius x infinitæ; adeo ut priora præ posterioribus pro nihilo ha-
 buer-

buerim, ponendo scilicet (hac in hypothesi infinitæ x) $x + x^2 - x^2, x + x^2 + x^3 = x^3, x + x^2 + x^3 + x^4 = x^4$, &c. quæ cum aut similia ratione simili a me tractata in iisdem Monumentis identidem Grandinus viderit; magnopere iterum miror imputantem cum mihi infinita alia aliis infinite maiora negasse. Sed quid tamdiu his inconsulte objectis immoror? cum factis alienis non teneat.

Act. Erud.
An. 1712.
M. April

IX. Non modo Wallisiana plusquam infinita speciatim ratione art. 6. sed etiam generatim omnia ideo respui, quod (prout ipsa *plusquam infiniti* vox sonat) ea, si quæ essent, omnem transgrederentur extensionem *infiniti* definitione comprehensam: ac proinde cum ipsa infiniti, utpote inexhaustibilis, natura pugnant, siquidem nihil omnium rerum est plusquam quod sua definitione continetur: hoc P. Grandinus suos adolescentes olim se docuisse non meminit. Atque hæc causa fuit, cur dixerim in præfatiuncula scripti, quod Grandino bilem movit, non nihil in illis contradictionis & chimeræ mihi videri, asymptoticasque deinde hyperbolarum omnium areas (quantumcunque infinitas) esse tantummodo infinitas, non negando tamen, alias aliis infinite majores esse, ut ex superioribus constat, nec etiam asserendo, cum id e re controversa non esset.

Hinc etiam fuit cur in Acad. Mon. an. 1710. d. 4. Junii, quo sane tempore P. Grandini librum *de infinitis infinitorum* (si forte tunc esset editus) nondum videram, cum (ut jam dixi) cum non obtinuerim nisi mense Decembri anni proxime elapsi 1711. Hinc, inquam, fuit cur in illis Mon. an. 1710. pag. 359. licet (exigente quæstione) duo varia genera infinitorum in una hyperbola Apolloniana demonstraverim absque auxilio ullius alterius curvæ, atque hac occasione repererim infinita numero genera infinitorum aliorum aliis infinitis majorum, plane diversa ab iis quæ Grandinus demonstrare suscepit; nihilominus tamen ibi dixerim quantitatum infinite parvis majorum nullam esse posse præter finitam aut infinitam, utpote quod infiniti ordinem, sive naturam aut inexhaustibilem extensionem nulla transgredi queat nec consequenter vere *plusquam infinita* seu *plusquam infinito magna* dici possit, ut infinite parvarum aliarum aliis infinitis minorum nulla *plusquam infinite parva* hucusque dicta fuit, licet hæc parvitatibus limitem habeant zero, illis suæ magnitudinis termino carentibus.

Pag. 162.

X. Siquidem hanc loquendi rationem moleste fert P. Grandinus, summopere vereor, ne molestius longe ferat aliam, qua in iisdem Monumentis an. 1710. ipsum etiam *Infiniti* nomen abnegavi variis generibus quantitatum superiorum (art. 9.) quas notavi (eas animadverterat quoque Cl. Fontenellus) medias finitam in-

Aët. Erud. ter & simpliciter infinitam, licet illæ sint quacumque finita maiores, qualis nimirum est y inter finitam a & infinitam x in æquatione parabolica $ax=yy$ dum x infinita ponitur: quæ y si tunc infinita dicatur, hæc illam x de infimo ad secundum infinitorum gradum illico contra hypothesin efferet; atque sic de aliis proportionalibus mediis inter finitam quamvis quantitatem & simpliciter infinitam ad libitum inferendis, quæ si *infiniti* nomine donarentur, hanc illæ de inferiori infinitorum gradu ad totuplicem eveherent quot illæ essent insertæ; atque ita (Grandiniana lingua loquendo) ea primum (*byp.*) simpliciter infinita, jam tunc plusquam infinita gradus ad arbitrium dicenda foret; quod absurdum forsan ipsi Grandino videbitur.

Utut sit, cum illo de vocibus pugnandi non est animus: itaque si libeat ipsi, non solum quantitatibus illis finitas inter & infinitas mediis, nomen *infiniti*, sed etiam *plusquam infiniti* nomen aliis infinitis sese invicem infinities excedentibus ultro concedam, modo tamen ille hæc sua plusquam infinita accurate secernat a Wallisianis, quæ, licet ejusdem nominis, multum ab illis discrepare vidimus art. 1, 2. Quod si non fecerit Pater Grandinus, logomachia sua continuo abutetur: Grandinianam dico *logomachiam*; quia nulla fuit Wallisio fractiones suas negativas (art. 1.) appellasse, licet absone, *plusquam infinitas*, cum nova nomina sint arbitraria; sed idem *plusquam infiniti* nomen alio (art. 2.) postea detorsisse, vere Grandini logomachia fuit, aut alterius cujusvis, si quis prior illo & Wallisio posterior detorserit.

Ceterum licet doctissimum Wallisium in his suis plusquam infinitis hallucinatum esse crediderim, etiamnumque credam, mea tamen illi observantia nunquam defuit nec deerit ob multiplicia eruditissimaque opera, quibus Rempubicam Literariam ditavit: sed sunt in Sole maculæ; & ideo si quam in Cl. Wallisio tot ac tantis operibus illustri notavi, ea sane nihil quicquam detrudere debet de veneratione tanto Viro debita, ut de P. Grandini (pluribus etiam operibus illustris) autoritate quidquam apud me, licet ab ipso inique laceffitum, detraxit nec rumor, quem falsum sparsit de me circa infinita, nec error, in quem raptus est ipse animo contra me dicendi, dum unam etiam impugnat methodorum, quibus vires centrales, osculorumque radios olim definivi. Hoc enim unum est adhuc in quo me vellicat; sed videat rursus quam temere id tentavit.

Error in reprehendensem ipsum Grandinum recidens.

Act. Erud.
Ann. 1712
M. Febr.
Tab. II.
Fig. 5.

XI. P. Grandinus in eodem suo libro, de quo huc usque, Schol. prop. 4. arguit me, quod (assumptis curva quacumque QLM, & circulo EDL eam osculante in aLl, pro polygonis infiniti lateris) afferuerim angulum Rll contactus esse æqualem angulo LCl centri; quasi nesciat ille hac in hypothese polygonorum osculum fieri per duplicem contactum factum in duobus infinite parvis lateribus aL, Ll, polygoni regularis EDL, productumque latisculum rectum aL versus R, tangentem fieri LR illis duobus polygonis communem. Hæc autem cum non ignoret P. Grandinus, qui fieri potuit in eadem hypothese a me polita & ab ipso admissa, ut negaverit angulum contactus Rll æqualem esse angulo centri LCl? siquidem enim est de regulari polygono EDL, cujus centrum C, angulique a, L, l, &c. ut habeat non modo $CL = Cl$, sed etiam angulum $CLa = ClL = ClL$; erit quoque de ejusdem polygoni natura ut habeat angulos $CLa + ClL = ClL + ClL$. Ergo cum sint anguli $CLa + ClL + Rll = 2 \text{ rect.} = ClL + ClL + LCl$, restat ut contactus angulus Rll sit æqualis angulo LCl centri. Ac proinde hanc angulorum æqualitatem, olim etiam assertam ab insigni Geometra Jac. Bernoullio, in Act. Lips. ann. 1694. pag. 26. Grandinus male reprehendit. Pag. 164.

XII. Jam vero si loco latisculi aL in tangentem LR producti medietate anguli Rll distitam ab accurata perpendiculari LH ad radium CL, quæ ipsamet est tangens peripheriæ circularis elementis ubique curvis constantis, quorum unius tum chorda est elementum rectum ejusdem peripheriæ polygonæ EDL; palam est angulum Rll, sive (art. 11.) LCl duplum esse anguli Hll, ut innui in Acad. Mon. an. 1706. 24. Aprilis, art. 17. ubi (producto radio Cl usque ad occursum cum rectis LR, LH, in punctis T, P,) dixi LT duplum esse ipsius LP : Unde cum ex hoc fluat ultro angulus $Hll = \frac{1}{2} Rll$ (art. 11.) $= \frac{1}{2} LCl$; sive $Hll = \frac{1}{2} LCl$, idque solum demonstret P. Grandinus in Schol. suæ prop. 4. quæ me appetit, nihil de hac æqualitate dicit quod non prior satis dixerim.

Est in eo fallitur ille, quod elementum circuli polygoni assumat hic in elementum circuli ubique curvi, seu subtensam pro arcu. Erroneum quidem non est, in infinite parvis chordam arcui æqualem ponere, cum inter se non discrepent nisi differentia ad eos infinite parva; sed erroneum omnino est, angulum Hll illa chorda & tangente LH comprehensum sumere pro angulo contactus circuli elementis ubique curvis constantis, id est, pro

Act. Erud. pro angulo contento hanc inter tangentem LH & arcum illa chorda Ll lubtenfum, cum hic angulus longe futurus fit minor altero, quando circulus ubique curvus spectabitur, illique duntaxat sit æqualis in hypothesi circuli polygoni, in qua (art. 11.) constitit angulum RLi contingentie æqualem esse angulo LCl centri, ut dixeram cum Cl. Jac. Bernoullio, cujus heu! nimis immataram mortem lugemus, demonstraveramque in Acad. Mon. locis, Pag. 165. quos hac in re Grandinus improbat. Videat ergo jam ille, uter nostrum accuratius infinite parvorum leges observavit.

XIII. In Acad. Mon. an. 1706. d. 24. April. & 18. Decemb. de radiis osculorum & de viribus centralibus agens, spectavi circumulum curvasque cæteras omnes non solum ut rectis, sed etiam ut curvis elementis constantes, qua nimirum duplici consideratione pateret, hanc utramque hypothesin eodem redire in consequentiis; nec quidem frustra, cum ambæ sigillatim eosdem impertiverint mihi radios osculares, easdem virium centralium rationes, & eosdem valores earum absolutos comparati ad constantem mobilis gravitatem. Attamen quod notaveram (art. 15. Mon. 24. April.) de variis modis earum rationes easdem exprimendi, id perperam Grandinus *excusationem* appellat, quod æquior appellasset diversas eodem perveniendi vias.

XIV. Licet autem illa omnia vera esse fateatur, tamen nihilominus addit de mea methodo superiore (art. 11.) qua (ut & altera) ea omnia inveni, quod, *admissa hac arguendi ratione, posset in aliis casibus talis error irrepere, unde falsa penitus conclusio deduceretur.* Geometra qui asserit, is assertum demonstrare tenetur: Unde velim demonstrare tentet mihi P. Grandinus casum vel unum, in quo arguendi rationem deficere credat; & statim ostendam, illam ipsum potius a vera defecisse. Causa assertionis aut saltem formidinis ejus in eo solo posita est, quod non viderit consensum (art. 11, 12.) superiorum meorum methodorum, quarum una utitur ut alteram convellat. Sed ut consensus hæc magis adhuc ipsi pateat, insuper addo ex angulo LCl = RLi in circulo polygono æque ac hexangulo LCl = 2 + HLi in circulo ubique curvo (latunculo scilicet recto Ll prioris, quod est chorda posterioris, manente eodem in triangulis LCl, ZLi, NLi, quorum medium ZLi sit isoscelium basin habens arculum LZ centro L radioque Ll factum, sive rectulam LZ occurrentem tangenti LH in puncto N, alio nimirum ab eo N, in quo eadem tangenti occurrit producta Dl per extremitates D & l diametri LD & latunculi Ll) sequi ND + Nl = LN + LN, quod hac in re Grandianæ difficultatis caput est, quodque est demonstratum per facile. Nam siquidem (art. 11.) in circulo polygono est contactus angulus

lus $RL = LCl$, triangula (*constr.*) isoscelia ZLl , LCl , dabunt A. E. Prod.
An. 1712.
M. April.
Pag. 166.
 $CL.Ll::Ll.Zl = \frac{Ll+Ll}{CL}$. Unde cum sit (*art. 12.*) $LY = 2 + LP$

ac proinde etiam $Zl = 2 + Nl$, erit quoque $2 + Nl = \frac{Ll+Ll}{CL}$, sive

$$Nl = \frac{Ll+Ll}{2CL} = \frac{Ll+Ll}{LD} = \frac{LN+LN}{ND}; \text{ atque ita est } ND + Nl =$$

$LN + LN$ imposito circulo polygono perinde ac in circulo ubique curvo, idque sequitur (ut nunc palam est) ex angulo $LCl = RLl$ in priore pariter atque ex angulo $LCl = 2 + HLl$ in posteriore: unde cum ex hac secunda æqualitate nil timeas P. Grandinus, nec etiam ex illa quicquam timendum habet. Fateatur ergo necesse est, nimio me laceffendi animo, aut (ut de Viro Religioso officiosius iudicem) nimia præcipitantia se in errorem fuisse inductum, dum has duas æqualitates inter se pugnare dixit, ut dum me infinita alia aliis infinite maiora negasse protulit.

XV. Hæc sunt quæ coactus dicenda habui ad ea, quæ de me percepi in P. Grandini libro *de infinitis infinitum*, cuius tantummodo legi Dedications, non nihil poematum, expositionem controversæ, solos propositionum titulos, & Schol. prop. 4. inquirens dumtaxat in illo libro, quid inibi esset quod ad me pertineret, cum cum totum legere nondum vacaverit. Quamobrem hæc in responsione de Demonstrationibus *pluraquam infinitum* Auctoris nil assero; attamen cum fiat de re aliunde mihi nota, libens præsumo has valere omnes, præter eam quæ reperitur in Schol. prop. 4. quamque caterarum tituli mihi suascerunt solam esse quæ me attingat, & quam autor in hac responsione (*art. 11, 12, 14.*) falsam esse deprehendet. Porro simul ac primum fuero solutus a negotiis, quibus undique premor, quibusque multum ac sæpe responsio fuit impedita, totum librum illius eo ardentius legam, quod, quæ mihi analytice nota sunt, ea synthetice demonstrata mihi sint perplacitura, quodque magno in numero mihi sit Libri istius Cl. Autor, qui (ut spero) veniam dabit justæ huic meæ defensioni, pro illata mihi ab ipso iniuria moderatissimæ, tum pacis ergo, tum ob reverentiam Viro Religioso debitam.

AA. Erud.

An. 1712.

M. April.

Pag. 167.

G. G. L. O B S E R V A T I O

Quod rationes, siue proportionēs non habeant locum circa quantitates nihilo minores; & de diverso sensu Methodi infinitesimalis.

CUM olim Parisiis Vir summus Antonius Arnaldus sua nova Geometriæ Elementa mecum communicaret, atque in iisdem admirari se testatus fuisset, quo modo posset esse 1 ad -1 , ut -1 ad 1 ; quæ res probari videtur ex eo, quod productum est idem sub extremis, quod sub mediis, cum utrobique prodeat $+1$; jam tum dixi mihi videri, *veras* illas *rationes* non esse in quibus quantitas nihilo minor est antecedens vel consequens; etsi in calculo hæc, ut alia *imaginaria*, tuto & utiliter adhibeantur. Et sane identitatis rationum verarum fundamentum est rerum similitudo, quæ facit, exempli causa, ut segmentis similibus diversorum circulorum assumptis, sit ubique eadem ratio chordæ ad radium, seu ut chorda minoris se habeat ad radium minoris, ut chorda majoris ad radium majoris. Sed vero nulla plane apparet similitudo in supra dicta Analogia; si enim -1 est minus nihilo, utique 1 ad -1 , erit ratio majoris ad minus. Sed vero contra ratio -1 ad 1 est ratio minoris ad majus. Quomodo ergo utrobique eadem ratio erit? Sed rationes istas esse imaginarias etiam alio certissimo argumento comprobabo, scilicet a Logarithmis. Nempe ratio cui nullus datur respondens Logarithmus, ratio vera non est. Porro posito unitatis Logarithmum esse 0 , rationis -1 ad 1 , idem est Logarithmus qui ipsius -1 . At ipsius -1 non datur Logarithmus. Non enim est positivus, nam talis omnis est Logarithmus numeri positivi unitate majoris. Sed tamen etiam non est negativus; quia talis omnis est Logarithmus numeri positivi unitate minoris. Ergo Logarithmus ipsius -1 cum nec positivus sit, nec negativus, superest ut sit non verus sed imaginarius. Itaque & ratio cui respondet, *non vera sed imaginaria* erit. Idem etiam sic probo: si daretur vero Logarithmus ipsius -1 , seu rationis -1 ad 1 , ejus Logarithmi dimidium foret Logarithmus ipsius $\sqrt{-1}$, sed $\sqrt{-1}$ est quantitas imaginaria. Itaque daretur Logarithmus verus imaginariæ, quod est absurdum. Et proinde non nihil humani passus est insignis in paucis Geometra Johannes

nes Wallisius, cum dixisset rationem 1 ad — 1 esse plusquam infinitam; & recte hoc (etsi aliis considerationibus) celeberrimus Varignonius reject. Interim nolim cum ipso negare — 1 esse quantitatem nihilo minorem; modo id sano sensu intelligatur. Tales enuntiationes sunt *toleranter vera*, ut ego cum summo Viro *Joachimo Jungio* loqui soleo; Galli appellarent *passables*. Rigorem quidem non sustinent, habent tamen usum magnum in calculando & ad artem inveniendi universalesque conceptus valent. Talis fuit locutio Euclidis, cum *Angulum* Contactus dixit esse rectilineo quovis minorem; tales sunt multæ Geometrarum aliæ, in quibus est figuratum quodammodo & crypticum dicendi genus. Sunt tamen quidam, ut scè dicam, *tolerabilitatis* gradus. Porro ut nego, rationem, cujus terminus sit quantitas nihilo minor, esse realem; ita etiam nego, proprie dari numerum infinitum vel infinite parvum, lineamve infinitam, vel infinite parvam. Etsi Euclides sæpe, sed sano sensu, de linea infinita loquatur. *Infinitem* continuum vel discretum, proprie nec unum, nec totum, nec quantum est; etsi analogia quadam pro tali a nobis adhibeatur; ut verbo dicam, est modus loquendi. Cum scilicet plura adsunt, quam ullo numero comprehendi possunt, numerum tamen illis rebus attribuimus analogice, quem infinitum appellamus. Itaque jam olim judicavi, cum infinite parvum esse errorem dicimus, intelligi dato quovis minorem, revera nullum. Et cum ordinarium & infinitum & infinities infinitum conferimus; perinde esse ac si conferremus ascendendo diametrum pulvisculi, diametrum terræ & diametrum orbis fixarum, aut his quantumvis (per gradus) majora minoraque eodemque sensu descendendo diametrum orbis fixarum, diametrum terræ & diametrum pulvisculi posse comparari ordinario, infinite parvo, & infinities infinite parvo, sed ita ut quodvis horum in suo genere, quantumvis majus aut minus concipi posse intelligatur. Cum vero facta ad ultimum facto ipsum infinitum aut infinite parvum dicimus, commoditati expressionis seu breviloquio mentali inservimus; sed non nisi *toleranter vera* loquimur, quæ explicatione *rigidantur*. Atque hæc etiam mea sententia est de arcibus illis Hyperbolicis Asymptoticis, quæ infinite infinitiesque infinite esse dicuntur, id est, talia rigorose loquendo vera non esse posse, tamen sano aliquo sensu tolerari. Atque hæc tum ad terminandas Virorum Clarissimorum Varignonii & Grandii controversias, tum ad præcavendos chimæricos quosdam conceptus, tum denique ad elidendas oppositiones contra *methodum infinite similem*, prodesse possunt.

Act. Erud.
An. 1712.
M. April.
Pag. 168.

Pag. 169.

Act. Erud.
Ann. 1712
M. Junii.
Pag. 273.

MACHINA ANAMORPHOTICA

Ad deformandas imagines, a speculo cylindrico
reformandas,

inventa a JACOBO LEUPOLDO, Mechanico Lipsiensi.

Tab. II. **E**Quidem totius machinæ structuram iconismus satis distincte
Fig. 1, 2, repræsentat, in quo Fig. 1. orthographiam; Fig. 2. structu-
3, & 4. ram internam; Fig. 3. scenographiam & Fig. 4. ichnographiam
exhibet: operæ tamen pretium erit, ut de singulis partibus si-
gillatim pauca dicam, quæ in omnibus figuris iisdem literis de-
Pag. 274. signantur. *abcdgh* est cylindrus ex ligno probe exsiccato para-
tus. Diameter basis *gh* æqualis est diametro speculi cylindrici,
a qua diameter ipsius cylindri *cd* una tertia deficit. *ab* est ma-
nubrium, juxta quod annulus orichalceus *ik* volvitur. *ef* est an-
nulus alius mediante cochlea nunc arte constringendus, nunc
iterum laxandus, prout usus exigit. *lmno* est receptaculum li-
gneum, quod mediantibus annulis *ik* & *ef* circa cylindrum ver-
titur. *pf* est regula brachio *qr* instructa, quod stylus *s* tenet.
Ejus longitudo $\frac{1}{4}$ unius ulnæ. In *u* affixa est chorda, quæ ro-
tam *x* ambiens tandem in altero ejusdem regulæ extremo *w* ter-
minatur. Rotula *z* alteri *x* affixa, ita ut una cum ea circum-
agatur, quæ quo minor fuerit, eo major erit figura deforma-
ta. Hanc rotulam *z* & duas reliquas *a* & *b* ambit chorda alia,
utroque sui extremo regulæ verticali *yd* alligata. Habet etiam
hæc suum in *v* brachium *z* cum stylo *v*. Dum manu in *p* appli-
cata regula inferior protrahitur aut retruditur, rotæ *y*, *z*, *a*,
b convolvuntur & regula altera sursum, vel deorsum move-
tur. *aa* est lamina elastica, quæ ad dirigendum regulæ vertica-
lis motum nunc deprimitur, nunc laxatur. Regulæ ex ligno nu-
ceo; rotæ ex acerno aut ebore parantur.

Usus machinæ talis est. Prototypum in charta delineandum
(longitudo & latitudo, in schematismo expressa, quamvis utra-
que minor, non tamen major esse possit) & cylindro ligneo
cera affigendum. Similiter charta munda super tabula plana ex-
pandenda, super qua machina collocata, regula horizontalis nunc
attrahenda, nunc retrudenda, & tota machina circa cylindrum
huc illucque vertenda, ita ut stylus *v* singula puncta prototy-
pi

pi permeet, quibus respondentia pro anamorphosi notantur stylo s. Uno lineæ ductu absoluto, puncta stylo s chartæ impressa cerussa in lineam connectuntur. Hac machina admodum expedita nec minus accurate anamorphoses absolvi, successus me abunde docuit.

Act. Erud.
An. 1712
M. Junii.

Angulorum arcuumque Sectio indefinita

per Formulam universalem expressa sine serierum
auxilio : & hinc deducta æquationum
angularium prompta formatio;

Autore JOH. BERNOULLI.

IN Actis hisce Anni 1701. pag. 15. & seqq. tradidi modum circuli arcum in partes quocumque secandi vel eum multiplicandi ope quarundam serierum, quæ quidem ubi numerus divisionis vel multiplicationis est integer & affirmativus abrumpuntur, terminosque relinquunt plures paucioresve pro magnitudine illius numeri : Problema quippe in his casibus semper algebraicum magis minusve compositum existit; cum vero indefinite conceptum transcendens sit, & problemata transcendentia per æquationes ex quantitativis mere finitis constantes solvi non possint, nisi ea tantum quæ ad quadraturam hyperbolæ vel ad logarithmos reducuntur, utpote quæ admittunt æquationes percurrentes seu, ut magno Leibnitio vocantur, Exponentiales, quantitativis scilicet finitis sed dimensionibus indeterminatis constantes. Hinc prima fronte impossibile videtur, aliter quam per seriem determinare arcuum angulorumque sectionem indefinitam; siquidem reductio quadraturarum circuli & hyperbolæ ad se invicem nondum sit inventa, imo fere a Geometris pro impossibili habeatur.

Verum consideret B. Lector, quæ in Actis Anni 1703. p. 144. & in Memorab. Acad. Reg. Scientiar. pag. 297. Edit. Paris. a me sunt ostensa de Sectore circuli habendo pro logarithmo imaginario, postquam docuissim generalem methodum integrandi differentialium fractiones rationales vel absolute vel supposita quadratura circuli, hyperbolæ, aut utriusque. Obscurum non erit, quomodo ea nunc ad præsentem usum sint vocanda, ut nimirum exhibeatur æquatio finita quamvis *percurrentis* pro angulorum se-

Act. Erud. Etione indefinita: Includet illa quidem quantitates imaginarias seu impossibiles, sed hæ ipsæ in casu quolibet particulari evanescent, & sic quæ per se sunt impossibilia, interserviunt tamen ad inveniendum quod est possibile & ad scopum nostrum facit, idque levi & extemporanea quantitarum substitutione; sicuti ex jam dicendis patebit.

Sit radius circuli $= 1$; arcus indeterminatus $= A$; cujus multiplex aut submultiplex quivis $nA = B$; sitque tangens ipsius $A = x$, & tangens ipsius $B = y$. Notum est ex calculo differentiali esse $dA = \frac{dx}{xx+1}$, & $dB = \frac{dy}{yy+1}$, cum igitur per hyp. $nA = B$, erit quoque (ob numerum constantem n) $ndA = dB$: hoc est $\frac{ndx}{xx+1} = \frac{dy}{yy+1}$; seu multiplicando utrumque per $2\sqrt{-1}$ (quod ita facio, ut postea resolvere possim in differentiales logarithmorum licet impossibilium) erit $\frac{2ndx\sqrt{-1}}{xx+1} = \frac{2dy\sqrt{-1}}{yy+1}$; quæ ergo resoluta, sicuti docui in locis citatis, dabunt hanc æqualitatem $\frac{ndx}{x-\sqrt{-1}} - \frac{ndx}{x+\sqrt{-1}} = \frac{dy}{y-\sqrt{-1}} - \frac{dy}{y+\sqrt{-1}}$ in differentialibus logarithmis expressam: sumtis itaque integralibus prodit æquatio inter logarithmos $nx - \sqrt{-1} - n/x + \sqrt{-1} = ly - \sqrt{-1} - 1/y + \sqrt{-1}$, qui redacti ad numeros ut moris est fiet $\frac{x-\sqrt{-1}}{x+\sqrt{-1}} = \frac{y-\sqrt{-1}}{y+\sqrt{-1}}$ adeoque instituta multiplicatione per crucem, $x-\sqrt{-1} \cdot n \cdot y+\sqrt{-1} = x+\sqrt{-1} \cdot n \cdot y-\sqrt{-1}$; quæ est æquatio universalis cuilibet arcui multiplicando vel dividendo pro lubitu interserviens; nec obstat quod $\sqrt{-1}$ quantitas impossibilis in illa reperiatur: ea enim in applicatione ad speciale quodlibet exemplum reperietur in singulis æquationis terminis, & ideo per divisionem tollitur.

Hoc interim notari velim, quod ubi n significat numerum parum, valor ipsius y repertus exprimat tangentem non ipsius arcus quæsitæ B , sed ejus complementi ad quadrantem: cujus rei ratio manifesta est ex integratione differentialium logarithmorum.

Ceterum ex nostra universali æquatione $\frac{x-\sqrt{-1}}{y+\sqrt{-1}} = \frac{x+\sqrt{-1}}{y-\sqrt{-1}}$, si attente perpendatur, fuit

fuit regula generalissima pro exprimenda tangente arcus B cujus-
cunque multipli submultiplive n ipsius dati A , & quidem mirabi-
li facilitate & simplicitate. Regula autem ita habet:

Act. Erud.
Ann. 1712
M. Junii.

Elevetur $x + 1$ ad potestatem n , & ex terminis alternis cum signis
alternatim variantibus formetur fractio, ita nempe ut numerator con-
sistat primo, tertio, quinto &c. denominator vero secundo, quarto, sexto &c.
fractio quæ inde emergit exprimet tangentem quasiti ar-
cus B , si scilicet n sit numerus impar; complementi vero ejus-
dem, si n sit par.

Page 277.

EXAMPLE. I. si $n=4$.

Sumatur potestas quarta ipsius $x + 1$, & erit $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$: ex cujus terminis alternatim excerptis cum va-
riantibus signis formetur fractio in hunc modum $\frac{x^4 - 6x^2 + 1}{4x^3 - 4x}$; di-
co ob paritatem numeri n , fore hanc fractionem $= \text{tang. com-}$
plementi arcus B seu $4A$: adeoque converso numeratore in de-
nominatorem & vicissim, haberi $\frac{4x^3 - 4x}{x^4 - 6x^2 + 1}$ pro tangente ip-
sius arcus B seu quadrupli arcus A .

EXAMPLE. II. si $n=5$.

Termini $x + 1^5 = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$, disponan-
tur uti dictum in fractionem $\frac{x^5 - 10x^3 + 5x}{5x^4 - 10x^2 + 1}$, hæcque erit ob
imparem numerum n , tangens ipsius arcus B seu quintupli A .

EXAMPLE. III. si $n=6$.

Ex terminis $x + 1^6 = x^6 + 6x^5 + 15x^4 + 20x^3 + 15x^2 + 6x + 1$,
summi pares pro numeratore & impares pro denominatore (propter
paritatem numeri n) constituent fractionem $\frac{6x^5 - 20x^3 + 6x}{x^6 - 15x^4 + 15x^2 - 1}$
 $=$ tangenti arcus B seu sextupli A .

AA Erud.
An. 1712.
M. Julii.
Pag. 329.

CONTINUATIO SCHEDIASMATIS

de Angulorum arcuumque sectione indefinita,

Auctore JOH. BERNOULLI.

Quod si seriem adhibere lubeat, poterit nulla facta distinctione inter numerum parem & imparem, generaliter exprimi tangens arcus multipli indefiniti n , incipiendo a termino postremo binomii $x + 1$ ad potestatem n elevati, eamque pro primo habendo: formata namque fractio ex terminis secundo, quarto, sexto &c. pro numeratore, & ex primo, tertio, quinto &c. pro denominatore alternantibus semper signis, exhibebit valorem tangents arcus multipli, indiscriminatim in omni casu, sive par sit sive impar numerus n , imo etsi fractus vel furdus esset; in literis algebraicis rem ita explico:

$$\begin{aligned} \text{Quia constat } x + 1^n &= 1 + \frac{n}{1}x + \frac{n \cdot n - 1}{1 \cdot 2}xx + \frac{n \cdot n - 1 \cdot n - 2}{1 \cdot 2 \cdot 3}x^3 + \\ &+ \frac{n \cdot n - 1 \cdot n - 2 \cdot n - 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}x^4 + \frac{n \cdot n - 1 \cdot n - 2 \cdot n - 3 \cdot n - 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}x^5 + \\ &\text{Pag. 330. \&c. Dico sumta, ut supra } x \text{ pro tangente arcus simpli } A, \text{ \& } n \text{ pro numero multo} \\ &\text{plo quo multiplicandus est, fore tangentem arcus multipli} \\ B &= nx - \frac{n \cdot n - 1 \cdot n - 2}{1 \cdot 2 \cdot 3}x^3 + \frac{n \cdot n - 1 \cdot n - 2 \cdot n - 3 \cdot n - 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}x^5 - \text{\&c.} \\ &1 - \frac{n \cdot n - 1}{1 \cdot 2}x^2 + \frac{n \cdot n - 1 \cdot n - 2 \cdot n - 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}x^4 - \text{\&c.} \end{aligned}$$

Ex qua formula universali hoc præterea utilitatis fuit, quod latera polygonorum circumscriptorum, adeoque & inscriptorum compendiose determinentur; æquando nempe ipsi zero numeratorem fractionis divisum per x , erit enim radix æquationis = semilateri polygoni circumscripti, cujus numerus laterum est n , & radius circuli 1, demonstrationem ejus utpote attendenti facile obviam ex præcedentibus lubens omitto.

Brevis in vim Centrifugam Materiæ æthereæ

*nullatenus idoneam ad centripetos gravium motus
imprimendos,*

Observatio Physico-Mathematica.

Parisiis transmissa, Aut. F. D. C. Abb. Vall.

Quis sit gravitatis effectus norunt omnes; quænam detur ejus causa, nemo hætenus indubitatis argumentis demonstravit; rem in Physicis adeo abstrusam dilucidare non mihi est animus. Hocce phaenomenon ex rapida ætheris Terræ circumvolvi vertigine nequaquam oriri, paucis ac evidenter hic ostendendum sulcipio.

Sunto itaque

1) t , datus numerus minutorum secundorum horariorum, ex quibus constat tempus, quo planetæ circa suum centrum a stella fixa tanquam conspicuo cœli puncto ad eandem revolvitur;

2) $\frac{1}{n}$, pars hujusce horariorum secundorum numeri quantumlibet parva;

3) c , quantitas hexapedarum gallicarum, quæ circumferentiam illius planetæ in æquatore suo dimetiuntur;

4) $2r$, cognita parium hexapedarum summa, quas diameter ejusdem planetæ vel præcisa vel intra ætheris ambientis sphaeram ad corpus aliquod grave sublatum producta continet;

5) $\frac{1}{nn} \times \frac{5}{2}$, quantitas numerica exprimens in particulis hexapedæ spatiolam ad planetæ horizontem verticale; per quod tempore brevissimo sive instanti physico $\frac{1}{n}$ æther circumfusus com-

munique vorticis planetarii impetu abreptus non modo urget quoquoersus, ut a centro motus sui recedat; sed etiam si quas sursum emissa sibi obvias corporum terrestrium moles offendit, his vi centrifuga lentius vibratis antevertere, deturbatasque de loco retundere deorsum, hic concipitur. Cujus spatioli expressio sic ad hexapedalem mensuram refertur, ut descensus gravium secundum hypothesein Galileanam accelerari supponat; quem-

admo-

Act. Erud. admodum ex ratione spatiorum ad quadrata temporum in quan.
 An. 1712. titate $\frac{1}{22}$, & hexapedarum ad quindecim pedes in numero $\frac{5}{2}$
 M. Aug. posita innotescit.

Intelligatur nunc figura GBDA, cujusdam planetæ centralis
 in A cælum representari sectum plano per æquatorem IP ducto;
 Tab. I. ubi descripta centro A & radio ad libitum sumpto AB peripheria
 Fig. 2. GBD designat ætheris huic planetæ circumfusi revolutionem centrali
 vertigini PI concentricam. Actis per punctum A altero radio AD & per punctum B recta contingente Be, supponatur angulus in centro BAD omni dato minor; adeo ut triangulum DBE, quod tres lineolæ nempe arculi BzD chorda DB, particula BE radii BA & recta tangenti parallela ED constituunt, sit indefinitè parvum tribus punctis B, E & D inter se quam proximis. Li-

quet, quantumvis parvus detur angulus BAD, parvum triangulum DBE semper esse rectangulum in E, propter latus EB super radio positum, quod sinus versus dicitur, ac propter latus tangenti parallelum, quod sinus rectus vocatur. At ex triangulo rectangulo isto fit $\overline{ED}^2 = \overline{DB}^2 - \overline{EB}^2$, & ex circulo GBDG diametrum suam $= 2AB$ habente datur $\overline{ED}^2 = 2ABEB - \overline{EB}^2$; Ergo substitutis æqualibus reperitur $\overline{DB}^2 - \overline{EB}^2 = 2ABEB - \overline{EB}^2$, & addito utrinque \overline{EB}^2 , resultat $\overline{DB}^2 = 2ABEB$, unde concluditur $\frac{\overline{DB}^2}{2AB} = EB$, id est, in terminis analyticis $\frac{u^2}{2r} = f$, positividelicet $AB = r$, $DB = u$, $EB = f$.

Jam vero quod ad vim centrifugam attinet; advertendum est, auræ ætheræ, secundum circumferentiam GBD globo planetario IPA concentricam diffusæ, particulas quasvis B concepto rotationis circa centrum A impetu statim per circuli tangentem Be in fugam niti; quandoquidem motus omnis ex se recta tendit. Verum in vortice undequaque compresso istud necessarie fit diversorum motuum, quo sibi quam minimum obstant, æquipondium, ut nifus mobilium per circulationis tangentem cogatur renixu perpetuo deflectere in motum circula-

Punctis porro A in centro circuli & e in ejus tangente junctis, liquet brevissimum puncti e a circumferentia intervalum esse lineolam normalem eD; sicut lineola ipsi diametro BA parallela ducta per punctum D donec occurrat tangenti Be, estet brevissima hujus puncti D ab hac tangente distantia, quæ propter duas æquidistantes rectas eB & DE æqualis fieret particula EB ejusdem diametri BA. Liquet etiam, quo acutior est angulus eAB, eo magis ad parallelismum cum lineola EB disponi lineolam

neolam eD ; ita ut continuata in infinitum appropinquatione, qua arcus DzB indefinite parvus evadit, hæc eD illi EB parallela & æqualis censenda sit, tuncque præcisum inter particulas circumferentiæ ac tangentis infinitissime exiguas BzD & B intervallum dari constet æquale ipsi EB seu $f = \frac{uu}{2r}$ licuti supra ostendimus. Evidenter igitur quo momento $\left(\frac{1''}{n}\right)$ elementum æthereum B decurrere circulationis suæ tangentem B conatur, eodem consequenter a peripheria BzD recedere intervallo perexiguo EB nititur: Quumque hoc ipso momento conficere arcum BzD cogatur, necesse quoque est, ut ab illius tangentis directione hoc ipso intervallo removeatur. Hinc eidem ætheris circa centrum A gyrantis elemento simul inesse concipiuntur actio centrifuga & reactio centripeta instantaneæ, quarum mensura sit pars semidiametri infinite parva EB .

Act. Erud.
An. 1712.
M. Aug.

Fig. 360.

Quod si vera descensus corporum gravium in vortice planetario causa non alia esset quam ætheris actio centrifuga, quæ moles illas ad fugiendum centrum inertes deorsum deprimeret eodem motu accelerato, quæ circa Terram observamus; certe per quod spatium verticale quantumvis breve EB particula ætheris actione centrifuga ascenderent, per hoc corpora gravia reactione centripeta descenderent. Palam sit autem ex superius dictis, parvum intervallum sive spatium EB , quatenus brevissima quacunque scrupuli secundi horarii parte $\frac{1}{60}$ ad receptam apud Mèchanicos de

descensu gravium hypotesin refertur, denominari posse $\frac{2}{nn} \times \frac{g}{2}$, at quatenus ad vim centrifugam vel centripetam pertinet, exprimi per $\frac{uu}{2r}$. Ergo tunc foret $\frac{5}{24n} = \frac{uu}{2r}$, & $\sqrt{\frac{5r}{n}} = u$, qui chorda BD valor ipsi arculo DzB , cui illa subtrahitur, sine ullo sensibili errore tribui potest; quandoquidem earum linearum differentia omni data minor evadit, quum angulus ad centrum DAB pro momento $\frac{1}{n}$ indefinite acutus est.

His positis si planetæ centralis PAI hoc ipso instanti $\frac{1}{n}$ circa suum centrum A motu vertiginis rapi intelligatur; punctum æquatoris sui quodlibet I arcum describet toti circumferentiæ e ad hexapedas redactæ proportionalem in ratione hujusce instantis

Act. Erud. tis ad circumvolutionis integre tempus : per minuta secunda ho-
An. 1712. raria computatum : hoc est algebraice (secundum denominatio-
M. Aug.

nes superius factas.) Qualis in secundis horariis datur : ad $\frac{c}{n}$, ta-
lis in hexapedis Gallicis sese habet c ad arculum æquatoris plane-
tarii quæsitum, scilicet $\frac{c}{nt}$. Atqui manifeste habetur $\frac{c}{nt}$ ad $\frac{\sqrt{5r}}{n}$ ut

Pag. 361. 1 ad $\frac{\sqrt{5r}}{c}$; quæ ratio esset isochronarum revolutionum, quas
planeta centralis ac æther circumfusus peragere deberent, proin-
deque velocitatum æquabilium, cum quibus eos in orbem move-
ri necesse foret, ut auræ ætheræ vis centrifuga casum ad plane-
tarium centra perpendicularem gravibus sursum emissis imprimere
posset. Hinc propositionis, quam impugnandam hic nobis pro-
posuimus, evidentissima est falsitas. Quicumque animo paululum
attento rem perpenderit, facile assuetur, effici non posse, ut
fluida materia, qualis est æther, vorticem planetarium impleas,
multo citius quam ipsum planetæ corpus in centro volubile cir-
cumferatur, quin prominentia quæque in ejus superficie, veluti
in terra nostra arbores, ædes & turres, subruat secumque abri-
piat : tantum abest ut, quod experientia quotidiana comperunt
est, gravia in sublime jacta tam recta tenderent deorsum ac in
loco quiescente, idemque soli terreni punctum, unde ad per-
pendiculum projecta attolluntur, relapsa attingerent. Nec ali-
quis dicat subtilissimum ætherem, dum ab occasu in ortum
gyrat, corporum crassiorum poros rotationi suæ obiectos permea-
re, sicque perpendiculari eorum casui non obistere. Quonam
enim modo centrum versus communis vorticis illa depelleret,
quum eorundem gravium poros secundum vis centrifugæ dire-
ctionem patefactos nihil ipsi intercludat? Nonne, his poris mi-
nime obstantibus, massa, ex qua omne grave constat, satis qua-
quaversus ætheri impervia est, ut ab eo percuti & propelli un-
dequaque possit? Attamen diurna sphaeræ ætheræ globum ter-
restrem circumcingentis revolutio nullas adificiorum moles sub-
vertit : velocitas profecto, quam habet, cum vertigine centrali
concordat. Intervallis itaque a centro vorticis A ad quodlibet
æquatoris planetarii punctum I & ad quodcunque respondens
sphaeræ ætheræ punctum B, velut AI & AB in schemate, de-
nominatis $\frac{1}{2} B$ & r , ratio velocitatum concentricarum, quam su-
perius demonstravimus pro effectu proposito requiri, 1 ad $\frac{\sqrt{5r}}{c}$

eadem

eadem necessario effect quæ $\frac{1}{2} d$ ad r ; unde $\frac{ds \sqrt{5r}}{2s} = r$, & consequenter $r \propto \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{d}{c} = \sqrt{r}$ manifestissime absurdum; quantitas

Act. Erud.
An. 1712.
M. Aug.
Pag. 362.

siquidem constans seu semper in se determinata r (numerus secundorum horariorum, quibus planeta revolutionem integram circa centrum suum perficit) ducta in immutabilem diametri d ad peripheriam c rationem sumptam secundum numerum $\frac{1}{2}\sqrt{5}$, nullatenus discreparet a quantitate mutabili sive indeterminata \sqrt{r} (radice quadrata varii numeri r hexapedarum quas semidiameter diversa cujuscunque circulationis æthereæ in eodem vortice continet) quæ absurda consequentia propositionis, ex qua deducitur, falsitatem evincit.

Porro quid in singulis quibusdam præcipuorum planetarum vorticibus ex hac hypothesi eveniret, paulo magis curiose exquirere non ab re est. Ac primum quidem in Terra domicilio nostro notandum venit, diurnam ejus revolutionem secundorum horariorum 86400 numero (s) absolvi, circumferentiam æquatoris hexapedarum Parisinarum 20542320 numerum (c) adæquare, & semidiametrum ejusdem æquatoris sex tantum Gallicis pedibus auctam continere similium hexapedarum 3269298 numerum (r) cujus quintuplus 16346490 radicem quadratam habet majorem quam 4043 ac minorem quam 4044. Itaque

$$= \frac{86400}{20542320} = \frac{120}{28531} = \frac{s}{c} \text{ multiplicetur duntaxat per } 4043 = \text{prope } \sqrt{5r};$$

$$\text{fiet } \frac{485160}{28531} = 17 \frac{133}{28531} = \frac{\sqrt{5r}}{c} \text{ quam proxime. Unde apparet,}$$

non ab ætheris, nec cui admiscetur aeris, orbem terrarum perstringentis, vi centrifuga produci posse superficiem terrestris *gravitationem* seu in centrum terræ nisum, quin decies & septies velocius quam ipsa terra impetu rotationis moveatur tam æther quam aer. Supponamus jam, corpus aliquod gravissimum ad superam æque atmosphæræ superficiem levis minimis fere sex a terra distantem attolli, ut inde illud vis centrifuga aeris commistiquæ ætheris deorsum retundere queat: necessariam in hac cœli regione ad talem effectum vertiginis celeritatem sic eodem calculo expedite reperiemus. Leuca minima æquivalet Gallicis hexapedis 2070. Addantur seu ejusmodi leucæ terrestris semidiametro; summa erit: 3269297 + 12000 = 3281297 pro r . Unde pro $\sqrt{5r}$ datur $\sqrt{16406285}$ major quam 4050 & minor quam 4051. Sufficit

A&E. Erud.

An. 1712.

M. Aug.

Pag. 363.

ducere 4050 in $\frac{120}{28531} = \frac{t}{c}$, oriturque $\frac{486000}{28531} = 17 \frac{973}{28531} = \frac{t\sqrt{5r}}{c}$,
 pro velocitatis quæsitæ ad datam terrestris globi concentricam
 = 1 ratione. At tanta revolutionum circa idem centrum inter
 se proximarum inæqualitate supposita, quis, quæso, hominum
 cretus stare super terra vel ad punctum temporis posset, ca-
 pite citius pedibus orientalem versus plagam translato? Omne
 ponderosum corpus, quod altius in atmosphæra translatum fo-
 ret, eo remotius in ortum recideret. Nulla tamen vel in sta-
 tu recto vel in lapsu verticali corporum terrestrium differen-
 tia deprehenditur, ac si terra quam inhabitamus plane quie-
 sceret.

Nunc animi causa calculum nostrum ad Planetam Martis
 transferamus. Hunc spatio horarum 24 & minutorum 40 circa
 suum axem revolvi, diametrumque habere terrestri proportio-
 nalem in ratione 3 ad 5, ex observationibus astronomicis com-
 perimus. Fiunt autem ibi 24 h. 40' = secund. hor. 88800 = t ;
 20542320 hexap. $\times \frac{1}{5} =$ hexap. 12325392 = c ; 3269297 hexap. $\times \frac{1}{3} =$
 hexap. 1961578, & hexap. 1961579 = r pro distantia alicujus gra-
 vis a centro planetæ quæ semidiametrum ipsius sex pedibus tantum

exsuperet. Hinc sequuntur $\frac{t}{c} = \frac{88800}{12325392} = \frac{3700}{513558}$ & $\sqrt{5r} =$
 $\sqrt{9807895}$ major quam 3131 ac minor quam 3132: quæ præ-
 stant $\frac{t}{c} \sqrt{5r} = \frac{11584700}{513558} = 22 \frac{143212}{256779}$. Vertiginis ergo motus

vicies & bis circiter in ætherea materia Marti circumfusa re-
 quiritur celerior, quam in ipso planetæ globo, ut vis centri-
 fughujus ætheris causa fieret ejusdem, quæ circa terram nostram
 deprehenditur, accelerationis gravium ad centrum istius plane-
 tæ tendentium. Stella enim Martis globus est ex crassa mate-
 ria constans, quæ suo vortice non caret. Macula una aut alte-
 ra in ejus disco per magnum telescopium conspicua, identidem
 sese occultans rursusque sui copiam faciens, non modo molem
 supra suum axem circumactam sed etiam superficiem salebro-
 sam & asperam indicat. An verisimile est, si ab origine rerum
 tam inæqualibus turbineis motibus illa moles & fluidum circum-
 quaque diffusum concentrice raperentur, superficiem ipsius col-
 lisione vehementi & continua perstrictam non adhuc factam es-
 se ex omni parte æquam & levigatam.

Pag. 364.

Ultimum esto assertionis nostræ argumentum: Lunaria vortex
 aura sua ætherea centratam globum ambiente, non secus ac ce-
 aeri, plenus. Luna unicus in hoc vortice minoræ planeta & in

ter-

terrestri majore satelles, revolutionem integram circa centrum suum diebus $27\frac{1}{3}$ perficit. Semidiameter ejus se habet ad semidiametrum telluris & ideo maxima illius peripheria ad maximam hujus peripheriam sicut $1\frac{1}{11}$ ad 4. Equivalent autem $27\frac{1}{3}$ dies numero secundorum horariorum $2361600 = t$: Ratio 4 ad $1\frac{1}{11}$ sive 1 ad $\frac{4}{11}$ est eadem quæ numeri hexap. in maximo terre circulo contentarum 20542320 ad quartum nempe hexap. numerum 5477952 = c ; & eadem quæ numeri hexapedarum in semidiametro terrestri contentarum 3269297 ad alium videlicet 871812 $\frac{4}{11}$ qui, auctus additamento $1\frac{7}{11}$ evadit 871814 = r paulo major semidiametri lunaris mensura, propter suppositam gravitatis cujusdam altitudinem ; unde fit $\sqrt{5r} = \sqrt{4359070}$ major quam 2087 & minor quam 2088. Atqui 2087 ductus in $\frac{2361600}{5477952}$

sive in æqualem fractionem $\frac{12300}{28531}$ producit $\frac{25670100}{28531} = 899$

$\frac{20731}{28531}$ pro $\frac{2}{c} \sqrt{5r}$: Liqueat igitur, fieri non posse ut in vortice Lunæ proprio vis centrifuga ætheris ipsi proxime circumfusi descensum gravium motu uniformiter accelerato centripetum generet, quin rotatione prope nongenties velociore quam globus Lunæ circumferatur. Num credibile est tot montes præcelsos, quibus superficies hujusce planetæ aspera telescopiorum ope conspicitur, non adhuc potuisse tanto ætheris circumvadentis collisu in planum deduci ? Alia penitus via produci a natura in universo mundo planetario lapsus gravium ad vorticum centra cum uniformi acceleratione verticaliter directos concludamus. Veram autem ac genuinam illius phænomeni causam doctis Physices studiosis, ut quisque sagaciori pollebit ingenio, delegendam atque demonstrandam relinquamus.

Mens. Jun. Anno 1712.

Act. Erud.
An 1712.
M. Aug.
Pag. 367.

MACHINA ANAMORPHOTICA

Ad deformandas imagines, a speculo conico
reformandas,

inventa a JACOBO LEUPOLDO, *Mechanico Lipsiensi.*

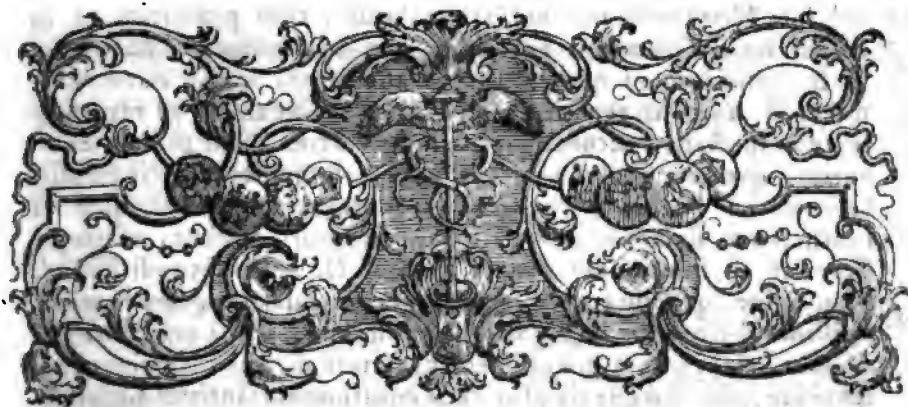
Tab. III.
Fig. 2, 3,
4, 5, 6, 7.

ET si imagines magis deformentur, quæ a speculo conico, quam quæ a cylindrico reformantur; machina tamen, quæ illorum delineationi infervit, simplicior est altera Mense Junio exhibita, quæ his delineandis destinatur. Structuram satis clare ac distincte schematismi referunt. Nempe Fig. 2. veram machinæ ac partium altitudinem in orthographia illius exhibet: Fig. 3. internam structuram monstrat: Fig. 4. operculum repræsentat cum lamina elastica ad motum regularum dirigendum necessaria: Fig. 5. & 6. ostendunt, quomodo chordæ circa rotas circumducantur: denique Fig. 7. usum machinæ adumbrat. Proderit tamen, ut de singulis partibus sigillatim pauca dicam. *abcd* est capsula lignea vel orichalcea, cui inclusa rota major *e* cum minore *f* ipsi affixa & alia adhuc minore *g* peculiari axi *b* infixæ. *I* & *k* sunt duæ regulæ per capsulam huc illucve trahendæ ac retrudendæ. *pq* est lamina orichalcea cum cuspidē chalybea, qua mediante machina in centro prototypi defigitur & circumcirca movetur. Regulæ *i* & *k* instruuntur stylis orichalceis *n* & *o*: lamina vero elastica *pq* mediante cochlea *z* nunc deprimitur, nunc laxatur, prout usus postulat. Denique *rs* sunt chordæ, quarum ope obtinetur, ut, regula una mota, moveatur debite & altera. Diameter rotæ *e* est ad diametrum rotæ *f* ut semidiameter speculi ad latitudinem craticulæ methodo vulgari pro conficiendis anamorphosis parandæ. Diameter autem speculi, uti notum, æquatur lateri craticulæ, cui prototypon includitur. Regulæ ita ordinandæ, ut styli *n* & *o* concurrentes intervallo semidiametri speculi conici *am* distent. Funes & rotarum peripheriæ refina caliphonia illinuntur pro facilitando motu.

Pag. 368.

Usum machinæ talis est. Prototypon in tabula plana expanditur & in ejus centro machina defigitur. Manu sinistra movetur machina; dextra vero regula *k* ita attrahitur, vel retunditur, ut stylus *n* singula prototypi puncta permeet. Ita enim stylo *o* puncta eotypo respondentia designari possunt, cerussa in lineas connectenda.

EX-



E X C E R P T A
EX ACTIS ERUDITORUM
L I P S I E N S I B U S
A N N I 1713.

DE MOTU CORPORUM GRAVIUM,

Pendulorum, & Projectilium in mediis non resistentibus & resistentibus supposita Gravitate uniformi & non uniformi; neque ad quodvis datum punctum tendente, & de variis aliis huc spectantibus, Demonstrationes Geometricae;

Auctore JOH. BERNOULLI.

§. 1.



UI hanc materiam dudum pertractavit Vir omni laude major Isaacus Newtonus in Opere suo incomparabili *Phil. Nat. princip. Math.* aniam praeiit aliquid de ea ex nostris meditationibus communicandi: qua in re non male egisse videbor, ubi ostendero, inclytum illum Virum quandoque a veritatis scopulo aberrasse, quod dissimulandum vel omnino celandum non ideo tantum, sed quia in temeraria veritatis mathematicae aemulatione vel

Act. Erud.
An. 1713.
M. Febr.
Pag. 77.

Act. Erud. vel ipse Newtonus minime arbitrabitur; cum præsertim ea sit
 An. 1713. magni hujus Geometræ autoritas, quæ in argumento hoc nodo-
 M Febr. so & difficili apud quamplurimos assentiendi magis quam exa-
 minandi animum reperiret. Et si interim quæcunque ad rem præ-
 sentem spectant, accuratius, ut mihi videtur, jam pridem evol-
 verim, quorum analysin meam alibi communicavi juris publici
 faciendam: hoc loco constitui ea duntaxat impertire, quæ ad
 syntheticam demonstrandi rationem revocari possunt, viamque
 sternunt ad solutionem propos. X. Sect. II. Libri secundi Philos.
 Nat. Princ. qua quæritur *corporis gravis datam curvam in medio*
 Pag. 78. *resistente describentis in singulis locis velocitas, medii resistentia &*
densitas, nec tantum pro uniformi gravitate directe ad horizontem
 tendente, sed pro quavis gravitatis continuo variantis & ad datum
 punctum tendentis lege, sicuti ex sequentibus patebit.

THEOREMA I.

§. 2. *Sint A & B due diversæ gravitatis vires, sed ambe uni-
 formes; dico velocitates acquisitas duorum corporum, quorum unum
 sollicitatur ab A, alterum a B, per æqualia spatia a quiete dela-
 psorum esse in subduplicata ratione illarum virium in medio scili-
 cet non resistente.*

Tab. I. *Demonstr.* Descendat corpus unum perpendiculariter vi gravi-
 Fig. 1. tatis naturali A, incipiens descensum in L, secundum vertica-
 lem LM; corpus vero alterum inchoet descensum in eodem
 puncto L, sed super plano inclinato LN: Quoniam itaque hoc
 corpus non plena vi gravitatis urgetur, sed ea tantum ejus par-
 te, quæ se habet ad totam ut LM ad LN supposito angulo LMN
 recto, sicuti ex compositione & resolutione virium liquet; tan-
 tundem est ac si corpus hoc alterum directe urgeretur secundum
 rectam LN vi quadam uniformi B minori quam A, ita nempe
 ut $A:B::LN:LM$. Notum autem est dudum velocitates in M &
 N esse æquales, ut & velocitatem in N esse ad velocitatem in quo-
 vis alio puncto O in subduplicata ratione LN ad LO; sumpta ita-
 que LO æquali LM, erit velocitas in N hoc est velocitas in M
 ad velocitatem in O in subduplicata ratione LN ad LM, hoc est
 in subduplicata ratione A ad B. Q. E. D.

§. 3. *Aliter.* Ex demonstratis Hugenianis in Opusculis posthu-
 mis theorema de vi centrifuga, quæ brevitatis gratia hic demon-
 strare nolo, constat, vim centrifugam alicujus corporis in circu-
 lo horizontali ea velocitate gyrantis, quam acquireret cadendo
 ex altitudine dimidii radii, æqualem esse vi gravitatis; sed ex iis-
 dem patet, vires centrifugas duorum mobilium æqualium in cir-
 culis

eulis æqualibus gyrantium esse in duplicata ratione velocitatum, quare si concipiamus velocitates illas esse acquisitas cadendo utrobique ex altitudinis dimidii radii per vires uniformes A & B, manifestum est etiam A & B esse in duplicata ratione velocitatum acquisitarum, proinde ipsas velocitates in ratione dimidiata virium A & B. Q. E. D.

Act. Erud.
An. 1713.
M. Febr.

THEOREMA II.

Pag. 79.

§. 4. *Positis ut prius duabus viribus uniformibus sed inequalibus A & B, sint vero O spatia emensa inequalia, dico velocitates acquisitas duorum istorum mobilium in medio non resistente esse in ratione composita ex subduplicata virium O subduplicata spatiorum emensorum.*

Demonstr. Sit enim iterum $LO = LM$, capiaturque alia LP major vel minor quam LO; quia itaque per præced. velocitas in M est ad velocitatem in O :: $\sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$, & velocitas in O ad velocitatem in P :: $\sqrt{LO} \cdot \sqrt{LP}$; ergo ex æquo & per rationum compositionem, velocitas in M ad velocitatem in P :: $\sqrt{A} \times \sqrt{LM} :: \sqrt{B} \times \sqrt{LP}$. Idem etiam ex consideratione virium centrifugarum colligitur.

THEOREMA III.

§. 5. *Sint iterum vires uniformes A & B, dico spatia eodem tempore emensa esse ut vires.*

Demonstr. Ducta MQ normali ad LN, patet ex Galilæanis, spatia LM & LQ esse isochrona, est vero $LM : LQ :: LN : LM ::$ (per præced.) A. B. Q. E. D.

COROLLAR. I.

§. 6. *Hinc demonstrari potest pendula quorum longitudines sunt ut vires gravitatis a quibus agitantur, esse isochrona.*

Demonstr. Sint enim LPC & lpc quadrantes circulorum vel alii quilibet arcus similes quos pendula oscillando describunt; & intelligantur arculi minimi similes similiterque positi PQ & pq. Ductis jam horizontalibus LE, PF, QG, ut & le, pf, qg, erunt velocitates in P & p tantæ quantæ forent in F & f cadendo ex altitudinibus EF & ef. Est vero ob similitudinem arcuum (nominatis radiis R & r) $EF : ef :: FG : fg :: PQ : pq :: R : r :: A : B$; Ergo per convers. Theor. III. altitudines EF & ef ut & EG & eg sunt isochronæ, proinde tempusculum per FG = tempusculo per fg; & quia velocitates in F & f sunt æquales

Tab. I.
Fig. 2.

Tem. V.

Q

velo-

Act. Erud. velocitatibus in P & p , erit tempusculum per PQ æquale tempusculo per pq ; idemque cum valeat de omnibus arcibus similibus similiterque positis ex quibus constanter arcus toti similes LPC & lpc , erunt etiam tempora per LPC & lpc inter se æqualia, hoc est arcus isti sunt isochroni, quos pendula oscillando describunt, quorum longitudines se habent ut vires gravitatis a quibus agitantur. *Q. E. D.*

Pag. 80.

COROLLAR. II.

§. 7. Patet etiam pendula æqualia absolvere oscillationes suas temporibus, quæ se habent reciproce in subduplicata ratione virium gravitatis a quibus pendula agitantur.

Demonstr. Intelligatur enim pendulum aliquod tertium brevius a vi minori B agitatum & isochronum longiori a vi majori A agitato; sunt autem ut dudum constat tempora oscillationum duorum illorum pendulorum ab eadem vi B agitatorum in subduplicata ratione reciproca longitudinum; hoc est per Coroll. præced. in subduplicata ratione reciproca virium.

COROLLAR. III.

§. 8. Hinc multitudines vibrationum eodem tempore peractarum a duobus pendulis æqualibus se habent in dimidiata ratione directa virium pendula agitantium.

SCHOLIUM.

§. 9. Quanquam hæc pleraque apud Newtonum & Hugenium vel jam demonstrata reperiantur, vel non difficulter ex iis deducantur; cum tamen illorum demonstrationes nonnihil perplexiores videantur, nostræ vero vulgaribus tantum principiis innixæ etiam ab illis intelligi possint, qui profundiora Geometriæ non penetrarunt; eas hic communicare volui, hæc præsertim de causa ne aliunde petere opus haberem ad stabiliendas demonstrationes propositionum majoris momenti quas infra dabo.

§. 10. Interim annotare hic convenit modum æstimandi & inter se comparandi vires gravitatis in diversis terræ locis diversarum latitudinum, per comparisonem nempe longitudinis pendulorum isochronorum; quorum observationes multis in locis accurate instituendæ monstrarent, quousque experientia conspiceretur cum ratiocinio & regula a Newtono tradita in Lib. III. prop. 10. Sed Gallorum observationibus (quas crassas vocat) videtur ipse parum fidere, nec immerito, non tam quod ab ipsis com-

computo abludant, quam quod sibi mutuo contradicere videantur, dum in terræ regionibus ab æquatore remotioribus minorem assignant pendulo singulis secundis oscillanti longitudinem quam in propinquioribus, atque ita quoque in illis corpora minus gravitarent quam in hisce, quod sane est contra omnem probabilitatem: cum enim corpora a circumgyratione terræ acquirant nisum recedendi a centro adeoque vi gravitatis quadantenus contrarium, qui eo major est quo loci parallelus est major; minus utique foret residuum gravitatis in locis sub vel prope æquatorem quam in aliis ab eodem remotioribus, per consequens in his pendula isochrona requirerent majorem longitudinem quam in illis.

AA. Erud.
An. 1713.
M. Febr.
Pag. 81.

§. 11. Quando tamen Galli contrarium se observasse asseverant, pendulum scilicet *Parisiense* (cujus longitudo 3. ped. $8\frac{1}{2}$ lin.) superare una tantum linea cum quadrante pendulum isochronum in Insula *Cayenne* quæ ab æquatore non omnino 3 grad. distat; sed & ab eodem *Parisiensi* deficere duabus lineis pendulum quod ipsi isochronum est in Insula *Gorée* haud procul a promontorio viridi, quam eandem differentiam a se etiam observatam asseverunt in *Guadaloupe*, non obstante quod ambæ hæ Insulæ *Guadaloupe* & *Gorée* utpote 14 vel 15 graduum latitudinem habentes ab æquatore magis distent quam *Cayenna*. Hæc ita consignata reperio in Collectaneis Astronomicis & Physicis (*Recueil d'observations Astronomiques & Physiques*) editis Parisiis in fol. anno 1693. quare miror unde habeat Newtonus quod dicit pag. 426. *Gallus factis experimentis invenisse, quod pendulorum minutis secundis singulis oscillantium longitudo Parisiis major sit quam in Insula Gorée parte decima digiti & major quam Cayenne parte octava; cum potius penduli Cayennensis longitudinem parte decima, Gorænsis vero parte sexta a longitudine Parisiensis deficere Observatores Galli dixerint.*

§. 12. Quæ itaque cum conciliari non possint cum Theoria de imminutione gravitatis prope æquatorem, malimus suspicari observationes non fuisse accuratas, quam inæqualitatem illam pendulorum isochronorum tantum apparentem non realem pronunciare cum La Hirio, qui ejus rei causam rejicit in elongationem metalli mensuram pedis sibi insculptam gerentis, quod in regiones calidas translatum aliquam rarefactionem passum fuerit, unde pendulum collatum cum mensura nonnihil extensa necessario brevius apparuerit. Notem quidem negare quod huic rarefactioni metalli aliquid ascribi posset, est tamen extra controversiam abbreviationem pendulorum prope æquatorem magna ex parte deberi imminutæ gravitati corporum; quocirca e re esset, ut

Pag. 82.

AA. Erud. quantum huic soli debeat studiose inquireretur, quod meo iudicio non adeo esset difficile.

An. 1783.
M. Febr.

§. 13. Calefacto scilicet aere in aliquo loco clauso, in quo experimentum institueretur ad certum usque caloris gradum ope thermometri annotandum; translata postea eadem regula ad quam in nostris regionibus penduli longitudo fuit mensurata in regionem æquatori vicinam in cujus loco aliquo itidem clauso aer ope ejusdem thermometri ad eundem caloris gradum attemperatus, conciliabit utique metallo, quo mensuretur pendulum, eundem rarefactionis gradum, quem obtinuit hic loci, si qua differentia deinde se proderet in pendulorum utriusque loci longitudine, eam certe imminutæ gravitatis actioni tunc unice ascribendam esse, nemo qui hæc intelligit, dubitabit: quod enim Hirius somniat metalli extensionem quoque fieri posse per vapores & halitus metalla penetrantes, quibus aer in Zona torrida inprimis sca-teat, nulla hoc attentione dignum iudico.

§. 14. Illustrantur quæ hæcenus diximus de effectu imminutæ gravitatis per experimenta primo globorum super planis declivibus positorum. Cum enim ex demonstr. *Theor. I. & III.* vis gravitatis absoluta se habeat ad vim quo mobile descensum molitur secundum declivitatem plani, ut sinus totus ad sinum inclinationis ejus. Sumantur duo pendula quorum longius ad brevius sit ut LM ad LQ (vid. *Fig. 1.*) oscilletur longius in plano verticali, brevius vero super plano declivi, cujus inclinationis angulus sit LNM; erunt per *Coroll. I. Theor. III.* oscillationes utriusque penduli isochronæ, quas ita esse etiam experientia docuit: oportet autem planum declive esse politissimum, sicut & Globum, ne

Pag. 83. mutua attritio a quantulacunque scabritie oriunda officiat descensui, eumve ullo modo remoretur.

§. 15. Deinde non minus curiosa sunt minusve probant ratiocinia nostra, quæ sunt experimenta circa pendulorum oscillationes in fluidis perfectioribus, in quibus nempe abest sensibilis partium tenacitas, ita ut oscillationes minimæ nullam offendant resistantiam. In his fluidis constitutorum corporum gravitas (notante id apprimè acutissimo Newtono pag. 294.) duplex considerari potest, altera vera & absoluta, nempe vis tota qua corpus deorsum tendit; altera apparens, relativa & vulgaris, consistens in excessu, quo corpus magis tendit deorsum quam fluidum ambiens.

§. 16. Sumantur itaque duo pendula æqualia, quorum alterum in aere, alterum in fluido aliquo nullius tenacitatis oscilletur, quod fluidum tamen & ipsum habeat gravitatem adeoque eam quæ in pendulo est imminuat. Quod si jam animus sit prædicere in qua

ratio-

ratione se habituri sint numeri oscillationum in aere & fluido eodem tempore peragendarum : sit pendulum ex. gr. plumbeum oscillans in aqua, cujus gravitas specifica se habet ad gravitatem specificam plumbi ut 7 ad 80 quam proxime, ita ut plumbum in aqua amittat $\frac{7}{80}$, retineatque $\frac{73}{80}$ sui ponderis. Est ergo vis gravitatis absolutæ qua agitur pendulum in aere (quem hic nullius gravitatis sensibilis supponimus) ad vim gravitatis relativæ qua sola pendulum agitur in aqua ut 80 ad 73; unde per *Coroll. III. Theor. III.* numerus oscillationum in aere ad numerum oscillationum in aqua eodem tempore peragendarum ut $\sqrt{80}$ ad $\sqrt{73}$, seu ut 120 ad 114 $\frac{2}{3}$ quamproxime; hoc est pendulum aliquod semisecunda notans dum in aere uno horæ minuto vibrationes 120. absolvit, alterum pendulum plumbeum æqualis longitudinis in aqua perficiet tantum vibrationes 114 $\frac{2}{3}$. Quod accurate satisrespondet experimentis institutis ab ipso La Hirio, quamquam præter ejus expectationem hunc successum habentibus. *Vid. Comment. Acad. Scient. pro anno 1703 pag. 289. Edit. Paris.* Ubi dicit se primo sumpsisse globulum plumbeum 2 unciarum, ex quo pendulum confecerit semisecunda notans in aere; hoc postea in aqua agitur uno minuto horario peregrisse 112 oscillationes; tum vero assumpto globulo plumbeo quinque unciarum pro simili pendulo, se numerasse 114 oscillationes uno minuto peractas, quæ differentia duarum oscillationum haud dubie ex eo venit, quod globulus major cum minorem habeat superficiem pro ratione molis patitur minorem resistantiam a tenacitate aquæ oriundam, quam globulus minor qui pro ratione molis majorem habet superficiem.

§. 17. Quæ resistantia utut perexigua sit si excursions vibrationum non longæ sint, nam brevissimæ eodem modo & tempore peragerentur ac si aqua plane non resisteret, quod ostendit etiam *Newtonus* pag. 308. *Coroll. 2.* potest tamen illa magis adhuc insensibilis reddi, si nimirum loco globuli sumatur corpus lentiforme terminatum acie tenui ad aerem sulcandum dum in laevis oscillatur, quo pacto nihil vel parum superficiei occurrit fluido, a quo proin si præterea arcus vibrationum sint parvi, tam imperceptibilis resistantia corpori oscillanti objicitur, ut jure merito negligi possit: hujusmodi lenticulam si in experimento suo La Hirius adhibuisset, non tantum 112 vel 114, sed 114 $\frac{2}{3}$ aut 115 omnino oscillationes uno minuto numeraturus fuisset. Quod autem eadem pag. 289 se attentum stetisse fateatur, cum videret pendulum illud quod credebat vibrationes suas peracturum esse in aqua minimum singulis tantum secundis, illas tamen contra suam expectationem fere æque promptas vel ejusdem durationis depre-

Acad. Scient.
An. 1713.
M. Febr.

Pag. 84.

hen-

Act. Erud. An. 1713. M. Febr. hendisse ac in aere; ostendit profecto animum admirationis plenum qui minus decet Geometram consummatum quam hominem in hisce profundioribus hospitem; nihil enim hic contigisse video, quod non ante experimentum prædicere potuissem: ac vero hoc gratis dictum sit, examinet regulam sequentem, ejusque periculum faciat in variis corporibus.

§. 18. Sit ratio gravitatis specificæ corporis alicujus & aquæ ut e ad a ; adeoque ejusdem corporis gravitas absoluta vel extra aquam ad gravitatem relativam vel intra aquam ut e ad $e - a$. Dico numerum oscillationum extra & intra aquam æquali tempore peractarum fore ut \sqrt{e} ad $\sqrt{e - a}$. Ope hujus regulæ inveni ex data ratione gravitatis aquæ & variorum corporum, numerum oscillationum quas illorum singulorum pendula in aqua conficiunt uno horæ minuto dum in aere (tanquam non gravi considerato) absolvent 120 vibrationes. Quod calculus suggestit in adjectam Tabellam redegi, ex qua videre est numerum oscillationum haud mul-

Pag. 85.

Gra- vita- tes	Corporum	In aere	In aqua	Oscillatio- nibus 120 in aere re- spondent	Oscillat. in aqua
	Auri	400	379		117
	Plumbi	340	219		$114\frac{2}{3}$
	Argenti	218	197		$114\frac{1}{6}$
	Cupri	200	179		$113\frac{2}{7}$
	Ferri	168	147		112
	Stanni	156	135		$111\frac{2}{3}$
	Marmoris	84	63		$104\frac{2}{3}$
	Aquæ	21	0		0

tum differre, etsi corpora ipsa notabiliter discrepent ratione gravitatis, modo aquæ gravitatem etiam sensibilibus excedant. E. gr. Aurum licet quinquies forte superet marmor in aere & omnino sexies in aqua, vix tamen decima parte plures in aqua oscillationes conficit aurum quam marmor.

§. 19. Quod si eadem corpora oscillentur in liquore adhuc leviori quam aqua, ex. gr. in oleo petreæ quod se habet ad aquam in gravitate ut $16\frac{2}{3}$ ad 21, discrepantia illa oscillationum erit adhuc minor, aurum namque perficiet in hoc liquore oscillationes $117\frac{2}{3}$, quando marmor æquali tempore absolvit oscill. $107\frac{2}{3}$; ita ut jam duodecima circiter parte tantum plures ab auro quam a marmore peragantur vibrationes: unde conjecta facile est, in flui-

fluidis levioribus tandem evanescere omnem retardationem sensibilem; sit quippe pro fluido aer ipse ut gravis consideratus, qui nempe in gravitate se habet ad aquam ut 1 ad 800, adeoque ad aurum ut 1 ad 15238, & ad marmor ut 1 ad 3200; est ergo secundum regulam numerus oscillationum auri in vacuo, ad numerum oscillationum ejusdem in aere (subintellige ab æqualibus pendulis & eodem tempore peractarum) ut $\sqrt{15238}$ ad $\sqrt{15237}$; hoc est quam proxime ut 30476 ad 30475: marmoris vero oscillationes in vacuo (hoc est in fluido non gravi) erunt ad oscillationes in aere ut $\sqrt{3200}$ ad $\sqrt{3199}$, vel quam proxime ut 6372 ad 6371; ita ut aurum ultra triginta millia, marmor vero plusquam sex millia vibrationum in aere absolvere possit, priusquam una tantum retardentur.

AA. Erud.
An. 1713.
M. Febr.

Pag. 86.

§. 10. Ex quibus liquet resistantiam aeris a gravitate ejus oriundam hic tuto negligi, adeoque pendula in aere tanquam in vacuo agitata considerari posse; modo interim præcaveatur altera ejus resistantia a densitate & tenacitate ejus proveniens, quæ majoria momenti est, quæque dependet partim a velocitate partim a superficie corporis ad aerem appellente, quare hæc resistantia ut supra jam monui valde imminuitur & pons insensibilis redditur si pendulum habeat figuram lentiformem & in latius oscillando describat arcus brevissimos, ita enim exigua velocitate, sed magna facilitate penetrat aerem.

§. 11. Ceterum regula valet etiam de corporibus quæ in fluidis levitant, hoc est quæ demersa sursum tendunt ob prævalentem specificam gravitatem fluidi; est enim levitas nihil aliud quam gravitas inversa, taleque corpus exhibebit pendulum inversum, capite sili ad fundum vasis alligato dum lenticula ipsa oscillando describit arcus verticales supra centrum; quia vero excessus gravitatis specificæ jam est penes aquam, faciendum est ut \sqrt{c} ad $\sqrt{a-c}$, ita vibrationum numerus extra aquam ad numerum earum intra eandem: unde hoc emergit paradoxum, quod quo ex leviori materia sunt pendula eo promptiores sunt in fluido oscillationes inversæ, adeo ut etiam quemcumque promptitudinis gradum assequantur modo a ad c magnam satis habeat rationem, abstrahimus hic semper a resistantia tenacitatis fluidi. Si ex. gr. pro pendulo assumatur corpus ex materia duplo specificè levioze quam aqua, hoc est si a sit $= 2c$; faciet hoc pendulum oscillationes utrobique & extra & intra aquam æquales numero: quod si vero illud fiat ex materia quintuplo leviori quam aqua, oscillabitur duplo promptius in aqua quam in aere; in illa nempe binas absolvit oscillationes, quam singulas perficit in hoc: & ita de aliis.

§. 22.

Act. Erud. §. 22. Ex hisce speculationibus ut fructum aliquem percipiamus non abs re alienum erit, si communicetur sequens
An. 1713.
M. Febr.
Pag. 87.

Modus explorandi solidorum & liquidorum gravitates specificas ope pendulorum.

Hic scilicet peragitur citra adminiculum consueti illius instrumenti hydrostatici alteriusve cujusdam machinæ; mediantibus scilicet duobus pendulis, quorum alterum oscillaturum intra liquorem sit ex materia non multo graviore quam ipse liquor ponderandus; sic enim differentia pendulorum duorum in aere & liquore oscillationes isochronas facientium sensibilibior erit, quam si materia illa valde ponderosa esset: In hunc finem supponamus lenticulam penduli in liquore agitandi (alterum enim ex quacunque sit materia, modo non nimis levi ne aeris resistentia officiat, nihil refert) esse ex stanno paratam; quo facto rationem gravitatis investigaturus trium horum liquorum ex. gr. aquæ communis, olei petreæ & olei tartari per deliquium, & singula tam inter se, quam cum stanno comparaturus, pendulum suspensum in aere longitudinis pro arbitrio assumptæ agitabo, & dein statim alterum ejus lenticula ad modicam tantum profunditatem liquoris demersa oscillationes perbreves describere debet, elongabo vel contraham, donec isochronum evadat priori in aere oscillanti: collata postea longitudine penduli in singulis tribus liquoribus successive agitandi, ope scalæ alicujus accuratissimæ cum longitudine penduli in aere isochroni, observabo rationem earum ut sequitur:

Longitudines	{ Aere Aqua Oleo pet. Oleo tart. }	constant	{ 1000 865 895 833 }
pendulorum		particulis	
isochronorum		in scala	
in		sumptis	

Cum igitur per *Coroll. I. Theor. III.* in eadem quoque ratione se habeant gravitates stanni relativæ in aere, aqua, oleo petreæ, & oleo tartari, designabunt tres differentiæ inter 1000 & tres reliquos numeros, cum 1000 comparatæ quantum ponderis stannum amittat in unoquoque liquore demersum adeoque & ipsam proportionem gravitatis specificæ stanni horumque trium liquorum, nimirum

$$\text{Gravitas specifica} \left\{ \begin{array}{l} \text{Stanni} \\ \text{Aquæ} \\ \text{Olei pet.} \\ \text{Olei tart.} \end{array} \right\} \text{ se habet ut } \left\{ \begin{array}{l} 1000 - 0 \\ 1000 - 865 \\ 1000 - 895 \\ 1000 - 833 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 1000 \\ 135 \\ 105 \\ 167 \end{array} \right\} \text{ vel pro- xime ut } \left\{ \begin{array}{l} 96. \\ 13. \\ 10. \\ 16. \end{array} \right.$$

Simi-

Simili modo procedendum est in aliis : rem ipsam vero perficiendam & ad commodam praxim deducendam aliis relinquo quibus vacat & volupe est.

Ag. Ernd.
An. 1713
M. Feb.

§. 23. Occasio ista opportune invitaret, ad materiam hanc de oscillationibus provehendam, atque alium non ignobilem usum indicandum, in quem incidi : detecto nempe fundamento genuino & unico, ex quo naturalissime fuit determinatio centri oscillationis in pendulis compositis, citra precarias illas hypotheses ab aliis assumptas necdum satis stabilitas : Quæ methodus præterea etiam in hoc aliis antecellit, quod pari facilitate doceat invenire centrum oscillationis si penduli compositi partes ex varia materia & in liquore homogeneo, vel quod eodem venit, si partes penduli ex materia homogenea, sed in diversis liquoribus oscillentur; nec refert, si utriusque partes & penduli & liquoris sint heterogeneæ, ad alterutrum enim casuum duorum priorum reduci potest: de qua pendulorum specie, eorumque centro oscillationis definiendo nemo hætenus cogitavit; nostram regulam cum ipso fundamento ex quo eruta est differimus in tempus commodius, quo plus otii nobis fuerit : hoc interim monuisse convenit, considerationem vestis (per quam Frater meus b. m. aliquando rem eandem tentavit etsi non prorsus infelicititer) huic rei solam non sufficere, sed quod palmarium est, recurrendum esse ad effectum corporum diversa gravitatis specie deorsum tendentium, atque ad eorumdem in se mutuo agentium efficaciam.

§. 24. Hætenus ad fluidorum in quibus corpora moventur resistantiam non attendimus; per resistantiam hic intelligimus vim quamcunque quæ motui corporis contraria est, & propter quam corpus motum suum, nisi aliunde continuo instauretur, paulatim amittit & tandem aliquando ad quietem redigitur : Unde verò dependeat resistantia illa in fluidis, quamve causam physicam agnoscat, hujus loci non est anxie inquirere, sive enim veniat a quadam partium tenacitate in fluido ob quam particulæ fluidi non statim ad appulsum corporis a se mutuo separantur, sive a quadam attritione ex scabritie quæ non tantum in superficie corporis sed & in particulis minimis fluidum componentibus adesse potest, sive demum oriatur illa ex ipsa fluiditatis imperfectione, qua nimirum fit ut cum fluidum actu non sit divisum in infinitum hoc est in particulas data quavis minores, sed conflatum sit ex moleculis solidis determinatæ magnitudinis, fit inquam ut in tali fluido corpus motum singulis momentis certam fluidi quantitatem ante se propellere & amoliri debeat, quod citra sui motus imminutionem continuam peragere non potest, etsi alias nulla esset tenacitas, nullaque scabrities in partibus fluidi : quæcunque ergo ve-

Pag. 89.

Act. Erud. ra sit causa resistantiæ fluidorum sive una sola ex tribus dictis ,
 An. 1713. sive quod verosimilius omnes simul concurrant , sive alia quæ-
 M. Febr. dam locum obtineat , eam nunc supponimus non explicamus ;
 neque etiam quam rationem habeat (quæ utique esset composita
 ex duplicata velocitatis & simplici medii vel fluidi densitatis ,
 si tertia a nobis indicata resistantiæ causa admitteretur) pro
 certo definire volumus. Legantur quæ de ea conscripsit Ill. Leib-
 nitius in Actis Lips. A. 1689 p. 95 & seqq. ubi de mediorum resi-
 stentiis acutissime pro more suo differuit : ego vero propositum
 meum mathematice prosecuturus resistantiam ejusque rationem
 in abstracto considerabo.

THEOREMA IV.

Tab. I. §. 25. *Esto curva quæcunque LCK quam corpus vi gravitatis uni-*
 Fig. 3. *formis libere describit in medio quocunque resistente: Vis quam exerit*
gravitas secundum normalem ad curvam (quam ideo vocabo vim gra-
vitatis normalem) erit ut sinus anguli GCS quem recta curvam con-
tingens CS constituit cum directione gravitatis CG: Vis autem quam
exerit secundum tangentem (quam ideo vocabo vim gravitatis tan-
gentialem) est ut sinus ejusdem anguli complementi GCO.

Pag. 90. *Demonstr.* Sit CZ directio & quantitas gravitatis qua corpus
 urgetur dum est in C: Ex puncto Z agatur perpendicularis ZX
 in rectam CO normalem ad curvam. Ex resolutione virium pa-
 tet vim gravitatis CZ quam ubique datam seu constantem sup-
 pono, resolvi in duas collaterales CX & XZ, quarum illa expri-
 mit ejus vim *normalem*, hæc vero ejus *tangentialem*: sumta itaque
 CZ pro sinu toto, erit CX sinus anguli CZX seu ZCS; & ZX
 erit sinus anguli ZCX, qui ejusdem est complementum: sunt er-
 go vires illæ in ratione horum sinuum. Q. E. D.

Coroll. Si Gravitas non sit data seu non uniformis, erunt vi-
 res gravitatis *normales*, ut & *tangentiales* in ratione composita il-
 lorum sinuum & quantitatis absolutæ quam gravitas in singulis
 curvæ punctis obtinet, hoc est si CZ exprimat vim absolutam
 gravitatis dum corpus existit in C, exprimetur vis *normalis* per
 CZ x sin. anguli SCZ, & *tangentialis* per CZ x sin. ang. ZCX.

THEOREMA V.

§. 26. *Positis quæ prius, velocitas in quovis puncto C erit in ratio-*
ne dimidiata coradii circuli osculantis, voco autem coradium partem
CG lineæ directionis gravitatis quæ a perpendiculari ex centro O cir-
culi osculantis in eameducta refecatur.

Demonstr. Liqueat utique projectile ea velocitate moveri debere,
 per quam acquirat vim centrifugam æqualem vi contrariæ *normali*
 gra-

gravitatis; Corpus enim quod libere aliquam curvam describit in medio quolibet, non alia de causa curvam non deserit, quam quod in singulis curvæ punctis tanta vitrahitur versus centrum circuli osculantis, quanta vi centrifuga ab eodem retrahitur, ut hoc pacto servetur æquilibrium; Vis autem qua mobile trahitur versus centrum est ipsa vis gravitatis *normalis*, quæ nempe exercitur a gravitate secundum normalem ad curvam, & quæ ostensa est proportionalis sinui inclinationis curvæ ad directionem gravitatis, hoc est anguli GCS, seu ipsi æqualis COG: In hac ratione ergo se habebit etiam vis centrifuga a velocitate partim, partim a curvedine oriunda; Est autem ut constat ex Hugenianis vis centrifuga in ratione composita ex duplicata velocitatis directe & ex simplici semidiametri inverse; concipienda quippe est particula minima curvæ Cc, tanquam arculus circuli cujus centrum O, & radius OC, & in cujus circumferentia mobile circularetur celeritate uniformi & æquali ei quam in curvæ puncto C acquirit: Pag. 91.

erit: Erit itaque $\frac{CG}{CO}$ id est sinus anguli COG, cui proportionalis est vis *normalis* gravitatis, ut $\frac{\text{Quadrat. veloc.}}{CO}$ cui proportionalis est vis centrifuga in puncto C: unde quadratum velocitatis ut CG, & ipsa velocitas ut \sqrt{CG} , hoc est in dimidiata ratione coradii. Q. E. D.

COROLLAR. I.

§. 27. Si vis gravitatis non sit uniformis, simili argumento probabitur: velocitatem V fore in ratione composita ex dimidiata coradii & dimidiata gravitatis, seu ut $\sqrt{CG} \times \sqrt{CZ}$, hoc est ut medium proportionale inter CG & CZ.

COROLLAR. II.

§. 28. Sit curva LCK arcus circuli cujus centrum O, tendatque vis gravitatis uniformis ad horizontem OK, qui casus est ex Newtono pag. 263. erit O pro quovis puncto C in eodem semper horizonte OK, unde velocitates quæ sunt ut \sqrt{CG} , se habebunt in subduplicata ratione distantiarum ab horizonte per centrum circuli transeunte, prorsus quidem ut asserit Celeberr. Newtonus pag. 265. tametsi in diffinienda resistantia a vero aberreret, quemadmodum ex demonstratione sequentis propositionis patebit. TAB. I. Fig. 4.

Act Erud.

An. 1713.

M. Febr.

THEOREMA VI.

§. 29. *Ut corpus in medio resistente agitato describat circulum LCK, supposita vi uniformi gravitatis quæ directe ad horizontem tendat, dico resistantiam fore in singulis punctis C ad gravitatem ut 3OG ad 2OK.*

Demonstr. Super axe OL & vertice O, descripta intelligatur parabola ONE cujuscunque parametri; fiatque super eodem axe prolongato OP, eodemque vertice O, parabola alia OVQ, cujus parameter prioris sit dupla: Dein ad punctum L & quodlibet aliud punctum R, applicentur ordinatæ LE, RC, RN horizontales, istisque proximæ *rc*, *rn*; atque ex punctis, E, N, *n*, agantur verticales EQ, NV, *nu*, secantes parabolam OVQ in punctis Q, V, *u*; ex quibus applicentur ad axem OP, horizontales QP, VT, *ut*. Ex *Coroll. II. Theor. præced.* manifestum est, si LE designet velocitatem quam corpus habet in supremo circuli puncto L, quod RN designabit velocitatem corporis cum fuerit in puncto C. Sed quia parameter parabolæ OQ est dupla parametri parabolæ OE, liquet OL esse = 2OP, & quamlibet aliam OR = 2OT, unde quoque $Rr = 2Tt$. Et quoniam velocitas LE ea est quæ requiritur, ut vis centrifuga corporis in L æqualis sit ejus gravitati, erit illa velocitas (ut Hugenius monstravit) tanta quanta acquireretur si grave in vacuo h.e. in medio non resistente descenderet per altitudinem æqualem radio dimidio circuli: Adeoque PO erit altitudo per quam grave cum celeritate initiali EL vel QP in vacuo ascendere potest, & sic quælibet alia applicata. VT exprimit velocitatem qua cum grave sursum projectum in vacuo emetietur altitudinem TO. Hisce præmissis, concipiamus corpus aliquod grave cum celeritate QP in medio non resistente sursum projici ex P versus O, illudque pervenisse ad T, quando alterum in medio resistente pervenit ad C; ita ut eo momento habeant ambo corpora æquales velocitates NR & VT passuras decrementsa æqualia tempusculis inæqualibus, se habentibus in ratione spatiolorum percurrendorum Cc & Tt. Jam vero vires quibus duo corpora æqualia & æquevelocia retardantur sunt directe ut decrementsa velocitatum eodem tempusculo producta, vel quod idem est reciproce ut tempuscula quibus fiunt æqualia decrementsa velocitatum. Vis itaque gravitatis, qua corpus in vacuo ascendens retardatur in T, est ad vim qua alterum corpus in medio resistente descendens retardatur in C, vicissim ut Cc ad Tt: Hæc autem vis posterior æstimanda est per excessum quo resistantia medii in puncto C, superat vim *tangentialem* gravitatis, quam nempe exercet gravitas secundum tangentem CS, & quæ

& quæ per *Theor. IV.* ad ipsam gravitatem se habet ut OG ad OC. Act. Erud.

Unde si gravitas vocetur G & Resistentia R, erit $G.R = \frac{OG \times G}{OC}$ An. 1713.
M. Febr.

:: Cc. Tt :: 2Cc. Rr (Cb) :: 2OC. OG, seu æquando extremorum & mediorum facta $OG \times G = 2OC \times R$ — $2OG \times G$, adeoque $3OG \times G = 2OC \times R$, quæ in analogiam conversa dant R. G :: 3 OG. 2 OC (2 OK), hoc est resistentia ad Gravitatem se habet ut 3 OG. 2 OK; *Q. E. D.* Pag. 93.

COROLLAR. I.

§. 30. Quia $3 OG \times G = 2 OC \times R$, adeoque $r = \frac{3 OG \times G}{2 OC}$, erunt, ob datas G & OC, Resistentiæ in diversis locis ad se invicem ut respectivæ OG.

COROLLAR. II.

§. 31. Quod si vero supponatur Resistentia ut medii densitas & quadratum velocitatis conjunctim, erit (nominando Densitatem D) $D \times CG (R) = \frac{3 OG \times G}{2 OK}$, & proinde $D = \frac{3 OG \times G}{2 OK \times CG}$, hoc est densitates sunt, ob datas G & OK, ut $\frac{OG}{CG}$, seu ut tangentis longitudo CM, prorsus quoque sicuti Newtonus.

SCHOLIUM.

§. 32. Ratio a nobis assignata inter Resistentiam & Gravitatem ut 3 OG ad 2 OK discrepat utique a Newtoniana, utpote quam ponit ut OG ad OK, adeoque in sesquialtera ratione minorem quam quæ nostra est: Ne quis vero qui hæc accuratius examinare nequit suspiceretur, perperam forte a nobis redargui, quæ a Viro acutissimo tanta cum industria fuere enucleata; demonstrabo hic rationem illam Newtonianam ad manifestam contradictionem deducere: Nam si resistentia ad gravitatem se haberet ut OG ad OK ut vult Newtonus; ipsa vero Gravitæ cum se habeat ad vim *tangentialem*, ut OC seu OK ad OG, esset ex æquo, Resistentia ad vim *tangentialem* seu motricem ut OG ad OG; foret ergo resistentia huic vi motrici æqualis, adeoque velocitas in omnibus punctis C uniformis, quam tamen esse ut \sqrt{CG} & proinde non uniformem supra monstravimus, consentiente quidem & ipso Newtono.

AG. Erud. §. 33. Error iste qui tanto Viro excidit, non quidem in ipsa
An. 1713. ejus solutione latet, quam justam esse & ab omni paralogismi vi-
M. Febr. tio immunem deprehendi quamquam non parum detortam & in-
tellectu difficilem; sed querendus ille est in ipso applicandi mo-
do, qui in eo laborat, quod pag. 263 in serie quæ exprimit DG
(vid. Fig. *ibid.*) terminum quemlibet sumat pro aliqua indeterminata DG
Pag. 94. differentiali seu, ut ipse vocat, fluxione tanti gradus
quantæ dimensionis existit littera o in ipso termino, quod in pri-
mo & secundo verum esse potest, in reliquis vero minime; sit
enim ex. gr. DG, ut simplex potestas aliqua ipsius OB seu a ,

ita ut DG ponenda sit $= \overline{a + o}^P$, quæ itaque more Newtoniano
in seriem conjecta dabit $DG = a^P + \frac{P}{1} a^{P-1} o + \frac{P \times P - 1}{1 \times 2}$

$a^{P-2} o o + \frac{P \times P - 1 \times P - 2}{1 \times 2 \times 3} a^{P-3} o^3 + \&c.$ cujus termini

ex opinione Newtoni exprimerent successive differentiales om-
nium in eodem ordine graduum ipsius DG; interim excepto pri-
mo & secundo termino reliquos omnes a veris differentialibus
abludere, communis differentiandi regula docebit; sumta enim a
pro indeterminata, cujus differentialis da supponitur constans, &

differentiata successive potestate a^P , invenietur pro differentiali
prima $p a^{P-1} da$, pro secunda $p \times p - 1 a^{P-2} da^2$, pro tertia
 $p \times p - 1 \times p - 2 a^{P-3} da^3$, pro quarta $p \times p - 1 \times p - 2 \times p - 3 a^{P-4}$
 da^4 &c. Unde hæc emergit series, substituendo pro da litteram o ,

& ponendo ipsam a^P , tanquam differentialem gradus infimi seu
nullius, pro primo termino, $a^P + p a^{P-1} o + p \times p - 1 a^{P-2} o o$
 $+ p \times p - 1 \times p - 2 a^{P-3} o^3 + p \times p - 1 \times p - 2 \times p - 3 a^{P-4} o^4$ &c. =
Summæ omnium differentialium, hæc autem, ut patet, diversa est
ab illa altera $a^P + \frac{P}{1} a^{P-1} o + \frac{P \times P - 1}{1 \times 2} a^{P-2} o o + \frac{P \times P - 1 \times P - 2}{1 \times 2 \times 3}$

$a^{P-3} o^3 + \&c.$ = DG; duo enim tantum priores termini utro-
bique conveniunt, cæteri discrepant omnes in multiplicitate co-
efficientium.

§. 34. Non satis capio qua rationis specie inductus fuerit Vir
sagacissimus, ut crederet terminos serierum harum per extractio-
nem radices prodeuntium eosdem esse cum terminis per differen-
tia-

tiationis continuationem collectis, cum præsertim differentian-
di differentialia vel fluxiones ex fluxionibus capiendi regula, ei
vix latere potuerit, quod moneo ne quis plusquam par est tri-
buar radicum extractioni per series, in solutione problematum,
quæ pendent a curvatura curvarum, quæque & commodius &
verius ex differentiationis fonte obtinentur. Judicet itaque æquus
Lector quid tenendum sit de usu hujus Regulæ, quem deprædi-
cat Autor pag. 264 in solvendis istiusmodi problematibus, quan-
doquidem usus tam facile in abusum degeneret: Vacillent certe
omnia quæ in sequentibus ex illa regula deducit pro determinan-
da ratione resistentiæ ad gravitatem; sicuti enim pro Circulo p. 265.
ita etiam pro hyperbolis pag. 268 & 269, ut & pro parabolis p. 274.
rationem resistentiæ ad gravitatem ubique justo minorem facit, &
quidem iterum in ratione sesquialtera, quod ut evidentius pa-
teat, dabo solutionem problematis Newtoniani pag. 260. *prop. X.*
generaliter concepti in hunc modum.

Act. Erud.
An. 1713.
M. Febr.

Pag. 95.

*Reliquas Cl. Autoris Animadversiones in proximum Mensem rejici-
mus. Interim in Tabula I. representavimus Figuras omnes, quæ
ad eas spectant, eoque hic notamus, Tabulam illam ad Martium quo-
que diligenter conferendam.*

MIRICALCULI

In Corpore humano inventi, Delineatio.

Singularis formæ ac magnitudinis calculos aliquot delineavimus
in Actis An. 1708. M. Sept. *Tab. VII.* sub n. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. *Tab. II.*
His merito accensendus est is, cujus delineationem, nuper Vien- *Fig. 1. 2.*
na transmissam, hic in *Tab. II.* Fig. 1. & 2. ut in utroque latere
apparet, representamus. Repertus autem is est eadem plane mo-
le ac forma in renibus Illustrissimi JOHANNIS WENCESLAI S.R.I.
Comitis WRATISLAW, de Mitrovitz, S. Cæs. & Reg. Maj. Act.
Consiliarii Intimi Camer. Reg. Bohem. Cancellarii & Magni Prio-
ris Melicensis, qui Anno superiori die 21. Dec. Viennæ decessit.

Act. Erud.

An. 1713.

M. Febr.

DESCRIPTIO NOVÆ ANTLIÆ PNEUMATICÆ,

quam nuperrime construxit JACOBUS LEUPOLDUS,
Mechanicus Lipsiensis.

Pag. 96.

Tab. II.

Fig. 3.

IN Tomo V. Supplementorum Sect. IX. antlia pneumatica experimentatoris dexterrimi *Hauksbeji* representatur, quæ ab ordinariis multum differt. Quemadmodum vero ingeniosus *Leupoldus* in perficiendis instrumentis tam mathematicis, quam ad philosophiam experimentalem spectantibus laudabilem hæcenus operam posuit; ita non minori industria structuram antliæ pneumatiæ *Hauksbejane* adeo immutavit, ut non modo meliori forma sese commendet, verum etiam variis prærogativis instruat. Dignam itaque judicamus, cujus descriptionem in gratiam curiosorum in his Actis exhibeamus. Fulcrum A cum mensula B qua antlia mediantibus cochleis firmatur, ex nuce paratum. Duo cylindri D & C sunt orichalcei, vectis EF ferreus cylindro itidem ferreo G affixus. Virgis ferreis I & K emboli coherent, ventilabris singulari (quod inventor celat) artificio constructis instructi, mediante vecte LM elevandi ac deprimendi. Catinus N, cui vasa imponuntur, ex orichalco pariter constat: epistomium vero in O applicatur, ut catino remoto, alia instrumenta mediante cochlea ad antliam firmari possint. Hujus beneficio vasa evacuata clauduntur &, sicubi opus fuerit, aer iterum admittitur. Tubus, per quem communicatio cum cylindris C & D atque cum epistomio O obtinetur, in schematismo non expressus, quia in parte averfa conspiciendus. Ut ut autem cylindri satis exigui sint, celerrime tamen miraque facilitate vasa admodum capacia evacuantur. Tubus PP Mercurium continet, ut ex ejus altitudine de aeris evacuati quantitate judicium fieri possit. Nec silentio prætereundum (id quod perfectionem antliæ *Leupoldianæ* palam loquitur) altitudinem Mercurii, non alias, quam in barometro mutationes intra triduum subisse, vase in N evacuato, manifesto indicio, quod nihil aeris externi per embolos in illud intrare potuit. Cæterum hæc antlia commode admodum de loco in locum transfertur & magno sumtuum compendio construitur.

CON-

CONTINUATIO DEMONSTRATIONUM

JOHANNIS BERNOULLI,

*quarum initium Mensi superiori pag. 119. seqq.
insertum est.*

PROBLEMA I.

§. 35. **T**endat vis uniformis gravitatis directe ad planum horisontis, sitque resistentia ut medii densitas & quadratum velocitatis conjunctum, requiritur tum medii densitas in locis singulis, quæ faciat ut corpus in data quavis linea curva moveatur, tum corporis velocitas in iisdem locis; tum & ratio resistentiæ ad gravitatem.

Solutio. Sit LC curva data quæcunque; LR ejus axis; IO evoluta, ex cujus nempe evolutione describitur curva LC; radius Fig. 3. evolutæ CO pertinet ad punctum C; ejus coradius CG & sub- Fig. 116. radius OG, hoc nomine voco perpendicularem ex centro circuli osculantis ductam ad lineam directionis gravitatis & quæ coradium terminat. Sit quoque EN curva velocitatum, cujus nempe ordinata NR exprimit velocitatem projectilis in C, sicuti EL exprimit velocitatem initialem qua cum illud exit ex puncto L secundum directionem horizontalem, etsi forte curva hanc directionem nusquam habeat, inservit enim hæc suppositio pro omnibus directionibus. Sit porro curva PQV Parabola super communi axe continuato PT descripta, cujus applicata quælibet VT exprimat velocitatem quam grave acquireret si ex altitudine PT sola vi gravitatis descenderet in medio non resistente.

§. 36. Hisce ita præparatis, consideremus qua causa fiat, ut projectile in motu suo haud deferat curvam LC, sed ei semper inhzreat quasi alligatum esset extremitati C fili CO, quod ab initio curvæ OI circumplicatum & ad L usque protentum esset, postea evolveretur, & hoc motu corpus curvam LC describeret, utpote quod a filo continue retineretur, ne in quolibet puncto C evaderet secundum tangentem CS, id quod subito soluto filo necessario contingeret, nisi gravitas & medii resistentia hoc impediret: Jam vero cum, ut videtur, libere moveatur projectile in curva, aliquid aliud adesse debet quod fili retinentis vices subeat, quodque in quolibet puncto C tantam vim activam exerat ad trahendum corpus secundum directionem CO, quantam alias re-

Act Erud. sistentiam passivam præberet filum impediendo tantum ne elabe-
 An. 1713. retur corpus secundum tangentem, quæ resistantia, ut patet, æ-
 M. Mart. qualis est vi centrifugæ qua illud naturaliter conatur recedere a
 centro, dum continuo affectat directionem suam naturalem secun-
 dum rectam tangentem in puncto C, in quo versatur.

§. 37. Retinetur itaque projectile in curva LC, quia in singu-
 lis hujus punctis urgetur duabus viribus oppositis & æqualibus,
 una nimirum extrorsum secundum directionem OC, ex gyratio-
 ne circa O acquisita, altera introrsum secundam directionem CO
 priori oppositam, quæ producitur ab actione gravitatis normali-
 ter ad curvam derivatæ. Vis prior ex natura corporum gyran-
 tium se habet conjunctim ut quadratum velocitatis directe, &
 Pag. 117. longitudo radii CO inverse: posterior vero quæ a gravitate exer-
 cetur secundum normalem ad curvam se habet ad ipsam gravita-
 tem absolutam, ut coradius CG ad radium CO, per compositio-
 nem virium. Erit igitur ubique $\frac{NR^2}{CO}$ ut $\frac{CG \times G}{CO}$ (per G intel-

ligo gravitatem absolutam) h. e. ob datam G ut $\frac{CG}{CO}$, adeoque

NR ut \sqrt{CG} , ex quo patet velocitatem mobilis in quolibet pun-
 cto C, se habere in dimidiata ratione coradii, hoc est, NR, EL
 :: $\sqrt{CG} \cdot \sqrt{LI}$. Quod erat inveniendum pro velocitate.

§. 38. Resistentia determinatur hoc pacto: Corpus grave ver-
 ticaliter descendens in medio non resistente dum percurrit Tt
 velocitate acquisita VT, acquirit incrementum velocitatis in æ-
 quale incremento bn, quod acquirit projectile simili velocitate
 NR percurrento Cc; sunt autem corporum æque velocium spa-
 tiola percurfa Tt, Cc, ut tempuscula, quibus percurruntur,
 tempuscula vero sunt reciproce, ut vires incrementa æqualia ve-
 locitatum producentes; Ergo etiam hæ vires sunt reciproce ut

spatiola percurfa, hoc est G. $\frac{OG \times G}{CO} \pm R :: Cc. Tt$ (per R

intelligo vim Resistentiæ, quæ ad vim gravitatis normalem &
 per $\frac{OG \times G}{OC}$ expressam addenda est in ascensu, & subtrahenda

in descensu, ad habendam vim retardatricem vel acceleratri-
 cem $\frac{OG \times G}{CO} \pm R$; notandum itaque in ambiguitate signorum,

superius pro ascensu, inferius pro descensu valere.) Porro cum
 velocitas in L, tanta sit, quantam acquireret, si grave in vacuo
 hoc est in medio non resistente, neque gravitatem imminuente,
 quale

quale hic sub *non resistente* semper subintelligitur, descenderet per altitudinem æqualem semiradio Evolutæ, sicuti Hugenus monstravit de corpore circulariter gyrante, nam vis centrifuga in quolibet curvæ puncto tanta censetur, quanta foret, si mobile eadem celeritate gyraret in circulo curvam in eo puncto osculante, quia linea curva & circulus osculator eandem habent curvaturæ quantitatem in puncto osculi. Erit ergo $PD = \frac{1}{2} LI$; & ob $\sqrt{PT} \cdot \sqrt{PD} ::$ (per naturam parabolæ) $VT \cdot QD :: NR \cdot EL :: \sqrt{CG} \cdot \sqrt{LI}$, erit $PT \cdot PD :: CG \cdot LI$, unde $PT = \frac{1}{2} CG$, earumq; elementa dPT seu $Tz = \frac{1}{2} dCG$; In superiori itaque analogia

$$G \cdot \frac{OG \times G}{CO} \pm R :: Cc \cdot Tz, \text{ pro } \frac{OG}{CO} \text{ substituat} \frac{Cb}{Cc} \text{ æquivalens}$$

$$\& \text{ pro } Tz \text{ scribatur } \frac{1}{2} dCG, \text{ prodibit } G \cdot \frac{Cb \times G}{Cc} \pm R :: Cc \cdot \frac{1}{2} dCG,$$

$$\text{unde } R = \frac{G \times 2Cb - dCG}{+ 2Cc}, \text{ vel } R \cdot G :: 2Cb - dCG. \mp 2Cc:$$

hoc est Resistencia se habet ad Gravitationem ut duplum elementi abscissæ demto elemento coradii adduplum elementi curvæ propositæ; Quod si vero elementum coradii sit negativum, vel quod idem est si crescentibus abscissis LR, decrescant coradii CG, sicuti fit si curva LC est ex. gr. circulus, habebit se Resistencia ad Gravitationem ut duplum elementi abscissæ auctum elemento coradii affirmative sumto ad duplum elementi curvæ propositæ. Quod erat inveniendum pro Resistencia.

§. 39. Hinc liquet eandem proportionem observari, tam in ascensu quam in descensu projectilium per curvam, hoc tantum discrimine, quod resistencia in ascensu negativa sit, si ea quæ in descensu est affirmativa, & vicissim; Resistencia autem negativa, hoc est talis quæ motum juvet, physice est impossibilis; unde manifestum est, duo media positive resistencia excogitari non posse, in quorum uno ascendens projectile eandem curvam describat, quam describit in altero descendens.

§. 40. Neque igitur in uno medio utcunque variante ratione densitatis mobile describere potest curvam, quæ habeat circa axem duas partes similes vel easdem, adeoque parabolæ omnes cujuscunque gradus (excepta parabola conica, quæ sola in medio non resistente, vel saltem in medio densitatis infinite parvæ describi potest,) & ejusmodi aliæ curvæ, quæ circa axem verticalem ab utraque parte deorsum versus extenduntur in ramos sibi mutuo similes, in natura rerum admitti non possunt, etsi vel maxime mediorum densitates pro arbitrio moderari in nostra po-

Act. Erud. testate esset. Ubi enim resistentia in ascensu est positiva eoque
An. 1713. nomine physice possibilis, eo ipso fit negativa in descensu &
M. Mart. ideo impossibilis; vel vice versa, si possibilis est descendendo, fit pro ascensu impossibilis utpote negativa.

Pag. 119. §. 41. Utrum vero Linea aliqua ascensu an descensu descripti-

bilis sit, cognoscitur ex ipsa nostra formula $R = \frac{G \times 2Cb - dCG}{\mp 2Cc}$

in qua si dCG superat $2Cb$, ascensus est possibilis, secus vero descensus; contrarium accidit cum $2Cb$, majus est quam dCG . Ergo ubi neutrum neutro majus est, seu cum $2Cb = dCG$, id quod fit in parabola communi, hoc solo casu ascensus & descensus est possibilis, resistentia quippe tunc nulla est.

§. 42. Quod si vero Linea data LC ejus sit conditionis, ut crescentibus abscissis LR decrescant coradii CG , & ideo etiam velocitates NR , sicuti fit in circulo, erunt elementa dCG negativa, atque ideo R ad G , seu resistentia ad gravitatem ut $2Cb + dCG$ ad $\mp 2Cc$, seu, quemadmodum jam monuimus, ut duplum elementi abscissæ auctum elemento coradii positive sumto ad duplum elementi curvæ ipsius propositæ, cujus rationis exponens cum semper sit negans in ascensu, & semper affirmans in descensu, patet omnes ejusmodi Lineas curvas in universum sumtas pro solo descensu inservire posse, quod in circulo quidem observavit summus Newtonus pag. 266, sed in aliis inobservatum præterit: Verum & hoc insuper patet, quod obiter tango, pro circulo in specie, in quo elementum coradii positive sumtum, elemento ipsius abscissæ æquale est, haberi $R. G :: 3Cb. 2Cc ::$ (vid. Fig. Newt. pro circulo) $3OG. 2OK$, quod jam supra ostensum confirmat.

§. 43. Cum igitur pro determinatione resistentiæ in qualibet curva requiratur cognitio Coradii evolutæ, vel circuli osculatoris, non alienum erit, si commodam hic pro eo exhibeam formulam. In *Actis* Lips. an. 1701. pag. 11. dedi modum universalem exprimendi in differentialibus tantum primis radium osculi

seu evolutæ, quippe quem ostendi æqualem esse $\frac{dx}{du dy^2}$ (per *

intelligo quantitatem ex x, y & constantibus utcunque compositam in æquatione differentiali ad curvam $dx = udy$, ad talem enim omnes reduci possunt:) quoniam igitur radius evolutæ est ad suum coradium semper ut elementum curvæ seu dx ad ele-

mentum applicatæ seu ad dy , inveniatur coradius = $\frac{dx^2}{du dy}$.

§.44. Inventis hoc modo celeritate & resistentia, superest ut *medii Densitas D* quoque determinetur: Hæc autem ex illis fuit independenter a natura curvæ, nam deducenda est ex sola hypothesi, sive sit arbitraria sive naturalis; Sic si *R* hic ponatur $= VVT$, hoc est si resistentia sit in ratione composita ex duplicata

Æt. Erud.
An. 1713.
M. Mart.
Pag. 120.

te velocitatis & ex simplici Densitatis, erit $D = \frac{R}{VV}$, seu Densitas erit conjunctim ut resistentia directe & quadratum velocitatis inverse; ita ut nihilo alio opus sit quam suprainventum valorem ipsius *R* dividere per quadratum velocitatis, sive per coradium *CG*.

§.45. Si quis hanc regulam sequatur, comperiet quod supra dixi, similem nempe lapsum identidem commissum circa hyperbolam in Opere Newton. pag. 268. ubi Vir Inclytus invenit Resistentiam ad Gravitationem ut *XY* ad *YG* (vid. ipsius Fig.) pro quo scribendum est ut $3XY$ ad $2YG$, sicuti etiam pag. seq. 269, qua agitur de hyperbola gradus indefiniti *n*, pro assignata ratione resistentiæ ad gravitationem ut *XY* ad $\frac{3^{nn} + 2^n}{n+2} VG$, substitui

oportet hanc alteram ut *XY* ad $\frac{2^{nn} + 2^n}{n+2} VG$. Necnon p. 274.

(serperet enim error per omnia quotquot fierent exempla,) ubi applicatio instituitur ad parabolam indefiniti pariter gradus *n*, concluditurque Resistentia ad Gravitationem, ut (vid. Fig. Autoris)

TG ad $\frac{3^{nn} - 3^n}{n-2} VG$, sed rectius ut *TG* ad $\frac{2^{nn} - 2^n}{n-2} VG$; &

quidem pro descensu, nam pro ascensu ponendum est ut *TG* ad $\frac{2^{nn} - 2^n}{2-n} VG$; ita ut ascensus hic non quolibet casu sit in

natura possibilis, sed tunc tantum quando *n* simul major est unitate & minor binario, secus enim si extra hos limites cadit, parabola non nisi pro descensu inserviet, hoc est grave cum debita velocitate ex *A* projectum secundum tangentem, describere quidem potest arcum *AX* descendendo, sed non arcum *AG* ascendendo; quod ipse sagacissimus Newtonus animadvertisse non videtur. Sed pergo ad solutionem problematis quod Newtoniano multo est generalius.

A&E. Erud.

An. 1713.

M. Mart.

Pag. 121.

PROBLEMA II.

§. 46. *Tendat Vis gravitatis non uniformis sed quacunque data lege variabilis, ad punctum aliquod datum tanquam ad centrum virium, sitque resistentia utcunque ex ratione densitatis & velocitatis composita: Quærentur velocitas, resistentia, & densitas in locis singulis, quæ faciant, ut corpus in data quavis Linea moveatur.*

Tab. I.

Fig. 5.

Solutio. Esto itaque LC curva quævis data; centrum virium X, per quod ducta recta LX pro axe habeatur, & quævis alia CX pro linea directionis; sit item evoluta IO, radius ejus CO pertinens ad quodvis punctum C, coradius CG & subradius OG, angulum rectum facientes ad G. Centro X, radioque XC descripto arcu CR, & eidem proximo cr; ad puncta R, r, intelligentur applicatae RN, rn, quæ designent velocitates mobilis in C, c, ita ut N, n, sint in curva velocitatum EN.

§. 47. Concipiatur nunc super axe PD in LX prolongato, parabola PQ, cujus applicata quælibet QD exprimat velocitatem quam in medio non resistente corpus aliquod acquireret, si ex altitudine PD descenderet vi uniformis gravitatis æqualis ei quam habet projectile in L: Concipiatur præterea super eodem axe alia parabola PV, cujus quævis applicata VT similiter designet velocitatem, quam mobile aliquod acquireret si in medio non resistente caderet ex altitudine PT, vi uniformis gravitatis æqualis ei quam projectile habet in distantia RX vel in loco C.

§. 48. Quod si jam velocitatem in C, hoc est applicatam NR determinare lubeat; simili argumento quo supra §. 37. factum est concludam, ob æqualitatem vis centrifugæ & vis oppositæ retractionis a gravitate oriundæ, $\frac{NR^2}{CO}$ se habere ut $\frac{CG \times G}{CO}$ (per G jam intelligo gravitatem vel vim centralem data lege variabi-

lem) adeoque NR^2 ut $CG \times G$, & NR ut $\sqrt{CG \times G}$; hinc sequitur velocitatem projectilis in quovis puncto C, esse in ratione composita ex subduplicata coradii & subduplicata vis gravitatis,

seu $NR. EL :: \sqrt{CG \times G}. \sqrt{LI \times g}$, per g intelligo vim gravitatis in distantia XL, vel in ipso loco L.

§. 49. Resistentiam venabimur hac ratione: Ex punctis E & N ductæ concipiantur duæ rectæ parallelæ axi LX secantes parabolas PQ & PV in punctis Q & V; ex quibus applicentur QD & VT: Quoniam itaque altitudines PD & PT supponuntur spatia percurfa in medio non resistente a duobus corporibus, quorum unum a vi

vi gravitatis uniformis g , alterum a vi gravitatis uniformis G Aq Erud.
 urgetur, erunt per *Theor. II.* celeritates acquisitæ conjunctim in An. 1713.
 subduplicata ratione tam virium quam spatiorum emenforum, h. e. M. Mart.

$\sqrt{PT \times G} \cdot \sqrt{PD \times g} :: VT \cdot QD :: NR \cdot EL :: \sqrt{CG \times G} \cdot \sqrt{LI \times g}$,
 adeoque $PT \cdot PD :: CG \cdot LI$: Est vero ex Hugenianis supra cita-
 tis $PD = \frac{1}{2} LI$; ergo etiam $PT = \frac{1}{2} CG$. Quare si ducta in-
 telligatur rectæ NV parallela nu , & applicata tu , ut habeatur
 particula Tt , quam dum corpus per gravitatis vim G veloci-
 tate VT percurrit, projectile vero æquali velocitate NR per-
 currit particulam curvæ Cc , utrumque acquirit æquale veloci-
 tatis incrementum, illud nempe in , hoc bn : unde simili ratio-
 ne ut supra §. 38. factum elicio $G \cdot \frac{OG \times G}{CO} + R :: Cc, Tt$,
 vel etiam $G \cdot \frac{Cb \times G}{Cc} \pm R :: Cc \cdot Tt$.

§. 50. Ut vero innotescat quid hic sit Tt , advertendum est,
 ob variabilitatem gravitatis G , etiam parabolam PV esse varia-
 bilem; quare huic proxima intelligatur parabola Pw , cujus nem-
 pe applicata quælibet $w\theta$ exprimat velocitatem acquisitam in me-
 dio non resistente pro altitudine $P\theta$ a vi gravitatis uniformis &
 æqualis ei quam projectile habet in c , vel in distantia Xr , hoc
 est quæ sit $G + dG$. Sit itaque $w\theta$ applicata ex puncto PT sit
 semper $= \frac{1}{2} CG$, adeoque & $P\theta =$ semicoradio ad punctum c
 pertinenti, erunt & differentiæ inter se æquales, seu $T\theta = \frac{1}{2} dCG$.
 Verum ob θw & tu æquales, quæ velocitates denotant in θ & t
 a gravitatibus uniformibus $G + dG$ & G generatas, erunt quoque
 producta spatiorum percursorum per respectivas gravitates æqualia,
 utpote quæ quadratis istarum velocitatum proportionantur per

Theor. II. Hoc est $P\theta \times G + dG = Pt \times G = P\theta + \theta t \times G$, & demtis
 æqualibus remanebit $\theta t \times G = P\theta \times dG =$ (ob differentiam inaffi-
 gnabilem inter PT & $P\theta$) $PT \times dG$, ideoque $\theta t = \frac{PT \times dG}{G}$, ag-

gregando itaque $T\theta$ & θt , habebitur $Tt = \frac{1}{2} dCG + \frac{PT \times dG}{G}$ Pag. 123.

(ob $PT = \frac{1}{2} CG$) $\frac{1}{2} dCG + \frac{CG \times dG}{2G} = \frac{G \times dCG + CG \times dG}{2G}$

$= \frac{dCG \times G}{2G}$. Suffecto hoc valore ipsius Tt in analogia supe-
 riori

A&E. Erud.
An. 1713.
M. Mart.

riori prodit $G. \frac{Cb \times G}{Cc} \pm R :: Cc. \frac{\overline{dCG \times G}}{2G}$ ex qua habetur R

$$= \frac{2Cb \times G - \overline{dCG \times G}}{\pm 2Cc}.$$

§. 51. Quod ut symbolice exprimatur (positis Rr vel Cb , dx ; bc , dy ; Cc , $dt = \sqrt{dx^2 + dy^2}$,) velocitas quæ supra inventa est proportionalis ipsi $\sqrt{CG \times G}$, vocetur v , adeoque vv pro $CG \times G$, & $2vdv$ pro $\overline{dCG \times G}$ scribi potest; quo facto Resistentia R erit $= \frac{Gdx - vdv}{\pm dt}$.

§. 52. Nota interim, quod cum Rr vel Cb vel dx considerari possit tanquam differentiale ipsius XC vel XR æque ac ipsis LR , cum qua crescente, & ipsa vis gravitatis G & velocitas v ut crescentes supponuntur, dum in Schemate parabola Pw major quam parabola PV & recta rn major quam recta RN præsentantur; hinc quoque in applicatione regulæ ad exempla, dx & dG contrariis signis sunt afficiendæ, si XC vel XR vocetur x , quia tunc x & G contraria ratione crescere supponit figura: adeoque manente dG & dv cum signo suo, pro $+ dx$ scribendum est $-dx$, & $+dx$ pro $-dx$. Sed si LR dicatur x , nihil in signis mutandum erit, quod majoris cautelæ gratia monuisse sufficiat.

§. 53. Densitas medii post velocitatis & resistentiæ inventionem ex qualibet hypothefi assumpta nunc sponte fluit, ut supra jam vidimus; ex.gr. si $R = vvD$, hoc est si resistentia supponatur in ratione composita ex simplici densitatis & duplicata velocitatis, habebitur vicissim Densitas ut Resistentia directe & quadratum velocitatis inverse, adeoque $D = \frac{R}{vv} = \frac{Gdx - vdv}{\pm vv dt}$. Et in universum si supponatur $R = v^n D$ (per n intelligo exponentem cujusvis potestatis) erit utique $D = \frac{R}{v^n} = \frac{Gdx - vdv}{\pm v^n dt}$.

§. 54. Ad exempla non descendo, cum præsertim hanc materiam alio modo & via analytica jam olim pertractaverim, cujus quoddam specimen, ante aliquot annos Illustr. Academiæ Scient. Reg. Gall. exhibui, commentariis suis annuis si dignum deprehenderit publicandum, quod quidem jam factum percipio in Tomo ad

ad An. 1710. qui nuper demum prodiit. Unici tamen exempli loco, quod instar omnium sit sumamus Spiralem logarithmicam, quæ radios omnes ex centro virium ductos intersecat ad angulos rectos. Aet. Erud.
An. 1713.
M. Mart.

§. 55. Esto igitur LC talis spiralis, centrum virium X, ex quo ducta quælibet XC, faciat cum curva angulum datum XCe , cujus secans sit ad sinum totum ut m ad 1. Ponatur vis gravitatis, vel vis centripeta, reciproce ut dignitas quælibet n data, distantia locorum, aut quod perinde est ponatur $G = \frac{1}{XC^n} = XC^{-n}$, ut

& $R = vvD$. Nunc quoniam in hac curva puncta G & X coincidunt, five $GC = XC$, erit $v(\sqrt{CG \times G}) = XC^{\frac{1-n}{2}}$, R

$\left(\frac{Gdx - vdv}{\pm ds}\right) = \frac{3-n}{\pm 2m} XC^{-n}$, & $D\left(\frac{R}{vv}\right) = \frac{3-n}{\pm 2m} XC^{-1}$; hoc est velocitas in singulis locis C est ut dignitas distantia locorum, cujus index est $\frac{1-n}{2}$; Resistencia ut ejusdem alia dignitas cu-

jus exponens est $-n$ multiplicata per coefficientem $\frac{3-n}{\pm 2n}$, vel, quia hic invariabilis est, simpliciter ut distantia dignitas exponens $-n$, nisi sit $n=3$, quo casu evanescente isto coefficiente, & ipsa resistencia evanesceret seu evaderet nulla: Densitas demum est, ut distantia dignitas cujus index est -1 , ducta etiam in coefficientem $\frac{3-n}{\pm 2m}$, vel simpliciter reciproce ut distantia locorum: nisi sit pariter $n=3$, nam & Densitas hoc casu evanesceret; quod quidem ex resistencia evanescente statim manifestum erat. Ex quibus omnibus varia fluunt consectaria.

CONSECT. I.

§. 56. Si n major quam 3, spiralis per ascensum; si minor, per descensum describitur; si vero $n=3$, poterit illa per ascensum & per descensum describi, tunc enim tam densitas quam resistencia nulla est, unde patet spiralem logarithmicam describi in medio non resistente, cum vis gravitatis seu vis centripeta est reciproce ut cubus distantia a centro virium, quod in ipso centro curvæ existit; prorsus ut Newtonus invenit pag. 47. licet vox *reciproce* ibi sit omissa, lapsu ut credo typothetæ. Pag. 125.

CONSECT. II.

A&T. Erud.

An. 1713.

M. Mart.

§. 57. Sequitur ex nostra demonstratione, Virum sæpe laudatum propositioni suæ XV. pag. 284. non omnem dedisse amplitudinem, quam dare potuisset, quando dicit, *Si medii densitas in locis singulis sit reciproce ut distantia locorum, sitque vis centripeta in duplicata ratione densitatum, quod corpus gyrari potest in spirali, quæ radios omnes a centro illo ductos intersecat in angulo dato*; si enim dixisset in *quacunque multiplicata ratione densitatum*, propositio in hoc ampliori sensu sumpta non minus vera fuisset: quovis quippe numero pro n admissio in dignitatem distantiarum locorum exurgit medii densitas reciproce ut ipsa distantia, excepto si vis casu quo $n=3$, qui densitatem facit nullam vel potius infinite parvam, ita ut aliquo sensu etiam sit reciproce ut distantia locorum; cum nihil obster, quo minus infinite parva inter se comparentur, non minus quam finita.

CONSECT. III.

§. 58. Quandoquidem igitur supposita vis centripeta in quacunque ratione multiplicata distantiarum sive directæ sive reciproce, semper requirit pro spirali logarithmica describenda medii densitatem reciproce ut distantiam simplicem; revidendam commendamus Ill. Newtono demonstrationem suam prop. 16. p. 288. qua asserit *medii densitatem posse esse reciproce, ut quævis dignitas distantiarum locorum, dummodo vis centripeta sit reciproce ut distantia in dignitatem illam ducta*.

CONSECT. IV.

§. 59. Cum supra §. 49. inventa sit $PT = \frac{1}{2}CG$, sequitur corpus in medio non resistente gyrari posse in circulo cujus radius = CG , quando eadem vi gravitatis ad centrum urgetur & eadem celeritate gyratur quam habet mobile in curvæ puncto C : fiunt enim hoc pacto vis centripeta & vis centrifuga æquales: Unde in speciali exemplo Logarithmicæ spiralis, ubi punctum G cadit in X , velocitas in loco quovis C , ea semper est, qua cum corpus in medio

Pag. 126. non resistente gyrari potest in circulo ad eandem a centro distantiam XC : quod idem invenit Vir summus, quanquam pro sua tantum hypothefi nimis restricta de vi centripeta in duplicata ratione densitatis. vid. Coroll. 1. pag. 285.

CONSECT. V.

§. 60. Mutetur jam spiralis obliquitas, ita ut anguli XCc secans sit ad sinum totum, ut p ad 1; erit jam densitas ad densitatem

in priore ut $\frac{3-n}{+2p} XC^{-1}$ ad $\frac{3-n}{+2m} XC^{-1}$, hoc est, si datur distantia XC , ut $\frac{1}{p}$ ad $\frac{1}{m}$; adeoque densitas proportionalis est $\frac{Cb}{Cc}$, five $\frac{OG}{OC}$; si vero distantia illa non datur, erit densitas ut $\frac{OG}{OC \times XC}$: Quod congruit Coroll. 2. Newtoniano p. 285. & 286. quamvis ex particulari hypothese deducto.

Act. Erud.
An. 1713.
M. Mart.

CONSECT. VI.

§. 61. Vis resistentiæ $\frac{3-n}{2m} XC^{-n}$ positive sumta est ad vim centripetam XC^{-n} ut $\frac{3-n}{2}$ ad m ; in hypothese vero particulari ubi $n=2$, erit ut $\frac{1}{2}$ ad m ; hoc est ut $\frac{1}{2} Cb$ ad Cc five ut $\frac{1}{2} OG$ ad OC ; Sic igitur tertium Coroll. Newton. p. 286. in hoc tantum casu valet. Idem etiam de Coroll. seq. 4. dici potest: Nam licet in casu isto corpus nequeat gyrari in spirali logarithmica, nisi cum vis resistentiæ minor est quam dimidium vis centripetæ, potest tamen gyrari in quacunque sint alia ratione duæ illæ vires, si tantum n debito modo major minorve supponatur quam 2: Si ex. gr. $n=1$, hoc est si vis centripeta sit ut ipsa medii densitas, vel reciproce ut distantia locorum; erit vis resistentiæ ad vim centripetam ut 1 ad m , nempe ubique ut Cb ad Cc seu ut OG ad OC , unde patet corpus in hac spirali gyrari posse, modo vis resistentiæ minor sit quam tota vis centripeta. Et quod singulare est in hoc casu, velocitas ubique est uniformis, fit enim $v(XC^{\frac{1-n}{2}}) = XC^{\frac{0}{2}} = 1$.

CONSECT. VII.

Pag. 127.

§. 62. Liqueat porro, cum in velocitatis expressione $v = XC^{\frac{1-n}{2}}$ non ingrediatur littera m , fore velocitatem in distantis, a centro æqualibus in omnibus hisce spiralibus æqualem, adeoque tempora ascensus vel descensus esse ut ipsas longitudines spiraliū, & quidem in generali hypothese, sicuti Newton. pag. 286. Coroll. 5. idem indicat pro casu particulari $n=2$. Sed multa alia prætereo, atque Lectori ut quousque nostra cum Newtonianis conveniant, ipse examinare possit, lubens relinquo.

§. 63. Quod superest non necesse duco, ut multis moneam, Regulam

Act. Erud. gulam nostram generalem de motu projectilium in mediis resi-
 An. 1713. stentibus comprehendere etiam casus omnes qui formari possunt
 M. Mart. de mediis non resistentibus. Velocitas quippe quæ independenter

a resistentia se habet ut $\sqrt{CG \times G}$ si ducitur in tempusculum quo percurritur lineola Cc , & quod tempusculum in medio non resistente proportionale esse areæ circa centrum virium descriptæ, hoc est, triangulo CXc vel ejus duplo $CX \times bc$ eleganter demonstravit Newtonus pag. 37. provenit ipsa lineola percurfa Cc , ut

productum, nempe ut $CX \times bc \times \sqrt{CG \times G}$; (est enim spatium uniformi velocitate percursum in ratione composita ex velocitate & tempore) sumtisque quadratis erit Cc^2 ut $CX^2 \times bc^2 \times CG$

$\times G$; unde G se habebit ut $\frac{Cc^2}{CX^2 \times bc^2 \times CG}$; seu (quia ducta

perpendiculari XS ad tangentem $\frac{Cc}{bc} = \frac{CX}{SX}$, & ob similia trian-

gula OCG & XCS , $CG \times CX = OC \times SX$) ut $\frac{CX}{OC \times SX}$, quod

ipssimum est Theorema pro lege virium inveniendæ ex natura curvæ datæ, mihi olim sed sine demonstratione transmissum a pereximio Geometra Abrahamo Moyvræo, a me postea cum demonstratione quamvis ex alio fundamento petita remissum. Eo itaque instar formulæ uti licebit ad determinandam vim centripetam ex natura curvæ datæ, sive etiam hanc ex illa, & ex utraque celeritatem ac tempus periodicum.

Pag. 128. §. 64. Hoc vero magni discriminis observandum est inter utrumque, quod prius ubi data curva quæritur vis centripeta, peragitur per methodum differentialium directam, adhibendo nudam tantum & simplicem terminorum differentiationem: Sed posterius, quo nempe ex data lege virium quærenda est curva, paulo plusculum laboris requirit in quibusdam exemplis, in quibusdam aliis ne quidem in potestate adhuc est, concessis licet figurarum quadraturis: nam tunc consulenda venit methodus integralium, quæ prioris est inversa, sed nondum ad optatam perfectionem evecta.

§. 65. Interim quod non est silentio prætereundum, sæpe per hanc methodum, ut fieri solet, plures diversi generis curvæ eidem quæsito satisfaciunt: Sic ex. gr. si quæraturs curva quam mobile in medio non resistente describit, supposita vi centripeta in ratione reciproca cuborum distantiarum, cui quæsito supra cum Celeb. Newtono diximus respondere Spiralem Logarithmicam; præterea aliam alius generis spiralem satisfacere dudum observavi, quæ hanc

hanc habet naturam, ut ducta recta ex umbilico ad quodvis in curva punctum sit reciproce proportionalis angulo, quem eadem recta cum alia positione data constituit: vel quod eodem recidit. Sit X centrum circuli ABH & simul umbilicus spiralis CDE, hac proprietate gaudentis, ut ad ejus quodvis punctum C ducta recta XC se habeat reciproce ut arcus AB initium sumens a puncto quodam fixo A, seu si mavis ut rectangulum $XC \times AB$ sit dato æquale, ita ut non incongrue hæc spiralis vocari possit *Hyperbolica*, veletiam *Archimedeæ inversa*, utpote quæ cum *Archimedeæ ordinaria* hoc commune habet, quo in utraque distantiarum ab umbilico sint proportionales circulationibus emensis, in Archimedeæ vulgari *directe*, in Nostra vero *inverse*.

Act Erud.
An. 1713.
M. Mart.
TAB. I.
Fig. 6.

§. 66. Ut itaque hæc nostra Spiralis Hyperbolica CDE, (quæ asymptoton habet LM parallelam rectæ XA, & ab ea distantem intervallo æquali arcui AF, vel cuicunque alii arcui concentrico GC inter axem XA prolongatum, & curvam ipsam intercepto, omnes namque isti arcus sunt inter se æquales) ut, inquam, hæc spiralis describi possit in medio non resistente, dico, requiri vim centripetam quæ sit in triplicata ratione reciproca distantiarum: Hoc ita se habere non secus ac in spirali logarithmica, facile quivis per regulam nostram comperiet.

§. 67. Neque hoc satis est; dico præterea, non tantum infinitas esse curvas, quæ reciprocam rationem triplicatam distantiarum pro lege virium admittant, sed & ex utraque curvarum classe vel potius ex earum duobus summis generibus, nempe tam algebraicarum quam transcendendum suppetere quasdam species quamvis diversissimas: Sunt enim quædam ad quarum constructionem requiritur comparatio linearum circularis & rectæ, quædam aliæ quæ supponunt comparationem arearum circuli & hyperbolæ, quædam etiam, ubi arcus circulares secum invicem comparandi veniunt, atque inter has, quod mireris, innumeræ dantur prorsus algebraicæ, magis minusque compositæ & ad quemvis dimensionis gradum ascendentes: cui asserto ut fidem faciam, docebo hic naturam harum curvarum, pro quibus legem virium centripetarum ope theorematis Moyvræani supra demonstrati quilibet facile inveniet, ac videbit eam eodem modo se habere ut in duabus spiralibus logarithmica & hyperbolica. Quomodo vero ad ipsarum curvarum cognitionem me perduxerint calculi integralis certa compendia mihi usitata, non est hujus loci ut explicem.

Pag. 129.

§. 68. Ecce interim Curvarum illarum ex arcuum comparatione universalem constructionem. Per centrum virium quod sit in X ductæ rectæ pro axe intervienti XA, agatur intervallo arbitrario parallela ZG; dein centro X descriptis arcubus concentricis

TAB. I.
Fig. 7.

At Erud. tricus AM, BN, CO &c. qui singuli ad partem suam a parallela ZG terminatam, habeant datam aliquam rationem constantem, nimirum ut sit $a.b::AG.AM::BH.BN::CI.CO::\&c.$ orietur curva MNOP, quæ algebraica est si ratio data a ad b sit numeri ad numerum, quamvis pro rationis illius diversitate diversæ quoque dimensionis curva existat, secus vero si a & b sint incommensurabiles, erit curva transcendens. Utcunque autem se habeat ea ratio a ad b , & qualiscunque inde emergat curva sive algebraica sive transcendens, dico fore hanc curvam semper ejus naturæ, ut ad ipsam describendam corpus requirat vim centripetam tendentem ad punctum X atque cubis distantiarum reciproce proportionalem; hoc est ut vis in loco M sit ad vim in loco quovis alio N, ut vicissim XN^3 vel XB^3 ad XM^3 vel XA^3 .

An. 1713.
M. Mart.

Pag. 130.

Curva hæc raris affectionibus gaudet, habet enim primo duas asymptotos a centro virium X æqualiter remotas, nempe distantia quæ est quarta proportionalis ad a , b & perpendiculararem XZ, atque una ex illis asymptotis parallela est axi XA, atque altera eum eadem angulum facit qui se habet ad angulum rectum ut $2b$ ad a . Quod insuper animadversione dignum est, si b aliquoties superet $2a$, curva priusquam desinat in asymptotos, tot gyros integros circa centrum X conficit quot sunt unitates in $\frac{b}{2a}$. Et in

specie quidem si $b=2a$, curva semel tantum circa centrum circulatur, ab una nimirum extremitate infinita procedens & in alteram desinens: ita ut jam ambæ asymptoti sint axi parallelæ & ab eodem distantes intervallo quod duplum est intervalli parallelæ ZG, h. e. duplum perpendicularis XZ. Si b minor quam a , curvæ MNOP erit convexa versus axem XA, eamque tunc describere potest mobile si vis centripeta sit negativa, hoc est, si mutetur in vim centrifugam, proportionalem tamen reciproce cubis distantiarum a centro X. Sed nimium hisce immoror, pergo ad alia.

§. 69. Quemadmodum igitur ex eo quod progymnatione corporis in spirali logarithmica requiritur vis centripeta in reciproca triplicata ratione distantiarum, male quis concluderet hujus propositionis conversam, asserendo nempe *quod ergo vicissim posita hac lege vis centripetæ necesse sit, ut curva existat spiralis logarithmica*; siquidem altera spiralis nostra Hyperbolica & aliæ multæ curvæ tam algebraicæ quam transcendentes eadem virium lege gaudeant: Ita quoque ex eo quod demonstratur corpus gyrans in Sectione conica centro virium existente in foco requirere vim centripetam reciproce proportionalem quadratis distantiarum, non sine aliqua paralogismi specie colligitur, supposita ista virium centripetarum pro-

portione curvam motu corporis describendam fore Sectionem Conicam, tametsi Newtonus ipse in eundem lapidem impegerit, vid. pag. 55. Coroll. II. ut & in simili casu pag. 49. Coroll. I. nili prius demonstraretur, hic se rem aliter habere quam in hypothese virium cubicarum distantiarum reciproce proportionalium quam diversis curvis convenire posse ostendimus; atque sectiones conicas solas esse, quæ admittant vires in duplicata reciproca ratione distantiarum.

Ag. Erud.
An. 1713.
M. Mart.

§. 70. Hanc autem conversam primus ego, quod sciam, inveni ac demonstratam dedi prælaudatæ Acad. Reg. Scient. Gall. quam postea, me monente, sua quoque Demonstratione munivit Celeb. noster Hermannus; ita ut nunc de Orbitis Planetarum veram Ellipsium conicarum formam habentibus dubitare amplius non liceat, concessa scilicet eorum attractione versus Solem quadratis distantiarum reciproce proportionata: de qua veritate antea certi esse non poteramus; quid si enim plures curvæ diversi generis eidem huic virium centralium legi respondissent, ut alteri isti reciproce triplicatæ respondere vidimus? sane non video, cur Ellipses potius quam alias curvas, quæ æque satisfacerent, Planetarum Orbitis attribueremus.

Pag. 131.

§. 71. Atque hætenus prolata sunt quædam tantum ex Observationibus jam olim mihi subnatis ex lectione Operis Newtoniani; ea vero nunc demum cum publico communicare volui, quia intelligo, alteram hujus Operis Editionem parari, quæ hoc adhuc Mense quo hæc scribo prælum sit evasura, multis annotationibus, correctionibus, novisque inventis aucta & exornata; inter quas correctiones eam quoque conspectum iri audio, quam supra §. 32. inserui de non recte definita ratione resistentiæ ad gravitatem in Opere Newtoni pag. 265. quamque Vir incomparabilis ab Agnato meo Nicolao Bernoullio studiorum nostrorum Cultore solertissimo nuper in Anglia degente ante absolutam impressionem novæ editionis opportune monitus, singulari scheda libro suo inferere non fuit dedignatus.

§. 72. Hanc vero materiam præ ceteris enucleandam duxi, quod ea, fatente Viro summo pag. 290. perplexæ esset disquisitionis atque adeo explanationem & dilucidationem imprimis requireret; num veroscopum attigerim, judicium sit penes Lectorem: hoc mihi saltem suffecerit, ubi videro ipsum Newtonum hæc mea qualiacunque approbaturum; si mihi præsertim tam felici esse contingeret, ut quæ Vir laudatissimus de hoc argumento ediderit correctiones (secundæ quippe curæ emendant priores) ea cum hisce meis essent, si non prorsus eadem, saltem quod spero non dissentanea.

§. 73. Ceterum agnoscet, opinor, incomparabilis Newtonus, me hic aliud nihil intendisse, quam quod ipse petit a Lectore suo

in

A&E. Erud. in fine præfationis : abfuit nimirum longiffime animus reprehendi lapsus in materia tam difficili ; quin potius eos candide An. 1713. M. Mart. corrigere, defectus quosdam (quorum pauci sunt in tam vasto opere) Pag. 132. benigne supplere, atque veritatem novis conatibus investigare, fuit id quod ubique mihi propolui.

Additio ad §. 38.

Ut analogia inter resistantiam & gravitatem quæ hic uniformis supponitur, ($R. G :: 2Cb - dCG. \mp 2Cc$), exponi possit per quantitates ordinarias & finitas, pro universali formula : Concipiantur coradius cg , & subradius og , priori coradio & subradio proximi, quorum ille secet OG in puncto F. Sitque OH radius evolutæ secundæ, per cujus nempe evolutionem generatur evoluta prima IO. Sit pariter Evolutæ secundæ coradius OM & subradius HM. Hinc quia per naturam Evolutarum CO.OH::Cc.Oo & OH.HM (:: CO.CG)::Oo.Fg, erit ex æquo CO.HM::Cc.Fg,

unde $Fg = \frac{HM \times Cc}{CO}$; adeoque dCG hoc est $cg - CG$ vel $Fg - Cb$

$= \frac{HM \times Cc}{CO} - Cb$, & $2Cb - dCG = 3Cb - \frac{HM \times Cc}{CO}$: quo sub-

stituito in analogia nostra $R. G :: 2Cb - dCG. \mp 2Cc$, mutatur in hanc $R. G :: 3Cb - \frac{HM \times Cc}{CO}. \mp 2Cc$, in qua si porro subro-

gentur pro Cb & Cc earum proportionales OG & CO, prodibit hæc nova $R. G :: 3OG - HM. \mp 2CO$; Hoc est, quod resistantia se habebit ad Gravitatem ut triplum subradii evolutæ primæ multatum subradio evolutæ secundæ, ad duplum radii ipsius evolutæ primæ. Ex quo statim judicare licet de possibilitate physica ascensus vel descensus per curvam: Si enim $3OG - HM$ sit quantitas negativa, vel quod idem est, si subradius evolutæ secundæ major sit triplo subradii evolutæ primæ, ascensum pronuntiabimus possibilem; sin ille minor sit triplo hujus, hoc descensum physice possibilem arguet: Si vero æqualis sit, quod fit in parabola ordinaria, natura utrumque admitter, nam resistantia tunc nulla est. Quod attinet ad formulam §. 50. qua exprimitur resistantia R

$= \frac{2CB \times G - dCG \times G}{\mp 2Cc}$, ubi supponitur vis gravitatis variabilis,

pro diversa ratione distantiarum a centro virium, posset illa quoque universaliter exponi per quantitates finitas si tempus & locus id permetteret; sed aliquid Lectori nostro faciendum relinquimus.

S. B. ANIMADVERSIONES QUÆDAM

Act. Erud.
An. 1712.
M. April.
Pag. 159.

ad JACOBI GRONOVII *Emendationes in Suida,*

conjunctim editas cum Decretis Romanis & Asiaticis, &c.

Quorum mentio in Actis nostris facta Anno super. p. 411.

IN his Decretis prius adhuc monemus, Epistolam Dola- Pag. 162.
bellæ ad Ephesios, quæ habetur pag. 4. minus recte sic
inchoari: Ἐπὶ Πρυτάνεως Ἀρτέμιωνος Ἀθηναῖος πρὸς τὴν Δολα-
βίλλας αὐτοκράτορ Ἐφισίων βουλὴ καὶ ἀρχαὶ καὶ δῆμος χαίρειν. Quis
credat Imperatorem Romanum signavisse tempus indicatio-
ne magistratus ejus Civitatis ad quam scribebat, & non
potius ejus unde scribebat, vel multo magis quibus Coss.?
illa igitur prima verba ad antecedentia sine dubio pertinent,
ut sit: γράψας καὶ τῇ Ἐφεσίῳ πόλει πρῶτον πρὸς τὴν Ἀσίαν περὶ
τῶν Ἰουδαίων ἐπὶ πρ. Ἀρτ. &c. ἢ ἢ ἐπιστολὴ τῶν περιεχόντων τὸν
τρόπον. Δολαβίλλας αὐτ. &c. Sane versio antiqua hujus loci,
quam Vir Clar. adducit p. 48. antecedentibus annectit tem-
poris notationem; etsi non ante, verum post hæc verba ἢ
ἢ ἐπιστολὴ τῶν περιεχόντων τὸν τρόπον, quæ etiam aliter videtur
legisse ejus auctor: & sane illud περιεχόντων suspectum videri
possit; mallet utique pro eo hic simplex. Præterea p. 18.
editum: ἵνα τε μηδὲς ἀπελθῇ ἢ τῆς Ἰουδαίων χώρας ἢ τῶν λιμέ-
νων αὐτῶν ἐξέλθω. Latine ita: *Ut ne quis immunis transeat*
ex Judæorum regione aut ex portibus eorum educens; nem-
pe illud ἢ *transeat* putatur significare; posset fortasse si
scriberetur ἢ vel ἰοι. Sed non est necesse; delendum potius
illud, & vertendum: *ut ne quis sit immunis.* Pag. 20.
lin. 2. est ἀπεθίμεθα, quod vix est Græcis notum; ὑποθίμε-
θα dicere possunt, sed hoc ibi non quadrat. Sine dubio scri-
bendum ἀπεθίμεθα. Paulo post in ὁ πᾶν ἐπιστολὴν ἡμῖν ὑποδύς,
mallet ἐπιδύς. Pag. 24. editum ἐπιτραφῶ αὐτοῖς, quod
Latine conversum: *concedatur eis,* atqui hoc ita scriptum, est
primæ personæ, & longe aliud significat, v.g. ἐὰν ἐπιτραφῶτι
Tom. V. V si ali-

Act. Erud. *si alicui rei præficiar* ; quod si scribatur *ἐπιτεράφθω αὐτοῖς*,
 An. 1713. hoc jam erit *concedatur eis* . Hæc non obtrectandi animo
 M April.

annotavi, nec quasi parum sentiam quanta sint & quam præclara Viri Clarissimi in Remp. literariam merita ; sed quia prodest detegi & monstrari errores, ut vitentur . Nec debet vel is, qui forte unum alterumve nævum in aliis animadverterit, aut ab alio notatum invenerit, propterea insolescere, illosque contemnere : cum nemo qui homo natus est, possit non errare, aut solus omnia perspicere ; vel is, qui erroris admonetur, statim iras concipere & maledictis ulcisci monentem ; cum liceat & decorum sit, placide

Pag. 161. & modeste sua quemque defendere, ubi se errasse non putaverit : vicissimque ostendere, alteri etiam aliquid excidere potuisse. ἀγαθὸν δ' ἔστιν ἢ δε βροτῶσι. Sed nunc ad emendationes in Suida veniamus .

Natæ sunt illæ Viro Clar. occasione Codicis MS. qui Isaaci Vossii fuerat, & ex Anglia Leidam jussu Illustrum istius Academiæ Curatorum translatus, in manus ejus pervenit. Indicio Viri Clar. nunc primum discimus, Suidam non tantum illud Lexicon scripsisse quod sub ejus nomine habemus ; verum etiam eundem esse auctorem illius quod sine auctoris nominæ dicitur & habetur Etymologicum magnum : aut certe illum aliud tale itidem edidisse, id quod unam illius Codicis Vossiani partem constituit . Operæ pretium autem se facturum putavit Vir Cl. si alteram partem Codicis illius conferret cum Suidæ Editione Cantabrigiensi, & Emendationes quasdam erueret . In præsentī itaque tres priores literas percurrit ; de reliquis post, ut ait, deliberaturus . Nos hic speciminis loco afferemus aliqua ex illis Emendationibus, unde appareat bonus vel sequior ejus operæ successus . Recte Cl. Kusterus in v. Ἀερίας aliquid deesse putat his verbis : ἔγραψεν ὁ ἄνθρωπος καὶ καταλογάδω Θεογονίαν εἰς ἑπὶ ἁ-
 nam absurde diceretur Aristæas scripsisse Theogoniam soluta oratione, quæ tamen tot vel tot versibus constiterit, quasi eadem oratio simul & soluta & ligata esse possit ; ergo sic in Notis supplet ac distinguit : ἔγραψεν ὁ ἄνθρωπος καὶ κατα-
 λογά-

λογάδω τινα. ἢ θεωροῖαι εἰς ἔπη α. i. e. *Scriptis autem iste etiam soluta oratione quædam; & Theogoniam, usque ad mille versus. Ubi tamen τινα non plane necesse erat addi.* Contra Cl. Gronovius non addi quicquam, sed potius omit-
ti vult, nempe α. illud numerale, quia id non habeatur in MS. isto: & ita locum constituit ac Latine vertit ἔργα τε
ἢ ἔπος καὶ καταλογάδω, θεωροῖαι εἰς ἔπη. *Scriptis autem his quoque soluta oratione, Theogoniam per versus.* Sed ut
nihil dicam de interpunctione, quæ recte facta est a Clar.
Kustero; quamvis demto illo α. numerali, non magis le-
niter jam fuit oratio, carens conjunctione ἢ ante vocem
θεωροῖαι vel post εἰμι, αἱ, quæ ambæ etiam locum habent;
sic: ἢ θεωροῖαι αἱ. Imo potius non recte ablatum esse in-
de illud α., & necessario mentionem numeri sive illius, si-
ve alterius alicujus ibi factam fuisse, quilibet videbit, qui
recte intellexerit illud εἰς ἔπη α., nempe ita ut nos ante
interpretabamur. Dum autem id vertitur: *scripsit per ver-*
sus, in eo certe, ἢ ὅπως μὴ ὀργισθῆς α. ἀγαθῇ, non leviter
peccatur. Nec exempla quæ afferuntur, quicquam pro-
funt; imo unum ex iis plane adversatur, hoc, ex v. Γεώρ-
γος. *Ἐξάήμερον δὲ ἰάμβων εἰς ἔπη τετραχίλια.* hoc plane su-
adet retinendam esse numeralem notam α., non delendam:
& locum ita vertendum ut nos fecimus, ut significetur; quo-
usque numerus versuum excreverit. Reliqua duo exempla:
ἐγκώμιον εἰς πρὸν μάρτυρα Ἀναστάσιον. & ex v. Ἀρατος, *Ἦμεις εἰς*
Πάνα, aliena sunt, & nihil ad rem faciunt. Melius res ge-
nitor in v. Ἀρατος, ubi pro vulgato, *πῶς πλεονασμῶς ἀρχὴ*
τινὰς ἀρχαίων, ex MS. *πῶς πλεονασμῶς ἀρχὴ ποινὰς ἀρχαίων*
afferitur. In v. Ἀτιμόπειρος locus auctoris incerti extat cor-
ruptus, quod Editio Cantabrigiensis indicat præfixo asteris-
co * *Εἰς αἶδαν γὰρ μένων Θεοσίτης ἔδιν ἀτιμόπειρος*, qui tamen
sensum aliquem exhibet: *Apud inferos enim manens Ther-*
sites non est inhonoratior. In his autem Emendationibus ex
MS. ita constituitur:

- - - - - εἰς αἶδαν
Γὰρ μὴ ὁ Θεοσίτης ἔδιν ἀτιμόπειρος,

Act Erud.
An. 1713
M. April.

Edit. Act.

nempe ut sit finis hexametri cum pentametro, nullo interrim apparente sensu; hæc enim nihil aliud possunt significare quam hoc: *Apud inferos enim ipsum Therfites non inbonorator*. Præterea versus inchoatur a γάρ præter morem, de qua re aliquid diximus anno 1711. p. 31. seq. & p. 299. Quod si quidlibet Lectori obtrudendum est, en conjecturam nostram. De inferis aliquid dici videtur more Luciano. Apud Lucianum Nireus formosissimus Græcorum, qui ad Trojam pugnarunt, & Therfites omnium turpissimus, introducuntur de forma certantes post mortem apud inferos sub iudice Menippo. Hic eam litem ita decedit: *ἄν σὺ, ἄν ἄλλος (ἐν τῷ θανάτῳ) ἀμωρρός*. *ΙΕΟΤΙΜΙΑ* γὰρ ἐν ᾧ δὲ, καὶ ὁμοίως ἀπαυγής. Tale quid & ille Poeta dicere voluisse videtur; forte quasi Therfites a Nireo contemptus, illum objurgaverit. atque hoc pacto ex priore versu exciderit verbum *τείνιστος*, aut simile, ut sit:

- - - *τείνιστος ἐν αἰδῶ*
Νιρίᾳ Θερσίτης ὑδὲν ἀτιμώτερος.

Vocis *Νιρίᾳ* vestigium aliquod apparet in γάρ μιν. Sed quia in Editionibus etiam vocis *Μένιππος* extat vestigium in *μίνων*, nec hoc debet negligi: & fortasse plures voces exciderint, ut tale quid fuerit oratione prosa: *ἐν αἰδῶ γὰρ, Μένιππος ἴφθι, Νιρίως Θερσίτης ὑδὲν ἀτιμώτερος*, non jam quasi apud inferos res geratur. Hoc Menippi dictum videtur Luciano occasionem dedisse illius dialogi. In v. *Ἀυτόχθονες* legitur *Ἀυτόχθονες οἱ Ἀθλωαῖοι*. deinde mox: *Ἀυτόχθονες ὃ καὶ Ἀρκάδες, καὶ Ἀργινῆται, καὶ Ἀθλωαῖοι*. ubi ultima vox merito suspecta est Cl. Gronovio, partim quia ultimo loco Athenienses commemorantur, quibus primus locus potius erat assignandus: partim quia jam indicatum fuerit, eos *αὐτόχθονες* dici. Itaque ex MS. reponit *Θηβαῖοι*, de quo dubitandum non esse putat, si quis ad Ogygum & Ectenas respiciat, quod sane ita est. Sed potuerunt etiam ita dici propter Spartos, sub Cadmo: ut Æginetæ propter Myrmidonas sub Æaco primum in Ægina ex terra natos. Omnino etiam illud *καὶ* in *Ἀυτόχθονες ὃ καὶ* indicat,

eat, præter Athenienses, alios ibi, non illos ipsos iterum commemoratos fuisse. Placet etiam emendatio loci illius ex Æliano in v. Ἀφίγμαι adducti, qui in vulgatis sic exhibetur: ἡτιβόλει δόμοσος τὴν πῆρῳσιν τῆς ὀφείας, quæ verba cum, utcumque licet, significant hominem quendam orasse, ut sibi oculi eruerentur; interpretes in contrarium sensum extulerunt, quasi is deprecatus fuisset oculorum jacturam: id quod verosimilius est illum fecisse, modo id ex Græcis ulla ratione exprimi posset. MSti Lugdunensis lectio cum sensum exhibens quem illi volebant & res postulat, hæc est: ἡτιβόλει ρύομοσος τὴν πῆρῳσιν τῆς ὀφείας. Fortasse vera, bona utique. Sed id aliter quoque non inapte dicere potuisset Ælianus, sic: ἡτιβόλει παραιτίμοσος τὴν πῆρῳσιν τῆς ὀφείας. quod παραιτίμοσος alicui videri possit genuinum esse, ab aliquo imperito per δόμοσος in margine explicatum (utrumque autem *pretendi* significationem habet sed diverso modo,) deinde ab alio, cui id minus quoque notum esset aut placeret, quam δόμοσος, huic locum dare coactum. In v. Βραγχίδαῖ narratur, istos Branchidas, qui erant Vates Apollinis Didymæi apud Milesios, & a Brancho Apollinis amasso ita dicebantur, istos igitur sub adventum Xerxis prodidisse templum Dei spoliandum Persis: deinde metu ultionis cum Persis ex Græcia revertentibus, ulterius in Asiam profectos, locum a Rege impetrasse, in quo urbem condiderint cognominem sibi ipsis, Branchidas. Posterioribus tamen temporibus Alexandrum M. cum jam in Asia rerum potiretur, hanc perfidiam in posteris ipsorum esse ultum, quos omnes occiderit, urbemque deleverit. Quam historiam cur Vir Cl. *ancipitem* dicat, non video, cum clara sit, & ab aliis etiam tradita, Strabone & Plutarcho. Ea igitur historia apud Suidam in Edd. clauditur his verbis: Ἐτὴν Ἰουδαίουμον πόλιν κατέκαυσεν ἡ φάρισι, recte omnino, nec facile quisquam secus putabit; ex MS. tamen profertur, & ultimæ voci præfertur φαρίσθισον, quod non malum quidem est, sed præ altero illo vix assumendum. In versione etiam Cl. Kusteri nescio quid

AA. Erud.
An. 1713.
M. April.

Pag. 164i

Aff. Erud.
An. 1713.
M. April.

quid carpitur, immerito ut alibi non semel. Locus quidam est ex Polybio in v. Δαιμόν p. 316. Tom. I. de quo ita Cl. Gronovius p. 100. Legitur inter cetera de Dionysio tyranno, illum κλινικοσμήντα καὶ τὰς ὑπὸ ὑπαρχαῖς ἰδιώτας ἐκτραχόμενον αὐτοχθῆ. ubi prius sane accedit ad verbum, posterius vero quomodo aut dicere potuit Timæus, aut scribere Polybins, aut ex eo describere Suidas? an usquam aut lanificus inducitur Dionysius, aut pensis fericis inventus, & quidem tanta cum peritia, ut potuerit ἐκτραχόμενον ποιητὰς istas? sua ille magnificus & pretiosus in quacunque supellestili, sed non abs se facta. Accedit sapientissima interpretum cura, dum vident absurdum, si simpliciter reddant &c. max: Si verum vis testes tibi in MS. Lugdunensi esse ἐκτραχόμενον. Hæc Ille, quasi se jam confecta. Quasi recte Dionysius ab illiberali opificio liberatus sit. ope MS. illius; qui tamen adhuc in servili officio relinquitur, in ornandis lectis. Atqui totus ille sibi potius relinquendus: & ἐκτραχόμενον omnino retinendum, nec aliter nisi simpliciter vertendum. Dicitur enim hoc de Dionysio ita, ut paulo ante ibi de Homero dicebatur, istum voracem sese ostendere, quia sæpe in carminibus suis dapes instruat: cuiusmodi & hæc est argumentatio: *Laudibus arguitur vini vinosus Homerus; sic igitur & Dionysium dicere voluit historicus ille, quia multus esset in describendis tapetibus exquisiti operis, eum talibus delectatum videri.* In quo figura orationis usus est, quali Virgilius Ecloga VI.

*Tum Pharbentiadas musco circumdat amara
Corticis, atque solo proceras erigit abnos.*

Pag. 165.

Qualiter & Aristophanes Comicos quosdam perstringens, quod semper servos supellestile onustos introducant ad captandum scilicet risum, dicit in Ranis v. 15. Σχῶν θέπου' ἰνάσας' ἐν καμπύλῃ, quasi illi ipsi Comici gestarent onera. Ceterum Dionysius in Tragœdiis quas scriptitabat, videtur illas ἐκτραχίας fecisse. In v. Δαιμόν pag. 355. Tomi I.

mi I. Δεινοὶ πλέκειν πῶς μηχανὰς Αἰγύπτιοι. In hoc versu articulus πῶς offendit Cl. Gronovium, hinc ex MS. reponit πλέκειν τοι μηχανὰς Αἰγύπτιοι. Ita sane & apud Schol. Aristoph. & Steph. Byz. legitur, estque jambus Æschyli. In v. Δημάρων p. 538. Tom. I. nomen Regis illius, a quo altera series Regum Lacedæmoniorum deducebatur, in obliquo casu scriptum Πατροκλέης a Πατροκλῆς, pro quo Vir Cl. ex MS. reponit Προκλέης a Προκλῆς. Dubium quidem est: & potest defendi vulgatum quoque, nam non semel ille Rex apud Autores Πατροκλῆς dicitur, suntque loca a Viris doctis ad Pausaniam p. 206. Edit. Lips. in utramque partem annotata: ubi Xylander etiam causam hujus ambiguitatis aperit, quia videlicet soleant Græci nomina propria virorum signare linea supra transversim ducta (nimirum ut in quibusdam H. Stephani Editionibus videmus,) idemque facere, cum in aliquibus vocibus παχὺγραφίᾳ causa literæ quædam transiliuntur (ut v. g. apud Eustathium p. 1060. lin. 2. Ed. Rom. ubi Προκλος scribitur nomen Patrocli Homeric) dubitat itaque Vir doctus an, cum Προκλῆς scriberetur, *linea ista proprium nomen designet? an vero pro πατρ sit positum i. e. πατροκλῆς ne, an πατροκλῆς sit legendum?* Sed nunc omnem dubitationem Lectori certissima ratione eximam, adducto carmine, ubi Proclis illius ipsius mentio est,

Σπείδοντες δ' ἀγνώως Ἡρακλεῖ τ' Ἀλαμῆνι τε
 Προκλεῖ, Περσεΐδαις τ' ἐκ Διὸς ἀρχόμενοι.
 Jonis Chii est, apud Athenæum p. 463.

Act. Erud.
 An. 1713.
 M. April.

AB Erud.
An. 1713.
M. Julii
Pag. 307.

R. E. S. P. O. N. S. I. O.

AD IMPUTATIONES IOHANNIS FREINDII

in *Transact. Anglicanis* Num. 331. p. 330. & seq.

Pag. 308.

CUM scientiarum incrementa nobis cura opedique sint, in-
inconsultum duximus, data ab Antioribus, quorum scrip-
recessimus, occasione, munice ad illarum profectum, ut profectus
subinde inspergere: nec displicuit intelligentibus hoc institutum.
Itaque Clar. *Freindii* Praelectiones Chymicas, in quibus vestigia
quorundam contraneorum suorum legens, vim attractivam
terris in numerum principiorum physicorum reculeat, A. 1710.
Mense Sept. in scenam producentes memoratis, vim attractivam
strictam tanquam qualitatem occultam non esse possumus, ut
naturae phenomena explicanda in physica recogamus, nulli
eadem licentia ut alias qualitates occultas in philosophiam re-
ducant. Probe autem notandum est, nos impugnasse vim attra-
strictam, quatenus pro vi primitiva habetur, non quatenus ut
phenomenon admittitur, uti diserte legitur in Actis An. 1710.
p. 271. Clar. igitur *Freindus*, ad objectiones nostras partis res-
pondere poterat, se vim attractivam admittere ut phenomenon,
adeoque sibi non adversari objectiones nostras. Haec responsiones
contenti fuisset, nisi quod ipsum aliosque rogasset, ne per
eam phenomena explicent, antequam satis constiterit, dari eos
in casu aliquam attractionem. Enimvero prolixas in *Transac-*
tionibus Anglicanis, quae mense Septembri A. 1711. prodierunt, a
nunc vero demum ad nos deferuntur, inseruit Praelectionum suarum
Chymicarum Vindicias, in quibus nobis imputat a mente
nostra maxime aliena. Contra quae enim disputat, ea ipsam im-
probamus, immo, si ita velit, detestamur.

Nam 1. nobis imputat, quod eam philosophandi methodum
reijciamus, qua olim *Archimedes* in Mechanicis & Hydrostaticis,
recentius *Galileus* in Staticis, Mathematici in universum omnes
in scientiis opticis, *Newtonus* in Philosophiae naturalis principiis
mathematicis & *Wolfus* in Aerometria usi fuerint, ut scilicet
primum multiplici experimento corporum vires perquirantur &
inde, posthabita causarum indagatione, phenomena enucleentur.
Enimvero nos apprime probamus methodum philosophandi, quae
Mathesin ad experimenta applicat & theorematum generalia de-

mon-

monstrat, unde phænomena prædicere licet, & ultro concedimus, quæ ex *Wolfii* præfatione ad Aerometriam in Aëtis A. 1710. p. 25. de eadem retulimus. Miramur vero, qui fieri potuerit, ut contrariam sententiam nobis imputaret *Freindius*. Ipse nimirum statim ab initio Vindicarum suarum fatetur, nos modum, quo experimenta chymica ad nature leges perpendere aggressus sit, ne attingere quidem; principia ipsa convellere conari. Qui vero principium aliquod, quo quis ad explicanda phænomena chymica utitur, convellere conatur, is sane methodum ipsam philosophandi non improbat. Præterea Clar. *Freindius* ea methodo, quo *Archimedes* & alii ejus vestigiis insistentes philosophati sunt, minime utitur; sed more vulgari quorundam chymiz phænomenorum rationes reddere conatur. Neque enim ut *Archimedes* ad experientias indubias Geometria applicata theoremata demonstravit, ex quibus phænomena prædicti possunt. Ideo de opusculo ejus differentes loc. cit. p. 416. epilogi loco addidimus: tum demum discendum, Chymicos in theoria valde profecisse, cum effecerint, ut experimenta nondum capta ex constitutis principiis prædicti possint, hoc est, quando methodo *Archimedeæ* philosophati fuerint. Apparet itaque, nos eo in loco commendasse *Archimedeam* methodum, ubi eam impugnari asserit *Freindius*. Quantum enim discriminis inter eam & *Freindianam* intercedat, primo intuitu comparebit; Prælectiones Chymicas *Freindii* cum libris *Archimedis* de insidentibus humido collaturo. *Archimedes* sane eo, quo *Freindius*, modo philosophatus fuisset, si diversum corporum gravium in diversis fluidis pondus observans vim aliquam absorbentem in fluidis finxisset, eamque absolute inexplicabilem, & rationes phænomenorum circa gravitationem in fluidis physicas redditurus dixisset, vim illam absorbere tanto majorem gravitatis partem, quo fluidum densius seu pluribus particulis constat, per quas vis illa absorbens æqualiter disseminata. Quod si ita visum fuerit Clariss. *Freindio*, nos eadem concianitate omnia gravitationis corporum in fluidis phænomena per hanc vim absorbentem (quam dubio procul nobiscum pro figmento habet) explicabimus, qua ipse phænomena chymica per vim attractricem enucleat. Immo dabimus theoremata de vi absorbente geometricè demonstrata: Geometria enim æque in figmento, ac in vera hypothefi munere suo fungitur. Sed agetum! potius ipse periclitetur ingenii sui vires in aliquot theorematis chymicis eruendis, qualia in hydrostaticis dedit *Archimedes*, certo persuasus, nos eodem ipsum elogio, quod *Archimedi* tribuit, mactaturos.

Aët. Erud.
An. 1713.
M. Julii:
Edit. Aët.
Pag. 309.

2. Fallitur totus Cl. *Freindius*, dum a nobis ideo potissimum
Tom. V. X vim

Ad Erod. vim attracticem rejici affirmas, quod per rationes mechanicas minime explicari possit, adeoque velle, ut nihil in physica admittatur, nisi cujus causa sit perspecta. Qui enim verba nostra in Actis Edit. Act. A. 1740. p. 412. cum attentione legit, statim animadvertit, non vim attracticem impugnare, quatenus pro *primitiva* habetur, ac inde probare, quod Antagonista, eam pro *primitiva* habeat, quia per rationes mechanicas explicari posse negat. Licet autem in suis Vindiciis videri velit, quasi eam saltem ut *phenomenon* admittat, quomodo gravitatem, elaterem & electricitatem admittimus; sibi tamen minime constat. Neque enim contradicit, si quis eam neque *materiae* necessario *ingenitum*, neque *rationibus mechanicis explicandam* censens, in voluntatem Dei refert. Erit vero qui vim attracticem admittit ut causam *phenomenorum* sua natura inexplicabilem, cujus non alia assignari possit ratio praeter voluntatem divinam; is utique vim attracticem non admittit ut *phenomenon*, sed ut *qualitatem occultam*, adeoque ad scholae *barrologias* redit: id quod ipso gravitatis exemplo facile illustrari potest. Si quis enim qualiter, cur corpora sublimaria nitantur versus centrum terrae, causam in gravitatem conjicit, eamque pro vi *primitiva* in se explicabili & ex mero Dei arbitrio corporibus impressa venditat, gravitatem pro *qualitate* occulta habet. *Phenomenon* enim est, gravis niti versus centrum terrae; sed rationem redditurus per gravitatem utique aut *tautologice*, aut monstrum in natura minime existens fingit. Similiter *phenomenon* est, planetas lineas curvas describere, & hinc ratione colligitur, eas duplici vi urgeri debere; altera qua progredierentur per tangentem in linea recta, altera qua continuo directionem mutare cogantur. Potest aliquis motus rationem per Geometriam demonstrare, insuper habitis causis duplicis istius impulsus. Sed si quis rationem physicam redditurus ad vires a Deo impressas confugiat; is omnino *qualitates occultas* introducit: neque enim aliam virium notionem habet, quam quae *phenomeno* respondet. Unde aut dat sine mente sonos, aut in imaginatione idolum fingit, cujus existentiam probare nequit. Desinat igitur Cl. Freindus egre ferre, quod istiusmodi entia figmenta dixerimus. Talia enim entia, quorum nulla datur ratio, nisi voluntas Numinis, in rerum natura existere non possunt, cum essentia rerum ab indifferenti Dei arbitrio minime pendeant, sed in intellectu divino representatae fuerint ante omne decretum. Frustra vero veretur Antagonista, ne hac ratione notio Dei cuncta providentis atque moderantis ex animis hominum evellatur. Qui enim res metaphysicas altius scrutati sunt, in essentia rerum, non modo principia geometrica, sed & metaphysica agnoscunt, quorum

rum illa sunt fundamentum ejus, quod in rebus absolute necessarium; hæc gradus perfectionis determinant, ut adeo ex multis possibilibus in intellectu divino representatis unum cum ratione eligi poterit. Atque adeo in philosophicis nunquam recurrendum ad voluntatem Dei; nisi cum questio fuerit, cur ex numero multorum sua natura æque possibilem hoc potius existat, quam aliud. Neque hæc ad datum Numina sine ratione provocandum; quin semper demonstrandum, Deum hoc voluisse cum summa ratione; hoc est, rem in suo genere esse perfectissimam. Quamvis autem *Cl. Freindius* admodum confidens vim attracticem inter principia jam diu pro certissimis habita reponat; quo jure tamen id fiat, utique nos ignorare lubentes fatemur. Antequam enim *Latina Optice Newtoniana* editio prodiret (prodiit eam An. 1706.) nihil, saltem apud nos, de vi ista inauditum, nec ullum hætenus videre contigit, qui ad eam adstruendam argumenta quædam profferret. Omnes, quos vidimus, unice ad *Latina Optice Newtoniana* editionem provocant & in ea vis hujus existentiam demonstratam esse affirmant, autoritate professoris magis, quam rationibus adducti. Ecce in *Actis An. 1711. p. 211. (Edit. Actar.)* jam monimus illustrem *Newtonum* pro ea, qui ipsi est, ingenii perspicacia per sua experimenta nondum plane convictum esse, quod vis ista tanquam *phenomenon* sit admittenda; sed intra conjecturarum limites subsistere. Neque inter Anglos ipsos eandem omnes admittunt. Gerse *Cl. Listerus* jam An. 1709, illam in numerum principiorum precariorum retulit, & *phenomenorum* rationes inde reddentes ignotum per ignotius exponere judicavit. Inter externos nemo adhuc repertus est, quinorum attractionis systema physice probaret. Sunt vero plures, qui idem impugnant. Si gravitatis existentia adeo adhuc in obscuro lateret, ut plures eandem improbarent, quam defenderent, & nonnisi unus ex quibusdam *phenomenis*, quæ tamen ipsemet insufficientia agnosceret ad aliquid certo statuendum, eam suspicaretur; nemo profecto gravitate tanquam principio concesso uti posset, nisi in leges philosophandi fundamentales peccare vellet. Agnoscat igitur *Cl. Freindius*, nos multo æquius cum ipso egisse, quam par erat. Poteramus enim attractionem rejicere ut *phenomenon*, quamdiu ejus existentia sufficienter probata non est: sed nos tantum eam impugnavimus, quatenus haberetur pro principio primitivo seu absolute inexplicabili, in dubio relinquentes, utrum aliquando experimenta sufficientia quispam allaturus sit, nec ne, ad eam ut *phenomenon* persuadendam. Cum igitur *Freindius* gloriatur, plura sibi præsto esse experimenta vis attracticis existentiam probantia, quam unquam alii ad

Ac. Erud.
An. 1714.
M. Julii.

Pag. 312.

Act. Etud.
An. 1713
M. Julii.

monstrandam aeris gravitatem sunt allatury, regamus ipsos, ut ea in publicum proferat, & si per ea eadem evidenter constabit, materiae massulas se mutuo attrahere, quae gravitae obscuritati experimur, attractionem in posterum ac phaenomenon admittentes, patiemur, ut in corporibus, quibus ea attractio esse clarissime observatur, tanquam causa alteram phaenomenorum allegetur, quae per eam sufficienter explicari possunt, licet constanter inter qualitarum occultarum defensores celebrati simus, quotquot ex hoc phaenomeno principium quoddam primitivum, hoc est, absolute inexplicabile effingunt. Na fatigam, *Freindius* demonstrare satagit vis controversa existentibus, quam ait: *Experientia comprobatum est, radiatibus, quae a Solis, & stellis inerrantibus, vel etiam ab eo, quo dicitur ignis, emanant, versas vias solidorum corporum aequaliter attrahi; ea autem immutabilitate, ut, ubicunque sit attritio, ibi non possit non effici attritio: itaque vere & jure conclusuri videntur, principium hoc, quod attractionis nomine vocamus, cum vera existat, cum per universam omnino materiam diffundi: Quod licet in omni materia indarescat, id tamen in minutissimis corpusculis vim suam ab seipsum magis patefacere demonstravit ut in Physiologiae commentibus De Karillus. Epist. vero quis non videt, & assumi, minime a seipso preparari, radios lucis a corporibus attrahi, seu attrahi, quasi vis quaedam in corpore illuminando resiliens in distans operatur? & quid aliis quin praetervekturos ad objectum adducat? Quis enim obsecro unquam dixerit, causam, cur globus propellus in parietem impingat, esse vim quandam attracticem, quae in pariete occidit modoque ignoto in distans operatur? Profecto quod ita ratiocinantur, eos qualitates occultas in philosophiam revocare, intus nugari, nobiscum fatgebuntur omnes.*

Pag. 313.

3. Cum adeo pro certo habeamus, vim attracticem ut principium primitivum esse physice loquendo absolute impossibile, nec sufficienter haecenus probatum existimemus, quod tanquam phaenomenon in omni materia sit admittendum; sine ulla veritatis specie asserit Antagonista, omnem nostram argumentationem huc tandem redire: Si anum aliquod principium, quod in verum natura existere observatione certa comprobatum est, concedimus, ideo oportet etiam alia, quae nunquam existerunt, approbare, uti verbi gratia, si gravitatem agnoscimus; quam corporibus quibuscunque inesse certo animadvertimus; quamquam illius causam praesus nescimus, idcirco fabulas Philosophorum omnes & commenta amplecti necesse est, quae nec experientia ulla confirmari, nec ratione explicari queunt. Huc enim nostra redit argumentatio: si uni concedendum, ut sine ratione assumat principium aliquod, quod in re-

rum

rum natura existere, fugit, quia veras phaenomenorum causas ignorat, & ut probandi onus declinet, pro absolute inexplicabili venditet; pari certe jure & alteri concedendum erit, ut sine ratione assumat principia alia, quæ NB. ipse agnoscit inexplicabilia. In hac vero argumentatione nihil unquam absurditatis monstrabit Antagonista.

4. Denique cum asserimus, si quo in casu massulae corporum iso attrahi videantur, id non inepte a Viris doctis jam explicatum esse, statuendo plurimas materiae particulas sphaera quadam magnetica fluidi subtilioris esse circumdatas, cujus motu (ut in magnetibus nostris videmus) attrahant se invicem aut repellant; quivis, qui est animus ab affectibus ac praëjudiciis liber, facile intelligit, nos contendere, attractionem massularum eodem modo fieri debere, quo magnes trahit ferrum, consequenter a pulsu fluidi cujusdam ambientis rationem petendam esse. Nequaquam igitur fingimus sphaeram magneticam ut ens sua natura inexplicabile, etsi fieri possit, ut nondum adaequate eam explicare valeamus: neque ipsimet, quia voce attractionis utimur de phaenomeno ex hypothese loquentes, vim attractricem in subsidium vocamus. Quis enim unquam affirmare ausus est, Copernicanos ipsos motum Solis ad explicandum ejus ortum in subsidium vocare, quando ajunt, Solem intervallo 24. horarum semel appellere ad horizontem ortivum, quia tellus intra hoc spatium motum vertiginis intra axem absolvit. Sed piget iis ulterius immorari, quæ sponte sua corrumpunt: id unice adhuc addidisse contenti, illustris *Leibnitii* dynamica Cl. *Freindio* minime esse perspecta; siquidem vim, quam is materiae essentialem statuit, eandem cum vi sua attractrice judicat. Tanto enim intervallo dissident, quanto cælum distat ab astris. Fallitur quoque idem *Freindius*, dum audacter pronunciat, quæ *Leibnitius* in his Actis de communi errore momenta corporum ex ratione composita massæ ac celeritatis æstimatorum annotavit, una fere Mathematicorum voce atque sententia improbari. Geometrae enim perspicacissimi dudum agnovere hanc veritatem & rigorosis demonstrationibus corroborarunt. Certe acutissimus *Bernoullius*, cui summorum Geometrarum paralogismos perspicere datum est, demonstrationem geometricam theorematum *Leibnitiani* invenit, quam dudum cum *Volderæ* & *Wolffio* aliisque communicavit & quæ priorem pertinaciter receptæ opinioni adherentem tandem eo adduxit, ut manus victas daret. Similiter aliam invenit celeberrimus *Hermannus*, quæ celebris nominis Mathematicos ejusdem veritatis convicit. Immo ipse inventor, *Leibnitius* elegantem theorematum sui ex principiis mere metaphysicis contexit demonstrationem.

Act. Erud. strationem, sed eam rigorosam maxime atque profundam, quam
 An. 1713. ante annos complures cum *Bernoullia* atque *Wolffio*, forsan & aliis
 M. Julio. communicavit, Hæc quidem hac vice ad Cl. *Freipolii* iudicium
 respondere visum est: sed ne præter intentionem nostram Acta
 Eruditorum in theatrum controversiarum abeant, in posterum
 nostra spernentes suo abundare genio patiemur. In primis eos
 responsione indignos iudicabimus, qui convitiis extorquere vo-
 luerint, ut doceantur. Quamobrem *Mayerum* quendam non eo,
 quo par erat, animo agnoscentem, quæ commodo ipse in
 Edit. Act. Actis An. 1712. pag. 348. monueramus, suo in fingendo sensu
 abundare & vano affectuum impetui pœnas dare facile patimur:
 lites enim ut eruditos dedecent, ita nec in Actis Eruditorum
 locum merentur.

Pag. 315.

JOHANNIS CRAIGII

Additio ad Schediasma de Linearum Curvarum Longitu-
 dine Actis An. 1710. p. 499. insertum,

excerpta ex Transactionibus Anglicanis An. 1710.
num. 328. pag. 195.

LECTOREM monitum volo, quod curvæ, quæ ex nostra proble-
 matis de longitudine linearum curvarum analysi reperitur,
 eadem sit cum proposita. Ego quidem de recte instituta tantum
 analysi sollicitus hanc curvæ propositæ & inventæ coincidentiam
 minime observarem, priusquam de ea me certiorem fecerit Cl.
 D. Jo. Bernoulli in litteris suis ad D. Guil. Burnetum Reg. Sc. Soc.
 missis, in quibus etiam celeberrimum Virum meis contra *motum*
 suum *reptorium* objectionibus plene satisfecisse, ex puro (quam
 colo) veritatis amore libenter agnosco.

OBSERVATIO DE CASU HYDROPICO,

in quo folliculus fellis in molem insolitam erat distentus,

Communicata a JACOBO YONGE, Societ. Reg.
Socio & Chirurgo.

Excerpta ex Actis Philos. Anglie. A. 1712. num. 333.

Mulier Dyer 30. ætatis annos excedens materque aliquot liberorum optime valebat, usque sub finem Januarii, postquam extraordinaria occasione frequentes egisset vigilias, dolore abdominis, veluti colico, inciperet vexari. Sub quo tamen *Ascites*, latebat adeo celeriter increfcens, etiamsi omnis generis adhiberem remedia, ut die 9. Martii, cum suffocanda videretur, Paracentesin in loco solemniter cogeret acu cannulata instituere, hancque operationem repetere, quoties abdomen ferro turgeret. Sicque varias feri quantitatem variis hæc subscriptis evacuavi temporibus:

Die Mart. 9. extraxi - 9 Sextarios

14.	-	-	-	-	8
April. 2.	-	-	-	-	12
16.	-	-	-	-	10
May. 17.	-	-	-	-	14
31.	-	-	-	-	14
Jun. 14.	-	-	-	-	14
24.	-	-	-	-	14
Jul. 7.	-	-	-	-	17
21.	-	-	-	-	15
30.	-	-	-	-	16
Aug. 6.	-	-	-	-	14
17.	-	-	-	-	14
26.	-	-	-	-	13
Sept. 1. 6. & 22.	-	-	-	-	11 $\frac{1}{2}$
Octob. 1.	-	-	-	-	3
30.	-	-	-	-	15

214 $\frac{1}{2}$

Oro nempe mensium intervallo aquæ ducentos & quatuordecim sextarios cum dimidio evacuavi. Interea temporis nihil eorum omittebam, quæ fonti obstruendo conducere, sed incassum om-

Act. Erud.
An. 1713.
M Julii.
Pag. 318.

Pag. 319.

AA. Erud. omnia : die namque 4. *Novembris* An. 1711. expirabat, in ab-
An. 1713. domine autem inciso sequentia notatu digna & incredibilia oc-
M. Julii. currebant.

Ex abdomine 14. sextarii manabant viridescens ferri, commixti cum materia vere purulenta, nullatenus licet foetida.

Cuncta *inestina*, speciatim *Colon*, livebant diversisque in locis *peritonae* adhærescebant, quod aquæ tam diu fuissent immersa.

Omentum, fere consumptum, nigrescebat.

Hepar, quod induratum conjiciebam, omni carebat vitio, nisi quod lobus sinister duobus levibus obsideretur ulcusculis.

Hoc atque *peritoneum*, in hydropicis plerumque referta *hydridibus*, ab his prorsus cernebantur immunia, quarum plurimæ in ventriculo erant ac intestinis.

Summopere vero mirabamur ingentem vesicam instar bubula distentam, quæ tantum non omnem *hepatis* & *ventriculi* regionem occupabat & tam arctam cum adjacentibus partibus cohesionem alebat, ut non nisi difficulter eam sejuagere potuerimus, nec omnem penitus auferre. Tanti tamen prodigii admiratio nostra mox in stuporem vertebatur, cum eam *fallisulam* esse *fellis* deprehenderemus, qui dilatatione sua *hepar* ita separaverat, ut altera hujus pars sinistrorsum cum monstrosa hac *vesica*, & altera retro cum dorso cohereret, utraque vero cum illa expanderetur & uniretur simili modo, ac musculus temporalis cum *cramo*.

Pag. 320. Tota decem libras & duodecim uncias pondere adæquans, omni destituebatur meatu, per quem materia contenta emitteretur, licet ipsam fortiter ideo comprimeremus, nec talem ope styli poteramus detegere, ita ut viam scalpello parare haberemus necesse, per quam septem sextarii liquoris atrii instar *Coffæ* effluebant, e quo per noctem in pelvi reposito duo sextarii circiter crassarum *fecum* flavarum subsidebant.

Liquor hujus vesicæ & qui ab obitu in abdominis cavo repertus, si addatur quantitati ferri per paracentesin extractus, summa crescit ad 23. sextarios.

Præter prodigiosam quantitatem materiæ, vesicam magnam repletis, multas quoque portiones advertebamus tunicarum, instar intestini vel folliculi in frustra dissecti, quid tales autem fuerint & unde provenerint, assequi conjectura nequeo.

Hoc miratu imprimis dignum erat, quod mulier per totum morbi decursum tantum fere per urinam redderet, quantum potulenti ingerebat, & nihilominus, ratione subducta, sextarium circiter singulis propemodam 24. horis a *Mortis* ad *Novembrim* usque in *abdomen* trajiceret.

Cum abdomen ejus fere oppletum esset, femora & crura solebant

hant intumescere, ac decolorari, veluti *gangrena* immineret; utrumque vero post seri evacuationem adminiculo frictionis & lotionis calidae tollebatur.

Act. Erud.
An. 1743.
M. Julii.

Vesicam partesque hepatis adjacentes curavi exsiccari, ut quam proxima occasione transmitterem.

Quatuor ex Facultate coram aderant, qui de veritate hujus relationis testimonium perhibebunt.

~~scribitur in~~

EXPLORATIO FUNDAMENTI,

M. Sept.
Pag. 419.

Quo Dn. RENAU navis bellicae praefectus, & in re
maritima Inspector generalis, suam de Opera

Navali theoriam struxit.

Ex Epistola F. D. C. Abb. Vall.

A Bhinc aliquot annos Dn. Renau, praefectus Navis in nautica-
rum rerum scientia maxime versatus, quo munus suum im-
pleret dignius, proposuit sibi suo studio curandum, ut quod in
exercitatione navali jam dudum usus invexerat, non ars sola com-
probaret, sed ipsa scientia firmaret ac perficeret. Quapropter
Opusculum, cui titulus est *Theorie de la Manoeuvre des Vaisseaux*,
notabile utilissimi operis specimen, publici juris fecit. Statim at-
que editum est, multa eruditorum turba non notum sibi sedulo
observavit, probatumque plausu excepit.

Elapso tempore, tandem eximius Geometra Hugheñius, quem
ab adolescentia de Mathesi praclare meritum, jam ingravescen-
te aetate de cultu, nitore & gloria Matheseos decebat esse sol-
licitum, scriinia sua, plurimis recentiorum Scriptorum libris ple-
na, diligenter perlustranda esse censuit: ne quid forsitan in Ma-
thematicorum neotericorum inventis incaute erratum aciem ocu-
lorum suorum in propria inventa examinanda defixorum fugis-
set. Itaque conquirenti sibi forte obviam Renavii theoriam dis-
tricto examini subicere, decrevit. Libellum evolvit, perlegit;
propositionem, theoriæ principalem, quam attente se per-
pendisse ratus est, totam falsam existimavit. Propterea veri-
tus, ne quid detrimenti res navalis hinc aliquando caperet,
partes autumavit esse suas, ut gravissimum errorem, jam ta-
cite quasi approbatum magno veri damno, sine more decegeret
atque confutaret. Publicatq. igitur scripto theoriam illam oppu-

A&E. Erud. gnauit; positum ejus fundamentum euellere, novum jacere ag-
 An. 1713. gressus est.
 M. Sept.
 Pag. 420.

Quæ suborta disputatione Renauio objecit Hughenius, quæ Hu-
 ghenio respondit Renauius, norunt viri Mathematici, quibus
 rationes ex utraque parte allatas & typis mandatas expendere li-
 buit. Veritas commune bonum est, in quod cuique jus suum na-
 tura stat. Bernullio, qui dum viveret, Professor erat Basileæ ce-
 leberrimus, eandem theoriam argumentis quoque suis impugnare
 placuit. Liceat etiam nobis palam dicere, quid de ea sentiamus.

Tab. III. En porro præcipuus cardo, circa quem tota quæstio versatur.

Fig. 1. Parallelogrammi rectanguli ABDE (Fig. 1.) duo latera AB, AE
 representant directiones, secundum quas cum velocitatibus pro-
 portionalibus duæ potentiz motrices ad mobile, cujus nec magni-
 tudo, nec figura, sed solum gravitatis centrum in A positum con-
 siderare hic oportet, admotæ illud eodem momento impellunt,
 altera versus B, altera versus E. Mobile sic propulsum, nec la-
 tus AB, nec latus AE Rectanguli, sed diagonalem lineam AD
 percurrat eodem temporis intervallo, quo utrumque latus separe-
 re cum velocitate proportionali conficeret. Unde sequitur, in spa-
 tio materia fluida amovenda pleno, quum resistentiæ sint inter
 se in duplicata velocitatum ratione, requiri, ut vis quadrato di-
 agonalis AD, hoc est, ex natura Rectanguli, quadratis laterum
 AB, AE simul sumptis æquipollens, a potentiis motricibus mo-
 bili incutiatur; proindeque ut æquali tempore non minus virium
 (nempe = $AB^2 + AE^2$) sed minus velocitatis (nimirum = AD
 < $AB + AE$) ad solum motum per diagonalem conjunctim im-
 primendum quem ad duos motus separatim imprimendos im-
 pendatur.

Ompes autem Geometriz vim ad movendum, certo tempo-
 re, secundum rectam AE vel AB, intra medium resistens, ex-
 primendam esse per quadratum AE^2 vel AB^2 : uno consensu D.
 Renau concedunt. Sed post Hughenium & Bernullium non pau-
 ci negant, per horum quadratorum summam explicari debere
 vim necessariam ad æquidistantem motum diagonalem ab A ad
 B, qui ex lateralibus motibus ab A ad B, & ab A ad E compo-
 situs in Rectangulo a duabus simul potentiis intra medium plenum
 producitur.

Porro dissensio super hac quæstione physico-mathematica mi-
 hi videtur ex eo potissimum oriri, quod non satis attendatur,
 quamnam modo potentia motrices cum certis velocitatibus intra
 medium demouendi fluidi plenum vires suas simul eidem mobili
 applicatæ ostendat. Patet, quum materia, ex qua omne corpus
 constat, impenetrabilia substantia sit, nullum mobile per spatium
 ple-

plenum, dato tempore, transferri posse quin sibi viam aperiat, *Act Erud.*
 hoc est, loco demoveat eum eadem celeritate tot materiae replen- *An 1713.*
 tis quantitates mole ac volumine sibi æquales quot continuo secum *M. Sept.*
 ordine in spatio transeundo continentur. Corpus enim sibi ipsi lo-
 cus est; locum sibi absolute æqualem quem occupet exigit. Hinc
 duo necesse est concludere: Primum, ut diximus, concessum;
 nempe quod velocitas, qua in pleno mobili fertur, multiplicatur
 per decursum spatium ipsam exprimens, seu quod motus intra re-
 sistens medium vim quadrato velocitatis æqualem requirit: Secun-
 dum vero, hic præsertim notandum; quod moles, cui vis vel inest
 vel applicatur, non aliter ac tanquam unitas ob æquales moles de
 spatio dimovendas considerata est.

His positis, nota Causam sic dici quantum ad Effectum con-
 fert; ideoque solum effectum in sua causa spectandum esse, qui
 ipsius efficientiam adæquet. Non alia igitur ratione in medio se-
 cundum velocitatum quadrata resistente, dato temporis interval-
 lo, duæ potentiz eidem mobili sic simul applicatz, ut dum illud
 una per unum Rectanguli latus movere nititur, ipsum altera per
 alterum latus pellete conetur; comparari inter se debent nisi qua-
 tenus æquivalent duabus materiae quantitatibus sigillatim mole ac
 volumine huic corpori movendo æqualibus, motusque quantita-
 tes habentibus quarum unamquamque unitas in quadratum velo-
 citatis ducta exprimit. Huc quippe solum ad effectum quantum
 pertinet, talis motus per plenum nihil aliud in causa motrice sup-
 ponit; quidquid amplius potentiz moventibus inesse potest, vel-
 uti varia pororum conformatio, successivis particularum interio-
 rum impulsus, &c. nullatenus motuum, determinato tempore in
 duplicata velocitatum ratione, motibus mobilium æqualibus im-
 primendorum necessitatem tollit. Id ergo tantum utpote questio-
 nis nostræ proprium attendamus.

Intelligentur itaque potentiz motrices duæ *b* & *c* (exempli cau-
 sa duæ quantitates aeris certo impetu commoti quibuscus dicitur)
 esse tales, ut cum velocitatibus per rectas *Ab* & *Ae* expressis vi-
 resque idcirco per quadrata *AB²* & *AE²* expressas exigentibus,
 aliquod mobile (vide recta duorum velorum omnino æqualium *Page 422.*
 tenas normaliter firmis &que junctas) secundum easdem rectas
 sensus propulsus paribus temporis intervallis transferre queant.
 Si una nimirum *b* actionem suam prima exerceat ab *A* ad *B* tan-
 tummodo, statimque altera *c* suam secunda produceret ab *B* ad *D*
 ita ut ipsi *AE* æquetur *BD*; mobile necessario ad quoddam pun-
 ctum *D* intra data puncta *B* & *E* duobus temporibus æqualibus
 sive duplo temporis intervallo perveniret: Vice versa, si actio
 ipsius potentiz *c* impressa duntaxat ab *A* ad *E* precederet, &

AA. Erud. An. 1713. M. Sept. exemplo alterius potentiz b actio incussa ab E ad d , ita ut Ea fit = AB, succederet: Dico, easdem precise vires movendo infumi, idem tempus consumtum iri, punctum d idem atque D necessario fore; spatia namque in medio pleno peracta AB & BD ex una parte, AE & Ed ex altera, sunt manifesto respectu sibi parallela & aequalia. Jam vero concipiuntur illae duae potentiz motrices b & c eodem momento mobili A applicari, punctionis erit ad movendum prima simul & secunda; tunc ergo non alius fiet impulsus quam si alternis vicibus impellerent; quum tota differentia in tempus solum cadat, quod simplex dabitur ob impulsionem communem, non vero duplex propter duas impulsionem successivas. Cujus consequenter impulsionis communis terminus ipsum est punctum D sic inter puncta B & E respectu puncti A positum ut rectarum Ed & Bd ipsi AB & AE parallelae intersectio sit, atque ideo rectanguli AEDB diagonalem AD, propulsi mobilis viam, determinet. Atqui ex proprietate Rectangulorum, diagonalis linea quadratam quadratis laterum simul sumtis aequale est; vis igitur ad materiam a diagonali amovendam necessaria summam virium materiz de lateribus Rectanguli separatim aequali tempore dimovenda idonearum adaequat. Talem virium summam potentiz b & c simul habent. Quid, quaeso, impedit quominus ab A ad D conjunctim moveant tam prompte quam ipsarum una ab A ad B, vel altera ab A ad E separatim moveret? movebunt ergo. Quod erat propositum.

Insuper, cogitemus rectas AE & AB rectum angulum constituentes omnibus datis similibus esse minores. Hinc pressus nascens potentiarum c & b conatus movendi momento centripetis quantumvis brevi ab eodem puncto dato A ad diversa fixa E & B. Atqui dum potentia c movetur ad terminum fixum E nititur, statim a recta AB per fixum quoque terminum B transeunt retrahere incipit. Praeter potentia b quoque nisi ad movendum per punctum fixum B disponitur, eodem a recta AE ad punctum fixum E terminata retrahat necesse est. Duo igitur illi conatus ad diversa puncta fixa tendentes sese mutuo impediunt. Unde efficitur ut mobile his impulsionis nitibus affectum neque ad E neque ad B perveniat. Sed quoniam inde necessario resultat ut a momentanea impellenda centram A per spatium AB actione urgeatur in BD, cui parallelum & aequale est spatium AE, altera actio isochrona impellendi idem centrum A per illud spatium AE; & sic reciproce eodem instanti liquido constat particulares versus B & E potentiarum motricium conatus in se mutuo ope interpositi ejusdem mobilis A cadentes coire in communem hujusce mobilis impulsionem ad unum atque idem punctum D intra bina data B & E.

& E ita situm ut distantia similium minima DB sit = AE & DE sit = AB; hoc est per diagonalem AD nascentis rectang. DBAE. Trans spatium autem materia demovenda plenum motus peragitur: Quadrato ex diagonali summam quadratorum ex lateribus Rectanguli adæquante, non minor est medii, dato tempore amovendi resistentia in diagonali sola quam in uno & altero latere. Vires ad movendum separatim per hæc latera tempore pari necessarias potentiis motricibus *b* & *c* ineffe conceditur: Liqueat ex dictis vires illas nequaquam in transferendo per ista latera mobili insumi posse dum ipsi simul applicantur: Integræ ergo superlunt quæ in communem impulsu per diagonalem imponentur. Quid igitur causæ esset, cur diagonalem Rectanguli eodem temporis intervallo quo latus utrumlibet, impressa illarum virium summa velocitatem convenientem producente, mobile non percurreret?

Denique, momentaneo divergentium directionum AE, AB obstaculo efficitur ut ad æquilibrii momentum origo motus compositi revocari possit. Dux potentia *b* & *c* (quarum huic ex A in E & illi ex A in B facultas movendi pari tempore, superata medii resistentia, tribuitur) quo momento ad aliquod corpus A in medio pleno quiescens admoveri supponuntur, eodem ob actiones suas ad diversa puncta fixa E & B tendentes sic sibi obviare & æquiponderare intelligantur ut neutra effectum proprium in his punctis completum obtineat. Cujus generis æquilibrium ita probamus. Datis positione ac magnitudine duabus rectis AE & AB, perficiatur parallelogrammum rectangulum EABD; agaturque ejus diagonalis DA per quiescens adhuc corporis movendi centrum A, quæ propter medii resistentiam vicem fulcri ad momentum præbeat. Si ex hujusce lineæ fulcientis puncto quocunque *d*, in directiones potentiarum isochronas velocitatibusque seu actionibus ipsarum particularibus proportionales AE & AB, demittantur normales rectæ *ds* ac *dß*; semper illæ normales erunt inter se in reciproca istarum directionum sive actionum isochronarum ratione: In Triangulis enim similibus DAB, *dAß*, sicut se habet DB hoc est AE ad AB, ita *dß* ad *ds* hoc est ad *ds*. Quæ lex æquiponderantium sibi in Mechanica datur. Propria igitur velocitate seu directæ per ipsum Rectanguli latus impulsione quolibet harum potentiarum alteram superare nequit. Quare ex æquilibrii proprietate, ambe in fulcrum etsi momentaneum AD directionibus suis isochronis AE, AB respondens una recidunt: Quod fulcrum consequenter communi impulsu statim urgent. Conjunctæ aditum eandem potentiarum vires, quæ in producendis fecandum latera Rectanguli velocitatibus ad diffita puncta eodem in-

Act. Eruda.
An. 1713.
M. Sept.

Pag. 424.

Ad. Erud. instanti idem mobile translaturis consumi nequeunt, æquivalent
 An. 1713. medii resistentiæ per diagonalem diffusæ. Hæc ergo resistentiæ,
 M. Sept. non ex motu onerario, sed ex materiæ loco demovendæ necessitate
 resultans, cesset exemplo necesse est. Hoc ergo mobile A
 cum velocitate quæ a conjunctis potentiarum sibi applicatarum
 in angulo recto EAB viribus per quadrata AE^2 . & AB^2 . expres-
 sis producet, ipsam diagonalem AD dato temporis intervallo
 necessariè transibit: Posita quippe sufficienti causa ponitur requi-
 situs effectus.

Fundamentum itaque, quo theoria Operæ Navalis a D. Renau
 proposita nititur, solidum stare & inconcussum non minus eviden-
 ter perspicimus quam fidenter publicamus.

Tab. III. Hic addi potest, coronidis loco, in Parallelogrammate non re-
 Fig. 2. 3. ctangulo EABR (Fig. 2. 3.) five acutus five obtusus sit angulus
 cujus vertex motus compositi initium est, si ratio diagonalis AR
 \equiv AR ad diagonalem AD Rectanguli EABD ex iisdem lateri-
 bus AB, AE constructi esse eadem quæ n ad 1 ponatur; fieri hanc
 diagonalem $\equiv AD \times n$. hoc est $\equiv n \sqrt{(AB^2 + AE^2)} \equiv \sqrt{(AB^2$
 Pag. 425. $n^2 + AE^2 n^2)$. Vis ergo ad tollendam medii resistentiæ ut eodem
 tempore intra Parallelogramma non rectangulum quo intra Re-
 ctangulum linea diagonalis peragretur, esse debet $\equiv AB^2 n^2 + AE^2$
 n^2 . composita videlicet ex duabus viribus majoribus vel minoribus
 $AB^2 n^2 \equiv AB^2$. & $AE^2 n^2 \equiv AE^2$. quam quæ AB^2 . & AE^2 . ad
 conficienda separate latera pari temporis intervallo requirantur.
 Quod discrimen, emanans non ex ipsa mobilis composita motio-
 ne, sed ex ipsa demovendi dato tempore majoris vel minoris me-
 dii necessitate, nequaquam ad theoriam Renavii sola Rectanguli
 proprietate mixtam attinet.



M. Octob.
 Pag. 448.

R E L A T I O E O R U M,

Quæ in dissecto cadavere Dn. Dove observavit GUI-
 LIELMUS COWPER, Chirurgus, So-
 cietat. Reg. Socius.

Excerpta ex Actis Philos. Anglic. A. 1712. N. 335.

Si occasio fuisset oblata, citius communicassem, quæ in Dn. Do-
 ve dissectione annotaverim. Cadaver diversis in partibus nig-
 rum, cæruleum, lividum variumque præferebat colorem, an-
 tequam

requam illud inciderem; speciatim dorsum (cui sanguis inhaerebat suffusus) nigredo cadaverosa occupabat, ubi cuticula hinc inde in vesicas a fero erat elevata sive distenta, quale quid ante mortem haud comparuerat.

Act. Erud.
An. 1717.
M. Octob.
Pag. 449.

Musculi abdominis sphacelosi deprehendebantur, utpote subnigro coeruleo colore infecti. Hepar omne sphacelo erat corruptum. Lienis superficiem latæ maculæ nigræ obsidebant. Utraque hæc pars levior occurrebat, quam in statu naturali, dum portiones utriusque innatarent æquæ, plusque aeris continere viderentur, quam pulmones in naturali alias statu solent. Reliqua infimi hujus ventris viscera haud adeo prave erant constituta, licet intestinalia maculis nigricantibus hinc inde notarentur.

Musculorum pectoralium dispositio paulo melior advertebatur, quam abdominis; nec musculi intercostales similes erant lumborum moseulis. Cuncti videlicet musculi, respirationi vacantes, plus minus nigricantes mihi videbantur. Dextri pulmonum lobi ceræbantur morboſi, idemque thoracis latus parum feri comprehendebat. Aterius autem lateris pulmones a præternaturali constitutione existerant immunes. Cor vere flaccidum erat & amplum; ventriculus dexter & vena cava polypos haud exiguos continebant. Vena pulmonalis prope cordis basin nimium dilatabatur; ventriculus cordis sinister parvum polypum multumque sanguinem grumofum reconderebat. Arteria magna vere tenuis existerat, nec leviter distenta apparebat, exhibens una corpuscula quædam cartilaginosa, suis tunicis intertexta.

In capite mater dura cum superiori calvaria parte æctius coherere, quam antea puerit separari. Ex suprema cerebri vasa, quæ sinus falcis superior audit, eximebatur polypus.

Arteriz carotides vere tenues erant & ampliores, quam debeant, priusquam cerebri substantiam intrarent. Breviter, omnia vasa sanguifera, a me examinata, nimium videbantur distenta, tantoque flatu, ac sanguine, turgida.

Aët. Erud.
An. 1713.
M. Octob.
Pag. 458.

FABULA DE HIPPOCRATE,

Democriti infanzæ medicinam adhibere jusso, ex historia veterum Philosophorum

eliminata a C. A. H.

Nimis credula est mortalitas in historiis antiquis. Sufficit plerisque, rem olim narratam esse. Non expenditur, an res veri habeat speciem, nec quam autor quisque sit fide dignus, inquiritur. Scilicet secure hic dormitur, & ut *Taciti* verba de *mor. Germ. cap. 34.* paulum immutata faciam mea, *sanctius ac reverentius nobis videtur, de ætatis veterum credere, quam scire.* Philosophorum saltim historiam decebat ab fabulis esse immunem, φιλόμυθος enim non est φιλόσοφος. Verum ista quoque historia tot scatet fabulis, ut vix Hercules par videatur expurgando huic stabulo. Multas tamen jam fabulas hic viderunt & exploferunt feliciora ingenia: plures ostendet cautior posteritas. Liceat mihi jam errorem historicum tollere e vita Democriti, quæ pluribus fœdata fabulis est. Cui enim non dictus est Democritus oculis se privasse? Testantur id monumenta historiarum Græcæ, ad quæ provocat *Gellius* in *Noctibus* suis lib. x. cap. 17. testantur alii complures. Sed mera fabula est. *Ciceroni* jam olim fraus mendacis Græciæ suboluit, *Lib. V. de Finibus* ita scribentis: *Democritus vere falsone dicitur oculis se privasse.* *Plutarchus* libro *περί πολυπραγμοσύνης* plane falsum id esse pronunciat. Inter recentiores cordatissimus quisque *Plutarcho* subscribit, *Jac. Thomassius* in *Diff. de nigredine nivis*, Tom. II. *Observat. Halensium* inserta, §. 2. p. 329. *Jo. Clericus* *Logic. P. III. cap. 2. §. 8.* *Dan. Clericus* in *Historia Medicinæ* T. I. pag. 92. *Bælius* in *Dictionary*, p. 1030. Unde hæc fabula sit orta, si ex me quæres, crediderim, Democritum præ senio cæcum factum esse. En occasionem fabulæ! Certe cum ad ultimam pervenisse senectutem, auctores consentiunt. Sed mitto hanc fabulam, progressurus ad aliam, nullo fraudis metu vulgo referri solitam. Audiamus, quæso, eam. Cum externarum rerum incuriosus Democritus in solitudine philosopharetur & humana omnia rideret, Abderitæ cum infania correptum esse putarunt. Quare legatum mittunt ad Hippocratem cum litteris, quibus eum rogitant, ut quamprimum adveniat, infelicem cura--

cureturus Philosophum. Hippocrates dicto Abderitarum protinus audiens advolat Abderam. Verum nihil insaniz animadvertere licuit in Democrito. Potius Hippocrates, summam ejus sapientiam demiratus, Abderitas docuit, Democritum perfectissime sapere, ipsos vero eo laborare morbo, quo conflictari dicant Democritum. Memoratu profecto digna fuit hæc historia, si quidem vera est. Nec credibile, eam fuisse præterituros veteres, in tot monumentis tam crebram tamque honorificam injicientes mentionem Democriti. At vero nec Cicero, nec Gellius, nec Valerius Maximus, nec Ælianus, nec Seneca, nec alii veterum id memoriæ prodiderant. Hippocrates quoque in tot suis operibus nuspam ejus rei meminit. Quid? quod Diogenes Laertius, satis diligenter *lib. X.* historiam Democriti describens, tacet, &, dum tacet, clamat una cum ceteris, quos nominavi, hanc esse fabulam. Sola igitur epistolarum Hippocrati vulgo tributarum (quæ exstant in Operibus Hippocratis, & hinc Latine in Stanlejo, *pag. 889. seq.* & in Thomasi *Historia sapientie & stultitie T. II. pag. 8. seq.* quorum uterque eas agnoscit pro genuinis,) fide & auctoritate nititur illa relatio, neque vel Stanlejus vel doctissimus ejus Interpretas alium quenkum scriptorem adjunxerunt testem. Nec vero dissimulare fas est, eandem historiam in Sorani Vita Hippocratis legi. En verba ejus Latine redita: *Ab Abderitanis etiam vocatus est* (Hippocrates), *ut eo se conferret, & Democritum quidem insaniam laborantem curaret, totam vero urbem peste liberaret.* Sed constat inter eruditos, autorem hunc Sorani nomen mentiri. Immo cum istis epistolis junio rem esse, vel ex eo facile crediderim, quod addit, Hippocratem ideo quoque accessitum esse ab Abderitis, ut urbem pestilentia liberaret. Hac enim de re in memoratis epistolis ne missitat quidem S. P. Q. Abderitanus; ut adeo hoc novum sit additamentum, receptæ jam fabulæ attextum. Hinc manifestum fit, non alio tibicine niti historiam istam, quam fictitiis illis epistolis. Hic mihi necessitatem video impositam probandi, epistolas illas inter falsas merces esse rejiciendas. Ac facile quidem cordato Leßori id probavero. Primum namque Diogenes ille Laertius in Vita Democriti non solum nullam earum facit mentionem, sed etiam eas sua ætate fuisse incognitas, silentio indicat suo, vel, si jam tum exstiterunt, non obscure rejicit. Longam enim scriptorum Democriti recensionem hisce verbis concludit: *Cetera que ad illum (Democritum) quidam referunt, partim ex ejus opusculis decerpta, partim omnino aliena consensu omnium sunt.* Ergo Democriti illa ad Hippocratem epistola: ergo & Hippocratis illa ad Democritum cum ceteris. Deinde & hoc certissimum *rodeiaç* indicium habeo, quod epistolæ illæ perfectum historiæ ordinem

Pag. 460.

AA. Erud. ita sequuntur, ut nullus plane in historia hiatus appareat. Certe
 An. 1713. nullo modo mihi sit verosimile, tales epistolas vere scriptas fuisse,
 M. Oclob. se, vel, si vel maxime revera scriptæ fuissent, universas fuisse ad

posteritatem servatas. Ne Ciceronis quidem epistolas omnes Tyro, libertus ejus doctissimus, conservare potuit, nec eas, quas vindicavit ab interitu, eo, quo scriptæ fuerant, exhibet ordine. Plinius quoque epistolas suas collegit atque edidit, *non servato temporis ordine*, Lib. I. *epist.* 1. Atqui Ciceronis ac Plinii ævo longe major erat hominum curiositas ac studium in talibus conservandis, quam antiquioribus temporibus. Atque hoc argumentum late patet, & ad alias quoque veteribus tribui solitas epistolas accommodari potest, quarum recensum facit Vir doctissimus, J. A. Fabricius *Bibl. Græc. Lib. II. cap.* 10. quibus addi debent Salomonis ad Vaphrem Ægypti, & Hiramum Tyri Regem epistolæ, quas ex Eusebio nuper inferuit *Codici Pseudepigrapho V. T.* idem Fabricius *pag.* 1020. *seq.* Dixi modo, non esse credibile, conservatas fuisse omnes illas epistolas, si vel maxime scriptæ fuissent. Jam ostendam, ne id quidem probabile esse, eas omnino scriptas fuisse. Age videamus ipsum ordinem & argumentum earum, de quibus disputamus, epistolarum, quo magis eluceat, incredibile esse, eas illis deberi autoribus, quibus vulgo tribuuntur. Prima Senatus populusque Abderitarum per legatum mittunt Hippocrati litteras, quibus eum orant, ut curandi Democriti gratia sine mora ad ipsos veniat. Altera epistola, declamatoriis formulis amplificata, respondet Hippocrates, se celeriter adventuram. Sistamus hic gradum. Quis credere possit, Abderitas tam longam missuros fuisse epistolam? Publice scriptæ epistolæ breviter & cum decenti gravitate voluntatem sive Principis sive Reip. exponunt. Quis porro, si rem secum reputet, sibi persuaderi patiatur, integram aliquam Remp. solemnem legationem areffituram esse Medicum civis vel præstantissimi curandi causa? non id potius fecisse cognatos & amicos Democriti? Ad hæc quis nescit, præsentem virtutem contemni, post fata demum laudari? At in ista epistola tantis ornatur laudibus Democritus, ut majoribus non possit. Hic Democritus vocatur *æterna gloria illius urbis timent, ne si Democritus mente motus fuerit, casum ruat, & Abderitarum Resp. pessundetur.* Altera epistola, nempe responsoria Hippocratis, æque inepta est, & declamatorem manifesto prodit autorem. Quam enim ridiculum est, longam mittere epistolam ad eos, ad quos jam proficisci nulla interposita mora cogit? quam *impossibile*, in ejus generis epistola multis philosophari suamque ostentare sapientiam? Sed tanta est festinatio Hippocratis scilicet, ut aliam quoque satis longam scripserit epistolam ad

Pag. 461.

Philo-

Philopœmenem Abderitam, cujus usus erat hospitio. In hac non jam solum declamitat Hippocrates ille ὑποβολιμαῖος, sed plane vaticinatur. Prædicit enim, fore, ut Democritum satis famum offendat, & Abderitæ per ignorantiam eum habeant pro insano. Quam hæc abhorreat ab omni veri specie! Sed nondum satis nugarum. Nam quatuor adhuc alias ante scripsit epistolas Hippocrates, quam ad iter destinatum sese accingeret. Prima data est ad Dionysiam quendam, quem rogat, ut ipso absente rei familiaris curam gerat, ac maxime uxoris, ne forte in thorum Hippocratis admittat alios: scilicet nusquam tuta fides. Altera est ad Damagetum, a quo petit, ut navis Rhodi comparandæ curam gerat, qua vehi velit Abderam. Tertia rursus ad Philopœmenem, cui narrat somnium suum de Democrito, & promittit, se propediem Abderam eam ob rem, cujus causa vocatus erat, venturum esse. Quarta est ad Cratevam, quem rogat, ut herbas varii generis, quibus usus sit ad Democritum curandum, colligat atque ad se mittat. Scilicet hoc est festinare ad ægrotum, qui, dum molitur, dum comitur Hippocrates, centies misere perire poterat. Sequitur epistola Hippocratis alia Abderæ scripta ad Damagetum, cui non tam epistolam, quam librum mittit, eique rædiosa copia enarrat statum, in quo deprehenderit Democritum. Non lubet eam sub examen revocare. Illud rogo Lectorem gustu satis acuto præditum, ut attente eam legat. Spondeo, eum judicaturum, & hanc & ceteras epistolas esse subditiças. Adeo declamatorie & scholastice, ne dicam putide, scriptæ sunt omnes: ubique affectata & jejuna in iis apparet philosophia. Agmen harum epistolarum claudunt duæ Democriti & Hippocratis mutuz, sed quarum autor foricis more suopte se prodit indicio. Democritus enim ibi commemorat, se adveniente Hippocrate *de mundi dispositione* scripsisse, item *de polis & astris cælestibus*. Contra Hippocrates in longa illa ad Damagetum epistola refert, se deprehendisse Democritum *de insania ejusque causis* scribentem. Nimirum mendacem harum epistolarum autorem decebat esse memorem. Porro Hippocrates in sua ad Democritum epistola meminisse, se jam senem esse. Facile autem ex natali Hippocratis, & emortuali Democriti anno colligitur, eo tempore Hippocratem, quo Abderam vocatus esse traditur, vix quinquagesimum vitæ annum superasse. Ex hisce satis, opinor, liquet, epistolas illas esse confictas, nec ullo jure ad Hippocratem & Democritum autores referri. Nec opus est alia circumspicere *νδείας* indicia, cum hæc abunde sufficiant. Quæris, quis igitur architectus earum fuerit? Paucis habeto, Græculum fuisse rhotorem. Solebat enim id hominum genus veterum nomine com-

Ag. Erud.
An. 1713.
M. Octob.

Pag. 462.

AA Erud.
An. 1713.
M. O&ob.

ponere epistolas ad ingenium & eloquentiam ostentandam, eodem modo, quo Livius, Curtius, alique historici narrationibus suis intexunt orationes, haud sane ab iis prolatas, quibus tribuntur, sed confictas ex ingenio. In *scholis*, inquit Jonsius *de Script. hist. philof. Lib. III. cap. 1. p. 216. celebriorum rhetorum nomine omnis generis orationes exercitii gratia conficiebantur, quas scholasticas declamationes a veris rhetorum orationibus distinguere, earumque discrimen indicare, Grammaticorum erat, cum non raro ea incautis lectoribus imponerent. Nec vero Græci soli, verum etiam Latini ejusmodi epist. styli exercendi causa contexebant, nec dubitarunt se ipsarum autores profiteri: quemadmodum patet exemplo Joannis Lemovicensis in præfatione ad epistolas Pharaonis & Josephi a se compositas, apud Fabricium *Cod. pseudepigr. Tom. V. pag. 443.* Hac de causa pleræque antiquorum epistolæ suspectæ sunt Jonsio *Lib. I. cap. 18. pag. 99.* aliisque doctissimis & emunctissimæ naris viris, quos adducit Fabricius *Bibl. Græc. Lib. II. cap. 10. p. 417. extrema, & Lib. I. cap. 35. §. 3. p. 239.* Ceterum has ipsas Hippocratis epistolas subditicium esse factum, jam agnovit Josephus Scaliger *Epist. 106.* cujus verba relege sis apud Fabricium. Cum igitur fundamentum illius historię sit plane fabulosum, ipsam quoque fabulosam esse consequitur. Restat, ut investigemus hujus originem fabulæ. Scilicet, verum est, Democritum civibus suis furere visum esse: idque Seneca diserte testatur *epist. 79.* Cui opinioni duplicem præbuit occasionem Democritus. Nam & in speluncis ac solitudine vitam agebat, & humana ridebat omnia, id est, omnes homines dicebat stultos esse. Rectius vero sentiebat Hippocrates, qui, Diogene Laertio teste *Lib. IX. cap. de Melisso,* eum Abderitis commendavit. Nam licet ipse Hippocrates in primo congressu Democritum pro homine mentis impote haberet, postea tamen, quum familiarius cum ipso collocutus est, mirum in modum ejus admiratus est sapientiam, teste Æliano *Lib. IV. Var. bist. cap. 20.* Habes, Lector, ob oculos fabulæ nostræ cunabula. Cum enim Hippocrates fuerit celeberrimi nominis Medicus, Abderitarumque stultitia vel proverbio celebrata sit, ut ex Cicero ne patet *Lib. IV. ad Attic. epist. 15. & Martiale Lib. X. epigr. 25.* item ex priore Pseudo-Hippocratis epistola ad Damagetum; hinc lepidi nugivenduli finxerunt, Abderitas, stultissimos scilicet homines, inter aliq̃ stultitiæ suæ documenta hoc quoque edidisse, ut publico nomine nuntium miserint ad Hippocratem Medicum, eumque rogarint, ut Democritum stultitia & furore correptum propere sanaret, cum ipsis opus esset helleboro.*

Pag. 463.

NOVA ANALYSIS PLANO-GEOMETRICA

ex solo calculo detecta & expedita a FERDINANDO
ERNESTO Comite ab HERBESTEIN.

Methodus, quam Geometris hoc Schediasmate propono, nova est, atque ab illa distincta, quam Hugo de Omerique sub finem sæculi præteriti Gadibus publicavit. Quanquam enim negari non debeat, insignem hunc Analystam Geometriæ præclaris adminiculis opem tulisse non contemnendam; in propatulo tamen est, illum arrepta occasione ex solutionibus Problematum via Analyseos ordinariæ expeditis, ad synthefin se convertisse, atque inde contigisse, quod superata tandem difficultate in concinnas brevesque Problematum selectorum constructiones, earundemque demonstrationes feliciter inciderit. Analysin manuducere ad synthefin, nemo Geometra hætenus dubitaverat: at rationum compositarum aliarumque difficultatum scopulos, qui Jafonio remigere erant superandi, horrebant ad unum omnes. Desiderabatur scilicet Analysis, quæ neglectis ejuscemodi syrtibus, facili ductu Geometris ad synthefin aditum patefaceret: quo in conatu an scopum attigerit, nostra hæc methodus, an secus, ex gemino subiecto paradigmate, quorum primum *lib. 3. prop. 2. Analyseos Geometricæ* solvit laudatus Hugo, sententiam ferant acutissimi almæ Geometriæ Cultores. Secundi problematis duplicem concinnavi Analysin; ut ex earum posteriori elucescat, quantum nova hæc methodus conferat ad plures incognitas facili negotio extirpandas. Sit itaque

Pag. 520.

PROBLEMA I.

Datam rectam in duas partes secare, quarum quadrata æqualia sint dato plano.

ANALYSIS HUGONIS.

Esto data AB dividenda in X, ut quadrata AX, XB æqualia sint quadrato datæ PQ. bisecetur AB in M. Tab. III.
Fig. 4.

fit igitur

$$axa + xbx = pqp$$

sed p. 9. secundi El. $axa + xbx = 2ama + 2mxm$

Ergo

$$2ama + 2mxm = pqp$$

& dividendo

$$ama + mxm = \frac{1}{2} pqp \quad \text{Ergo solutum.}$$

Uterius enim progredi non licet, cum quantitas ignota mxm æquari possit quantitati cognitæ. Unde problematis constructio patet,

AG. Erud. patet, & etiam determinatio. Nam si a dimidio quadrati pq auf-
 Au. 1713. ferri non possit quadratum am , problema erit impossibile.
 M. Nov.

ANALYSIS NOVA.

Sit recta $AB=a$, $PQ=b$, $AX=x$ ergo $XB=a-x$

$$a^2 : b^2 = a^2 : a^2 + 2ax - 2ax$$

$$a^2 : a^2 - b^2 = \frac{a^2}{2} : ax - x^2 \text{ Ergo solutum.}$$

Patet igitur excessum, quo quadratum datæ rectæ AB superat
 quadratum rectæ PQ , esse duplum quadrati æqualis rectangulo
 sub segmentis AX & XB .

Pag. 521.

PROBLEMA II.

Tab.III. Datjs perpendicularo BD , & ratione quadrati segmenti AD ad

Fig. 5. quadratum basis AC , construere Triangulum rectangulum.

Esto $BD=p$, ratio data $=m:n$, $AC=x$, $AD=y$, $BC=z$,
 $AB=\sqrt{x^2 - z^2}$.

ANALYSIS I.

$$m:n=y^2:x^2$$

$$\text{fiat } m:n=p^2:q^2$$

$$p^2:q^2=y^2:x^2$$

$$p:q=y:x$$

$$q-p:p=x-y:y$$

$$q-p:p=xy-y^2:y^2$$

$$xy-y^2=p^2$$

$$q-p:p=p^2:y^2 \text{ Ergo solutum.}$$

ANALYSIS II.

$$m:n=y^2:x^2$$

$$x:\sqrt{x^2 - z^2}=z:p$$

$$x^2:x^2 - z^2=z^2:p^2$$

$$x^2:xy=z^2:p^2$$

$$x:y=z^2:p^2$$

Esto

$$p:z=z:a$$

$$\text{Ergo } pa=z^2$$

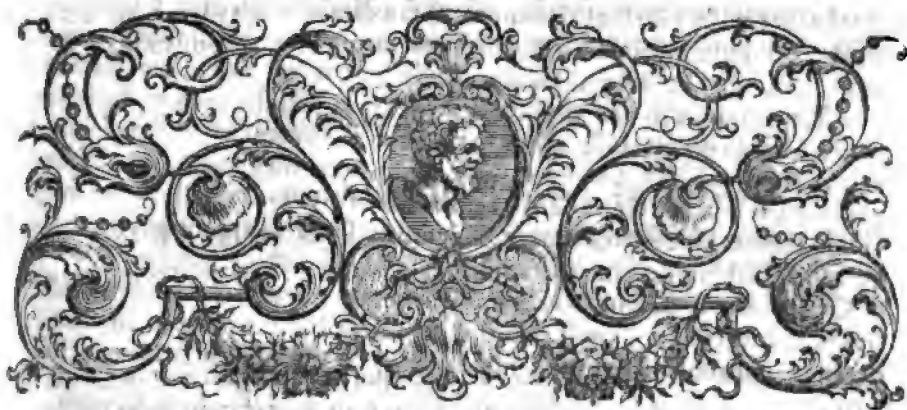
$$x:y=pa:p^2$$

$$x:y=a:p$$

$$x^2:y^2=a^2:p^2$$

$$x^2:y^2=n:m$$

$$m:n=p^2:a^2 \text{ Ergo solutum.}$$



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM

LIPSIENSIBUS,
TOMI QUINTI SUPPLEMENTORUM.

EPISTOLA G. G. L.

*Ad V. Clariss. CHRISTIANUM WOLFIIUM,
Professorem Matheos Halensem, circa
scientiam infiniti.*



Uzris a me, Vir Celeberrime, quid de Quaestione
nuper a Clariss. *Guidone Grandio* renovata sentiam,
utrum $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 +$ &c. in infinitum
fit $\frac{1}{2}$; & quomodo absurditas evitari possit, quæ
in tali enumeratione se ostendere videtur. Nam cum
infinities occurrere videatur $1 - 1 = 0$, non appa-
ret quomodo ex veris nihilis infinities repetitis possit fieri $\frac{1}{2}$. In-
telligo, Dn. Grandium hanc vim infinito tribuere, ut ex nihilo
faciat aliquid, & hinc non ineleganter illustrare velle creationem
rerum, quæ ex nihilo fit per divinam omnipotentiam. Sed Crea-
tio non est simplex repetitio Nihilorum, continetque realitatem
novam & positivam superadditam. Audio etiam Cl. *Marchettum*
Pro-

Tomi V.
Supplem.
Sect. VI.
Pag. 264.

Tomi V. Professore Matheseos Pisanum Grandianæ sententiæ contradi-
Supplem. xisse, quanquam rationes ejus ad me non pervenerint. Sed rem,
Sect. VI. cum jucundæ sit disquisitionis, & imprimis ad *Scientiam infiniti*

(hætenus nondum pro dignitate tractatam) illustrandam faciat ;
paulo altius repetere & ad fontes suos revocare operæ pretium
erit, quod ipsi Cl. Grandio non ingratum fore confido, cujus
primariam hic conclusionem confirmamus, etsi nonnullas ejus ra-
tiocinationes & consequentias animadversione indigere putemus,
ne quid scientia detrimenti capiat.

Ostensum est dudum ab iis qui summam terminorum progres-
sionis Geometricæ (post magni Archimedis exhibitum in qua-
dratura parabolæ specimen) dederunt, sed imprimis a Gregorio

a S. Vincentio, esse $\frac{1}{1-x} = 1 + x + xx + x^3 + x^4 + \&c.$ in infinitum,

si scilicet ponatur X esse quantitas minor unitate. Hoc Nicolaus

Mercator Holsatus transtulit ad $\frac{1}{1+x} = 1 - x + xx - x^3 + x^4$

$-x^5 + \&c.$ in infinitum, quod (una cum priore) ostendit ex
continuata quadam divisione ; quanquam hoc etiam, ex priore
sequatur, pro $-x$ ponendo $+x$. Idem primus in edita a se Lo-
garithmotechnia docuit hoc applicare ad Quadraturam per se-
riem infinitam, atque hoc modo Quadraturam Hyperbolæ Arith-
meticam nobis dedit, eamque ad Logarithmos adhibuit. Ego ex-
emplo ipsius excitatus feliciter inveni, non solum quadraturam

Areæ, cujus ordinata est $\frac{1}{1-xx}$, inservire ad Quadraturam Hy-
perbolæ ; sed etiam similiter Tetragonismo Arithmetico Circuli in-

servire $\frac{1}{1+xx}$. Cum enim (loco x ponendo xx) $\frac{1}{1+xx}$ sit $1 - xx$

$+x^4 - x^6 + x^8 - x^{10} + \&c.$ in infinit. hinc sequebatur $\int \frac{dx}{1+xx}$

(quæ summa dat quadraturam sectoris Circuli, ut singulari quadam
methodo detexeram) fore $\int dx - \int xx dx + \int x^4 dx - \int x^6 dx + \&c.$ seu

(ex nota Quadratura Paraboloeidum) $\frac{x}{1} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \&c.$

Unde in eo casu quo $x=1$. prodit $\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \&c.$ in in-
finit. quæ series infinita est ad unitatem, ut area Circuli ad
quadratum Diametri. Hoc multo ante repertum in primo An-

Pag. 266. no Actorum Reipublicæ Literariæ Lipsiensibus publicavi. Postea
autem in iisdem Actis generalem expressionem dedi, quæ Qua-
draturam sectoris Conicæ cujusque centrum habentis uno theo-

rema-

remate complectitur. Atque hæc Cl. Grandius suo more ad cap- Tomi V.
tum eorum, qui minus in calculo generali versati sunt, per Supplem.
lineas demonstrare non spernendo consilio voluit, ut res magis Sect. VI.
imaginationi subjiçiat, quod ego ipse juvenis olim (sed cum
multis aliis cognatis inventis) cum Parisiis agerem, in publicum
dare constitueram, simulque aperire originem inventionum, quæ
fortasse ne nunc quidem satis patet. Sed ad alia postea vocatus
intermisi. Sane facilius multo est inventionum dare demonstratio-
nem, quam originem, quæ auget ipsam inveniendi artem.

Nunc omiſſa quadratura redeamus ad seriem ex terminis pro-
gressionis Geometricæ (qua sola ad scopum nostrum nunc indi-
gemus) qualis est $\frac{1}{1+x} = 1 - x + xx - x^3 + \&c.$ in infinit. vel

$\frac{1}{1+xx} = 1 - xx + x^4 - x^6 + \&c.$ in infinit. consideremusque, quid
fiat, si sit $x=1$: ibi vero prodit, non sine admiratione confi-

derantis, $\frac{1}{1+1}$ seu $\frac{1}{2} = 1 - 1 + 1 - 1 + \&c.$ in infinit. Idque o- Tab. I.
ad Ann.

culis quodammodo admovent figura a Dn. Grandio adhibita. Sit
enim quadratum $bIAV$; ducatur recta diagonalis Ab , vel $A1b$, Fig. 8.
ducantur & infinitæ parabolæ vel paraboloeides, $A2b$, $A3b$,
 $A4b$, $A5b$ &c. ita ut latus quadrati appellando unitatem & ab-
ſciſſam AG vocando x , & ducendo rectam yG , ad AG normalem
quæ ſecet diagonalem & paraboloeides in $1, 2, 3, 4, 5$, &c.
tunc ordinata, Gy , $G1$, $G2$, $G3$, $G4$, $G5$ &c. reſpective fu-
turæ ſint, $1, x, xx, x^3, x^4, x^5$, &c. ut proinde rectæ Gy ,
 $G1$, $G2$, $G3$, $G4$, &c. ſint progressionis Geometricæ. His po-
ſitis, producat bV uſque in B , ita ut BV ſit $= bV$; & yG
uſque in D , ita ut GD ſit aggregatum harum ordinatarum
alternis per additionem & ſubtractionem conjunctarum ſeu ut
 GD ſit $Gy - G1 + G2 - G3 + \&c.$ vel quod (per ſupra oſten-

ſa) eodem redit, ut GD ſit $= \frac{1}{VA + AG} = \frac{1}{1 + AG}$ & com- Pag. 267.

pleto quadrato $BVAH$ deſcribatur curva SDH , tranſiens per
quæcunque puncta ut D , & occurrens ipſi AH , in H , & ipſi

BV in S : patet in caſu quo ſit $AG = VA = 1$ fore $GD = \frac{1}{1+xx} =$

$\frac{1}{2} = VS$ ſeu $DG = \frac{1}{2} BV$, & proinde in eo caſu, quippe quo G
cadit in V & D in S , fore $VS = \frac{1}{2} BV$ vel $\frac{1}{2} AV$. Et quia in eo
caſu omnia puncta $1, 2, 3, 4, 5$, &c. coincidunt in unum
idemque punctum B , hinc $G1, G2, G3, G4$ &c. ſunt Gy ,

Tomi V. vel BV, & postremo ex $G_1 - G_1 + G_2 - G_3 + \&c.$ fiet BV
 Supplem. — BV + BV — BV + &c. = $\frac{1}{2}$ BV.
 Sect. VI.

Atque hoc consentaneum est *Legi Continuitatis*, a me olim in Novellis Literariis Bælianis primum propositæ & Legibus Motus applicatæ: unde fit, ut in *continuis extremum exclusivum trahi possit ut inclusivum*; & ita ultimus casus, licet tota natura diversus, lateat in generali lege cæterorum, simulque paradoxa quadam ratione, & ut sic dicam, *Figura Philosophico-rhetorica punctum in linea*, quies in motu, specialis casus in generali contradistincto comprehensus intelligi possit; tanquam punctum sit linea infinite parva seu evanescens, aut quies sit motus evanescens; aliaque id genus, quæ *Joachimus Jungius*, Vir profundissimus, *tolleranter vera* appellasset, & quæ inserviunt plurimum ad invenendi artem, et si meo iudicio aliquid fictionis & imaginarii completantur, quod tamen reductione ad expressiones ordinarias ita facile rectificatur, ut error inveniri non possit: & alioqui natura ordinatim semper, non per saltus procedens, legem continuitatis violare nequit.

Verum enim vero hic ostendit se difficultas & a Te, Vir Clarissime, & a Cl. Marchetto merito objecta. Cum enim BV — BV, vel $1 - 1$ sit 0; nonne sequitur BV — BV + BV — BV + BV — BV + &c. in infinitum, vel $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \&c.$ in inf. nihil aliud esse quam $0 + 0 + 0 + \&c.$ quod quomodo facere possit $\frac{1}{2}$, non apparet. Cl. Grandius difficultatem simili quodam ingeniose tollere conatur. Fingit, duos fratres in familia herciscunda occupatos invenire in paterna hæreditate immensi pretii gemmam, eamque alienare testamento prohiberi; itaque ita convenire inter se, ut alternis annis in alterutrius musco collocetur. Itaque si in æternum hæc lex inter hæredes servari ponatur, alterutram fratrum lineam, cui infinities detur, & infinities adimatur gemma, dimidium juris in ea recte habituram.

Sed re accuratius considerata, similitudo hic nimis claudicat, & *primum* quidem quia in casu nostro (ipso sentiente Cl. Grandio) res pendet a privilegio infiniti, quod, secundum ipsum, repetitione ex Nihilo Aliquid faciat. At in casu isto familiæ herciscundæ res æque locum habet, licet finitus sit annorum numerus. Finge enim, duobus gemmam non ex hæreditate paterna, sed legato amici, obvenisse, nec proprietatem relictam in perpetuum, sed usum tantum in centum annos; patet eodem modo jura eorum salva fore, si alternis eam annis possideant. At vero in casu nostro, si centies ponantur unitates, alternis addendo & subtrahendo, seu si quinquagies ponatur $1 - 1$, imo quingenties milles, semper prodibit 0.

Et

Et secundo ipsa ratio differentię in eo consistit, quod in casu communis juris duorum, alternis possidentium, id quod datur & tollitur, non est totum jus in re, sed usus unius anni, & non nisi totius juris particula: & toto jure in annos distributo, usque in centum annos concessio, patet usum unius anni non esse nisi centesimam partem juris integri; & ita cum unusquisque hoc modo obtineat quinquaginta centesimas, patet unumquemque totius juris dimidium habere. Sed in casu nostro ipsa unitas, ipsum totum (non particula) nunc datur, nunc adimitur. Ita similitudo illa, etsi speciosa, si accuratius intueare, nihil ad rem facit.

Nunc ergo veram, & fortasse inexpectatam, certe singularem, *enigmatis* solutionem, & *paradoxi* rationem afferamus; redeundo ad seriem finitam, & deinde transeundo ad infinitam. Considerandum est nempe, casus seriei infinitę mira quadam ratione confundi. Nempe *series finita* $1 - 1 + 1 - 1 + \&c.$ dupliciter explicari potest, vel enim constat ex numero membrorum pari & terminatur per — veluti

$1 - 1$, aut $1 - 1 + 1 - 1$, aut $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1$, aut quousque tandem progrediare; quibus casibus semper prodit 0: vel numero membrorum impari, & terminatur per +, veluti

1 aut $1 - 1 + 1$, aut $1 - 1 + 1 - 1 + 1$, aut quousque tandem progrediare; quibus casibus semper prodit 1. At cum *Series* est infinita, nempe $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \&c.$ in infinitum, ita ut excedat numerum quemcunque; tunc evanescente natura numeri, evanescit etiam paritatis aut imparitatis assignabilitas: & cum ratio nulla sit pro paritate magis aut imparitate, adeoque pro prodeunte 0 magis quam pro 1, fit admirabili naturę ingenio, ut transitu a finito ad infinitum simul fiat transitus a disjunctivo (jam cessante) ad unum (quod superest) positivum, inter disjunctiva medium. Ex quoniam ab iis qui de æstimatione scripsere, ostensum est, cum medium inter duas quantitates pari ratione nitentes sumendum est, sumi debere medium Arithmeticum, quod est dimidium summę; itaque natura rerum eandem hic observat *justitię legem*; & proinde cum $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \&c.$ in casu finito numeri membrorum paritatis sit 0, at in casu finito numeri terminorum imparitatis sit 1; sequitur evanescente utroque in casu membrorum multitudine infinitorum, ubi paritatis imparitatisque jura confunduntur & tantundem rationis pro utroque est; prodire $\frac{0+1}{1} = \frac{1}{2}$ quod proponatur.

Tomi V. Porro hoc argumentandi genus, etſi Metaphyſicum magis quam
 Supplem. Mathematicum videatur, tamen firmum eſt: & aliorum Cano-
 Sect. VI. num *Vere Metaphyſice* (quæ ultra vocabulorum nomenclaturas
 procedit) major eſt uſus in Matheſi, in Analyſi, in ipſa Geo-
 metria, quam vulgo putatur. Hoc loco autem aliunde, ratione

ſcilicet initio poſita (cum quævis ordinata GD fit $\frac{1}{1+AG}$, ad-

ecoque cum AG fit AV, vel 1, fiat VS, $\frac{1}{1+1}$) ſcimus VS

Page. 270. eſſe $\frac{1}{2}$ BV, & poſſemus etiam oſtendere, ſumendo G quantum
 libet vicinum ipſi V, fore etiam GD quantum libet vicinum
 ipſi $\frac{1}{2}$ BV, ita ut differentia reddi poſſit minor data quavis
 quantitate; unde, Archimedeo inferendi more, etiam ſequitur
 VS eſſe $\frac{1}{2}$ BV. Interim ex ipſa ſerierum & infiniti natura idem
 colligi, non jucundum tantum, ſed etiam ad accuratas de in-
 finito ratiocinationes inſtituendas recludendosque magis magis-
 que novæ doctrinæ fontes, utiliſſimum futurum eſt. Simul ca-
 vebitur, ne ſcientia nova per paradoxa minime defendenda infa-
 metur. Itaque ad objectionem, quod ex nullitatibus quocun-
 que minime fieri poſſit aliquid, non reſpondendum erat diſtin-
 guendo inter finitum & infinitum, quaſi regula in infinito fal-
 ſat; ſed conceſſa generaliter regula, oſtendendum erat, uti nunc
 factum eſt, applicationem ejus hic ceſſare.

P R O B L E M A T I S

Sect. VII. a Præſtantiſſimo Geometra Anglo Mathefeos practicæ
 Pag. 317. ſtudioſis propoſito, ſolutio duplex.

Aut. F. D. C. Abb. Vall.

QUÆ ſcitu facilia videntur, non ideo deſpicienda, imo qua-
 dam notatione digna cenſenda ſunt, quoties aliquid, quan-
 tulumcumque ſit, aut ad ingenii exercitationem aut ad utilita-
 tem conferre queunt. Cujus generis eſt ſubſequens Longimetrix
 problema.

„ *Meſiri altitudinem profundi aut præcipitis loci, dato ſolum*
 „ *temporis intervallo, quod inter inchoatum alicujus graviffimi pon-*
 „ *deris*

„ *deris lapsum, & auditum obicis in fundo ab isto pondere per-*
 „ *cussi sonum sedulo observetur.*

Tom. V.
 Supplem.
 Sect. VI.

Ad solutionem maxime generalem, qua involvitur hæc, quam dico *primam* (denominatis, tam secundorum horariorum, quæ temporis observati intervallo continentur, multitudine; quam certo, cuius ope spatia a gravibus cadentibus, & a sonis transmissis pari tempore decursa conferri inter se possunt, numero; tum etiam multiplicanda per 15 pedes vel per $\frac{1}{2}$ hexapedas altitudinis quæstæ mensura \times) invenio, nulla resistentis aeris habita ratione, $x = \frac{1}{2} n + nt - \frac{1}{2} n \sqrt{(nm + 4nt)}$ (A) ubi, quod ad usum attinet, in locum literæ n substituendus est numerus. 72, quemadmodum mox ostendam supposito de sonorum propagatione experimento; ex quo sonum uno minuto secundo per spatium hexapedarum 180; seu pedum Gallicorum 1080 transferri sat præcise compertum est: quo eodem minuto secundo pondus per aerem decidens (cujus aeris omne removeatur impedimentum) pedes conficeret 15 accelerato motu; cum quo descenderet per spatium triplum minutis secundis duobus, per quintuplum minutis secundis tribus, & sic deinceps servata numerorum imparium serie ex hypothesi Galilæana, cui eo magis experimenta consentiunt, quo major datur ponderis cadentis gravitas. Interea dum sonus editus, sic motu per aerem æquabili progredetur, ut spatium perageret duplum tempore duplo, triplum tempore triplo, atque ita deinceps secundum seriem numerorum naturalium, hoc est, radicum ex omnibus quadratis per continuam horam imparium additionem genitis. Adeo ut si conferantur inter se spatia, quæ temporibus æqualibus per medium liberum a pondere verticaliter delapso. & a sono recte propagato transmitterentur; liquido appareat, 1º. post certum tempus certo spatio (1) aut per pedes aut per hexapedas meso, quod gravia deorsum percurrerent, aliud respondere spatium (n) exiisdem constans mensuris; quod soni quoquo versus traicerent, 2º. post duplum tempus aucto gravium spatio $1 + 3 = 4$ (quadrato ex 2) respondere auctum quoque sonorum spatium $n + n = 2n$ (multiplex ipsius 2) 3º. post triplum tempus aucto adhuc gravium spatio $1 + 3 + 5 = 9$ (quadrato ex 3) respondere auctum etiam adhuc sonorum spatium $n + n + n = 3n$ (multiplex ipsius 3 & sic consequenter; hoc est in genere post tempus quodcumque \sqrt{x} secundum Galilæi hypothesin, omni gravium spatio x (quadrato ex \sqrt{x}) respondere certum sonorum spatium $n\sqrt{x}$ (multiplex ipsius \sqrt{x}).

Pag. 318.

Quibus perspectis & quoniam motus sonum deferens æqualis

Tomi V. Supplem. Sect. VI. lis est proindeque spatium, quæ decurrit & temporum, quibus durat, eadem habetur ratio; necessarie concluditur hæc analogia: Sicut a sono emensum tempore \sqrt{x} spatium $n\sqrt{x}$ est ad peractum tempore quæsito spatium x , in idem tempus \sqrt{x} est ad illud tempus quæsitum nempe $x:n$. Hoc itaque tempore $x:n$ (soni a pondere lapso producti arque ex profundo auditi) & tempore \sqrt{x} (ponderis altitudine cognoscenda libere cadentis) in unam summam collectis fit, per propositum problema $x:n + \sqrt{x} = t$; & inde per notas Algebræ regulas prodit æquatio secundi

Pag. 319. gradus $x^2 = \frac{nn}{nt}$ } $x + nnt = 0$, unde extractam radicem x supra exhibuimus nota (A) insignitam, ut facilius discernatur. Quæ quidem radix ambarum minor hic assumitur; quandoquidem pondere descendente, & sono subinde ascendente per idem spatium verticale x , tempus solius descensus \sqrt{x} tempore tam ejusdem descensus anterioris quam ascensus posterioris conjunctionem brevius necessario est.

En. autem quo modo quantitati indeterminatæ n (generalî expressione designatæ, quatenus refertur ad omne de motu soni experimentum, quod accuratius fieri unquam possit) subrogandus invenitur numerus, quem recentiores observationes, Robervalianis, Merseonianis, ac Newtonianis ob adhibitam in explorando subtilitatem præferendæ, admittant. Sonum, uti jam diximus, progredi ad distantiam hexapedarum $90 = 540$ ped. Parisin. tempore semiscrupuli sevandi hexapedarum $180 = 1080$ ped. tempore unius scrupuli secundi; hexapedarum $360 = 2160$ ped. tempore duorum scrupulorum secundorum; & ita semper velocitate æquabili nupera experientia docuit. Dividantur autem numeri 90 , 180 , 360 , &c. per $\frac{1}{2}$ ex una parte, & ex altera numeri 540 , 1080 , 2160 , &c. per 15 ; prodibunt iidem pariter quotientes $72\sqrt{\frac{1}{2}}$, $72\sqrt{1}$, $72\sqrt{4}$ &c. idest in genere $72\sqrt{x} = n\sqrt{x}$: Ergo secundum posteriora ipsaque certiora experimenta datur $n = 72$. Hinc per formulam (A) superius expositam facta substitutione 72 in locum literæ n obtinetur quantitas $x = 1296 + 36(36 + 2x) - 432\sqrt{(36 + 2x)}$ (B) æquivalens numero 144 ducto in $18 + \frac{2x}{15} - 3\sqrt{(36 + 2x)}$, quæ multiplicanda est ad libitum aut per 15 (numerus pedum Parisinorum) aut per $\frac{1}{2}$ (numerus hexapedarum Gallicarum.) Et hæc est specifica problematis propositi solutio prima, secluso nempe medii aeris renixu, positaque Galilæi de descensu gravium theoria. Specificam porro diximus, quia si diligentiori adhuc exploratione velocitas transmissi per aerem sopiâ investigaretur, & aliquid postremis observationibus corrigendum deprehenderetur, tunc mutata spatii quantitate mutandus quoque foret

ret numerus n . Statuatur ex. causa, hujusce spatii mensura non quidem 90, sed vel 100 vel 80 hexapedarum esse tempore dimidii minuti secundi; jam n fieret vel 80 vel 64 loco numeri 72. divisus quippe 100 vel 200 vel 400, & 80 vel 160 vel 320 per $\frac{1}{2}$ prodeunt quotientes 80 $\sqrt{\frac{1}{4}}$ vel 80 $\sqrt{1}$ vel 40 $\sqrt{4}$ & 64 $\sqrt{\frac{1}{4}}$ vel 64 $\sqrt{1}$ vel 64 $\sqrt{4}$, ubi $\sqrt{\frac{1}{4}}$, sicut $\sqrt{1}$, $\sqrt{4}$, &c. est numerus temporis ad secunda horaria revocati. Idem de similibus intellige. At stantibus observatis; quum propriorum esse $n=72$ ostendimus; præcedentem solutionem, per quam loci profundi altitudo ex temporibus ab inito gravissimi ponderis lapsu usque ad auditum soli percussi sonum observatis innotescit, aliquot illustremus exemplis.

1. Diligentissime facta & attentissime iterata temporis observatione, ex quo grave manu dimissum impetuque naturali præceps imo præcipitio impactum est, & sonus percussione editas aures observatoris perculit; numeratæ supponuntur, exempli causa viginti duz penduli novem pollicibus cum duabus lineis longi vibrationes, quarum singularum semisecundum horarium meretur. Ergo $28=2t$; quo casu $\sqrt{(36+2t)}$ fit $\sqrt{64}=8$. Hic numerus 8 ejusque quadratus 64 substituti in valore quantitatis x supra invento (B) præstant $x=1296+2304-3456=3600-3456=144$; cujus producto per 15 dante 2160 pedes, sive producto per $\frac{1}{2}$ efficiente 360 hexapedas, habetur mensura quæsitæ altitudinis ex qua pondus (sic grave ut resistentis aeris impedimentum negligi in calculo sine notabili errore queat) primum descendisset tempore secundorum $\sqrt{x}=12$; & ad quam deinde percussione sonus tempore secundorum $x:n=12\frac{1}{2}=2$ ascendisset. Manifeste enim $x:n+\sqrt{x}=2+12=14$ est semissis t numeri semisecundorum observatorum $28=2t$. quod problematis præpositi beneficio erit inveniendum.

Qui autem simili observatione scrupula penduli oscillantis semisecunda numerasset duntaxat $13=2t$, quæsitam præcipitis loci altitudinem esse tantummodo hexapedarum 90 sine pedum 540 invenisset per æquivalentem ejusdem formulæ (B) expressionem. Etenim tunc darentur $\sqrt{(36+2t)}=\sqrt{49}=7$ & x numero 144 ducto in $18+\frac{1}{2}-3\sqrt{49}=144\frac{1}{2}=36$. Unde consequitur fieri $36\frac{1}{2}=90$ hexaped. & $36:15=540$ ped. nec non $\frac{x}{72}=\frac{15}{72}=\frac{1}{4}$, $\sqrt{x}=6$ & $t=\frac{1}{2}+6=6\frac{1}{2}$.

Generaliter sunt $t=12n+12nn$ secund. hor. fierent $\sqrt{(36+2t)}=6+2n$ & $x=144nn$ huic facta per $\frac{1}{2}$ multiplicatione perpendicularem præcipitii depressionem adæquare $360nn$ hexapedas, quæ a pondere in imum delapso intra secundorum numerum $\sqrt{x}=12n$ & a sono collisus audito intra parium scrupulorum

Tomi V.
Supplem.
Sect. VI.
Pag. 320.

Pag. 321.

Tomi V. rum numerum $x: 72 = 204$ peragrarentur, observator certo con-
Supplem. cluderet.
Sect. VII.

II. Dum jussu Christianissimi Regis, anno 1674. d. Picard. Regiæ Scientiarum Academiæ Socius & in Observatorio Regio Astronomus, subtilissimis ope instrumenti, quod *Libella* vocant, observationibus vacabat: inter aliam quæ ad susceptam operam utilia ipsi videbantur, accuratiore opus habuit mensura altitudinis turrium, quæ Parisiis in atrio Templi B. V. Mariæ, vulgo Notre Dame, ad utrumque portæ latus extructæ sunt. Ambarum itaque illam quæ Meridiem spectat, a pavimento ad superum usque loricæ muro impositæ limbum summa cura dimensus, altam esse 34, hexapedas sive 204 pedes Parisinos præcise deprehendit. Tanta erat, qua solebat uti in observando diligentia, ut isti mensuræ, quam statuit, stare tuto possimus. Experiamur jam quid hic jam nostra solutio problematis a doctis. Geometra Anglo excogitati præstare queat.

Constat apud Mechanicos mobile, cujus perpendiculariter cadentis urgente pondere sic superaretur resistentis aeris impedimentum, ut sensu percipi non posset, ex altitudine pedum 204 descendere sensibili tempore in subduplicata ratione numeri $\frac{204}{11}$ idest, intervallo secundorum horariorum $\sqrt{13\frac{1}{2}}$ notum est etiam, æquabilem soni motum qui secundum certiore experientiam pedes

Pag. 322. 180 intra sextam partem scrupuli horarii, proindeque 24 pedes intra $\frac{1}{11}$ ejusdem scrupuli particulam, percurreret, debere consequenter intra unius secundi partes $\frac{17}{20} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, spatium pedum $204 = 180 + 24$ conficere. Si quis ergo constitutus in suprema parte Turris, quæ Lutetiæ ad latus Meridionale Ædis B. V. Mariæ ædificata est, e sublimiore fulcri circum erecti limbo globum plumbeum, molis ad aerem libere permeandum aptæ, dimitteret perpendiculari in subiectum atrii pavementum lapsu; is attentam aurem præbens, editum hujus globi hujusque pavimenti collisu sonum post breve tempus audiret. At ex datis pauca illud tempus minusa secunda adæquaret plura quidem quam $3\frac{1}{2}$ pauciora vero quam 4, præcise autem $\frac{17}{20} + \sqrt{13\frac{1}{2}}$. Hujus porro numeri duplus $\frac{17}{10} + 2\sqrt{13\frac{1}{2}}$ scribatur pro 2t in formula superius denotata (B) emanabunt, inde 1º. $36(36 + 2t) = 1296 + \frac{62}{7} + 72\sqrt{13\frac{1}{2}}$. 2º. $\sqrt{(36 + 2t)} = \sqrt{(36 + \frac{17}{10} + 2\sqrt{13\frac{1}{2}})} = 6 + \frac{1}{2}\sqrt{13\frac{1}{2}}$, tandemque $x = 1296 + 1296 + \frac{62}{7} + 72\sqrt{13\frac{1}{2}} - 2592 - 72\sqrt{13\frac{1}{2}} = \frac{62}{7}$. Atqui 15 pedes in $\frac{62}{7}$ ducti faciunt 204, pro mensura altitudinis proposita tali omnino, qualem dimensa ipsa tunc fuisse repertam, ex Tractatu D. Picard de Libellæ usu (*du Nivellement*) pag. 148. disciturus. Recte igitur se habet calculus noster primæ solutionis sed accurata veri temporis observatio remotis

motus medii impedimentis cardo est præcipuus, circa quem difficultas Problematis, sicut mox ostendam, versatur.

Tomi V.
Supplem.
Sect. VII.

III. Ultimum est nobis hujusce generis exemplum una ex observationibus de gravium descensu & completa velocitate, quas D. Mariotte e Regia Scientiarum Academia sagax & expertus Physicus, adscitis peritissimis adjutoribus, summa sedulitate a se factas, suo de percussione (*de la percussion au choc des Corps*) scripto mandavit. Legantur, si placet, ipsius rem singularim enarrantis verba a pag. 407. usque ad 410. editionis tertiz Ann. 1689. Parisiis: qua in narratione ea potissimum attendantur, quæ ad nostrum exemplum attinent, nempe 1º. quod illa experimenta facta fuere intra cavum nucleum scalarum, quæ, cochleæ in modum ad descendendum in subterranea observatorii regii loca structæ sunt. Ita ut per mediam hujus nuclei vacui cavitatem, directo & adæquate respondentem tot circularibus tripedalis diametri aperturis, quot insunt huic edificio contabulationes, globi plumbei demittebantur perpendiculari lapsu e strato toti structuræ superimposito, in subjectam tabulam ligneam, quæ ab ipsis observatoribus situ horizontati posita dimidio pede ab uno solo distabat: 2º. quod inter fundum ejusmodi putealis cavi & pavementum aræ in summo edificio constructæ, distantia erat pedum Parisinorum $163\frac{1}{2}$ accurate dimensa; a tabula autem lignea horizontati parallela usque ad Observatoris globos deorsum dimittentis manum tripedali intervallo supra illud pavementum elatam & circinatam in eo aperturæ impinentem, intermedia dabatur eorundem pedum præcise $166\frac{1}{2}$ altitudo: 3º. quod is, qui præcipuam experientiz operam dabat; tum sphaerulam penduli per semisecunda horaria oscillationes suas absolventis, tum globum plumbœum casa suo tabulæ infra positæ illidendum, eadem manu tenebat; hunc pollice ac digito medio, illam pollice ac digito indice premens: Tunc intentis assistantium adjutorum oculis, attentisque auribus, subito dilatans manum sphaeram utramque proprio pondere simul permittebat. Altera libera in præceps agebatur; altera suspensa in latus agitabatur; Nec mora, numerabantur oscillationes, donec sonus a tabula usu globi incidentis concussa productus audiebatur: denique quod repetita sæpe numero experientia, ope globorum plumbeorum diametro duntaxat semipollicari; nunc plura nunc pauciora semisecundorum intervalla numerata sunt, sic nimirum præterpropter computata ut temporis inter casum globi inchoatum & sonum tabulæ auditum consumpti quantitatem Observatores æstimaverint semisecundorum $7\frac{1}{2}$ hoc est, secundorum integrorum $3\frac{1}{2}$.

Pag 323.

Tomi V.
Supplem.
Sect. VII.
Pag. 324.

Porro in observatione toties & tam attente habita illud inevitabile *plus minusque* argumento est præcisum, quod quærebatur, tempus e septem semisecundis differre quadam semisecundi particula, quæ nec oculis in pendulum vibratum defixis nec auribus ad ictum globi audiendum arrestis certo observari poterat, ad solam proinde æstimationem revocanda. Quare quum verissimum sit, quod in eodem Tractatu de percussione (pag. 415.) D. Mariotte sæpe rem expertus monet, nempe in his experimentis nihil difficilius esse quam tempus accurate observare, quia in errorem octavæ aut decimæ partis minuti secundi pene impossibile est non deferri; haud dubitemus quia hic error, a quo diligentia vel maxima carere nequit, paulum ultra octantem minuti secundi quandoque evadat, dum tempus experientie per semisecundorum intervalla vibrationibus penduli sæpè promptis designata observatur: Faciamusque ideo $2t = 6\frac{11}{16}$ semisecundi, idest æquale duplo secundorum $3\frac{1}{4} - \frac{12}{70}$ qui numerus (ob mediocrem assumpti ab observatoribus ponderis gravitatem impedimentum aeris traiciendi non satis prompte removemtem) hic ponitur paulo minor quam medius ille $3\frac{1}{4}$ ex observatorum æstimatione collectus. Hinc habemus $\sqrt{(36 + 2t)} = \sqrt{42\frac{22}{16}}$ quod est quam proxime $6\frac{2122}{1760}$, cujus productum per 432 nempe $2831\frac{2}{10}$ simulque productum 1547 factum multiplicatione ipsius $42\frac{22}{16}$ per 36 præstant ope formulæ supra designatæ (B) numerum $x = 1296 + 1547 - 2831 - \frac{2}{10} = 11\frac{2}{10}$ qui ductus in 15 pedes producit pedum numerum $166\frac{1}{2}$ pro altitudinis de qua agitur mensura præcise tali qualem in observatorio regio ipse D. Mariotte ad facienda sua de descensu & completa celeritate gravium experimenta accuratissime mensus est. Quod autem motum Soni a tabula intra globi tremefacta editi spectat, ex eadem solutione concludimus, tempus ejus fuisse $x : 72 = \frac{11}{720} = \frac{1}{6} - \frac{1}{10}$ minuti secundi sicut convenit de differentia vero $\frac{12}{72}$, qua temporis in experimento consumti æstimatio una alteram excedit, judicandum videtur, veluti jam innuimus, ipsam ex eo præsertim oriri, quod obstaculum medii aerii cadentia gravia minus ponderosa magis retardantis negligitur totum in calculo, ac in experientia nullum non fuit duratioremque pendulum produxit.

SCHOLIUM I.

Pag. 325. His patet exemplis, tres problematis propositi casus, si primæ solutionis usus attendatur, esse distinguendos. Primusquum, impedimento aeris per gravitatem molis in profundum locum dimissa ita superato, ut sensu percipi nequeat, vera mensura temporis

poris impensū in descensu ponderis subiectum solum percussu- Tomi V.
ri, & in ascensu soni percussione producti datur notando expres- Supplem.
sa semisecundorum numero, qui quadrato 36 additus alium qua- Sect. VII.
dratum perfectum constituat. Tunc semper quantitas x formulæ
resolventis (B) præcise cognosceretur; sed vix ullus problematis
usus in hoc casu foret. Generali quippe primi trium exemplorum
præcedentium solutione palam fit præcipitia tunc requiri alta
tot hexapedas quot unitates continet quantitas 36000 (ubi a
omnem naturalem numerum significat) live quæ profunda sint
multis ad perpendicularum leucis, quarum singula ex 2000 Parisi-
nis hexapedis constet. Assumatur enim $a = 3$. verbi gratia: inde fit
 $\frac{1}{2}x = 36000 = 3240$ hexapedis pro altitudine loci præcipitis: At-
qui in Terrestris superficie, quam inhabitamus, horum perpendi-
culariter 160 hexapedis seu 960 pedibus excelsum difficillime quis-
quam invenerit.

In secundo casu expressio temporis præcisi, quo experientia
duraret, numerus quidem esset semisecundorum horariorum in-
teger; at una cum quadrato 36 alium perfectum quadratum
non efficeret; summa ea illis collecta quantitas fiet commen-
surabilis, sed cujus radix quadrata non haberetur nisi prope ac-
cedens proinde major aut minor quam vera. Quapropter ad cal-
culum sine errore notabili ineundum non pauca attentione opus
esset, ut per numerum, rationalem radici quadratæ $\sqrt{(36 + 2x)}$
penissime æqualem ad veram quæsitæ x quam proxime accedere
liceret valorem; in quo si quis errare vel decimaquinta parte
unitatis non caveret, in altitudine dimetienda non minus quam
uno Parisino pede erraret.

Tertius denique casus is est, in quo dum observatio accura- Pag. 326.
tissime haberetur & attentissime repeteretur, nunc plura nunc
pauciora numerarentur penduli oscillantis semisecunda; certis-
simum indicium temporis intra duo penultimum nempe & ul-
timum, semisecunda desinentis. Quum idcirco tempus aliquis
numerus aut fractionarius aut irrationalis, particula sui vel fra-
cta vel surda incognitus exprimeret. Unde necesse foret usum pro-
blematis tunc esse errori maxime obnoxium. Error namque (ni-
si diligenter caveatur, æstimationibus requisitis sagacissime factis)
pauci forsan momenti in $2x$; sæpe esset magni in $\sqrt{(36 + 2x)}$
majoris in x , & maximi in $\frac{1}{2}x$ hexap. vel in $15x$ ped. altitudinis
ex observato tempore $2x$ primæque problematis solutione cogno-
scendæ. Adde quum casus iste difficilior sese frequentius offeret,
ad mediocres quippe altitudines pertinet, quæ circa Terram haud
difficiliter reperiuntur. Fac in primo exemplo nostro generaliter

Tomi. V. expresse, $a = \frac{1}{2}$ vel $= \frac{1}{4}$ &c. Erant inde tibi fractionaria temporis intervalla $21 = 24 + 400 = 8 \frac{1}{2}$ vel $= 6 \frac{1}{4}$ &c. semisecund. horar. & Sect. VII. mediocres altitudines $\frac{1}{2}x = 36000 = 40$ vel $= 22 \frac{1}{4}$ &c. hexaped. Atque ita de similibus.

Sect. VIII.
Pag. 339.

Altera Problematis Supplementorum

Tomo V. Sectione VII. propositi, Solutio.

ET si rebus facilibus immerari plerumque cædet, nihilominus ab incepto desistere qui dimidium facti jam habent minime decet. Quæstionem propositam de altitudine loci profundius investiganda per sonum collisus ponderis in ima delapsi edicium fursumque ascendentem, non difficile fuit solvere secluso aeris impedimento. Sed hoc susceptæ opellæ pars prima tantum est; hic in re facili hæerere, nec cœptum persequi dedeceret. Superest ut effectui aeris gravibus permeantibus obstantis non neglecto problema, quoad ejus fieri potest, resolvatur. Rem itaque, quantum licebit per experientiam, cujus D. Mariotte sedulus explorator fuit, exsequamur.

Sciendum est, corpora solida, quorum nec figuræ nec moles hic nobis considerandæ sunt, utpote quas inter se non comparamus,mersa & mota in fluidis, velut in aere, urgere & impellere certa vi obvias sibi eorum fluidorum particulas, quæ transmeandum certo tempore spatium replentes intercludunt. Hæc autem mobilia solida has fluidas particulas impellunt, donec propulsæ loco cedant; quod fieri nequit nisi tanta cum velocitate singulæ recedant, quanta cum celeritate depellens mobile proximæ illarum cedenti succedit. Quantitas ergo motus tam ad dimovendum quam ad decedendum de certo spatio determinato requisita æquatur producto hujusce spatii per datam velocitatem: diciturque nobis tum vis corporis solidi, quæ sibi viam per fluidum aperit, tum corporis fluidi impedimentum, quo solidi motus retardatur. At si mobilium velocitates arithmetice crescunt, quales gravium libere cadentium intelliguntur; liquet, non per primam seu emascentem velocitatem, quippe quæ minima est, nec per ultimam sive totalem, utpote maximam, multiplicandum esse spatium totius accelerationis tempori respondens, sed per velocitatem arithmetice mediam, quæ æqualis dimidio ambarum extremarum aggre-

aggregato nec parva nec magna nimium est. His animadvertis, Tomi V. esto ponderis casum in aere inchoantis prima velocitas = 1, Supplem. siquidem quantulacunque supponatur, non est zero: fitque \sqrt{x} Sect. VIII. ultima velocitas, quam adipisceretur ex aliquapiam altitudine intra aeris sphaeram descendens: erit velocitas media arithmetica = $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{x}$.

Quoniam autem grave, quod aerem deorsum permeat, plus Pag. 341. motus ad descendendum habet quam impendit ad istum aerem de via dimovendum; hic intelligimus numeri; hic unitates representare spatii particulas, quae singulae sint minores, quando hujus numeri radix quadrata \sqrt{x} nobis significat velocitatum variarum, cum quibus aer per haec spatiola diffusus accelerato gravi decedere posset, quam quum eadem radix quadrata \sqrt{x} maximam ejusdem gravis velocitatem ultimo descensus per medium vacuum momento acquisitam exprimeret. Secundum hypothesein Galilei, ratio altitudinum, unde gravia in medio libero descenderent, non alia datur quam quadratorum x factorum ex numeris \sqrt{x} velocitates ultimo instanti acquisitas sive tempora illas acquirendo insumpta experimentibus: At habitis ea de re observationibus compertum est singulas hujusce quadrati x ad spatium relati unitates adaequare quindecim pedes Parisinos, quoties unaquaeque unitas \sqrt{x} ad tempus relati pro uno horario secundo assumitur. Dum ergo de sola aeris cadentibus ponderibus obvii expulsionis quaestio est, quantitas x debet concipi ex unitatibus composita minoribus, quarum scilicet singula ad spatium relata pedes valeat non 15 sed 1: ∞ , ubi ∞ significet tum unum de numeris fractis ab $\frac{1}{15}$ usque ad $\frac{1}{2}$, tum aliquem omnium supra unitatem numerorum integrorum. Fit itaque nobis $\frac{x \cdot 1}{m}$, seu $\frac{x}{m}$ expressio, semper minor quam 15 x , multipli-

canda per $\frac{1 + \sqrt{x}}{2}$, ut producat quantitas $(x + x\sqrt{x}) : 2m$

suis unitatibus tam ad spatium uti ad effectum quam ad motum uti ad causam relativa: Si ad motum referre velis, exprimet quantitatem motus a gravibus aeri imprimendam, ut sibi suapte vi descendentibus de loco decedat; si referas ad spatium, quum effectus suis causis sint proportionales, erit expressio spatii per pedes mensi quod (propter amissam in pondere deorsum moto & impressam aeri demovendo motus partem) demitur majori spatio pedum 15 x per quod intra medium vacuum seu omnimode liberum idem pondus tempore per scrupula secunda computato descenderet. Hinc habemus $(15x - x - x\sqrt{x})$ Pag. 342

Tomi V.
Supplem.
Sect. VIII.

$\sqrt{x}:2m=(30mx-x-x\sqrt{x}):2m(C)$ numerum pedum, quos loci profundi altitudo secundis horariis numero \sqrt{x} transmittenda continet. Ex quæ altitudine pondus propriæ gravitati permis-

sum si caderet, pedes duntaxat $15 - \frac{2}{m}$ ob aeris impedimentum

in primo descensus secundo horario conficeret. Posito enim $\sqrt{x}=1$ & consequenter $x=1$, resultat $(x+x\sqrt{x}):2m=(1+1):2m=1:m$: quæ quidem spatii per pedes dimensi, initio lapsus dempta, pars linearis nec generaliter nota nec constans est, sed experimentis peculiaribus exploranda pro tali pondere in tali fluido, videlicet pro globo semipollicaris diametri aerem deorsum permeante, ut inde numerus m proprius innotescat.

Hæc hætenus animadversa nunc ad solutionem propositi problematis alteram accommodemus. Fiat itaque 1°. Sicut 1080 (numerus pedum Parisinorum quos sonus in aere recta percurrit unius secundi horarii intervallo) est ad 1, ita $(30mx-x-x\sqrt{x}):2m$ (numerus parium pedum ex quo quæsitæ præcipiti altitudo constat) sese habet ad quartum proportionalem nempe $(30mx-x-x\sqrt{x}):2160m$ (numerum secundorum horariorum quæ sonus ictu ponderis in ima præcipitis editus ad eandem altitudinem quæsitam ascendendo insumit.) 2°. Statuatur (secundum expostas superius quæstionis conditiones) $(30mx-x-x\sqrt{x}):2160m+\sqrt{x}=t$; unde per notas Algebrae reductiones elicitur trium dimensionum æquatio

$$\left. \begin{array}{r} -900mm \\ x^3-4260m \\ -t \end{array} \right\} \left. \begin{array}{r} +4665600mm \\ x^2+129600mm \\ -4320mt \end{array} \right\} x-4665600mmt=0$$

(D) quæ supponit, ut patet, numericas quantitates per m & per t designatas speciatim determinari; quod ab experientia, quemadmodum diximus, accurate habita pender.

Pag. 343. Si quis ergo loci ad perpendicularum profundi depressionem dimisso in præceps pondere auditoque obicis in fundo percussi sono dimensurus, globos plumbeos diametro sex linearum aë pendulum novem pollicibus cum duabus lineis longum sibi comparasset; hisque ad experimentum problematis sedulo usus, semisecunda horaria nunc quatuor nunc quinque, sed 4 paulo citius & 5 aliquanto tardius quam sonus ad aures pervenerit, numerasset; ita ut facta quam accuratissime potuerit æstimatione verum observationis tempus $2t$ esse $4\frac{1}{10}$ semisec. inferret; is in æquatione præcedente (D) numerum $2\frac{1}{2}$ pro litera t scribendum reservaret. Deinde fidem habens verbis D. Mariotte, Physici dum vixit apprimè experientis, statueret, quod in Tractatu de percussione (pag. 387. editionis tertiz) experi-

mentis

mentis penissime præcis constare notatur, nimirum Sphæram Tomi V. plumbeam diametro sex linearum in aere propria gravitate descendentem, pedes quatuordecim uno secundo horario percurrere, quo quindecim conficeret si per medium vacuum delaberetur. Positis itaque $\sqrt{x} = 1$ propter unius secundi tempus consequenter $x = 1$, & hinc $(x + x\sqrt{x}) : 2m = 1 : m$ quod exprimit

Supplem.
Sect. VIII.

spatium impedimento aeris demptum; tunc $15 - \frac{1}{m}$ evaderet

$= 14$ ped. unde observator colligens $m = 1$, unitatem in locum litteræ m in æquatione superius insignita (D) substitueret; quæ sic mutaretur in aliam pro plumbeo diametri semipollicaris globo in qualibet problematis per tempus 21 facta observatione spec

cificam $x^3 - 5161x^2 + 4665600x + 125280x^2 \} x - 4665600x = 0$ (E) ubi

ille scribens pro caractere x reservatum numerum $2\frac{1}{10}$, obtineret demum æquationem casus particularis propriam $x^3 - 5161x^2 + 4922424x - 19607184 = 0$; quæ quum resolvatur in $x^2 - 5157x + 4901796 = 0$ & $x - 4 = 0$, radicem quæstioni facientem satis ipsam esse $x = 4$ ostendit: Inde enim emanant $\sqrt{x} = 2$. pro tempore descensus globi, & $(30mx - x - x\sqrt{x}) : 2160m = (29x - x\sqrt{x}) : 2160 = \frac{108}{2160} = \frac{1}{20}$. pro tempore ascensus soni; quorum aggregatum est evidenter $t = 2\frac{1}{20}$, pro noto observationis tempore.

Ergo datur $(30mx - x - x\sqrt{x}) : 2m = (29x - x\sqrt{x}) : 2 = \frac{108}{20} = 54$ ped. pro invenienda præcipitii altitudine, minore quam $15x = 15.4 = 60$ pedibus, quos idem globus eodem secundorum 2 in- Pag. 344. tervallo per medium ab aere aliove fluido demovendo vacuum transmitteret sua gravitate præceps.

Simili modo, ab instanti quo par globus in profundum ex alto dimitteretur usque ad momentum, quo ictus ipsius in fundum ruentis audiretur, sunt semiseconda penduli numerata nunc 12, nunc 13, sed sæpius 13 quam 12; adeo ut accuratiori æstimatione 12 $\frac{23}{30}$ statuenda sint = 21. Unde scribendo 6 $\frac{23}{30}$ pro littera t in æquatione superius indicata (E) ad globos diametrum sex linearum habentes pertinet prodit alterius hujusce casus propria $x^3 - 5161x^2 + 5465304x - 190108944 = 0$, reducibilis per $x^2 - 5125x^2 + 5280804 = 0$ ad $x - 36 = 0$ seu $x = 36$. Quod patefacit tunc esse tempus motus globi deorsum $\sqrt{x} = 6$, tempus morus soni sursum $(29x - x\sqrt{x}) : 2160 = \frac{216}{2160} = \frac{1}{10}$, horum summam bis sumptam 12 $\frac{23}{30} = 21$ numero semisecondorum observationis, & altitudinem loci profundi cognoscendam $(29x - x\sqrt{x}) : 2 = \frac{1044 - 216}{2} = 414$ ped. quæ in medio vacuo, pari se-

cundo-

Tomi V. cundorum 6 intervallo, ad $15x = 15.36 = 540$ ped. usque sese
 Supplem. extenderet.
 Sect. VIII.

Denique, si forte unquam hoc Longimetrie problema usui
 effet; tabula nullo negotio construi posset; quæ in duas colum-
 nas, alteram sinistram alteram dexteram, distributa complecteretur
 in earum prima singulos semisecundorum horariorum nume-
 ros ($2t = (29x - x\sqrt{x}) : 1080 + 2\sqrt{x}$) quibus observationes du-
 rasse supponerentur, & contineret in earundem columnarum se-
 cunda totidem e regione positos pedum numeros $\frac{(26x - x\sqrt{x})}{2}$

Pag. 345.

ex quibus altitudines cognoscendæ constarent. Ad constructionem
 enim tantummodo requiritur, ut pro \sqrt{x} omnes ordinati numeri
 naturales, & pro x omnes eorum quadrati scriberentur. Quod au-
 tem ad reliquos casus in hac tabula non comprehensos attinet,
 statim ejus subsidio prævideretur quasnam inter duas proximas al-
 titudines quæ sita occurreret, quæ sic magna ex parte jam innotesceret
 post habitam sedulo temporis $2t$ observationem. Exempli
 causa, sit tempus inter lapsum ponderis & auditionem soni æquale
 septem præcise semisecundis: Tabula exemplo ostenderet, dato
 illo tempore longiore quam $6\frac{11}{16}$ semisecundorum intervallum, &
 brevius quam $8\frac{10}{17}$, altitudinem inveniendam excedere pedes
 $(261 - 27) : 2 = 117$ (qui casus est ipsius $\sqrt{x} = 3$ & $x = 9$) esse ve-
 ro minorem quam pedum $(464 - 64) : 2 = 200$ qui casus ad $\sqrt{x} = 4$
 & $x = 16$ pertinet.

Deinde quando peculiaris æquatio ex specifica præcedente (E)
 ope dimidii numeri semisecundorum observatorum t diducta (ve-
 lut hic $x^3 - 5161x^2 + 5104080x - 57153600 = 0$ propter $t = \frac{7}{2}$)
 non esset algebraice reducibilis; en quo modo ad verum ipsius x
 valorem propior tentaretur accessus.

Ex Tabula, de qua nunc agitur, casus problematis quem pro-
 ponimus, reperiretur inter numeros 3 & 4; qui tanquam duo
 quantitatis variabilis \sqrt{x} valores proxime diversi primum sta-
 tuerentur. Dein considerandum foret $4 - 3 = 1$; qua differentia
 bipartita poneretur $3\frac{1}{2} = \sqrt{x}$; qui appareret multo major quam
 par est, quoniam cum suo quadrato $x = 10\frac{2}{16}$ facit $2t = 6\frac{11967}{67120}$
 quod nimio defectu ab eodem numero 7 differt. Simili ordine
 sumerentur $3\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$; $3\frac{1}{2} = \sqrt{x}$; & $11\frac{21}{64} = x$; unde fit $2t =$
 $7\frac{81}{1024}$ haud tanti excessus supra eundem observatum 7: Quapro-
 pter e formula altitudinum superius quoque exhibita eliciatur al-
 titudo supposita, quæ $= 145\frac{281}{1024}$ ped. veram non multum exsu-
 perat. Itidem continuata operatione obtinerentur $5\frac{1}{4} - 3\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$;
 $3\frac{1}{2} - 3\frac{1}{16} = \frac{1}{16}$; $3\frac{1}{2} - 3\frac{11}{12} = \frac{1}{12}$; $3\frac{21}{64} = \sqrt{x}$, & $11\frac{5167}{1024} = x$;
 Hinc

Hinc colligitur $2t = \frac{5046075}{18374368}$ non tam magnæ infra datum numerum 7 differentiæ; quamobrem altitudo respondens ab eadem

Tom. V.
Supplem.
Sect. VIII.

formula altitudinum deducatur quæ = $144 \frac{193653}{524288}$ ped. a vera quæ sita paululam superatur. Hæc igitur vera (partita bifariam

majoris ac minoris differentia) esset quam proxime $144 \frac{3128197}{4194304}$ Pag. 346.
pedum, major quidem quam 144, at minor quam 145. Atque ita de aliis similibus.

His porro ostensis probandum restat, quod si quis primam solvendi problematis methodum, globo plumbeo diametri tantum semipollicaris ad experientiam usus, adhiberet; non parum discrepantem quæ sitæ altitudinis mensuram inveniret, proindeque satis notabiliter a vero propter neglectum prorsus in calculo aeris impedimentum erraret. Sufficit autem si præcedentis exempli habita ratione demonstremus, pondus requiri ita grave, ut altitudinem pedes 144 excedentem & 145 non adæquantem percurreret citius quam globus ille, hoc est, ut tempus experientię daretur brevius intervallo septem semisecundorum. In

formula (B) supra, qua numerus 144 ducendus est in $18 + \frac{2t}{4} - 3$

$\sqrt{(36 + 2t)}$, scribantur pro $2t$ valor $\frac{29}{108} + 2\sqrt{9\frac{2}{3}}$ exprimens summam temporum cujusdam ponderis deorsum moti & soni sursum subinde transmissi. Fiet $\sqrt{(36 + 2t)} = \sqrt{(36 + \frac{29}{108} + 2\sqrt{9\frac{2}{3}})}$

$= 6 + \frac{1}{6}\sqrt{9\frac{2}{3}}$ præcise; $\frac{2t}{4} = \frac{29}{432} + \frac{1}{3}\sqrt{9\frac{2}{3}}$; & $18 + \frac{29}{432} + \frac{1}{3}\sqrt{9\frac{2}{3}}$

$- 18 - \frac{1}{3}\sqrt{9\frac{2}{3}} = \frac{29}{432}$, in quem ducto 144, si productum $\frac{32}{3}$

multiplices per 15 ped. habebis 145 pedum altitudinem quæ sita majorem. Insuper ponatur pro $2t$ in eadem solutionis 1 formula alius valor $\frac{1t}{12} + 2\sqrt{9\frac{2}{3}}$; evadent inde $\sqrt{(36 + 2t)} = 6 + \frac{1}{6}$

$\sqrt{9\frac{2}{3}}$ præcise, $\frac{2t}{4} = \frac{1t}{12} + \frac{1}{3}\sqrt{9\frac{2}{3}}$; & $18 + \frac{1t}{4} - 3\sqrt{(36 + 2t)} = \frac{1t}{12}$

in quem ductus 144 producit $9\frac{2}{3}$, cujus per 15 pedes multiplicatio dat 144 pedum altitudinem invenienda minorem. Atqui duorum temporum, quæ primam solutionem problematis ad has

Tom. V.

Cc

men-

Tomi V. Supplem. Sect. VIII. Pag. 348. 1117. 522

menturas non omnino congruentes redigunt, utrumque a tempore observato semisecundorum $7 = \frac{1}{10} + 2\sqrt{9\frac{3}{4} + \frac{1}{11}} = \frac{11}{12} + 2\sqrt{9\frac{3}{4} + \frac{1}{11}}$ superari patet. Ergo tempus descensus ponderis altiusque foni hinc primæ solutioni ad inveniendam altitudinem, cuius mensura inter 145 & 144 pedes cadere ostendimus, conveniens, quum medium quoddam inter ista duo tempora necessario (tenetur) brevius quoque eodem observato 7 semisecund. tempore esse debet: Nec per consequens sine aliquo errore æquale ipsi in hac nostra solutione et poneretur, ad nimiam quippe altitudinis questite mensuram perduceret. Graviora certe quam est globus plumbeus diametri sex linearum calculo secundæ solutionis commodus, pondera requirit ulus calculi solutionis primæ medium aerum, penitus liberum supponens.

Ceterum hic opera pretium est determinare aut in primæ solutionis problematis methodo talem ponderosi globi diametrum, ut illi cadenti aer obvius quam minimum possit, aut in secundæ methodo aliquam imminutionem motus ab initio descensus sensibilem ob aerem demotum, data globi mole cuius in ima tueris igni infuso sufficiens ignis producat. Quid in hac questione satis abstrusa calculus algebraicus noverit. Physici nostratus sæpe laudati tentamine & experimentis auxilio audeat, sequenti scholio

erat exponere. S. C. H. O. L. I. V. M. I. I.

Sunt, quædammodum supra suo loco diximus, motus mutui in quibuslibet secundorum horariorum numeris: elixi motus, ut vel pedis Parisinæ potest, ut vel pedum Parisiorum autem motus minime quum 15 illi pedes qui per medium vacuum sive omnimodo liberum & gravibus æternum motis perpendiculariter confiterentur unius secundi horarii intervallo. Quæ quidem spatii verticalis quantitas propter impressum aeri depulso motum eodem tempore transiret, ut vel pedum Parisiorum vel pedum 8, ut vel 30m (30m — 2 — 3m + 60m — 5) √x : 2m (C) verticalia spatia quæ intra

tempus per minuta secunda computatum √x a ponderibus cadentibus transmitterentur minora in medio aëri quàm in vacuo.

48. (30m — 2 — 3m + 60m — 5) √x : 2m + 2 + 2 √x esse similia spatia intra tempus uno secundo addito sumptum majus 2 + √x, motu continuato ab iisdem ponderibus in aere deorsum peragrata manifeste consequuntur.

59. (30m — 2 — 3m + 60m — 5) √x : 2m (L) sunt ergo intervallo intra unum secundum horarium decursa, quibus ab invicem differunt spatia in Articulis præcedentibus 4 & 3 expressa. Illorum autem intervallorum semper maximum dari, post certum motus

motus deorsum continuati tempus, Regula de maximis & minimis beneficio calculi differentialis seu quantitatuum indefinite exiguorum proprii adhibita sic demonstrat.

Duo termini formulæ præcedentis (L) variables $-3x + (60m - 5)\sqrt{x}$ mutantur in differentiales $-3x^1 - \frac{1}{2}(60m - 5)x^{-\frac{1}{2}}$

id est $-3 + \frac{1}{2}(60m - 5)\sqrt{x}$; quibus positis $= 0$ quoniam maximi nulla est a majori altero differentia, resultat $\sqrt{x} = (60m - 5) : 6 = 10m - \frac{5}{2}$ (N) pro numero secundorum horariorum quæ ab exordio descensus elapsis grave, ad perpendicularum cadens, intra secundum horæ continuo subsequens percurreret maximum spatii verticalis incrementum. Illo numero in locum \sqrt{x} ejusque quadrato in locum x subrogatis in eadem formula (L) obtinetur hujus incrementi maximi mensura $= ((60m - 5)^2 : 4 + 360m - 24) : 24m = (60m - 5) : 24m = 1 : m + 15$ (P).

Nota maximum illud incrementum spatii a gravibus aerem permeantibus deorsum confecti certum esse terminum quem ultra nec ului prob ematis propositi nec calculo secunda solutionis nostræ ullus est locus; ut ex sequentibus patet.

Ad explorandam alicujus præcipitii depressionem, quo modo in hoc problemate præscribitur, haud consentaneum videtur pondera globo plumbeo diametri semipollicaris minora in profundum demittere, ab simplicioribus experimentis hinc opstaret aerem facile vitare, & sic velocitate temporis secundum sagittæ ut ferretur sic intensiori. Atque hic globus, qui pro prima experientia hujusmodi experimentis habundat, est, si perpendiculariter in ære descensus trahatur spatium non minus quam 973 pedum tantum ad maximum ejus incrementum perveniret. Teste enim experientia a Di. Mariotte accuratissime quam fieri potuit habita, globus ille ex quindecim pedibus in vacuo transmissis statim superius eam amittens in aere, & unde, & sicut jam diximus, $\frac{1}{m}$ facto $= 1$ sequitur $1 = m$; quo datur $10m - \frac{1}{2} = 10 - \frac{1}{2}$

Pag. 349.

$= 9\frac{1}{2}$ scilicet secund. horariis pro tempore \sqrt{x} descensus ad maximum usque spatii verticalis incrementum uno secundo peragendum, nempe ex formula (P) æquale pedum quantitati $9\frac{1}{2} + 15 = 140\frac{1}{2}$ ped. Verum quia perpendicularis 950 pedum altitudo circa terram habitabilem diffinitione invenitur, & formula superius notata (C) numeris $9\frac{1}{2}$ & $84\frac{1}{2}$ in locum \sqrt{x} & x substituitis præstat $1260 + \frac{1}{11} = 427\frac{1}{11} = 833\frac{1}{11}$ cujus cum $140\frac{1}{2}$ summa est æqualis 973 $\frac{1}{11}$ pedibus; liquido constat tale spatium

Tomi V. tium verticale inter altitudines quæ ad problematis propoſiti
 Supplem. ulum calculumque ſecundum attinent, nullatenus compræhen-
 Sect. VIII. dendum eſſe: quanto magis earum numero excludenda ſunt
 ejusmodi ſpatia a plumbeis majorum diametrorum globis per-
 agraſanda.

Nota etiam, idem ſpatii ad horizontem perpendicularis ma-
 ximum incrementum eſſe quidam comparationis medium; quo
 globis plumbeis quarumcumque diametrorum collatis cum glo-
 bo diametrum ſex linearum habente, determinari ſas præſe-
 queunt, aut datis eorum diametris quantitas $1:m$ demenda ob
 aeris impedimentum ſpatio 15 pedum quod primo deſcenſus ver-
 ticalis minuto ſecundo globi illi per vacuum decedentes tranſi-
 rent, aut data iſta quantitate ipſorum diametri donec expe-
 rientia rem explorare commodum ſit. Quæ quidem compara-
 tio hoc nititur principio, quod ejuſdem materiei globis intræ
 idem fluidum movendis reſiſtitur in ratione quadratorum (d^2 ,
 d^2) ex illorum diametris (d , d). nec reſiſti poſſet ſine aliquo
 impulſu, ideoque niſi cum certis velocitatibus (v , v) per quæ-
 dam ſpatia (e , e) determinato tempore, id eſt cum conato
 quodam (ed , ed) qui quum eo tendat ut fluidi volumi-
 na ſoliditatibus globorum immerſorum æqualia in ratione d^3 ad
 d^3 de loco dimoveat, æquipollet quantitatibus ſeu designati
 poteſt expreſſionibus d^3 , d^3 . quare habetur $edd = d^3$, $edd = d^3$.
 Præterea ſpatia verticalia (e , e) de quibus fermo nunc nobis
 eſt, reſpondentia, utpoſe omnium ſimilium maximæ, certis ve-
 locitatibus (v , v) quæ non ereſcunt amplius, ipſas velocitates
 conſtantes æqualibus temporibus (exempli cauſa iſdem genere
 ac numero ſcrupulis horariis) metiuntur. Licet ergo tunc ana-
 logice in locum expreſſionum v , v expreſſiones e , e ſubſtitue-
 re; quod dat $ed = ee$, $ed = ee$, ac conſequenter $edd = d^3$, edd
 $= d^3$ hoc eſt reductione facta $ed = d$, $ed = d$; unde tandem col-
 ligimus $e = \sqrt{d}$, $e = \sqrt{d}$ quantitates quarum eadem ratio eſt æ-
 que horum ſpatiorum, quæ unius ſecundi tempore per medium
 vacuum Sphæræ homogeneæ (quales ſunt duo globi plumbei
 diverſorum diametrorum 6. lin. & 4. lin.) deorſum proprio pon-
 dere motæ conficerent maximis velocitatibus acquiſitis. Secun-
 dum itaque principium iſtud poneretur analogia $\sqrt{6}|\sqrt{4}||140$
 $\frac{1}{2}|| (60m - 5) : 24m - 1 : m + 15$, ex qua eliceretur $1^o. 336$
 $\sqrt{\frac{1}{2}} d = 3600m + 1 : m - 240$ (G) ubi per litteram d quaſita glo-
 bi plumbei diameter in partibus unius pollicis duodecimis ſeu
 certo linearum numero exprimitur; at per litteram m nihil
 aliud ſignificatur quam numerus, qui ex nota vel data $1 : m$

pedemque partem pedis in se 23 quantitate resultat quomodo Tomi V.
modum superius notavimus. Supplement.
Sect. VIII.

$m + \frac{1}{100} = 0$ (H) in qua equa-

tione, secundi gradus, suppositis brevisatis causa 3361 $\sqrt{\frac{1}{100}}$

360000, habetur $m = \frac{1}{30} + \frac{1}{100} + \sqrt{\left(\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{100}\right)^2\right)}$

estque d notus numerus linearum aut partium line-
diametri globi dati constituentium, massa ex plumbo con-
stitit.

E x p l u m

Quæritur, ejusmodi diametri esse debet plumbeus Sphæra, ut

in primo verticalis casus secundo horario, propter aeris imp- Pag. 351.
differtum, ex 15 pedibus in vacuo conficiendis tres emitte-

ret, sive ut per aerem propria gravitate perpendiculariter pro-
ceps, 12 tantum pedes Gallicos primi primi minuti horarii per-

te sexagesima percurreret. Statuatur $\frac{1}{m} = 3$; sit $m = \frac{1}{3}$, quod lab-

rogato in præcedente equatione, specifica (G) statuit particu-

laris 3361 $\sqrt{\frac{1}{3}} d = 1400 + 3m = 1400$, id est $\sqrt{\frac{1}{3}} d = \frac{1400}{\sqrt{3}}$. Hinc
Sphæra proposita diameter invenienda cognoscitur esse $d = \frac{1400 \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$
unius tanæ, paulo plusquam pars ejus tertia, & aliquanto mi-
nus quam dimidia.

Eadem methodo sed diverso prorsus exemplo invenendum sit,
quam haberet diametrum globus plumbeus, cujus scilicet pon-
dere aerem pertransiens motus sic ab initio retardaretur, ut pri-
ma primi minuti horarii sexagesima spatium una tantummodo
centesima pedis parte a pedum quindecim longitudine differens
pertransiret. Propter datum hic $1 : m = \frac{1}{100}$, scribens numerum
100 pro littera m , equationem specificam supra affectam nota
(G) mutabis in peculiarem, 3361 $\sqrt{\frac{1}{100}} d = 360000 + \frac{1}{100} = 1240 =$
 $359760 \frac{1}{100}$, unde colligatur $\sqrt{\frac{1}{100}} d = 107 \frac{11101}{10000}$ & $d = 68744$
 $\frac{16419716003}{1641601000}$ lineis, quæ sita diametri mensura notatu digna, quip-
pe quæ hexapedas 79, pedes 3, pollices 4, & lineas 8 $\frac{16419716003}{1641601000}$
adzquaret. Certe globus plumbeus hujusce diametri ea mole for-
ret, ut ad usum problematis propositi, non magis, imo mul-

Tomi V.
Supplem.
Sect. VIII

A C T I O N. E R A D I S C O B a bul
to minus quam primus supra inventus diametrum dimidia-
nea minorem habens, accomodari posset. Hic enim non
crassitie, ille nimia exilitate prorsus esset inutilis. At hic non
siderare ambos licet tanquam extremos, quos ultra citraque nuli
lus datur globus materiei præter aurum ponderosissimæ huic
Longimetrie experimento idoneus. Etenim molem habeat non
tantum portatu facilem verum etiam ad ictum valide infligen-
dum aptam, cui præterea decidenti medium aerium quam pa-
rum obstat, necesse est. Si quos ergo experientie convenien-
tes reperire est, medii inter illos duos, ut competere videbitur,
assumendi sunt.

Pag. 352. At sufficiat hic nobis nostri calculi beneficium ostendere, pro
globis plumbeis aut pollices duos præcisè aut pollices quatuor
austos uno semisse longam habentibus, spatii segmentum non
minus quam vel semissem vel trientem unius pedis ob aeris im-
pedimenta demendum esse spatio verticali quod propria gravitate
præcipientes primo casus sui scrupulo secundo percurrerent.
Detur 1^o diametra quantitas $d = 2$ poll. = 24 lin. Erit $\sqrt{d} = \sqrt{24} = 4.898979485$
 $d = \sqrt{24} = 2$; qui numerus æquationem superius affectam nota
(H) mutat in $m = \frac{1101}{1000}m + \frac{1}{1000} = 0$; unde concluditur $m =$
(3481 + $\sqrt{12113761}$) : 3499; cuius præcisi valor inter $\frac{1101}{1000}$
& $\frac{1102}{1000}$ cadens, paululum superat numerum $\frac{11}{10}$ paululumque
superatur a numero 2. Quadratus enim perfectus 12113761 ex
radice 3481 est major, perfectus vero 12110400 ex radice 3480
est minor quam imperfectus 12113761. Itaque hoc casu immu-
natio $\frac{1}{10}$ unum pedis semissem paulisper excederet. 2^o autem
ponamus $d = 4 \frac{1}{2}$ poll. = 54 lin. tunc habebimus $\sqrt{d} = \sqrt{54} = 7.348469228$
atque inde eandem æquationem (H) supra generaliter incoa-
tam reducemus ad particularem $m = \frac{1101}{1000}m + \frac{1}{1000} = 0$ quæ resol-
vitur in $m = (3441 + \sqrt{1183881}) : 2400$ valoris inter $\frac{1101}{1000}$ &
 $\frac{1102}{1000}$ positi, idest, majorem quam $\frac{11}{10}$ ac minorem quam
 $\frac{1101}{1000}$ quandoquidem quadratum imperfectum 1183881 perfectius
11840481 ex radice 3441 factus superat, & ab eodem imper-
fecto perfectus 11833600 ex radice 3440 genitus superatur. Pa-
re modo de reliquis similibus, si opus sit, inquiri poterit; quo-
rum moles multo magis augeri quam impedimentum aeris minui
deprehendat qui requireret. Quod profecto ad usum problematis
propositi promovendum minime confert.

Quapropter omnibus perpenis hocce Longimetrie problema
phylico-mathematica subtilitate potius quam physico-mechanica
utilitate notabile mihi videtur: Et facile adducor ut credam, il-
lud

lud a doctissim^o Autore libri cui titulus est *Philosophia naturalis principia mathematica*, Geometris propositum fuisse, ob eam præcipue causam, quod in suo genere, non minus quam alibi non pauca, Naturam, etiam plerumque sagacissimis hominibus investigationibus inaccessam, Geometricam esse manifeste ostendat.

Tomi V.
Supplem.
Sect. VIII.

Mense Maio Anno 1713.

L. S. SCHMIEDERI OBSERVATIO,

Sect. IX.
Pag. 408.

De *Seminis Regressu ad Massam Sanguineam.*

Mihi nonnunquam variis de rebus naturalibus, corpore humano ejusve structura mirabili, motu atque humoribus corporis, &c. meditationes instituenti, inter alia quoque paulo intimius sese considerandus obrulit liquor genitalis. Hujus naturam, constitutionem, partes constitutivas, vasa, receptacula atque secretionem, cum paulo penitius aliquando mecum ponderarem, menteque ultro citroque volverem, de ejus MOTU, non autem EJACULATORIO, in amplexu venero, vel alia nefanda titillatione excitato, nec intestino, de quo, cum spirituosius sulphureisque partibus copiosis polleat, non dubitandum est; sed progressivo quodam, & suis iterum receptaculis ad massam sanguineam, nonnulla in mentem mihi venerunt, meque, ut tam diu crederem istum atque assererem, adegerunt, donec contrarium clare, manifeste atque apodictice mihi fuerit demonstratum. Evolvi igitur hanc in rem multorum tam veterum quam recentiorum libros & Anatomicos & Physiologicos, sed irrito semper fere successu, parum enim vel nihil de hoc seminis motu progressivo vel ejaculatorio reperire potui, præterquam apud Hippocratem in *Lib. de Nat. Pueri*, S. III. p. m. 240. Edit. Edf. *Externam* Relins in *L. de Ordine*, C. Masbaf. *Rara Genitali*, cap. 1. pag. 184, & *Danielens Tauri*, in *notis Anatom. variis*, illustr. C. Edit. Lat. pag. m. 192, 193, & pauca quædam apud *Francisum Bayle*, in *Isis*, Physic. Tom. III. pag. m. 368. Verba Hippocratis, in quibus umbra hujus sententiæ latet, ita fluunt: *ἡ δὲ τὰ πρὸ τοῦ γυναικείου, ἢ σαρξ ἀπὸ τοῦ γυναικείου, ἢ ἡ ἐν τῷ σπέρματι, ἢ τὰ ὁρίδια συνέρχονται μάλιστα, ἢ ἐν τῷ πρὶν χρόνῳ. & paulo post: ὁρίζοντες δὲ τὸν ἄνδρα καὶ τὴν γυναῖκα γίνονται, διὰ τὸ*

τὸ

Tom. V. τὸ αὖ ἐβῶσιν, ἔτι γενειῶν, λεῖόν τε γίνονται ὅλοι, ὅτι
 Supplem. ἡ ὁδὸς τῇ γονῇ ἐκ ἐπιχειρομένη, ἐκ ἀραιῶ τῆν ἐπιχειρομένη.
 Sect. IX. δα ἐπὶ τοῦ ζυμπαυτι δερματι. ἀπολέληται γὰρ ἡ ὁδὸς τῆς
 Pag. 409. γονῆς ὥσπερ μοι εἶρηται ὀλίγον πρότερον. Ex his verbis non

obscure patere arbitror, Hippocratem de regressu seminis ad sanguinem & corpus sermonem fecisse, cum ab hoc sc. spermate, carnem ac extrema cutis rarefieri, quo barba pilive in pube egredi queant, ab ipso asseratur, quod jam via nunc geniturae facta sit, quae autem ante pubertatis aanos atque in Eunuchis ipsi sit adhuc intercepta. *Rolfincius* l. c. paucis ejus mentionem injicit, simul autem quoque negat hanc seminis circumlum, ut ex sequentibus patebit, quae ita se habent: „Circulationis ambitiosum nomen non indulget curiosis quietem. Vnde detur semen non circulari, neque in testibus, neque extra testes. Animositas, quam testes addunt corpori, non adforis benda est τῷ ὄγκῳ, ἀλλὰ τῇ δυνάμει, moli, sed virtuti. Inficias ire nolumus, cum sanguis a nutritione testium residuus in venas reassumitur, atomos quasdam feminales isti permisceri. Verum, haec verba seminis regressum ad sanguinem negare non possunt, tanta vi non gaudent, nec atomi quaedam ad animositatem corpori conciliandam, vigorem roburque ipsi addendum, sufficiunt, haud enim exigua, ad hoc praestandum earum requiritur quantitas. *Dr. Tassary* loc. cit. de spermatis usu, respectu individui differens eoque considerans, ob ejus effectus in corpus observabiles, dubio procul in hanc, de seminis motu circulatorio, venit opinionem. Integrum locum ex isto, dignus enim est, qui legatur, afferemus, qui ita se habet: „Nemo est hominum, qui semini nostram nos debere originem, illudque nos immortales quasi reddere, dum redivivos nos in aliis Euntibus nobis similibus sistit, in dubium vocet: At vero usus, quos subjecto, in quo producitur, praestat, explicare & cognoscere, id vero paulo est difficilius. Attamen illud quendam nobis perfectionis, vigoris & roboris gradum largiri cernimus, quoniam Eunuchi, foeminae, ac illi, qui per continuos actus venereos nimium enervantur, fere instar infantum ac puerorum imbelles & imperfecti existunt. Ob eandem quoque rationem barbam producit, & vocem magis gravem reddit. Quandoquidem inter Eunuchum & alium hominem nulla alia intercedit differentia, nisi quantum ad liquoris hujus generationem attinet, credere fas est, ipsum hunc liquorem in massam sanguineam revertentem, egregios hosce nobis afferre fructus. Haec sunt hujus Autoris verba atque argumenta, quibus

bus nunc quoque nostras addemus rationes pro hac sententia confirmanda. Primam & potissimam fere vesicularum seminalium parvas constituit, atque continuus ac quotidianus ad has seminis affluxus. Quod parva sint, ex oculari inspectione patet, longitudine enim vix tres digitos transversos excedunt, latitudine autem & crassitie transversum fere digitum excedunt, quanquam in uno latere quam in altero plerumque paululum deprehendantur majores. Perpendat nunc quis secum continuum ad vascula hæc exigua & quotidianum seminis accessum, quem nemo, nisi simul etiam absurde & contra omnem rationem sanam atque experientiam, sanguinis circuitum, omnium in toto corpore humorum & laudabilium & illaudabilium secretionis autorem, negare velit, inficias ire potest. Perpendat, inquam, continuum hunc seminis accessum vesicularumque seminalium exiguitatem, quæ ad tantam seminis tantummodo quantitatem, quæ intra sex, septem vel octo hebdomadam spatium colligitur, (de multis annis jam non dicam) recipiendam, atque tam diu, donec homini legitime cum muliere congregiendi concedatur potestas, retinendam, nequaquam sufficit. Hæc itaque cum inter se coherere nequeant, utique semen iterum abire, & quidem ad massam sanguineam corpusve, necesse est, ob rationes tum supra a *Domino Taury* allatas, tum adhuc afferendas. Corporis temperies mutata, quæ post castrationem observatur, hunc seminis motum regressivum aperte satis quoque indicat. Observamus enim, quod animalia post testium exsectionem fiant pinguiora, languidiora, minusque animosa. In Eunuchis præter alia & hoc attendendum, quod pili in barba pudendisque ante castrationem ipsis non decidunt, & nondum in barba aliisque partibus egressi, nunquam nasci observentur, secus ac alias in non castratis fieri solet. Accedit etiam, quod ab hac virilitatis privatione vox mutetur atque acuta fiat. De Cervis ad congressum jam aptis fertur, quod, si depolitis cornibus, quæ singulis annis dejiciunt, mox sua priventur virilitate, nunquam postea ipsis nova renascantur cornua. Testantur ulterius hunc seminis motum per corpus odor atque sapor graveolens in nonnullis animantibus brutis eorumque carne, nec non certa istorum coeundi periodus, quam servare observantur, ut experientia testatur. Ubi vero latet seminis copia, quando animalia cum fœmellis non congregiuntur? Vellet quis dicere, semen hoc tempore non secerni, respondeo: quod contra rationem atque experientiam ejusmodi homo tale asserens loquatur. Adfunt enim organa secretioni destinata, quæ nunquam suis in muniis rite obeundis juxta naturæ leges segniora depre-

Pag. 411.

Tom. V.
Supplem.
Sect. IX.

Pag. 412.

henduntur. Adest materia, sanguis nempe arteriosus, a quo semen separatur. Docet quoque experientia omni tempore seminis in animantibus praesentiam; disseccatur enim modo animal, quocumque tempore lubeat, semper vesiculae seminales spermate, eoque recenti, turgida apparerunt. Potro, credo, quod non seminis in corpore esset circulus, a scortationibus plane non abstinere possent homines, nempe non uxorati, ob accrescentem spermatis copiam, ejusve exinde continuum ad nefandam libidinem exorientem stimulum, ut taceam varia eaque gravissima morborum genera, quae ex spermatis abundantia, si nullo modo (excepto conjugio) imminui deberet, exoriri possent. Verum enim vero, scortationem abominatur Numen sanctum, eamque severissime in sacro Codice prohibuit, quod non fecisset, si homini nulla media ad ejusmodi scelera evitanda concessisset. Nonne, si secus statueremus, causa peccati in Deum recideret? quod vero absonum atque blasphemum. Quid dicendum est de Patriarcharum aliorumque virorum sanctorum castitate? annon in hac etiam seminis circulatio deprehenditur? credibile est omnino. Adfuit in istorum corporibus sanguinis continuus circulus atque continuus spermatis secretio, eadem habuerunt secretionis organa atque partes, nec inordinatas tamen exinde perceperunt cupiditates, vixerunt enim vitam sanctam, victu tenui & simplici contenti fuerunt, ut ipsi sacri Codex de iis testatur. Potest sic eodem modo homo, si modo facere velit, ut debet, legesque sanctae ipsam jubeat, caste vivere. Semen enim juxta naturae leges sibi praescriptas, hominem ad talia peccata committenda concitare haud valet, quantum enim ejus e sanguine ad vasa seminalia accedit, caesum etiam iterum secedit atque ad sanguinem abit. Potest vero omnino corrumpere & turbare hunc spermatis motum homo, quando in Diata excedit, variisque vel spermatis copiam nimis augmentibus, vel actiorem reddentibus, vel vasa obstruentibus, seminisque stagnationem ejusque corruptionem excitantibus, vescitur, ut adeo postea non mirum sit, sapissime inordinatos motus, concupiscentias pravas, variaque inde exoriri morborum genera. Non improbable etiam videtur, inter *Euraxis uterini*, *f. Hy-steromanie*, *Priapismi*, *Satyriaseos* causas morbificas, spermatis stagnationem ab obstructione ortam, indeque contractam acrimoniam, interdum quoque esse referendam. Pater hos vel exinde, quod, si in quibusdam subjectis foemineis, *Euraxis uterino* affectis, moscho & ambra fricantur pudenda vel ejusmodi enigmata applicantur, insignem materiam ejiciant spermaticam cum pra-

presentanea mali levatione. Ex his jam haftenus adductis, abunde nunc patere arbitror spermatis e vasis suis regressum ad sanguinem, atque ex isto iterum ad hæc: sed ubi est via, per quam ad sanguinem deferatur? non satis ista adhuc nobis est cognita, num vero ob insufficientem ejus notitiam neganda? minime. Alioquin rei veritatem nostra ignorantia & diffidentia tollere non potest. Dic sodes, per quasnam vias non raro materia purulenta ex Empyemate Thoracis, ex abscessu in Abdomine latente, ex inflammatione Pleuræ, Pulmonum &c. ad vias urinarias, intestina, fauces deferatur? Videmus enim in Pleuritide materiam quidem ordinarie per os rejici, sed alio quoque tempore eandem una cum urina & fecibus alvinis excludi cernimus. Imo, quod magis adhuc mirandum est, varia corpuscula solidiora, quæ deglutita fuerunt, v. g. acus &c. per vasa urinaria excreta cum urina fuerunt, uti varia ejusmodi exempla in *Miscellan. N. C. A. H. D. I. O. III pag. m. 4 & Añ. E. radior. Mens. August. Ann. MDCCXII. pag. m. 347.* quibus fides non deneganda est, adferuntur. Per quas vias venire ista peregrina corpuscula ad vasa urinaria? per arterias ac venas vasque capillaria secum hæc rapuisse sanguinem, conceptu est difficillimum. Perpendat atque consideret saltem Anatomix peritus ehyli ex ventriculo curiosum & anfractuosum ad sanguinem progressum. Consideret porro sanguinis circuitum per varios anfractus vasque capillaria, atque corpuscula peregrina cum hoc conferat, judicetque, num ista æque facile ad organa urinæ secretoria ferri, & eadem facilitate ac urina a sanguine illæsis vasis separari queant? Supra laudatus Taury, loc. cit. per poros venarum semen ad massam sanguineam iterum regredi, existimat, huncque regressum sic fieri sibi concipit:

„ Semen vasis inclusum, inquit, fermentatur, & ibi morans
 „ quandam acquiret constitutionem, qua antea non gaudebat,
 „ plus nertice motus & subtilitatis acquirit. Quando igitur in
 „ massam sanguineam revertitur, mutationes in illa producit,
 „ quas producere non potuisset, nisi in vasis seminalibus exal-
 „ tarum fuisset. Quando hæc vasa semel repleta sunt, & alius
 „ liquor ad illa accedit, tum antea inibi contentus, in poros
 „ venarum sensim abire cogitur, atque cum sanguine circulans,
 „ spiritus quasi inviscat, retinet & dissipationem illorum im-
 „ pedit. Indeque est, quod postquam insignis hujus olei copia
 „ in actu venero pluribus repetitis actibus est profusa, spiri-
 „ tus aufugiant. Et ex hoc principio debilitas illorum oritur,
 „ qui hoc liquore destituuntur. Eandem opinionem fovet Dn. Bay-

Tomi V.
 Supplem.
 Sect. IX.
 Pag. 413.

Pag. 414.

Tomi V.
Supplem.
Sect. IX.

in suppa allegatus. Ad me quod attinet, credo, quod sperma in testibus & vesiculis seminalibus attenuatum & subtilissimum, per vasa lymphatica, una cum vasis deferentibus sursum in abdomen ascendens, suamque lympham illis in chylofero vaso deponentia, regrediatur, ac chylo & sanguini sic iterum affundatur in usum totius corporis. Optamus, ut Anatomici exercitissimi & Physiologi acutissimi ulterius in hanc rem, inquirant utilissimam, Sed, haec de hac materia impresenti allata sufficiant, quæ L. B. æqui bonique consulat, & si quæ habet his meliora, nostris addat, eaque emendet, quod peramanter rogamus. Cur enim ego, (ut cum Dn. D. Deylingii verbis in *Pref. Obs. Sac. P. I.* finiam) doctiorum judicia refugerem, cum ipse æditorum Virorum sententias libere examinarim, & iudicium de iis tulerim. Certe a Viris in hoc studiorum genere exercitatis admoneri & discere proficuum mihi & gloriosum ducam. sed inde imperitorum iudicium, quod solum fere nostra ætate auditur, secure spernam. Idem enim apud nos usu venire video, quod apud Græcos olim Apollonius CHARSIS mirabatur, ut artifices certent, & iudicent illi, qui non sunt artifices.

Seç. X.
Pag. 464.

Experimentum Coagulationis extraordinariæ

ex *Diario Trevoltienfis Anni 1711. Articulo 174.*
pag. 2120. excerptum.

CL. MATTEI Demonstrator Chymie Regius Monte-pessulano, singularem observavit coagulationem, quam breviter hic describi consuevit duximus. In pulverem scilicet redacta materiam, quæ post destillationem subitam volatilis salis Ammoniaci cum calce factam in corpore restat, & in aqua limpida ad ignem ebullire curavit duarum circiter horarum spatio. Hanc aquam, postea filtravit & aliquam ejus quantitatem evaporari passus est, donec superior superficies pelliculam contraheret. Tum ejus drachmas duas miscuit totidem drachmis olei tartari per deliquium vitro infusus, & exiguo temporis intervallo ad eam consistentiam redacta est mixtura, ut globulos inde conficere liceret, sine damno in tabula huc illucque devolvendos. Affuso spiritu nitri, liquor vero salis ammoniaci prius

Pag. 465.

stinam

finiam recuperavit fluiditatem, affuso utroque tartaro per deliquium Tomi V.
de quo sublatam. Supplementum

L. S. S. O B S E R V A T I O

Sect. XI.
Pag. 527.

D E H I P P O C R A T I S

Purgatione morali.

Hippocratem non tantum egregium atque incomparabilem
fuisse Medicum, verum etiam Philosophum & naturalem
& moralem præclarum, abunde ex ejus constat scriptis, viri
que eruditi tum veteres tum recentiores satis testantur. Seneca
ad Lucil. & in Epistol. XCIV. istum vocat Medicorum maximum
hujusque scientiæ Conditorum. Nicomædes L. I. Epigramm. de eo
ita canit:

Pag. 528.

Ἱπποκράτης φάος ἦν μέγαν, καὶ σώϊτο λαόν
Ἐΐπαι, καὶ ταῦτα, ἦν σπῆναι εἰς αἰδῶν.

Galen, L. de Fin. Med. Præm. hunc in modum de isto scribit. Hip-
pocrates in Libello de Arte eam finivit, ille nimirum, qui sem-
per honorum Autor & Princeps fuit; ejus apud Græcos om-
nes memoria in æternum durabit, quandoquidem publice de om-
nibus est bene meritus. Ex recentiorum numero celeberrimus Ba-
glivius in aureo Lib. de Prax. Med. ad prisc. observat. rat. revocand.
L. I C. I §. III p. 2. de Hippocrate ita judicat: Naturæ non ho-
minis voce loquitur Hippocrates, Medicorum Romulus; cui nec
ætas prisca vidit parem in re medica, nec videbit futura, nisi de-
morem fessipiscant Medici, & velut ab alto somno excitati, vi-
deant; quantum differat historica & mascula Græcorum Medici-
na a speculativa, & pensili novorum hominum. Hæc illè. Natu-
ralis scientiæ peritiam Coi vel solus Liber de Aere locis, & Aquis
testari potest. Matheos quoque, qua Medicus & Physicus pla-
ne carere nequeunt, non fuisse rudem, epistola ipsius ad Thessa-
lum filium conscripta docet, ubi elegantem usum harum scientia-
rum, quæ alias Matheos Universalis nomen gerunt, quod ne-
mo in aliis disciplinis Mathematicis absque earum cognitione ex-
optatos progressus facere queat, exponit atque explicat. Quomo-
do

Tom. V.
Supplem.
Sect. XI.

do Medicus Matheſeos notitia deſtitutus, eruditi nomen tuebitur? Quomodo de Auditu, viſu, potentia muſculorum, corporis vario motu, inflexione, inceſſu, ſanguinis & chyli admirabili circulo & motu, apte, vere & docte absque ejus ſcientia judicare & diſcurrere poterit? Hæc autem *ὡς ἐν παρῶν*. Eruditionem in Philoſophia Morali, quia plane quoque Medicus carere non debet, vel ſola illa locutio *L. de dec. Habit.* quando ait: *Ἰντρον φιλόσοφος εἶναι ἰσόθεον*, poſſet docere, niſi plura adhuc eſſent loca, imprimis *L. de Med. de dec. Habit.* nec non in *Epistolis* ejus. Teſtantur mecum Hippocr. Philoſophiæ moraliſ eruditionem *Petrus Andr. Canonberius SS. Theol. & Med. Doct.* nec non celeberrimus *Thomasius*, iſte in ſuo commentario *Medico-Poliſtica-Ethico-Theologico*; hic in ſua *Hiſtoria Sapientiæ & Stultitiæ* Tom. II. menſ. April. ubi Democritum & Hippocratem ex epiſtoliſ ſiſtit Philoſophos morales. De eodem in præf. pag. 6. ita diſſerit: Conſtare arbitror, Theologos, Juriconſultos, Philoſophos & Politicos parum Hippocratiſ curare opera. Medici noſtri, an præter Aphoriſmos ejus & forte pauciſſimos ejusdem tractatus alios medicos, ejus opera cognita habeant, & an ex centum Medicis unus aut alter ſit, qui forte rogatus de Epiſtoliſ Hippocratiſ et vero reſpondere valeat, an Epiſtolas ſcripſerit Hippocrates? & quid om̄ contingant? ab iſſis edoceri mallem, quam animi ſententiam. mei iſſis ſincere exponere. Ceterum & hinc inde Hippocrates de ſuo admiscuit monita nonnulla & ſententias morales aureas omnino, & (ut ſtultitiæ ſeculi mei accommodem, Conſutii Sinenſis doctrinam, utpote novam & ad æmulationem in Diariis Eruditorum excerptam, ut rem rariffimam ſuſpicienti) plus quam Conſutianas. Quamvis non diſſidendum ſic, Hippocratem in Epiſtoliſ, magis opere & exemplo, quam doctrina monſtrare Philoſophum moralem, &c. Plura teſtimonia pluraque loca de Hippocr. notitia morali adduci poſſent, ſed non opus eſt ut in hac re ſimus prolixi. Adſpiciemus ſaltem unicum locum, qui occurrit in *L. de Dec. Habit.* ubi Medicinam cum ſapientia comparat, eam Medico ſuadet, interque alia verba, *Purgativum* in vita *utilium* atque *neceſſariorum* mentionem injicit. Quid itaque ſint hæ purgationes utiles, in quo conſiſtant & quo ſenſu demum accipiendæ ſint, nunc videbimus. Quo autem res clariores evadat, & in eorum gratiam, qui Hippocratiſ opera non poſſident, L. B. pace, integrum Latinis verbis huc transferemus locum, qui ita ſe habet: Quapropter prædicta ſingula colligere oportet, & ſapientiam ad Medicinam traducere, & Medicinam ad ſapientiam

sapientiam. Medicus enim Philosophus, Dæo æqualis habetur. Nam non multum inter se differunt, & quæ ad sapientiam requiruntur, in Medicina insunt omnia, pecunia contemptus, verecundia, reverentia, modestia in vestitu, bona existimatio, iudicium, levitas, promptitudo, mundities, sententiosa eloquendi concinnitas, ad vitam utilem ac necessariarum Purgationum cognitio (ἐνδύσεις τῶ πρὸς βίον χρεῖσιν καὶ ἀναγκαῖων καὶ ἀπορίων), abstinentia a mercimoniis, superstitiosi Deorum metus, averfatio, præstantia divina &c. Quot verba, tot memorabilia in iis latent. Nos tantum explicationi τῶ καὶ ἀπορίων inhærebimus. Per hanc vocem τῶ καὶ ἀπορίων, sunt qui expiationes intelligunt, dicentes, Hippocratem hisce verbis Medicis expiationes seu purificationes fuisse, easdemque in usum olim ipsummet vocasse. Verum, quia constat, expiationes absque superstitione haud fieri potuisse, Hippocratemque multis in locis superstitionem rejecisse atque damnasse; hoc loco per τὸ καὶ ἀπορίων expiationem superstitionem intelligi posse ac deberi, nequaquam probabile videtur. De purgationibus proprie sic dictis quoque hoc loco minime sermo esse potest, quod ex contextu clarum est, quamquam alii τὸ καὶ ἀπορίων pro purgatione in sensu Medico, accipiant, uti hoc facit Dn. D. Alberti in *Diff. de offic. Medici circa Adiphora*, pag. 6. ubi sic locum hunc exponit: *Purgationum, seu sponte sentium sive per medicamenta edendarum*. Audiamus super hunc locum Dan. Glorius iudicium; quod exstat *Histoire de la Médecine Part. I. Livre 3. chap. 18*, ubi sic differt: Melampus ait, aliosque, purgationibus scilicet expiationibus criminum & morborum fuisse usus, supra recensuimus. Et Hippocrates ipse quædam ab iis non plane abhorruisse videtur, alias enim inter scientias Medico dignas refert. Cornarius certe eum sensum verbis hisce tribuit, nec sane alia ratione eadem explicanda videntur. Enimvero h. l. de purgationibus in proprio sensu acceptis Hippocrati non loqui, ex contextu patet, hinc illi commentatores, qui eum sic explicant atque interpretantur, falluntur. Verum enim vero Manuscripti discrepant, & pro καὶ ἀπορίων nonnulli καὶ ἀπορίων habent, qua voce admissa, longè aliùs emergit sensus, ac sic Hippocrates animo longè fortassis ab his diverso fuisse dicendus erit. Præsertim, cum hæ & proximæ voces summa obscuritate laborent. Superstitionis defectus, quem eodem loco in Medico desiderat, vix hanc de expiationibus sententiam admittere videtur, quæ quidem absque superstitione fieri non poterant. Negari interim non potest, Fabium Calvum, primum

Tom. V.
Supplem.
Sect. XI.
Pag. 530.

Pag. 531.

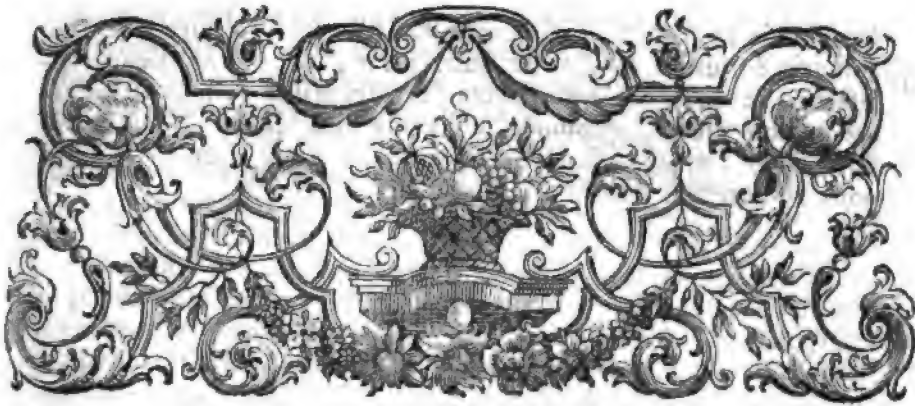
Tomi V.
Supplem.
Sect. XL

primum Hippocratis interpretem sic vertisse, quasi legisset *διὰ τὴν ἀμφοῖν*. At vero nimia superstitio nunquam Philosophis fuit imputata; quos inter tamen & Medicos h. l. Hippocrates compari-
 rationem instituit. Ceterum, ad hanc sententiam convellendam ac avertendam, una libri de *Morbo Sacro* inspectio sufficit, ubi vanos hominum sui temporis mores pravos deridet, quippe qui varias expiationum ceremonias ad hunc morbum expugnandum adhibebant. Hic saltem notamus, illum omnes, qui hoc curationum genere utebantur, cum Magis & Præstigiatoribus uno modio metiri, tandemque hæc in verba, christiano homini, quam Pagano digniora, c. 4. desinere: *Τὰ γὰρ μύιστα τῶν ἀμαρτιμάτων καὶ ἀνομιάντων, τὸ θεῖον ἐστὶ, τὸ κατὰ τὸν καὶ ἀγνίζον, καὶ ἔρπον γυνόμηνον ἡμῖν*. Non ignoro quidem, librum, ex quo hæc attuli, ab haud paucis alii adscribi Autori, quicquid vero hujus sit, maximum argumentum *τῆς ἀδελφιδαιμονίας* Hippocratis est, quod omni in ejus praxi nullum reperiatur remedium, quod superstitionem redoleat. Evolvi potest & alius adhuc locus *πρὸς παρθένων*, cap. 2. ubi Mulieres, Dianæ vestes, a vatibus sic jussæ, consecrantes, *ἐξαπατάμεναι* h. e. *deceptæ* vocantur. Vir quidam doctus, qui Hippocr. in Gallicam Linguam transferre aggressus est, *mentis purgationes* h. l. Medicis *Coum* commendasse sibi persuadet, quæ Philosophos maxime decerent. Alius Vir doctus per purgationes has intelligi existimabat *excusationes*, v. gr. si quis medicum erroris cujusdam insimulare vellet commissi, necesse esse, ut se excusaret, purgaret, ne fama ejus periclitaretur, *Er musste sich purgiren, verantworten, damit er an seiner Renommée keinen Schadenleide*. Provocabat etiam ad hanc
 Pag. 532. opinionem & expositionem confirmandam, ad Jurisconsultos & locutiones nonnullas Latinas, quod Jurisperiti hoc vocabulo utantur, ac *Juramentum*, quo quis culpam a se declinaret, *Purgatorium* appellent, nec non in lingua Latina in hoc sensu hæc vox occurrat. Sic v. gr. *Terentium Heaut.* dicere: *Nescio quid peccati portet hæc purgatio*. *Curt. L. 7. C. I.* Blanda oratione maledicta purgare. *Plaut. Aulul. 4.* Qui homo culpam admisit in se, nullus est tam parvi pretii, quin purget sese. *Cic. pro Sext. Rosc. cap. 14.* De *Luxuria* purgavit *Erucius*, cum dixit, *bunc ne in convivio ullo fere interfuisse*. Hanc meditationem atque interpretationem quod attinet, aliis ulterius pensitandum relinquo, num admitti queat? Certum interim est, quicquid alii contradicant hic & ogganniant, nec de *Purgatione* sic dicta, sive ista fiat per superio-

periora vel inferiora; vel per diaphoresim; nec de supersticiosa
 expiatione, purgatione, cujus olim, testante *Edw. de Herb. de* Tomi V.
Obervary, de Religion. Gentil. pag. m. 272. aliisque, triplex ge- Supplem.
 nus Gentiles inter existit, nempe *Aere, Aqua & Igne*, ob su- Sect. XX
 pra adductas rationes, has purgatis in vita utiles atque neces-
 sarias posse intelligi. Ad me quod attinet, credo, quæcunque
 etiam vox, sive ἡ καθάρσις, in Genitivo pro ἰας Ionic. ἰης,
 sive ἡ καθάρσις, quæ vox, licet proprie purgationem per me-
 dicamenta denotet, tamen etiam alias quoque purificationem si-
 gnificat) inveniatur, quod h. l. per τὴν καθάρσιν, vel τὴν κα-
 θάρσιν vel τὴν καθάρσιν Hippocrates noster purificationem non
 aliquam supersticiosam sed Philosophicam indigitet, quas in vi-
 ta utilissimas putat. Etenim Pythagoreorum & Platoniorum
 Purgationes Morales, docente ipso Porphyrio P. II. Sentent. Cap.
 34. nihil aliud sunt, quam divorcium animi a corpore & irra-
 tionalium passionum motu. Ex hac descriptione patet, cum Py-
 thagora & Platone Hippocratem nostrum, qui isto tempore,
 quo hæc doctrina florebat, vixit, nihil aliud, quam appetitus
 pravi omniumque inordinatorum affectuum abnegationem atque
 depositionem innuere, istamque Medicis suadere & inculcare Pag. 533.
 voluisse. Lucem affundit quoque huic sententiæ, eodem in lo-
 co Hippocratis, encomium medicum, quando Ἰντρός φιλόσο-
 φος, ἰσοθίος appellatur, qualem ἰσοθιότητα vel ὁμοίωσιν τῷ
 Θεῷ Pythagorici affectabant, quamque per media sequentia 1)
 cognitionem sui ipsius, 2) καθάρσιν cum ἐπιστροφῇ εἰς ἑαυτὸν
 conjunctam, & denique 3) ἀνόδον, s. ascensum, vel arctiorem
 quandam cum Deo conjunctionem, Philosophum sibi compa-
 rare posse, credebant. Hinc etiam Plato plus simplici vice in
 Phadone, animæ a corpore recessum, ad ὁμοίωσιν τῷ Θεῷ ne-
 cessarium, commendat, & purgationem describit, quod in hoc
 nimirum consistat, quo, quam maxime possimus, a corpore sejun-
 gamus animam. Credebant enim & ejus sectatores, corpus ani-
 mæ esse carcerem, cui ipsa esset inclusa. Ad hanc itaque di-
 vini spiritus particulam corpori immerfam iterum liberandam,
 Deoque uniendam, pernecessariam ejusmodi esse a corpore ani-
 mæ sejunctionem, vel ut alii vocant, mortem Philosophicam,
 isti docebant. Cum itaque, ut aliquoties diximus, Hippocra-
 tes cum Pythagoreis hac in re convenire videatur, Artemque
 ipsam cum Morali Philosophia loc. cit. compareret, nullumque
 fere proferat verbum, quod non regulam moralem & virtu-

Tomi V. tem in se contineat, insuperque variis in locis ad virtutes Deo-
 Supplem. rumque culturam Philiatros adhortetur, ac ab inordinatis af-
 Sect. XI. fectionibus ac cupiditatibus mentem obscurantibus sedulo dehorretur : non video, quomodo convenientius quam de *virtutibus Purgatoriis* hæ purgationes in vita utiles atque necessariæ, exponi ac intelligi queant.






EXCERPTA
EX ACTIS ERUDITORUM
LIPSIENSIBUS

ANNI 1714.

WOLFERDI SENGUERDII,

Philosoph. Profefs. Ordin. in Academia Lugdunensi
& Bibliothecæ publicæ Præfecti,

Annotationes circumstantiarum singularium circa cohaerentiam hemisphaeriorum concavorum & cylindrorum solidorum.

1.  Cohærentiæ hemisphaeriorum concavorum firmitudo æqualis est, siue ante evacuationem aere omnino repleta fuerint, siue eadem occupaverit aqua, vel solidum corpus hemisphaeriorum cavitati, quam exquisitè fieri poterit, respondens. Cupres sane concava sphæroidea corpora, quorum diametri majores sunt 4 digitorum & 4 linearum, semidiametri vero minores unius digiti & 10 linearum, post subductum aerem clauso epistomio æquale pondus ad directam separationem mutuam

AG. Erud.
An. 1714.
M. Febr.
Pag. 82.

Ad Etnd.
Ad. 1724
M. Feb.

requirunt, siue nihil præter aerem, qui exhauritur, interceperint, siue ligneo corpore sphæroideo, ipsorum cavitati quam exquisita fieri potest respondente, maxima parte repleta fuerint, pauco tantum aere inter ligneum corpus & hemisphæroidea residuo, quod aeris iidem evacuatur.

Pag. 83.

2. Rondus ad hemisphæriorum separationem requisitum non variat pro hemisphæriorum capacitate, aut quantitate materiæ, quam interciperé valent; sed æquale requiritur ad illa dissocianda, siue sphæricæ fuerint figuræ, siue ellipticæ, vel sphæroides; siue duo ellipticæ figuræ invicem adaptentur immediate, siue ipsæ interponatur orbis cupreus, marginibus utriusque respondens, iisque eadem adaptetur methodo, qua concava corpora invicem committuntur, qui orbis foraminulum habet, per quod, dum aer ex altero hemisphærio exantlatur, effluere valeat is, qui altero continetur; siue etiam clauso foramine ex singulis hemisphæriis seorsim aer evacuetur; ut & si orbis alterutri hemisphæriorum adaptetur, adeoque siue decuplo plus vel minus interceperint aeris, qui exhauritur, si modo ea parte, qua invicem agglutinantur & separanda veniunt, diametri fuerint æqualia. Posita autem diametrorum inæqualitate, huic utcumque proportionaliter plus minusve ponderis adhibendum est, quo ab invicem divellantur. Hemisphæria divortium patiuntur, quorum diameter est 4 digit. & 4 lin. appensis libris 275, quorum vero diameter 8 digit. 6 lineas appensis libris 850. Variat tamen utcumque eorundem hemisphæriorum coherentiæ firmitudo pro ratione temporis, quo experimentum instituitur. Cælo calidiore facilius dirimuntur, quam frigido: ut & pro tenacitate pinguedinis marginibus utriusque interjecti, & majori minorive exactitudine, qua pinguedo adimplet spatium utriusque interjectum.

3. Æqualia requiruntur pondera ad eorum separationem perficiendam, siue experimentum instituatur secundum horizontalem lineam, siue secundum perpendicularem.

4. Variat firmitudo coherentiæ pro latitudine marginum, quibus invicem applicantur. Hemisphæria diametrorum æqualium, quorum margines latitudinis sunt unius lineæ, dum appensis 275. libris divortium recipiunt, idem non admittunt, si margines fuerint 7 lineas lati; nisi appensis 357 libris. Evidentius hoc liquet, si quando post evacuata hemisphæria, quorum marginum latitudo variat, aer sensim in illa readmittatur. Hac ratione dum hemisphæria, quorum margo latus est 7 lineas, post evacuatum, dehinc aperto epistomio sensim readmissum aerem, non nisi post appensas 120 libras dissociantur, cum æqualis diametri hemisphæria, quorum margo unica linea utcumque major est, ne quidem quinque libras absque divortio sustinere possint.

3. Ut

Act Erud.
An. 1714.
M. Febu
Pag. 84.

5. Ut divortium patiantur, plus minusve ponderis appendendum, pro ratione temporis & moræ, intra quod idem molimur. Quæ per unicum minutum absque mutuo secessu 250 libras sufferre valent, appenso pondere 200 librarum, interjecto aliquot minutorum intervallo dissociantur. Immo 150 libræ sufficiunt ad eadem separanda spatio octo ad summum 10 horarum.

6. Diversa utcumque etiam pro ratione cœli, nec non glutinositatis ac soliditatis adipis marginibus interjecti, cujusque subsidio externi aeris introitus avertitur.

7. Mediorum, quibus evacuata hemisphæria circumvallantur, raritas & densitas magni etiam hoc in negotio momenti, plurimumque coherentiæ firmitudinem adauget atque imminuit. Sphæroidea enim, quæ appenso 250 librarum pondere illico dissociari supra n. 2. notatum est, quando aere cinguntur libero, si fuerint commissa vasculo cylindri-formi cupreo, cujus altitudo unius est pedis, diameter vero septem digitorum, eorumque alterum firmiter connexam fundo, beneficio annuli ac styli per annulum transmissi atque cochlea firmati, ne appensis ponderibus a fundo separatur, alteri vero adaptata catena cuprea, quæ medium transit operculum, ut & tubulum operculo adaptatum, sex pedes longum, cujus diameter vix sex linearum est, & qui ne quidem sex aquæ uncias continere valet; dehinc aqua repletis ad summum vase ejusque tubo; alteri catenæ extremo appensis mille & quingentis libris, sui non admiscere divortium, catena rupturam patiente.

8. Impræmis vero intenditur ac imminuitur difficultas separationis pro varia determinatione, juxta quam dissociatio eorum tentatur. Hemisphæria enim, quorum margo est 7 linearum, ad quorum separationem directam 357 requiruntur libræ, transversim sive oblique vix octo vel decem librarum pondus uno alterove momento absque divortio sufferre valent.

Quod solida corpora, concavitate destituta, nihil aeris intercipientia, adeoque tota superficie, qua invicem committuntur, contigua spectat, 1. ut eorum divulsio perficeretur, appendendæ fuere.

	dig.	lin.	libræ
Marmoreis albis diametri	2	7	1150
albis	2	1	900
nigris	2	2	900
albis		10	200
æneis	1	11	800
eburneis	2	7	200

Pag. 85

Perinde autem est sive directæ hæc tentetur dissociatio perpendiculariter, sive horizontaliter, quemadmodum observatum supra fuit circa hemisphæria concava.

A&E. Erud. 2. Idem cylindri oblique, vel transversum, multo leviori dis-
 An. 1714 sociantur negotio. Marmorei enim albicantes, quibus ut dire-
 M. Feb. ste separentur, appendendæ fuere. 1150. libræ, transversum pon-
 dere 200 librarum passi sunt divortium.

3. Firmitudo coherentiæ ipsorum diversa est pro statu sive qualitatibus cœli, maxime caloris, aut frigoris, uti supra notatum circa coherentiæ hemisphæriorum.

4. Variat pro glutinositate majori vel minori interjectæ pinguedinis.

5. Diversa etiam est, prout magis minusve exquisito aer fuerit exclusus, vel plus minusve ejus interceptum.

GUIDONIS GRANDI

Solutio duorum problematum Mechanicorum Mathematicis Italiæ a nonnemine propositorum.

Solutio primi Problematis.

Tab. I.
Fig. 1.

CONvenient dati muri EA, FD in angulum B, trabes autem inter hos transversum ductæ, æqualis crassitudinis, & invicem parallelæ in eodem horizontali plano sint AD, EF, &c. Oportet in his curvam describere, super qua si paries ad datam aliquam altitudinem uniformiter erigatur, parum in subiectis trabibus ubique resistentiam invenias:

Pag. 86.

Trabem angulo proximam seu brevissimam omnium bifariam secō in G, & juncta BG, quæ producta reliquas trabes bifecabit in H, b; iterum bifariam secō BG in C, & ex C duco CIS, CKR æquidistantes muris EA, FD; tum per G inter asymptotos CS; CR duco hyperbolam Apollonianam GLI. Hanc dico Problemati satisfacere. Nam trabis AD resistentia in medio G ad resistentiam trabis EF in medio H esset :: EF . AD :: EH . AG :: \overline{EH}^2 . EH x AG; resistentia vero in H ad resistentiam ejusdem trabis EF in L est :: ELF . \overline{EH}^2 ; ergo ex æquo perturbate resistentia in G ad eam quæ in L :: ELF . EH x AG aut (propter EF . EH :: AG . AI vel ES, id est in ratione dupla, adeoque FES = EH x AG) :: ELF . FES; quæ quidem ratio est æqualitatis, nam SLR = \overline{IG}^2 = ES x RF, additisque illic ESF, hic SER æqualibus, resultat ELF = FES; quare & resistentia trabis AD in G = resistentia trabis EF in L; unde idem pondus utrobique pari momento sustine-

sustinebitur; & sic ad eandem altitudinem paries super curva GLI erectus, æqualem ubique resistantiam in subiectis tignis obtinebit. Quod &c.

Ass. Erud.
An. 1714.
M. Febr.

Solutio secundi Problematis per eundem.

Data sit ratio 1. a, ductumque rectangulum ACFD; oportet in ipso duas figuras, veluti DBF, AEC inscribere, quæ datam rationem habeant, sed ita ut prismata super iis ad parem altitudinem constituta (quæ pariter in data erunt molis & ponderis ratione si homogeneæ materiæ fuerint) æqualis invicem sint resistantiæ:

Fig. 2.

Assumatur $m = \sqrt{[(1-3a)^2 + 4(1-a)^2 + a:(1-a) + (1-3a):2(1-a)]}$ & ad axem BE, quo bisariam secantur opposita latera AC, DF dati parallelogrammi, vertice B, ordinata DF describatur parabola DBF, cujus abscissarum x , & ordinatarum y relatio exprimitur æquatione $y^m = x$. Item fiat $n = m^2:(1+3m)$ & vertice E, ordinata AC fiat ad axem EB parabola, cujus æquatio $y^n = x$. Dico has Problemati satisfacere. Nam prima parabola erit dati rectanguli $m:(m+1)$ secunda erit ejusdem $n:(n+1)$ seu, substituto loco n ejus valore, $m^2:(m^2+3m+1)$ itaque prior area ad posteriorem erit :: $m^2+3m+1:m^2+m::$ 1. a, ergo $a = (m^2+m):(m^2+3m+1)$ & ideo $m^2-a m^2-m+3am-a=0$, seu dividendo per $1-a$, fiet $m^2+(1-3a)m:(1-a)-a:(1-a)=0$; cujus æquationis radix $m = \sqrt{[(1-3a)^2 + 4(1-a)^2 + a:(1-a) + (1-3a):2(1-a)]}$ prout supra ponebatur; ergo aræ ipsæ revera datam rationem habebunt. Quod vero prismata super iisdem facta, & respective fulta in basi DF, aut apice E æqualis futura sint resistantiæ, pater, quia aræ, ut diximus, sunt in ratione 1. a, sive $m^2+3m+1:m^2+m$; at etiam distantia centri gravitatis parabole AEC a vertice suo E est $(1+n):(1+2n)$ altitudinis, seu (substituto ipsius n valore) $(m^2+3m+1):(2m^2+3m+1)$ distantia vero centri gravitatis parabole DBF a basi DF $= m:(1+2m)$ ejusdem, seu (multiplicando per $1+m$) $(m^2+m):(2m^2+3m+1)$ ergo distantia centri gravitatis secundæ a vertice est ad distantiam centri primæ parabole a basi in eadem ratione m^2+3m+1 ad m^2+m , in qua reciproce est area prioris ad aream posteriorem; & ideo quæ ex his componitur ratio resistantiarum erit æqualitatis. Quod &c.

Fig. 27.

Act. Erud.
An. 1714.
M. Mart.
Pag. 127.

TABULA ÆGYPTIACA

Hieroglyphicis exornata.

Tab. I. **T**Abulæ huic, ad nos nuper transmissæ, quam depictam hoc loco dedimus, pauca hæc subiecta sunt verba: *Tabulam banc ex marmore Ægyptiaco Ægyptiacis insculptam hieroglyphicis, latam palmis quatuor circiter, totidemque longam, ex ruinis montis Aventini Anno 1709. effossam, illustrissimo & nobili Viro D. Carolo Francisco de Perſon, Præſecto vigilantissimo Regiæ Academia in Urbe bonarum artium matre a Ludovico Magno erectæ, Franciscus de Ficoroni dedicat, vovet ac consecrat.* Nos eam hic nudam repræsentamus, ut eorum provocemus studia, qui in his Oedipum agere gestiant.

Pag. 131. **Philosophiæ Naturalis principia Mathematica,**

Autore ISAACO NEWTONO, Equite aurato.

Editio secunda auctior & emendatior.

Cantabrigiæ, sumptibus Autoris, 1713. 4. Alph. 2. plag. 20.

CUM An. 1687. primum lucem publicam adspexisset opus incomparabile Viri summi, de eo abunde diximus in Actis Anni 1688. pag. 25. & seqq. Nunc igitur nobis suffecerit exposuisse, in quibus nova editio a priore differat. De his ipse Newtonus paucis ita præfatur: *In hac secunda editione multa sparsim emendantur & nonnulla adjiciuntur. In libri primi sectione secunda inventio virium, quibus corpora in orbibus datis revolvī possint, facilius redditur & amplior. In libri secundæ sectione septima theoria resistentiæ fluidorum accuratius investigatur & novis experimentis confirmatur. In libro tertio theoria Lunæ & præcessio æquinotiorum ex principiis suis plenius deducuntur & theoria Cometarum pluribus & accuratius computatis orbium exemplis confirmatur.* Nostrium est, ut hæc expreſſius doceamus. Monemus tamen, nos non ad quasvis minutias descensuros, præsertim si levioris visæ

visæ fuerint momenti, quales esse censemus, si hinc inde in directione quadam immutentur, veluti si statim p. 1. dicitur, *aerem densitate duplicata in spatio etiam duplicato esse quadruplum*, pro quo in priore editione legitur, *aerem in duplo spatio quadruplum esse*, aut cum nunc *subduplicata ratio* vocatur, quæ ante *dimidiata* dicebatur, aut quando nunc legitur: *corporibus resistitur*, ubi antea extabat, *corpora resistuntur*. Alia enim majoris momenti nobis commemoranda supersunt, ex quibus de utriusque editionis differentia iudicium ferre liceat Lectori.

Deprehendimus itaque propositioni primæ sect. 2. lib. 1. quæ aeris & corporibus in gyrum actis radiis ad immobile centrum virium ductis descriptæ in planis immobilibus consistere & temporibus proportionales esse demonstrantur, adjecta esse sex corollaria, quæ in editione priore non comparent; itidemque duo alia ad propositionem secundam, quæ corpora in hypothese præcedentis dicuntur urgeri & vi centripeta ad immobile centrum tendente. Ex ope quorundam ex corollariis istis prop. 4. ratio virium centripetarum in circulo facilius demonstratur, quam in priore editione factum fuerat. Eidem propositioni de novo duo corollaria de novo adduntur, quæ inter hoc est: Si tempus periodicum sit ut radii & potestas quælibet r^n & propterea velocitas reciproce ut radii potestas r^{n-1} fore vim centripetam reciproce ut radii potestatem r^{n-1} & contra Propositione sexta nova est hujus tenoris: si corpus in spatio non resistente circa centrum immobile in orbe quocunque revolvatur & arcum quemvis infinite parvum tempore infinite parvo describat & sagitta arcus duci intelligatur, quæ chordam bisecet & producta transeat per centrum virium: fore vim centripetam in medio arcus ut sagitta directe & tempus his inverse. Inde corollarij instar deducitur, quod in priore editione vicem propositionis sextæ tuebatur: deducuntur & corollaria alia, quæ ante erant omissa. Propositionem septimam generaliore reddidit Author: cum enim in priore editione determinasset vim centripetam corporis in peripheria circuli gyrantis ad punctum aliquod in peripheria tendentem, nunc vim centripetam quaerit ad punctum quodcumque tendentem. Propositione nona additur nova eaque perbrevis demonstratio de vi centripeta ad centrum spiralis tendente: & idem tenendum de vi centripeta ad centrum & umbilicum ellipseos tendente prop. 10. & 11. illius etiam scholio verba quædam adjiciuntur, & prop. 17. scholion generaliter additur, de vi centrifuga, quæ ad punctum quodcumque intra sectionem conicam situm fertur. Ad lemma 27. quo descriptio trapezii specie dati, & cujus anguli ad rectas

Act Erud.
An. 1714.
M. Mart.

Page 132.

Act. Erud.
An. 1714.
M. Mart.

quatuor positione datas, singuli ad singulos consistunt, docetur, monet alias ejusdem solutiones olim excogitasse *Wrennum & Wallisum*. In scholio prop. 31. omittuntur, quæ sub initium ejus tradiderat de modo per constructionem mechanicam determinandi locum corporis in ellipsi moti ad datum tempus. Sub prop. 33. corollarii instar subsumitur, corpus ad datam a centro distantiam in circulo quovis revolvens motu suo sursum verso ascendere ad duplam suam a centro distantiam: ad prop. 49. verò omittitur corollarium 3. aliudque prop. 51. subnectitur, quod scilicet vis, quæ corpus in loco quovis Cycloidis acceleratur vel retardatur, sit ad totum ejus pondus in loco altissimo in ratione arcuum inter locum infimum & loca reliqua data interceptorum. Cum sect. 11. lib. 1. ad explicandam motum corporum se mutuo attrahentium progreditur Autor, notanter monet, se considerare vires centripetas tanquam attractiones, quamvis fortasse, si physice loquamur, verius dicantur impulsus. Se enim in Mathematicis jam versari & propterea missis disputationibus physicis familiari uti sermone. Prop. 73. novum quoddam adjicit corollarium, nempe si ad solidorum similium & æqualiter densorum puncta singula tendant vires æquales centripetæ decrescentes in duplicata ratione distantiarum a punctis, vires, quibus corpuscula ad solida illa similiter sita attrahuntur ab iisdem, fore ad invicem ut diametros solidorum. Inprimis autem notatu dignum est, quod, cum lemmate 2. lib. 2. p. 224. & seqq. rudimenta calculi differentialis simpliciora suo modo expolisset, etiam in nova hac editione non diffideatur. Illustrum *Leibnitium* ejus fundamenta sibi communicasse, cum suum quoddam inventum studiose celaret. Ita nimirum p. 226. in litteris, inquit, quæ mihi cum Geometra peritissimo G. G. Leibnitio annis abhinc (ab anno prioræ editionis, qui erat 1697.) decem intercedebant, cum significarem me compotem esse methodi determinandi maximas & minimas, duocendi tangentes & similia peragendi, quæ in terminis furdis æque ac in rationalibus præcederet, & literis transpositis hanc sententiam involventibus (data æquatione quocunque fluentes quantitates involvente, fluxiones invenire & vice versa) eandem celarem: rescripsit Vir Clarissimus, se quoque in ejusmodi methodum incidisse & methodum suam communicavit a mea vice absconditam præterquam in verberum & notarum formulis. Pag. 236. delentur corollaria quartum & quintum prop. 8. quibus designaverat tempus descensus per spatium infinite parvum. Monuit celeberrimus *Bernoullius* in Actis A. 1713. pag. 142. *Newtonum* ante absolutam novæ editionis impressionem opportune a se per agnatum suum *Nicolaum Bernoullium* admonitum, quæ de ratio-

ratione resistentiæ ad gravitatem per errorem in prior editione statuerat, correxisse & singulari scheda libro suo inseruisse. Id factum esse, collatis novæ editionis cum anteriore & animadvertionibus *Bernoullianis* in eam ostendit & folia dissecta novaque in ipsorum locum substituta utique loquantur, errores prioris editionis etiam in secundam jam irrepsisse. Quamvis autem *Newtonus* correctionem *Bernoullianam* adhibuerit; non tamen diffidebitur, suam problematis solutionem a simplicitate *Bernoulliane* in Actis Anni superioris traditæ adhuc abesse. Mirum vero videbitur nonnullis, quod illam ipsam regulam, per quam observante *Bernoullio* in Actis anni superioris pag. 335. in errores incidit, utpote veris calculi differentialis legibus ab illustri *Leibnitio* stabilitis adversam, adhuc pag. 236. commendat. Propositioni 13. eam amplitudinem in nova editione non dedit, quam ei dari posse observavit celeb. *Bernoullius* loc. cit. p. 143. subsequentis tamen 16. demonstrationem, quam ei revidendam commendat *Bernoullius*, ita emendavit, quemadmodum corrigendam esse docuit Celeb. *Hermannus* in Diario Veneto Tom. VII. anno 1711. edito pag. 217. Adjicit etiam tria corollaria, quæ in editione prior non comparent, & lemma, quod in gratiam istarum propositionum præmittitur, emendat: unde necessario in propof. 75. demonstratione nonnulla immutanda fuer. Quæ vero de corollariis ejusdem propositionis monuit *Bernoullius*, ad ea non attendit, ipsi nempe ante editionem non visa. Prop. 31. prolixum annexitur scholium generale de resistentia aeris per pendulorum oscillationes investigata, quod idem esse deprehenditur cum scholio prop. 40. editionis prioris, quamvis hinc inde nonnulla immutentur, alia omittantur. Similiter omitti deprehendes prop. 33. corollaria 6, 7 & 8, quibus affuerat, projectile in fluido elastico eo difficilius moveri, quo vires centrifugæ sunt majores; resistentiam tardescentium in fluido diminui in ratione minore quam duplicata velocitatis; quo corpora sint majora, eo magis accurate resistentiam tardescentium decrescere in duplicata ratione velocitatis; rationem denique duplicatam magis accurate obtinere in fluidis, quæ pari densitate & vi elastica ex particulis minoribus constant. Terminatur quoque propof. 24. prioris editionis cum suis corollariis & demonstratio vigesima quintæ, quæ nunc est vigesima quarta, parumper mutatur. Nova e contrario est propofitio 25. cum suis corollariis. Illa nempe invenire docet resistentiam globi uniformiter progredientis in medio raro ex particulis quam minimis quiescentibus æqualibus & ad æquales ab invicem distantias libere dispositis constante: his vero asseritur, si globus

Act. Erud.
An. 1714.
M. Mart.
Pag. 134.

Pag. 135.

AÆ. Erud. & particulæ sint infinite dura, resistantiam globi esse ad vim ;
 An. 1714. qua totus ejus motus vel auferri possit, vel generari, quo tem-
 M. Mart. pore globus quatuor partes tertias diametri suæ describit, ut den-
 sitatem mediæ ad densitatem globi ; eandem esse ceteris paribus in
 duplicata ratione velocitatis, vel diametri, seu ut mediæ densita-
 tem &c. Propositiones 36, 37, 38, 39 & 40 ejusdem quidem ar-
 gumenti sunt cum propositionibus ejusdem ordinis in editione
 prioræ ; totæ tamen immutatae. Tractatus autem in hisce de mo-
 tu aquæ per foramen in fundo factum effluentis ; de cylindri in
 fluido compresso infinito & non elastico secundum longitudinem
 suam uniformiter progredientis resistantia orta a magnitudine se-
 ctionis transversæ ; de globi in fluido compresso infinito & non
 elastico uniformiter progredientis resistantia ; de globi in medio
 fluidissimo compresso progredientis resistantia. Resistentiæ quo-
 que fluidorum per experimenta nova ratione investigantur. Eum
 in finem Autor vas ligneum quadratum paravit longitudine & la-
 titudine interea digitorum novem pedis Londinensis, profundita-
 te pedum novem cum semisse, idque aqua pluviali implevit, & &
 globis ex cera & plumbo incluso formatis notavit tempus descen-
 sus per altitudinem 12 digitorum. Sic nempe investigavit resi-
 stentiam in aqua : ut autem eandem quoque in aere experiretur,
 a culmine Ecclesiæ S. Pauli Londini globos duos vitreos simul de-
 misit, unum ærente vivo, alterum aere plenum, utroque per
 altitudinem pedum 220. descendente. Inde quam proxime defini-
 rit partem motus, quem globus in fluido quocumque projectus amit-
 tit. Sit scilicet diameter globi d , velocitas ab initio motus v , &
 T tempus, quo globus velocitate v in vacuo spatium describet,
 quod sit ad spatium $\frac{1}{2}d$ ut densitas globi ad densitatem fluidi, glo-
 bus in fluido illo projectus tempore quovis alio t juxta Nostrum,
 amittet velocitatis partem $tv : (T + t)$, manente parte $Tv : (T + t)$,
 & describet spatium, quod sit ad spatium uniformi velocitate v
 eodem tempore descriptum in vacuo ut logarithmus numeri $(T$
 Pag. 136. $+ t) : T$ multiplicatus per numerum 2302585093. ad numerum
 $t : T$. Quæ in prioræ editione erat propositio 47. in nova est 48. &
 quæ olim erat 48. nunc locum 47. tuetur. Propositioni 49. corol-
 laria duo adjiciuntur, quorum prioræ afferitur, velocitatem pul-
 suum eam esse quam gravia acquirunt, æqualiter accelerato motu
 cadendo & casu suo describendo dimidium altitudinis a (est au-
 tem a altitudo mediæ homogenei, cujus pondus adæquet pondus
 incumbens & cujus densitas eadem sit cum densitate mediæ com-
 pressæ, in quo pulsus propagantur ;) ac inde in posteriore infer-
 tur, eandem esse in ratione composita ex subduplicata ratione den-
 sitatis inverse & subduplicata ratione vis elasticæ directæ. In scho-
 lio

lio propof. 50. non modo ratio aeris ad argentum vivum affumitur ut 1 ad 11890. quam in priore editione ftatuerat ut 1 ad 11617. atque ideo fpatium, quod fonus tempore unius minuti fecundi conficit, eft pedum 979. quod olim affignaverat 968. verum etiam omittitur collatio computi cum obfervationibus *Marfenni* atque *Robertulli*. Monet autem, in hoc computo nullam haberi rationem craffitudinis folidarum particularum aeris, per quam fonus utique propagetur in instanti: ejus vero fi habeatur ratio, fpatium illud fore 1088. Immo fi porro attendatur ad vapores in aere latentes, idem evadere 1142. Addit, hæc ita fe habere tempore verno & autumnali: at hiberno motum fonorum fieri tardiozem, ætivo velociorem in fubduplicata ratione denfitatis; per experimenta autem conftare, quod foni tempore minuti unius fecundi cundo conficiant pedes Londinenfes plus minus 1142. Parifienfes vero 1070.

Libro tertio regulas philofophandi appellat, quas olim hypothefes dixerat, e quarum numero nunc etiam nonnullas inter phaenomena refert. Iftarum regularum tertia in priore editione non compareret, quod fcilicet qualitates corporum, quæ intendi & remitti nequeunt, quæque corporibus omnibus competunt, in quibus experimenta inftituere licet, pro qualitatibus corporum univerforum habendæ funt. Ea utitur ad corporum omnium gravitationem in fe mutuo adftituendam, quam fortiori argumento probari arbitratur, quam eorundem impenetrabilitatem, cum de hac in corporibus celeftibus experimentum nullum capi poffit. In priore etiam editione non erat phaenomenon fecundum, quod fide obfervationum *Caffini* Planetæ circumfaturtii radiis ad Saturnum ductis areas defcribant temporibus proportionales & eorum tempora periodica in ratione fefquuplicata diftantiarum ab ipfius centro exiftant, quod nempe de Planetis primariis primus invenit *Keplerus*. Propof. 3. fubjungitur corollarium, quo inferitur, vim centripetam lunarem ad fuperficiem terræ haberi, fi vis centripeta mediocris, qua Luna in orbe retinetur, augeatur primo in ratione 177 $\frac{22}{40}$ ad 178 $\frac{22}{40}$, deinde etiam in ratione duplicata femidiametri terræ ad mediocrem diftantiâ centri Lunæ a centro terræ. De novo quoque adjicitur cor. 3. prop. 5. quæ ex gravitatione Planetarum in fe invicem concluditur, quod ♄ & ♀ prope conjunctionem fe invicem attrahendo fenfibiliter perturbent motus mutuos, Sol perturbet motus lunares, Sol & Luna perturbent mare noftrum. Cum in priore editione cor. 2. prop. 6. afferuiſſet, ætherem, aut aliud corpus, quod gravitate fit deftitutum, poſito quod detur, non differre a corporibus aliis niſi in forma materiæ; nunc quidem

Act. Erud.
An. 1714.
M. Mart.

pag. 137.

AA. Erud. dem addit, ex mente *Aristotelis*, *Cartesii* & aliorum. Et cum in
 An. 1714 cor. 3. ante asseruisset, vacuum necessario dari, nunc quidem
 M. Mart. pronunciat, spatia omnia non esse æqualiter plena, & sub finem
 verba sequentia addit: quod si quantitas materiæ in spatio dato
 per rarefactionem quancunque diminui possit, quidni dimiaui
 possit in infinitum? Quod olim erat corollarium quartum, nunc
 quinti locum occupat, & in eo fide crassarum (quas Autor vo-
 cat) observationum affirmat, vim magneticam decrefcere in ra-
 tione distantiz fere triplicata, cum in priore editione tantum
 posuisset decrementum in ratione plusquam duplicata. Quod nunc
 in ordine quartum existit, ita habet: si omnes omnium corpo-
 rum particulæ solidæ sint ejusdem densitatis, neque absque poris
 rarefieri possint, vacuum datur. Dicit autem ejusdem densitatis
 esse, quarum vires inertiz sunt ut magnitudines. In Cor. 1. pro-
 pos. 8. in numeris aliquid immutatur, quibus pondera corporum
 in diversos planetas definiuntur, nec *Flamstedii* amplius sed *Halleji*
 observationibus circa satellites Jovis utitur. Nimirum corporum
 æqualium & a Sole, Jove, Saturno & Terra æqualiter distantium
 pondera in Solem, Jovem, Saturnum ac Terram ex novo com-
 puto sunt ad invicem ut 1, $\frac{1}{1933}$, $\frac{1}{2411}$, $\frac{1}{227512}$ respective, cum ex
 Pag. 138. priore essent ut 1, $\frac{1}{1100}$, $\frac{1}{2160}$ & $\frac{1}{22700}$; in superficie autem Solis,
 Jovis, Saturni ac Terræ ut 10000, 835, 525 & 410. respective,
 cum ex priore editione essent ut 10000, 804 $\frac{1}{2}$, 536 & 805 $\frac{1}{2}$. Uti-
 tur nunc parallaxi Solis 10" fere, quam olim assumerat quasi 20".
 Hinc etiam densitates Solis, Jovis, Saturni ac Terræ in nova
 editione aliæ assignantur, nempe ut 100, 78, 59 & 396. ita, ut
 e. gr. terra quadruplo densior sit quam Sol, quia hic per ingentem
 suum calorem rarefcit. In demonstratione prop. 10. globus aquæ
 congelatæ in aere motus ex resistantia aeris nunc statuitur amitte-
 re motus sui partem $\frac{1}{4156}$ & aer 850 partibus levior censetur quam
 aqua. In demonstratione prop. 12. numeri mutantur, quia pen-
 det ab iis, quæ de gravitate corporum in diversos planetas paulo
 ante dicta sunt: quod idem circa demonstrationem propos. 13.
 tenendum. In cor. 2. propos. 14. addit; stellas fixas in omnes
 cœli partes æqualiter dispersas contrariis attractionibus vires
 mutuas destruere. Adjicit quoque scholium deducens motum
 apheliorum in consequentia respectu fixarum in proportionem ses-
 quiplicata distantiarum in Sole, sed parvitatibus fere contem-
 nendæ: conficiunt enim ex computo Nostri aphelia Martis,
 Terræ, Veneris & Mercurii in annis centum 35', 18'. 36", 11'.
 27" & 4'. 29" respective. Propos. 19. numeri in resolutione pro-
 blematis de inveniendâ ratione axis Planetæ ad diametros eidem
 perpendiculares mutantur, ob observationes recentiores *Cassini*,
 qui

qui semidiametrum Telluris reperit 19695539. pedum Parisiensium. Aët. Erud.
An. 1714.
M. Mart.
Producit autem calculus terram ad æquatorem quam ad polos altiore excessu pedum 85820. seu milliarium $17\frac{1}{2}$, cum in prior editione eundem assignasset milliarium 17. Monet sub finem, *Cassinum* dudum observasse, Jovis diametrum, quæ polos ejus interjacet, minorem esse diametro altera. Propos. 20. qua pondera corporum in terræ hujus regionibus diversis invenire ac inter se comparare docet, numeros correxit & novam tabulam condidit, in qua longitudo penduli singulis minutis secundis oscillantis in pedibus Parisinis & mensura gradus unius in meridiano in hexapedis Gallicis ad diversas locorum latitudines definitur. Exempl. gr. Sub æquatore longitudo penduli 3. ped. 7, 468. lin. mensura unius gradus 56909. hexap. Sub elevatione poli 50°, illa 3. 8, 594. ped. hæc 57348. hexap. ipso polo illa 3. 9, 387. ped. hæc 57657. hexap. Et vi hujus tabulæ infert, graduum inæqualitatem tam parvam esse, ut in rebus Geographicis figura terræ pro spherica haberi possit, & inæqualitatem diametrorum terræ facilius & certius per experimenta pendulorum deprehendi posse vel etiam per eclipses Lunæ, quam per arcus Geographicè mensuratos in meridiano. Prolixè autem in nova hac editione recenset, quomodo ab anno 1672. usque ad annum 1704. *Richerus*, *Hallejus*, *Varinius*, *Des Hayes*, *Completus* filius, & *Feuellers* diversam penduli in diversis locis longitudinem observaverint, atque *Philippum de la Hire* refellit, qui illam diversitatem extensioni fili ferrei per calorem adscribit, quia differentia major observatur, quam ab actione caloris proficisci potest. Inde arguit, umbram terræ in eclipsibus lunaribus non esse circularem, sed diametrum ejus ab oriente in occidentem ductam majorem esse quam diametrum ejus ab austro in boream ductam excessu 55' circiter, & parallaxin maximam Lunæ in longitudinem paulo majorem esse quam ejus parallaxin maximam in latitudinem. Ceterum notatu dignum est, quod *Cassinus* A. 1700. mensuram terræ per majora locorum intervalla aggregatus, eam, quæ est unius gradus, eandem fere repererit, quam circa annum 1635. apud Anglos collegerat *Norwoodus*. Est enim juxta *Cassinum* 57292. juxta *Norwoodum* 57300. hexapedarum Gallicarum: qui sane consensus probat, mensuram *Cassinianam* præferendam esse ei, quam assignaverat *Picartus*, hexapedarum non nisi 57060. quamvis *Newtonus* differentias inter observationes *Norwoodi*, *Picarti* & *Cassini* prope insensibiles pronunciet. Prop. 25. motum medium nodorum satellitis extimi Jovialis in annis centum definit 8° 24' in antecedentia, quem olim posuerat 9° 34'. Sub finem omittit, quæ in prior editione asseruerat, Astronomos recentiores aut motum omnem nodorum satellitum ꝑ negare, aut tar-

Pag. 139.

AÆ. Erud. tardissime retrogradum asserere, & *Flamstedium* collatis suis cum
 An. 1714. *Cassini* observationibus deprehendisse, eos tarde regredi. Prop.
 M. Febr. 29. quæ de variatione Lunæ agit, numeri rursus mutantur &
 hinc tota problematis resolutio aliam fere induit faciem. De-
 terminat autem variationem maximam Lunæ in Apogæo Solis,
 33' 14", in mediocri distantia 35' 10", in Perigæo 37' 11". Simi-
 liter propos. 32, 35 & 36. quæ de motu medio nodorum Lunæ,
 Pag. 140. de inclinatione orbis lunaris ad planum eclipticæ & de vi So-
 lis ad mare movendum tractant, numeri emendantur. Divinam
 vero ingenii vim & sagacitatem summam in inventore arguit
 computatio motum Lunarium per theoriam gravitatis a causis
 suis facta, phænomenis non invitis. Equidem in scholio prop.
 35. olim ingenue profitebatur, se computationem suam non sa-
 tis accuratam putare; sed cum in nova editione tantum non
 omnia quoad numeros mutaverit, illud quoque de ea iudicium
 nunc omisit. In propos. 37. de vi Lunæ ad mare movendum
 multa adduntur & ejus ad vim gravitatis ratio nunc certius sta-
 tuitur ut 1 ad 2871400. Augetur quoque corollariorum nume-
 rus, asseriturque in iis distantia centri Lunæ a centro Terræ
 ad distantiam centri Lunæ a communi gravitatis centro Terræ
 ac Lunæ ut 40371. ad 39371. mediocris distantia centri Lunæ
 a centro Terræ semidiametrorum maximarum Terræ $60\frac{1}{2}$ quam
 proxime; semidiametrorum vero mediocrium $60\frac{1}{2}$ quam proxi-
 me. In demonstratione lemmatis primi non pauca mutantur:
 quodque nunc secundi locum tenet, novum est; quod olim erat
 secundum, in locum tertii rejicitur; quod vero olim fuerat
 tertium, in hypothesium numero nunc habetur. Ad prop. 14.
 accessit corollarium 4. ad lemma 8. corollarium aliquod cum
 scholio. In cor. 4. prop. 40. statuitur, si latus rectum parabolæ,
 in qua Cometa movetur, quadruplo majus sit radio orbis magni
 & quadratum radii illius ponatur esse partium 100000000. aream
 a Cometa radio ad Solem ducto singulis diebus descriptam es-
 se partium 1216373 $\frac{1}{2}$, aream diurnam partium 50682 $\frac{1}{2}$. Sin la-
 tus rectum majus sit vel minus in ratione quavis, aream diur-
 nam & horariam majorem esse vel minorem in eadem ratione
 subduplicata. Cum propos. 41. Cometæ in parabola moti traje-
 ctoriam ex datis tribus observationibus determinat, & propos.
 42. graphice inventam corrigere docet; *Halleji* potissimum cal-
 culis theoriæ cum observationibus consensum probat & quæ de
 lite quadam circa trajectoriam Cometæ A. 1680. cum *Flamste-
 dio* ipsi intercedente indicaverat, omittit. De *Halleji* calculis
 dictum est in his Actis A. 1707. p. 349. & seqq. Multa quoque
 de cauda cometarum adduntur. Rerum opticarum ignaros cen-
 set,

set, qui eam jubar Solis esse contendunt per caput pellucidum propagatum, cum sine materia reflectente nullum esse possit. O-
piniorem eorum, qui caudam ex refractione lucis in ejus a capi-
te Cometæ ad Terram progressu oriri statuunt, multis difficul-
tibus premi ostendit, neque enim caudas Cometarum unquam co-
loribus variegari, lucem vero fixarum & planetarum ad nos trans-
missam demonstrare, quod medio cœlesti nulla insit vis refracti-
va; lamine fixarum per telescopia plus centum vicibus aucto,
nullas earum cerni caudas. Ipse igitur defendit, caudas a capiti-
bus oriri & in regiones a Sole aversas ascendere, ex vaporibus
nempe in atmosphæram Cometæ sublatis, quemadmodum primus
docuit *Keplerus*. Distinctius tamen Noster, quam *Keplerus*, va-
porum illorum ascensum explicat.

Act Erud.
An. 1714.
M. Mart.
Pag. 141.

Coronidem operi eruditionis profundæ imponit scholion gene-
rale, in quo difficultates enarrantur, quibus vorticum hypothe-
sis premi videtur celeberrimo Autori; nonnulla de Deo profe-
runtur; de causa gravitatis quedam indicantur & novæ cujusdam
hypotheseos de spiritu quodam subtilissimo corpora crassa perva-
dente (eodem forte cum principio hylarchico *Henrici Mori*) men-
tio injicitur. Difficultates contra vortices his verbis enunciat:
„ ut Planeta unusquisque radio ad Solem ducto areas describat
„ temporibus proportionales, tempora periodica partium vorticis
„ deberent esse in duplicata ratione distantiarum a Sole. Ut pe-
„ riodica Planetarum tempora sint in proportionibus sesquuplicata
„ distantiarum a Sole, tempora periodica partium vorticis debe-
„ rent esse in eadem distantiarum proportionibus. Ut vortices mi-
„ nores circum Saturnum, Iovem & alios Planetas gyrtati con-
„ ferventur & tranquille natent in vortice Solis, tempora perio-
„ dica partium vorticis Solaris deberent esse æqualia. Revolutio-
„ nes Solis & Planetarum circum axes suos ab omnibus hisce pro-
„ portionibus discrepant. Motus Cometarum sunt summe regula-
„ res & easdem leges cum Planetarum motibus observant, & per
„ vortices explicari nequeunt. Feruntur Cometæ motibus valde
„ eccentricis in omnes cœlorum partes, quod fieri non potest ni-
„ si vortices tollantur. „ Noster itaque motus regulares Planeta-
rum a causis mechanicis originem habere negat, etsi per leges
gravitatis semel constitutos conservari demonstraverit. Nonnisi
consilio & dominio entis intelligentis ac potentis ortos esse pro-
nunciat. Et ita ad Deum delabitur vocemque Dei dominium
summum connotare probat, quia dicere solemus, *Deus noster*,
non tamen, *æternus noster*, *perfectus noster* &c. Ex dominatione
vera sequi, Deum esse vivum, intelligentem & potentem; ex
reliquis perfectionibus, summe perfectum esse. Deum existendo

Pag. 142.

AS. Erud.
An. 1714.
M. Mart.

semper & ubique durationem & spatium constitueret sic. Totum esse sui similem, totum oculum, totum auram, totum cerebrum, totum brachium, totum vim sentiendi, intelligendi & agendi; sed more minime humano, minime corporeo, nobis proximo, incognito. Nos non habere ideam substantiæ Dei, sed ipsum solummodo cognoscere per proprietates & attributa, per sapientissimas & optimas rerum structuras & causas finales; soli autem ob dominium. Vim gravitatis a causa aliqua exiri ultro concedit, aut eam mechanicam esse negat, quia non agit pro quantitate superficialium, sed materiæ solidæ. Rationem propriæ gravitatis se ex phænomenis non posse deducere, hypotheses vero non fingere proficitur, quibus in Philosophia experimentali locum non concedit. Verendum tamen, ne minus pretii quantæ hypothesebus plerique statuunt spiritui Auguri subtilissimæ corpora crassa pervadenti & in iisdem latenti, cuius vi & actionibus particule corporum ad minimas distancias se mutuo attrahant, & contiguæ factæ cohæreant; corpora electrica ad distancias maiores agant tam repellendo, quam attrahendo, corpuscula vicina; lux emittatur, reflectatur, refringatur, inflectatur, corpora calescat, sensatio omnis exciteretur, membra animalium ad voluntatem moveantur; nisi eundem cum actore aut materia subtili Cartesianorum dixeris.

Pag. 193.

Histoire de l'Académie Royale des Sciences,

Année MDCCX. &c.

h. c.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM,

Ann. 1710. cum Commentariis Mathematicis,
& Physicis ejusdem Anni.

*Amstelædami, apud Petrum de Causis, 1713. in 12.
maj. Alph. 1. pl. 19. & Tab. æn. 12.*

CUM in Actis A. 1710. p. 486. & 487. Parentianas contra electerem aeris objectiones ex Historia Academiæ Regiæ Scientiarum A. 1708. recenseremus; eas minus validas pronuntiavimus.

mus. Idem judicavit *Carré* atque adeo experimenta *Parentii*, quibus elaterem aeris evertere conabatur, repetiit. Reperit autem, Sphæras vitreas cum fragore dissilire, non tantum quando ab ære vacuo aliquid spiritus vini, aquæ vel aceti continent, sed etiam interdum cum solo ære plenæ: id quod etiam jam a nobis annotatum fuerat in *Actis* hisce loc. cit. Quod interdum sine fragore egrediatur aer, id inde fieri judicat, quia foramen celeritati, quæ aer expanditur proportionatum. Cur foramen efformetur, nos loc. cit. indigitavimus. *De Lisle* observationes declinationis acus magneticæ in variis itineribus maritimis A. 1706, tribusque sequentibus factas cum systemate *Hallejano* confert, quas tamen ab eo multum dissidere plerumque deprehendit. *Cassinus* junior observationes fluxus & refluxus maris a *Baertio* Prof. Hydrographiæ *Dunquerque*nsi & *Bocagio* Professore Hydrographiæ in Portu *Grætiæ* jussu *Illust. Comitis de Pontchartrain* factas & ad Academiam Scientiarum transmissas examinat. Mire autem cum motu *Lunæ* conspirare deprehenditur æstus marinus, magis tamen cum medio, quam cum vero. Ceterum *Cassinus* ex observationibus istis regulas condidit, per quas fluxus & refluxus maris iis in locis, ubi observationes simili industria institutæ sunt, satis accurate prædici possunt. *Reaumur* multum operæ impendit, ut motum progressivum cochlearum examinaret. *De la Hire* senior olim observaverat, si thermometer nivis immittatur, liquorem non descendere, sed pristinum locum tueri, etiamsi ope follis ventus adversus nivem spirans exciteretur. *Teinturier* Abbas & Archidiaconus *Virodunensis* expertus est, eundem prorsus ascendere, si ope follis ventus producat: id quod *Cassinus* junior iteratis experimentis confirmat. *De la Hire* junior cum parente suo idem experimentum cum summo studio sæpius repetens didicit, pro diverso aeris circumfusi statu liquorem nunc ascendere, nunc descendere, nunc immotum permanere. Episcopus *Sagien*sis Academiam Regiam certiore fecit, in sua diocesi fœminam, quæ anno ætatis octuagesimo tertio nupserat viro nonaginta quatuor annos nato, enixam esse puerum. Memoratu dignus est casus, quem *Philippus de la Hire* refert. Cum scilicet pistor quidam *Carnuti* prunas ex clybano in cellam profundam & fornicatam depotasset, filius ejus, homo robustus, alias deportaturus vix per scalam descenderit, cum magno clamore aliorum auxilium imploraret. Ipso tamen mox silenti, nec redeunte, frater ejus descendit simili prorsus fato, quod etiam mater, ancilla, homo quidam vicinus, alius peregrinus, rusticusque pistori amicus exporci. Prohibuit itaque magistratus, ne quis amplius in cellam descenderet, antequam medici, chirurgi ac fabri murarii in causam inquisivissent. Hi adeo judicantes,

Act. Erud.
An. 1714
M. Mallé

Pag. 194.

Act. Eryd.
An. 1714.
M. Maii.

Pag. 195.

Edit. Act.

a prunis non satis extinctis ob abundantiam salis petrae in cellis Carnutenfibus excitatum fuisse vaporem malignum, magnamque quantitatem in cellam effundi curarunt: quo facto post aliquos dies secus rursus in eam descendere coepit. Cum cadavera mortua ex aqua extraherentur, adeo corrupta apparebant, ut ea secare non liceret. Rusticus statim extraheretur, ex quo mortuus fuerat, & cadaver appretur. Erat autem cerebrum suffocatum, meninges extraordinario modo tenae, pulmones maculis nigris conspersi, inestina vultu inflata, inflammata & instar sanguinis rubra, musculi denique brachiorum, coependiculi & eructum a colloque substantia quasi separati. *Jubaviter Sabachbergus*, qui anno 1710. Parisiis egit, in Academia Regia legi dissertationem de lapidibus figuratis, quos in superae Flandriam atque Galliam itinere observavit. Narrantur quoque nonnulla de Herbario ejus diluviano Tiguri A. 1709. impresso, de quodiximus in Actis A. 1710. p. 452. & seqq. Proluxe describitur tentamen physicum circa historiam maris, quod illustr. Comes *Marégle* MS. ad Academiam Regiam misit, opus publicum licet quae dignissimum. Historia haec in quinque partes divisa, quarum prima de fundo maris, secunda de natura aquae, tertia de motu ejus, quarta de plantis & quinta de piscibus marinis agit: quinta tamen nondum ad umbilicum perducta tum erat, cum opus ad Academiam mitteretur. *De la Hire* observationes meteorologicas recensens monet, se d. 24. Decembris declinationem acus magneticæ occidentalem observasse 10. gr. 30. quam observationem cum compararet cum anterioribus, declinationem singulis annis eadem propemodum quantitate augeri didicit. Ex observationibus ejusdem *de la Hire* atque *Sabachbergi* constat, latitudinem maximam Mercurii in barometro & Parisiis & Tiguri fuisse d. 19. Februarii. Non tamen eodem tempore alibi fuisse maximam Mercurii altitudinem, vel exinde intelligitur, quod Cl. *Wolff* eam Halæ observavit maximam d. 20. Jan. minimam d. 21. Oct. Illa erat $30\frac{2}{16}$, hæc vero $28\frac{1}{16}$ digitorum pedis Londinensis. Vir illustris *Bonnius*, Præses in curia rationum Fisci Montepesulana & Academicus honorarius Societatis Regiæ Montepesulanz, primus observavit, araneas nere sericum & inde tibialia atque chirotecas anno 1709. fieri curavit. Cum chirotecas ad Academiam Regiam Parisios mitteret, Dn. *de Reaumur* cura demandata est, ut inquireret, an non ex hoc invento aliqua utilitas in publicum redundare possit. Primum itaque de eo sollicitus fuit, quomodo nutriri possit sufficiens aranearum copia. Deprehendit autem tot muscas in tota Gallia non dari, quæ araneis nutriendis sufficerent, ut serici aliqua quantitas haberi pos-

Ad. Erud. cum in summo adhuc vigere pro ratione statis esset; dyopse-
 xia extincta. Per experimenta chymica didicit, quod ex mure
 ria pure terrea concaverint. Reperti sunt in sacculo quodam;
 quem non diversum esse observavit ab extensione membrarum
 dundebii. Sensit autem longe antea nobis tempore constanti do-
 lore, quendam in se conlatere; ubi scapulus erat; dundebii pro-
 dio horis. *Godefridus* in tinea admodum sana tuncam n. p. pedes
 longas reperit, similem prope modum iis, quæ in corpore huma-
 no inveniantur; quod hæc cum ab alio observatum esse non
 constet. *Mery* aperiens hominem in instanti mortuum aditum
 adeo dilatatum vidit, ut a corde abrupta fabrico. *Godefridus* ju-
 niar lapidem bezoardicum; *de Reaumur* in se totum a quodam
 genus describit, quod limaces infestat; *de Reaumur* in se totum a quodam
 In Chymicis haud pauciora notatu digna occurrunt. *Rhabar-*
barum examini subjecto *Boulduc*; reperitque, vim purgativam
 majorem inesse tinctura aqua extractæ, quam spiritu vini. U-
 de concludit, eam magis in salibus, quam sulphurebus residere.
 Istius suspicatur, non nisi phlegma in spiritu vini etiam recti-
 ficato adhuc residuum (alia) putgancia extrahere. Et igneam
 notat, infusa vegetabilium purgantium majorem efficaciam hæ-
 bere, quam deocta. Monet, denique, nullam rhabarbano in se
 vim adstringendi. *Hamborgius* identitatem sulphuris vegetabi-
 lium & mineralium defendit; nam quia metalla sulphure & pro-
 pterea fusibilitate sua privata, cum sulphure vegetabilium & fu-
 sibilitatem & formam metallicam recuperant, tum quod sulphur
 metallicum abire potest in materiam vegetabilem & inde fieri
 oleum, sulphur vero vegetabile mutari in materiam metallicam
 & inde produci metallum. Prius experimentis comprobavit in
 Commentariis Anni 1709. posterius aliis evincit in Commenta-
 riis, quorum argumenta nunc recensemus. Illustr. Comes *Mur-*
figli multam operæ impendit in analysin chymicam plantarum
 marinarum & præcipue coralliorum rubrorum. Tantam autem
 similitudinem deprehendit, ut per eam ipsas distinguere difficil-
 limum judicet. Notat inter alia, spiritum vini nihil rubedinis
 contraxisse intra duos menses integros; lac tamen recens vac-
 cæ ad ignem lentum sensim sensimque extraxisse omnem rube-
 dinem, ut corallia fierent alba: quod tamen citius præstetur
 ope ceræ albe, quemadmodum etiam *Lemery* propriis experimen-
 tis didicit, quæ tamen nova non sunt, sed quos singulas cir-
 cumstantias passim jam obvia. Addit *Lemery*, quomodo color
 ruber a cera iterum separari debeat, nempe vi aquæ vitæ salis
 tartari imprægnatæ per digestionem calidam decem dierum. Idem
 monet, ceram flavam ex corallio quoque rubedinem extrahere,

sed

sed ipsam simul flavedine sua inficere. *Hamburgius* novum phosphorem generis invenit, quod sive noctu, sive interdiu aëri expositus, duorum circiter minutorum intervallo flammam concipit eandemque combustibilibus contiguis communicat. Patavit eum in substantia polveo, non ejusdem semper coloris ex materia fecali, sed mesembrii ipsam adhuc premit, quam in posterum sedaturum promittit. Idem variâ vegetabilium artificialium genera describit, quarum alie constant ex metallo puro & solido, alie ex metallo in menstruo solute, alie denique ex tæpæriis salinis, terreis ac oleosis.

Act. Erud.
An. 1714.
M. Mail.

In Botanicis *Godofredus* paretram bravam describit, radicem ex Brasilia in Portugalliam, & inde A. 1688 ab Amelocio, Regis Christianissimi ad Portugalliam Regem Legato, in Galliam deportatam, & viroces ejus ad examen revocat. Cum in Actis A. 1712. p. 391. *Lochner* de ea Dissertationem breviter retulerit, ipsam ceterissumum esse contra calculum remedium annotavimus. Idem in examine suo observavit *Godofredus*: primi autem eandem virtutem detexerant Brasiliæ incolæ, sibi persuadentes (quod tamen minime concedit *Godofredus*) calculos in renibus & vesica ab ea contrariis. Ipse nimirum tantum contendit, quod glaucam dissolvat, unde calculi generantur, cum ab ejus usu multum sabuli cum urina exornatur. Felicissime eadem radice usus est in ulceribus renum atque vesicæ, cum urina redderetur purulenta & glauca, nec non in suppressionibus urinae, & (quod eo notatu magis dignum) in æstimate humoralis & ictero. De ejus præparatione jam diximus in Actis hisce loc. cit. Hic tantum observamus, dosim a *Godofredo* definiti duobus grossis, quorum 8. absolunt unciam unam; ad præventionem a calculo 24. granis per 8. dies singulis mensibus assumendis. Et hanc quidem dosim præscribit pro decocto; pro pulvere autem sufficiunt grana 12. aut 18. Cur hiems extraordinaria, quæ A. 1709. per Europam sævit, tantam arborum multitudinem prostraverit; rationem hanc reddit *Cassius*, quod cortex separata fuerit a pulpa. At *Ghomel* eandem a fibris succo congelato disruptis petiit. Atque hæc posterior ratio convenit cum observationibus *Wolffii* in dissertatione de hieme ista (cujus in Actis A. 1712. p. 350. facta est mentio) p. 26. relatis. Cum enim is statim ab æquinoctio, ubi nive liquata & glacie resoluta in hortos aditus patebat, segmenta ramorum, qui præterita æstate adoleverant, microscopiis subiceret, fibrillas hinc inde disruptas non secus ac in ligno putrido conspexit. Cum *Noel*, Chirurgus Aurelianensis nolocomii, ad Academiam Regiam gangræne quandam speciem perscriberet, qua multi homines, præsertim pauperes, inficiebantur: *Fagon*,

Edit. Act.

Pag. 199.

Edit. Act.

Ar-

Act. Erud. Archiater Regius & Academicus honorarius, causam hanc esse
An. 1714. arbitrat, quod a fecali non separassent frumenti quoddam ni-
M. Mail. gri ac cornuti genus quod Galli *Erges* appellant, quia calcar gal-

li gallinacei figura sua refert, & hac occasione data in genere
 ejus inquit. *De la Hire* junior a quodam amico, qui rure degit,
 didicit, quod in agris humidis ac frigidis & in annis pluviosis ma-
 gna granorum istiusmodi copia nascatur; quod gallinæ eadem re-
 sipuant, a deglutitis tamen nihil damni patiantur; quod terræ
 commissa non germinent. *Parentius* explicare conatur motus ex-
 ternos plantarum, veluti quod truncus vel caulis perpendiculari-
 ter excresecat, quod flores nunc aperiuntur, nunc claudantur,
 quod heliotropium versus Solem constanter convertatur &c. Ex
 historia Illustr. Comit. *Marsigli* plantæ marinæ describuntur: ubi
 notatu dignum occurrit, quod præter algam omnes radicibus de-
 stituantur. Unde *Marsigli* opinatur, reliquas omnes totas esse ra-
 dices, hoc est, per poros undique conspicuos alimentum at-
 trahere. Observavit enim partim oculis nudis, partim armatis,
 substantiam earum esse congeriem glandularum seu exiguarum fi-
 stularum per quas aqua marina filtratur; partemque aquis non
 immersam areferi, demersa adhuc virente. Cum A. 1709. mul-
 tis in locis frumenti seges frigore periisset, multi agricolæ mense

Pag. 200. Aprili aliud semen terræ committebant. Sed cum spicas nullas
 proferret, quidam herbam circa festum S. Johannis demetebant
 & agros vertebant, quidam vero herbam non demetebant, aut
 saltem agros non vertebant. Posterioribus favebat eventus: an-
 no enim sequente 1710. spicæ prodibant, 12. diebus citius,
 quam alias ordinarie fieri solet, maturitatem adeptæ. Monet
 autem *Homburgius*, hoc esse medium certissimum plantarum an-
 nuarum vitam prorogandi: id quod etiam in his Actis A. 1709.
Edit. Act. p. 172. jam annotavimus.

In Arithmetice doctrinam de Quadratis magicis equidem post
 alios jam multum promovit *de la Hire*, quemadmodum in A-
 ctis A. 1707. p. 362. commemoravimus; ulterius tamen eandem
 excoluit *Sauveur*. Sed cum argumentum istud exigui sit usus,
 vix operæ pretium esse judicamus, ut specialiora de eodem pro-
 feramus.

In Algebraicis *de la Hire* difficultates enodat, quas contra me-
 thodum *Slusianam* construendi æquationes per duorum locorum
 combinationem proposuerat *Rollius*, & nos in Actis A. 1710.
 p. 488. non fortiores judicavimus, quam quas olim contra analysin
Leibnitianam seu calculum differentialem moverat: quod ipsum
 nunc expressius docet *de la Hire*, qui in eadem methodo illustran-
 da jam olim cum laude versatus.

In Geometricis pauca occurrunt, sed inter ea maxime præclara. Illustri Marchio *Hospitalius* in Commentariis A. 1700. resolvens problema *Bernoullianum* in his Actis Tom. II. Suppl. p. 254. propositum, usus est quadam integrandi ratione, quam illi quæstioni peculiarem judicabat. Sed *Varignonius* ostendit, quod, ad complures quæstiones alias agnatas solvendum utiliter adhiberi possit. Vir incomparabilis *Newtonus* demonstravit, si corpora in sectione conica incedant, vires centripetas esse reciproce ut quadrata distantiarum; sed non ostendit, hanc legem sectionibus conicis esse propriam. Multo autem facilius ex data orbita invenitur lex vis centripetæ, quam inverse ex data lege vis centripetæ orbita. Primus omnium problema inversum de vi centripeta solvit ingeniosissimus *Bernoullius* & quidem duplici modo. Altera solutio æquationem differentialem nonnisi primi gradus, altera vero differentio-differentialem continet. Utraque maxime ingeniosa, sed prolixior, quam ut huc transcribi possit. Antequam vero solutionem *Bernoullianam* videret *Hermannus*, diversa ratione problema resolvit. Solutiones *Bernoullianas* & *Hermannianam* cum a *Bernoullio* accepisset *Varignonius*, qui generales admodum solutiones problematis directi virium centripetarum ante dedit, similes quoque problematis inversi exhibuit. Atque nunc tandem constare potest, orbitas planetarum tam primariorum, quam secundariorum esse ellipticas, quod quidem per *Newtoni* demonstrationes nondum erat manifestum.

A&Erud.
An. 1714.
M. Mail.

Pag. 201.

In Astronomicis de la Hire ostendit, quod hypothesis *Kepleriana* non satisfaciatur circa Lunam. Quoniam enim diameter apparens minima est $29' 30''$, maxima vero $33' 30''$; distantia maxima ad minimam a Terra est ut 201. ad 177. Quare si terra ponatur in foco alterutro, erit distantia focorum 24. foci unius a centro distantia 12. & axis major 378. Inde æquatio centri maxima eruitur $7^{\circ} 16' 54''$. quæ tamen ipso *Keplero* iudice nunquam excedere debet 5° . per observationes ipsius de la Hire recepta $4^{\circ} 59' 16''$. *Keplerus* nimirum eccentricitatem minorem assumsit, quam per observationes licet, atque hinc æquationem centri observationibus congruam suppeditavit. Suspiciatur etiam, ellipses non magis satisfactorias in Planetis reliquis, siquidem eccentricitatem per semidiametros apparentes in Apogæo & Perigæo observatas determinare liceret. Minus adhuc hypothesin *Wardianam* satisfacere notat: ut autem orbita elliptica observationibus respondeat aliud in axe punctum quam focum geometricæ determinat, circa quod motus medii fieri concipiuntur, & in hac hypothesi æquationes centri computare docet satis ac-

Act. Erud. curatas. R. P. *Laval*, qui hactenus multum sibi negotii dedit
An. 1714. circa refractionem, A. 1710. d. 22. Jun. altitudinem meridianam
M. Maii. Solis observavit $70^{\circ} 25' 50''$. ast elapsis 36. a solstitio horis po-
stero die $70^{\circ} 26' 0''$. Hanc irregularitatem refractioni adscri-
bendam esse concludit & contendit, quod iisdem horis diversa-
rum dierum variari possit refraction, quam alias hieme majorem
quam æstate deprehenderat. Variationis causam ventos assignat
ex diversis plagis spirantes. Reperies præterea observationes ma-
culæ Solaris, eclipsis Lunæ atque deliquii Solis, conjunctionis
Lunæ cum una plejadum & Jovis cum stella quadam Scorpii
ab Astronomis Regiis, utroque *Cassino*, utroque *de la Hire*,
atque *Maraldo* celebratas. *Cassinus* denique junior ostendit, quan-
ta sit necessitas, ut vitra objectiva æqualem undiquaque habeant
spissitudinem in telescopiis, quibus ad distantias stellarum me-
tiendas utuntur, seu ut centrum eorum sit in axe tubi.

Pag. 202.

Quemadmodum *Guisde* in Commentariis A. 1703. theorema
Hallejanum de inveniendis focus in vitris sphericis in his Actis
Suppl. Tom. II. p. 261. propositum ad curvas quasvis univer-
saliter extendit; ita *Carre* problema catoptricum *Ditoni* de in-
veniendis focus speculorum, quod in Actis A. 1707. p. 335. le-
gerat, eadem universalitate donavit.

Bartholinus A. 1670. primus docuit refractionem singularem
in chrystallo Islandico, per quam nempe radius quilibet in duos
finditur, ita ut unius refraction sit regularis, alterius irregula-
ris. Regularis nimirum observat legem ordinariam rationis con-
stantis sinus anguli refracti ad sinum anguli inclinationis respec-
tu axis refractionis; irregularis vero eandem quidem legem
tenet, sed axis loco assumenda est diameter quædam ad super-
ficiem refringentem obliqua. Miram hanc refractionem ad cau-
sas physicas revocavit *Hugenius* in Tractatu de Lumine: ejus-
dem rationem suo modo reddere tentavit *Newtonus* in sua Opti-
ca. Eandem nunc *de la Hire* considerat & cum talci quadam
specie prope Parisios obvii confert. Phænomenorum vero utri-
usque rationes se proxime daturum promittit.

In Mechanicis denique *Parentius* suam de resistentia theori-
am more Geometrarum modernorum universalem reddit: quod ar-
gumentum jam antea pertractavit *Varignonius*, qui nunc suas de
resistentia medii meditationes profundas continuat, ad eam ca-
sum descendens, in quo resistentia crescit ut summa ex celeri-
tate & ejus quadrato.

A. 1710. duos socios amisit Academia Scientiarum, *Johannem*
Mattbaum de Chazelles & *Dominicum Guglielmini*. Hujus elogium
jam extat in Actis A. 1711. p. 5. Ille natus est Lugduni Gal-
lorum

lorum d. 24. Jul. 1657. & studiis operam dedit in Collegio Jesuitarum Lugdunensi, ex quo An. 1675. Parisios venit & *Job. Baptiste du Hamel* atque *Cassino* innotuit, sicque observandi methodum accuratam didicit. A. 1683. *Cassinum* adjuvit in continuanda linea meridiana versus austrum & boream A. 1670. cœpta. Cum annos quinque cum *Cassino* in observatorio regio egisset, A. 1684. Dux de *Mortemar* ab eo in Mathematicis institui desideravit: apud quem cum annum spatium rure transegisset; professionem Hydrographiæ Massiliæ obtinuit novam, cum jam a multo tempore simili munere fungeretur quidam e Patribus Societatis Jesu. Academia Scientiarum Regiæ associatus est A. 1695. postquam in suo itinere per Græciam, Ægyptum & Turciam ad instantiam Illustr. Comit. de *Pontchartrain*, tunc Secretarii status marini, nunc Cancellarii Franciæ, secundum volumen *Neptuni Gallici* meditantis, suscepto observationes Astronomicas Academiae Scientiarum admodum utiles instituisse. Reperit autem in Ægypto quatuor latera pyramidis maximæ versus quatuor plagas cardinales accurate directæ: quod cum studio factum esse præsumatur, evidens inde est intra 3000. annorum spatium polos, circa quos terra rotatur, non mutasse situm suum. Unde mirum, quod *Picardus* A. 1671. meridianum Uraniburgicum 18. minutis ab eo differentem deprehenderit, quem *Tycho de Brabe* determinaverat. Invariabilitatem enim meridiani *Cassinus* quoque comprobavit per lineam meridianam A. 1655. in templo S. *Petronii* Bononiæ ductam. Ceterum *Cbazelles* situm quoque Alexandriæ accurate determinavit, quem nosse intererat Academiae Scientiarum, ut suas cum observationibus *Hipparchi* atque *Ptolemæi* accurate conferre liceret. Cum An. 1702. lineam meridianam observatorii adhuc ulterius continuaret *Cassinus*, eodem adjutore usus est. Die 16. Jan. 1710. febri maligna extinctus est in brachiis collegæ sui R. P. *Laval*, amici intimi. Locum ejus in Academia Scientiarum obtinuit *Ozanam*; locum vero *Guglielmini* inter Anglos nactus est Illustr. Comes de *Pembroke*.

Act. Erud.
An. 1714.
M. Maii.

Pag. 203.

Act. Erud.
An. 1714.
M. Maii.

Descriptio Speculorum nitidissimorum,

Quæ parantur Suarzenbergæ in Sudetibus Misniæ,

Ex literis JO. LEONARDI HEUBNERI,
V. D. M. ad C. W. datis.

Pag. 204. **C**UM metallum reflectens multi foret in Opticis usus, non modo ad erigendas species in camera obscura & ad illustrandas imagines in laterna magica; verum etiam (quod majoris momenti est) ad construenda telescopia & microscopia reflectentia *Newtoniana*, & telescopia catoptrico-dioptrica *Hugoniana* atque polemoscopia *Heveliana*, aliisque in casibus, si quidem ars in eo poliendo Opticorum votis responderet, specula vero *Suarzenbergica*, quæ novo prorsus artificio, nec successu infelici ex chalybe fabrefiunt, adeo nitida sint, ut major nitor ab arte nunquam expectandus videatur; non inconsultum duximus Lectoribus curiosis ea exhibere, quæ de novo hoc speculorum genere Cl. *Heubnerus* ad Cl. *Wassum* nuperrime perscripsit. Ita autem ille.

Speculorum chalybeorum, *inquit*, nomine hætenus alia non fuerunt cognita, quam quæ ex stanno, cupro aliove ære in unam massam colliquefactis formantur & ad usum catoptricum aliamve adhibentur: cujus generis specula nomen quidem a chalybe ferunt, sed neque materiam, neque nitorem, neque effectum verorum speculorum chalybeorum referunt. Enimvero hic loci ex vero & puro chalybe specula conficiuntur ab oppidi hujus Prætoris *Zacharia Georgi* ejusque filiis, insignibus in tractando chalybe artificibus, qui ante plures annos etiam cylindros illos chalybeos, quibus in planandis filis aureis & argenteis utuntur, quive antea ex Italia tantum apportabantur, nunc autem ex hoc loco in Italiam aliasque terras transmittuntur, parare consueverunt. Specula ista vere chalybea variaz sunt & fieri possunt figuræ, quadratæ, oblongæ, circularis, ellipticæ, pyramidalis, conicæ, cylindricæ, sphericæ, adeoque non tantum plana, sed & convexa & concava; quodve jucundum æque ac utile, ex una parte plana, ex altera vero seu convexa, seu concava. Immo etiam parabolica tentabuntur. Varia solet esse horum speculorum magnitudo, quatuor quinque pluriumve digitorum ad pedem unum alterumve. Atque hunc in finem haud ita pridem exstructa est fabrica,

cujus machinæ ab aquis agitantur, quarum ope facilius quam manu beneficio specula perficiuntur. Effectus horum faberrime politorum speculorum tam in urendo, quam in repræsentando longe præstantissimus deprehenditur & tantum non aliorum speculorum vires atque virtutes superat. Imagines multo verius & excellentius reddunt, quam vitrea ferme omnia, utpote quæ ut plurimum colorem quendam habent admixtum & objecta colore alieno pingunt, immo vultum haud raro deformant. Examinavi tam in taberna, ubi venalia prostant, quam alibi, specula bene multa, etiam magni pretii, ope alicujus chalybei, & tantum non omnia inveni falsa. Quamvis autem non meminerim, ullibi me de talibus speculis eorumque fabricatione quicquam vel legisse, vel audivisse, neque etiam illustri olim *Tfabirnbaufio* cognita fuisse crediderim; in sacro tamen codice specula chalybea me reperisse puraverim. Dum enim Exod. XXXVIII. 8. labrum æneum describitur e speculis mulierum factum, habetur vox נְתִשֵּׁת, quæ non tantum cuprum, aurum, argentum, sed & secundum *Kimchi* chalybem significat, quamque *Tromplius* ex Judæo Christianus hoc modo transtulit: *fecit labrum illud chalybeum & scopum ejus chalybeum e speculis* כְּמִרְמָת הַצַּבָּא, secundum *Onkelos* כְּמַחוֹת נְשִׂאֵי, secundum LXX. ἐκ τῶν κατόπτρων. Filiz enim Israelis ex mente Jarchi manibus suis tenebant specula, quæ inspiciebant, quando se ornabant, sed tamen non cunctabantur ista ad usum tabernaculi offerre. Hactenus *Heubnerus*. Ex literis Cl. *Wolfii* habemus, quod nitorem speculi ad se transmissi multo majorem deprehenderit, quam in ullo speculo vitreo etiam præstantissimo unquam observaverit. Quamvis vero objecta multo clariora apparere notaverit in chalybeo, quam in multis aliis vitreis, cum quibus ea conferre licuit; non tamen diffitetur, se vultus intuentium in speculo aliquo vitreo concavo ejusdem cum chalybeo foci, magnitudinis ac figuræ, clariore vidisse quam in chalybeo. Iteratis quoque experimentis didicit, vitreum suum intensius lumen reflectere, quam chalybeum, ultro tamen largitur, nova hæc chalybea specula metallicis, quibus vulgo utuntur, adeo præstare, ut horum minor quamvis affabre politorum respectu illorum nullus sit dicendus.

Ag. Erud.
An. 1714.
M. Maii.

Pag. 205.

Act. Erud.
An. 1714
M. Maij.
Pag. 242.

DESIGNATIO OPERUM JO. KEPLERI,

Quorum editionem XXII. in fol. volum. molitur

CL. HANSCHIUS, Subscriptionibus
cruditorum promovendam.

Pretium est 50. imperialium.

Pag. 243. **V**olumen I. continebit Demonstrationes plurimas & pulcherrimas de magnitudinibus & intervallis trium corporum, Solis, Lunæ & Telluris, quas sub Hipparchi nomine (quod hic primus fere Ptolemæorum Ægypti temporibus Scientiam motuum Solis & Lunæ constituerit) publicæ luci exponere in animum suum induxerat autor; easdemque pro fundamentis theoriæ suæ, tum in commentariis de stella Martis, tum in astronomiæ Copernicæ epitome agnoscit. In parte prima inter alia de correctione diametrorum Solis & Lunæ apparentiæ, de facilitandis parallaxibus, de lunæ Latitudine, umbram terræ aliisque ad doctrinam eclipsium pertinentibus accuratius determinandis agitur. In parte altera demonstrantur theorematata & problemata, eorumque in Astronomia & Geographia usus declaratur; nova hypothesis physica explicatur, variatio mensura ex variis observationibus adstruitur, de optima constituendi epocham motus Solis mediæ ratione differtur, & tandem eclipsium omnium, quarum haberi potuerunt observationes, juxta hypothesin novam examen instituitur. Vol. II. Adversaria Lunaria opus maximum variis ad tabulas lunares accuratiores condendas adminiculis refertum. Vol. III. Observ. & annosata de Stella nova & fixis quibusdam, quæ in Catalogo fixarum desiderantur, nondum edita, una cum examine observationum stellæ novæ Davidis Fabricii Helifæ Rosstini, Johannis Bayeri, Johannis Georgii Brenggeri, C. Henischii, Kepleri de querendis stellarum distantis meditationes, aliisque. Vol. IV. Versionem & Commentaria Kepleri in Ptolemæi Harmonicorum Librum tertium, in quibus inventa Ptolemæi cum præclarissimo Harmonices mundi opere edito conferuntur. Vol. V. Geometrica Kepleri meditata, quæ plurimum & firmant & promovent veritates nostris temporibus inventas. Vol. VI. Dialogum de Calendario Gregoriano, in quo de necessitate reformationis calendarii veteris correctionis Gregorianæ fundamentis & accuratione differi-

seritur, & quæstio tractatur: an Status Protestantes calendarium Julianum in nonnullis mutare, vel immutatum retinere, vel denique Gregorianum assumere debeant? una cum actis authenticis ad correctionem illam pertinentibus. Vol. VII. VIII. IX. X. XI. & XII. exempla literarum αὐτοῦπαπα serenissimorum Principum, Comitum, Baronum, Virorumque Sæculis XVI. & XVII. illustrium & clarissimorum ad Johannem Keplerum, una cum responsionibus plurimis, quibus non tantum varia reconditæ Kepleri doctrinæ capita sed & historia literaria illorum temporum mirifice illustratur. Comparent autem literæ Melchioris Schæzerei; Statuum Austriæ super-anisanz, Philippi Eckenbrechtii, Nicolai Raimari Ursi, Johannis Fischeri, Johannis Lauterbachii, Jeremiz Pistorii a Purgsdorf, Johannis Rummelli; Christiani Schwarzbachii, Pauli Matthiæ, Polycarpi Lyseri, Marci Velseri, Conradi Dasypodii, Scissii, Galitzæ a Galitzis, Johannis Erickenii, Wenceslai Budoviza a Budowa, Adami L. B. de Budowa, Vincentii Joannelli, Christophori Besoldi, Johannis Friderici L. B. ab Hoffmann, Willebrodi Snellii, Joh. Bainbridge, Octavii Pisani, Joh. Casp. Odontii, Jobi Hartmanni, L. B. Enenckeli, Ambrosii Rhodii, Coknanni Zehentmaieri; Benjamin Ursini, Floriani Crusii, Joh. Straußii, G. Hebenstreitii, Rectoris Ulmenis, Tychohis Braheii, Johannis Remi alias Zinetanii, tutoris ante tabulam Appellis, Philippi Landgraviæ Hassæ, Alberti Curtii, Joh. Theodori de Ottersdorff, Christophori Scheineri, Michaelis Mæstlini, Martini Crusii, Georgii Limnæi, Melchioris Joesteliæ, Petri Hoffmanni, Jacobi Bartelchii, Joh. Baptistæ Cysari, Petri Crugeri, Vincentii Planchi, Thomæ Mingonii, Edmundi Gunteri, Henrici Briggii, Ludovici Baravariz, Wolff. Bachmeieri, Pauli Virdengi, Wilhelmi Schickardi, Joh. Antonii Roffini, Friderici Ruttellii, Helizæ Ræslini, L. Philippi Mulleri, Simonis Marii, Joh. Am. Magini, Odonis Malcotii, Joh. Stephani Bossii, Georgii Christophori de Schallenberg, Augusti Principis Servestani, Maximiliani Bavariz Principis, Julii Friderici Ducis Wurtembergici, Melchioris Stœlzii, Juliani Medices, Sethi Calvisii, Joachimi Tanckii, Nicolai Serrarii, Jo. Rheinhardi Zigleri, Jo. Deckerii, Jo. Georgii Bringgeri, Christoph. Hegulontii, Thomæ Harriotti, Pistorii, Christiani Severini Longomontani, Samuelis Hasenrefferi, Nicolai a Vicken, Joh. Krabbii, Matthiæ Berneggeri, Cypriani Kinneri, Martini Rulandi, Tobiz Adami, Lucæ Brunn, Edmundi Brutii, Jo. Caselii, Valentini Hancki, Petri Henr. a Stralendorff, Sebast. Tengnagelii, Joh. Mulleri, Erasmi L. B. Stahrenbergii, Pauli Hombergeri, Michaelis Kelleri, Jo.

Ad. Erud.
An. 1744
M. Mai

Pag. 244.

Act. Erud. Jo. Hartmanni Beyeri, Jo. H. Buchwaldt, Thomæ Barthii, An. 1714. Nicolai Zucchi e S. J. Adriani Romani, Georgii Rothenhagen, M. Maii. Ludolphi Riddershausen, Academiæ Tubingensis, Kepleri ad Joseph. Scaligerum, Andr. Herrenschmidi, Joh. Conradi Gerhardi, Georgii Horstii, Mich. Gehleri, Joh. Crellii, M. Joh. Fuchs, Georgii Fucari, Marquardi Freheri, Gasparis Ens, Pauli Guldini e S. J. Jani Gringalleti, Jo. Georg. Gœdelmanni, Albini Molleri, Jo. Erhardi Hoffmanni, Martini Horchii a Lochowiz, Matth. Hassenrefferi, Dan. Moglingii, Hermannii Hulderi, Thomæ Lansii, Casp. Dornavii, Jacobi Hueler, Jo. Georgii Besoldi, Jacobi Christmanni, Joh. Homelii, Bachauzeri, Jessenii, Jo. Val. Andreæ, Weideholzii, Jacobi Valesii, D. Joh. Gapii, Pacii Pasino, Guil. Rechpergeri & reliquorum. Integrum volumen

Pag. 245. absolvunt Epistolæ Davidis Fabricii Essensis A. Conf. in Orientali Frisia Ministri in pago Resterhavia, Uraniæ Cultoris, ad Keplerum cum responsionibus, in quibus variæ res Astronomicæ & Physicæ ad theoriâ Martis, Saturni Jovis & Mercurii pertinentes solidissime pertractantur ab anno 1601. d. 23. Jun. usque ad annum 1609. d. 12. Martii, nec non Epistolæ Jo. Georgii Herwardi ad Hoenburg, Cancellarii Bavariz, Serenissimi Bavariz Ducis Consiliarii & Præsidis Suabæ, ad Keplerum, cum responsionibus Kepleri de gravissimis argumentis, ab anno 1597. d. 24. Octobr. usque ad annum 1609. d. 15. Dec. Revidit in his voluminibus omnia, plurima addidit & emendavit ipse Keplerus. Vol. XIII. Demonstrationes motuum Mercurii & Veneris cum vario ad Tabulas novas condendas apparatu. Vol. XIV. Commentaria amplissima in Theoriâ Martis ab editis prorsus diversa. Vol. XV. Documenta observatarum & examinatorum eclipsium tam solarium quam lunarium. Vol. XVI. Chronologiam Mathematicam a mundo condito usque ad Politicæ Judaicæ finem deductam. Vol. XVII. Notas doctissimas ad Scaligeri & Petavii Doctrinam temporum. Vol. XVIII. Genethliaca & Genealogica, in quibus themata occurrunt Principum, Comitum aliorumque Illustrissimorum & doctissimorum Virorum sed absque directionibus, earumque explanationibus, quarum exempla Keplerus ipse arcanorum loco ex voluntate Imperatoris ceterorumque habuit, teste filio Ludovico Keplero in literis supplicibus Patre fati functo ad Cæsarem directis. Vol. XIX. Tractatum de anno lunari non a Mose sed Græcis introducto, aliaque plurima ad Chronologiam spectantia. Vol. XX. Exemplar authenticum tabularum Rudolphinarum editioni emendatissimæ inserviens. Vol. XXI. Scripta Kepleri ad Historiam & Criticam pertinentia varia, & alia ejusdem varii argumenti. Vol. denique XXII. Tractatus Arithmeticos, Algebraicos & Me-

& Mechanicis variis. Quibus placuerit dignissimum opus prænū-
merata summa aut integra aut dimidia sibi asserere, habeat qui-
buscumque agant bibliopolas Augustæ Vindelicorum Paulum Kuhn-
zius, Venetiis Jo. Gabrielem Hertz, Ulmæ Danielen Bartholo-
mæum, Norimbergæ W. M. Endterum, Basilee Bisschoffium, Ge-
novæ N. de Tournes, Lugduni Gallorum Anissonios & Posvelios,
Argentorati Dalsnoekerum, Amstelædam Wetzsteinios, Rote-
redam Frischium & Boehmiam, Lipsiæ Antonium Luz Accisa-
rum præfectum, Dresdæ Michaelen Weinholdum, Berolini Me-
yerum & Zimmermannum, Colonie Agrippinæ Rommerskir-
chium, Francofurti ad Mœnum Knochios, Hamburgi Wolffgan-
gum Frigweilleri & Christianum Liebezeit, Vienne Austriæ Esli-
ngerum, Uratislaviæ Felgibehi viduam, Hannoveræ Færsterum,
Regiomonti Bayrum.

A&E. Erud.
An. 1714.
M. Mail.

Pag. 246.

JOH. BERNOULLI MEDITATIO

M. Junii.
Pag. 257.

*De natura Centri oscillationis, ejusque in Pendulis compo-
sitis, tam quæ in Liquoribus quam quæ in Vacuo agitan-
tur, determinandi Regula nova & certiori quam hacten-
us fundamento suffulta.*

§. 1. IN Actis Lipsiens. Anni superioris p. 129. §. 23. mentionem
fecit novæ alicujus Methodi pro inventionem centri oscil-
lationis, in quam incideram occasione eorum, quæ de effectu
actionis diversæ gravitatis discebam: promisi equidem, me to-
rum hujus rei fundamentum, quod explicare ob materię tractan-
dæ copiam tum non licebat, alio commodiori tempore detactu-
rum. Sed excidisset hæc speculatio, ut fieri assolet, propter alias
quæ postea mentem occuparunt meditationes, nisi refricuisset
mihi memoriam Vir quidam eruditus & Mathematicus insignis,
cui ut morem geram atque adeo promissi fidem liberem, suadet
ejus erga me humanitas & mea demerepdi illam proclivitas.

§. 2. Momentum est ante omnia, quamvis & ego quoque ve-
stem mobilem considerem sicuti quondam fecit Frater meus p.
m. vid. A&E. Lips. A. 1691. p. 291. & Comment. Acad. Reg. Scient.
A. 1703. pag. 78. magnam tamen esse discrepantiam inter utri-
usque applicandi rationem: ille etenim uniusmodi tantum gra-
vitationem adhibet adeoque rationem momentorum ex quibus so-
la rationibus componit, nempe ex ratione ponderum & ratio-

Act. Erud. de eorundem distantiarum perpendicularium ab axe oscillationis; ego vero diversimodas gravitates per mentis fictionem constituo, seu tales quarum una quam alia potentioris causam habeat, majoremque proinde accelerationem in corporibus cadentibus producat. Unde mihi momentorum ratio ex tribus constituitur rationibus; nimirum ex ratione distantiarum ab axe, ex ratione materiz quantitatis quam vocabo *massam* vel *quantum*, & ratione gravitatum acceleratricium; componendo namque duas posteriores nascitur ratio ponderum.

§. 3. Quod cum observatum non sit a Fratre, in calculum incidit multo intricatioris quam par est, ut videre licet in loco citato Comm. Acad. Scient. A. 1703. qui calculi labor præcaveri potest introducta varietate gravitatis, quæ corpora diversimode accelerari concipiuntur; quo fit ut pendulorum longitudines facillime transmutentur in alias vel longiores vel breviores servato interim pendulorum *isochronismo*; atque ita pendulum compositum considerari possit tanquam representans plura simplicia simul oscillantia, ex quibus illud eligendum quod a gravitate naturali animatur.

§. 4. Animare hic & in sequentibus nihil aliud est, quam ad descensum sollicitare, ita ut singulis momentis corpori imprimatur celeritatis gradus infinite quidem parvus sed tamen major minorve pro diversa gravitatis specie.

§. 5. Patet autem per gravitatem me hic intelligere non pondus alicujus corporis sed ponderis causam, nempe vim acceleratricem quæ agit in corpora & per continuationem actionis in corporibus libere descendentibus dato tempore datam celeritatem producere valet; unde clarum est, si vocetur quantitas materiz vel massa corporis, C ; vis acceleratrix vel gravitas, G ; pondus, P ; distantia perpendicularis ab axe verticis, D ; Momentum, M ; fore $M = D \times P = D \times C \times G$.

L E M M A I.

§. 6. Pendula simplicia, quorum longitudines sunt ut vires gravitatis a quibus animantur, sunt *isochrona*. Demonstrationem hanc dedi in Actis Lips. An. 1713. Mense Februario. Theor. III. Coroll. I. §. 6.

L E M M A II.

§. 7. Sit corpus C , constans partibus f, g, h &c. quæ singulæ suis peculiaribus gravitatibus p, q, r &c. animantur, ita ut pondera

in partium sint fp , gq , hr &c. Hic pondus corporis C , $= fp + gq$ Ac. Erud. An. 1714. M. Junii.
 + hr &c. Hoc per se clarum est, partes enim simul sumptæ con-
 stituunt totum.

L E M M A III.

§. 8. *Pasitis quæ prius, corpus C, oscillando sive aliter descendendo acceleratur eodem modo, ac si animaretur ab una tantum gravitate quæ esset $= \frac{fp + gq + hr}{C}$ &c.* Cum enim partes firmiter in-

ter se connexæ supponantur, necesse est, ut unaquaque visum suum descendendi distribuat & de eo communicet cum reliquis partibus pro ratione cujusque molis, unde communis nascitur visum in quem omnes partiales distributi coalescunt; hic autem, ut ex vulgari alligationis Regula liquet, invenitur, dividendo summam ponderum partialium per summam molium hoc est per corpus ipsum C. Pag. 159.

§. 9. Hisce præmissis centri oscillationis determinandi viam eo ordine exponam, quo in eam incidi. Consideravi statim pendulum rectilineum, & quidem primo compositum ex duobus tantum corporibus gravibus, sed æqualia hinc inde ab axe oscillationis intervalla obtinentibus. Hoc deinde ansam præbuit, considerandi quoque plura gravia pendulum rectilineum componentia in quibuscumque ab axe oscillationis distantis. Tertio rem generalissime aggressus supposui pendulum compositum ex ponderibus quocumque & quocumque situ habentibus.

§. 10. Quod ad primum attinet; esto (Fig. 1.) BAC linea vel virga inflexilis & nullius ponderis (qualem impossibilem semper intellectam volo) punctum A axis rotationis seu oscillationis, a quo in distantis æqualibus alligata sint pondera inæqualia, B minus, & C majus. Hoc pacto prævalebit pondus C, & ex situ horizontali AC descendet certo tempore in situm A (C), tum alterum pondus B ex situ AB ascendet in A (B). Ut itaque invenirem hujus penduli centrum oscillationis, hoc est longitudinem penduli simplicis AL, quod eodem tempore in situm A (L) descenderet quo BAC in (B) A (C): vel quod angulum oscillationis LA(L) eundem cum CA(C) eodem tempore absolveret; ratiocinatus sum ut sequitur. Tab. II.
Fig. 1.

§. 11. Gravitatis agens in corpus B oppositum corpori C, eundem effectum præstat ob distantias æquales AB & AC, ac si corpore B sublato aliud ipsi B æquale adjungeretur corpori C, sed quod gravitate negativa esset affectum seu quod sursum urgere-

Ac. Erud. tur a vi acceleratrici æquali ei qua urgentur deorsum corpora
 An. 1714. que a naturali gravitate G animantur. Hinc remota parte AB
 M. Junii oritur pendulum simplex AC , in extremitate C ferens corpus Q
 $+B$ ex duobus C & B conflatum, quorum prius C a gravitate
 naturali seu $+G$, alterum vero a vi eadem sed negativa seu $-G$
 animatur. Adeoque per Lemma III. tota massa $C+B$ eodem ritu

Pag. 260. oscillabitur ac si animaretur a gravitate $\frac{C \times G + B \times G}{C+B} = \frac{C-B \times G}{C+B}$

Res igitur huc redit, ut queratur longitudo AL penduli alterius
 simplicis animandi a gravitate naturali G , quod sit simplici huic
 pendulo fictitio isochronum: at vero per Lemma I. pendulorum
 simplicium isochronorum longitudines sunt ut gravitates a quibus

animantur, faciendo itaque ut $\frac{C-B \times G}{C+B}$ ad G (hoc est ut C

$-B$ ad $C+B$), ita AC ad quartam $\frac{C+B}{C-B} AC$; huicque æqua-

lem sumendo AL ; erit AL longitudo penduli simplicis naturalis
 & isochroni pendulo fictitio AC , seu ipsi composito dato BAC :
 cujus igitur cenerum oscillationis est in L . Quod primo erat
 inveniendum.

Tab. II.
 Fig. 2. §. 12. Ut nunc præstemus alterum, quod generalius est, quod-
 que in hoc consistit, ut centrum oscillationis determinetur in
 pendulo rectilineo composito ex quocunque ponderibus & in
 quibuscumque ab axe oscillationis distantibus: Sit recta indefini-
 ta longitudinis agitata circa axem A . (Fig. 2.) Primo clarum est
 ob lineæ inflexilitatem, puncti cujuslibet P tam velocitatem quam
 velocitatis incrementum se habere in ratione distantie AP ; de-
 inde liquet, vim ponderis alicujus C diffundi per totam virgæ
 vel lineæ longitudinem, ut & actionem gravitatis qua circulatio
 lineæ AL acceleratur, & ita quidem ut vis quam inde sentit
 quodvis punctum P se habeat ex natura vectis in reciproca ra-
 tione distantie AP , seu quod idem est, ut vis illa in P sit ad
 eandem in C vicissim ut AC ad AP : sic quippe momentum in
 P æquale est momento in C ; vocabo autem hoc momentum
 quod in omnibus virgæ punctis idem est, *virtutem agitativam*.

§. 13. Ex hisce fluit, si sublato corpore C , quod a gravitate
 naturali G animari supponitur, ejus loco substituatur in punctum
 P corpus aliud quod animetur a gravitate $\frac{AP}{AC} \times G$, sed cujus mas-

sa sit $\frac{AC^2}{AP^2} \times C$; fore ut virga AL eadem qua prius virtute agita-

Ast Erud.
Am. 1714.
M. Junii
Pag. 261.

tiva urgeatur, & idem quoque velocitatis circulantis incrementum acquirat: Nam momentum in P (per art. 2. & per hyp.)

$= AP \times \frac{AC^2}{AP^2} C \times \frac{AP}{AC} G = AC \times C \times G =$ momento quod a corpore C produceretur cum gravitate naturali; & præterea quia gravitas agens in C est ad gravitatem in P (per hyp.) ut G ad $\frac{AP}{AC}$

G, hoc est ut AC ad AP: erunt velocitatum incrementa in punctis C & P distantis AC & AP proportionalia; adeoque linea AL eadem virtute agitativa urgetur & eodem modo acceleratus circulo sive a corpore C per gravitatem naturalem G animato, sive a corpore P $\left(\frac{AC^2}{AP^2} C \right)$ animato per gravitatem $\frac{AP}{AC}$

G urgeatur.
§. 14. Quod autem de pondere C dictum est, idem & de alio quolibet in pendulo composito inhærente intelligi potest, quare omnia pondera quotquot sunt per hujusmodi substitutionem fictitiam ad commune aliquod punctum P transferri poterunt, in quo unumquodque corpus peculiari sua gravitate pristinam virtutem agitativam lineæ AL imprimat, atque pristinam etiam accelerationis circulantis gradum contribuat; fit ut virtus agitativa totalis æque ac velocitatis incrementum totale, in pendulo hoc simplici substituto, conserventur ejusdem quantitatis ut erant in pendulo composito; adeoque, ut ambo pendula sint sibi mutuo isochrona.

§. 15. Hinc jam patescit, centri oscillationis determinandi negotium in hoc unico consistere, ut corpora hinc inde dispersa atque lingula ab eadem gravitate, nempe naturali animata, ad commune punctum cogantur, mutando debite eorum & massas & gravitates. Hoc modo pendulum compositum ex ponderibus a se invicem distitis sed ab eadem gravitate animatis transformabitur in pendulum simplex isochronum arbitrariæ longitudinis, cujus pondus ex totidem corporibus sed per diversas gravitates animatis constat: huic postea ope Lemm. I. & II. aliud isochronum pendulum simplex gravitatis naturalis facile invenitur.

§. 16. Sit itaque pendulum rectilineum AL (Fig. 3.) compositum ex ponderibus quotcumque æqualibus sive inæqualibus C, D &c. Fingatur postquam ex litu quietis AL pervenit in situm A (L), corpora C, D, &c. subito annihilari, aliaque totidem co-

Fig. 3.

Pag. 262.
dem.

Act. Erud. dem instanti renasci in puncto P, quorum primum habeat molem
An. 1714 $= \frac{AC^2}{AP^2} C$, alterum vero $= \frac{AD^2}{AP^2} D$, &c. atque animetur pri-

mum a gravitate $\frac{AP}{AC} G$, alterum a gravitate $\frac{AP}{AD} G$, &c. Li-

quet ex iis quæ in art. 13. & 14. explicavimus, virgam A (L) ex hac substitutione nihil alterationis pati neque in quantitate virtutis agitativæ, neque in quantitate accelerationis circulantis momentaneæ; ideoque cum omnia persistant in eodem statu, pergit virga A (L) agitari, ut fecisset, si pristina pondera C, D, &c. mansissent: Habemus itaque pendulum simplex longitudinis AP, composito ACD isochronum; sed quia hoc simplex animatur a gravitate quadam, quæ naturali major vel minor erit, videndum porro quantæ longitudinis esse oporteat aliud pendulum simplex gravitatis naturalis, quod cum illo assumpto simpliciter sit isochronum: quod ita indagamus ut sequitur.

§. 17. Per Lemma tertium Gravitās, quæ animat corpus ex pluribus constatum P, habetur dividendo summam productorum quæ fiunt a massis partialibus in suas respective gravitates ductis, per ipsam massarum summam seu per corpus P; sunt autem massæ illæ seu corpora partialia in suas respective gravitates ducta hæc, nempe productum primum $= \frac{AC^2}{AP^2} C \times \frac{AP}{AC} G = \frac{AC}{AP} \times C \times G$; secund.

$= \frac{AD^2}{AP^2} D \times \frac{AP}{AD} G = \frac{AD}{AP} \times D \times G$; tertium $= \&c.$ adeoque sum-

ma omnium productorum $\frac{AC \times C + AD \times D + \&c.}{AP}$ $\times G$ divisa

per P seu per summam ipsorum corporum partialium quæ est $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{AP^2}$ dabit $\frac{AC \times C + AD \times D + \&c.}{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.} \times AP$

$\times G$ pro gravitate quæ animat corpus ex partialibus constatum P: sic igitur vi Lemmatis primi ut factum est in art. 2. etiam hic dicemus, ut se habet hæc gravitas $\frac{AC \times C + AD \times D + \&c.}{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.} \times AP$

$\times G$, ad gravitatem naturalem G (seu ut $AC \times C + AD \times D + \&c.$
Pag. 263. $\times AP$ ad $AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.$) ita penduli simplicis fictitii
 longitudo AP ad quartam quæ erit $= \frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{AC \times C + AD \times D + \&c.}$
 cui proin æqualis sumta AZ dabit longitudinem penduli simplicis
 naturalis quod isochronum erit per Lemm. I. alteri illi simpli-

ei fictio AP & per consequens etiam dato pendulo composito ACD: cujus ergo centrum oscillationis est in Z. Q. E. I.

Act. Erud.
An. 1714.
M. Junii.

§. 18. Atque hoc ipsum est, quod docet regula vulgaris Hugeniana contenta in libro de Horologio oscillat. Parte IV. Propos. 5. in quantum quidem supponantur pondera quæ pendulum componant esse in eadem linea recta, aut saltem quod periade est in plano quodam in quo est axis oscillationis, Restat ut ejusdem regulæ, cujus certa demonstratio antea desiderabatur, bonitatem ex nostro principio deducamus pro pendulo composito ex ponderibus non in tali plano existentibus: Quo casu pondera erunt vel in ipso plano ad planum oscillationis recto, vel tanquam essent in eo considerari possunt & quidem in illis punctis hujus plani e quibus ductæ rectæ ad pondera sunt plano perpendiculares.

§. 19. Concipiamus itaque planum verticale LMN (Fig. 4.) per se nullius ponderis; hoc planum mobile sit circa punctum A; atque ei inhæreant varia pondera C, D, &c. situm quemcumque invariaturum inter se servantia, dum ipsum planum hisce ponderibus oneratum circa axem A rotatur: manifestum est, retracto centro gravitatis ponderum C, D, &c. a linea verticali AM, planum postea dimissum in hoc situ non quieturum, sed impetu concepto ad motus accelerationem ultro citroque oscillationes suas instar penduli continuaturum, non secus ac si pondera C, D, &c. velletis alicujus brachiorum AC, AD, &c. extremitatibus applicata essent, atque hoc modo repræsentarent ipsum de quo jam agitur pendulum compositum.

Tab. II.
Fig. 4.

§. 20. Hujus itaque plani verticalis oscillationes ut intelligamus, cujus nempe penduli simplicis oscillationibus sint isochronæ, & quantam hoc habere debeat longitudinem: Notandum primo, quod attinet ad situm hujus penduli quæsi, gratis supponi a Fratre aliisque cum situm eadem esse, ut (quasi hoc per se pateret) congruat cum recta AF transeunte per centrum gravitatis F ponderum C, D, &c. Hoc enim utut verum sit, non supponimus, sed per ipsam nostram methodum, qua in re aliis antecellere arbitramur, verum esse invenimus.

Pag. 264.

§. 21. Jam vero intelligamus planum nostrum in ipsa oscillatione existere atque ad hunc quem figura monstrat situm pervenisse: si agamus ut supra factum, pondera omnia derepente tolli vel annihilari, eodemque instanti in alio aliquo puncto P, quod primo ad arbitrium sumimus, alia pro singulis substitui reperiendi æquipollentia, hoc est, quorum unumquodque sit debite molis & a debita gravitate animetur, ita ut plano oscillanti eandem virtutis agitiva & accelerationis momentanea quantitatem imprimere pergat, quam tempusculo minimo ante hanc trans-

mu-

Act. Erud. mutationem habebat impressam a pondere jamjam annihilando pro
An. 1714. quo tunc statim substitui concipimus.
M. Junii.

§. 22. Evidenter apparet, substitutione hac facta planum debere motum suum continuare eodem plane ritu saltem per minimum tempusculum ac si nulla facta mutatione mansissent pondera C, D, &c. Dico autem *per minimum tempusculum*, quia ut mox patebit corpora substituta in P, non ut in casu penduli rectilinei in quolibet plani situ invariata semper obtinere magnitudinem & ab invariata gravitate animari debent; unde nec massa totalis P ex omnibus conflata invariata habebit magnitudinem, nec ab invariata gravitate animabitur per integram durantem oscillationem, nisi in casu, quo locus puncti P sumitur in recta transeunte per centrum gravitatis ponderum, id quod ipsum nobis & situm & longitudinem penduli simplicis quæsti determinandi rationem certam ob oculos ponit.

§. 23. Quoniam igitur P, C, D, &c. non sunt in eadem linea recta per A transeunte, adeoque directio gravium non æqualibus obliquitatis angulis ad brachia vectis AP, AC, AD, &c. applicantur; constat ex mechanica quod pro virtutibus agitativis ponderum P, C, D, &c. exprimendis jam non eorum distantias a puncto A, sed distantias perpendiculares PQ, CR, DS, &c. a verticali, AM oporteat multiplicari per ipsa pondera P, C, D, nam rectæ AP, AC, AD, &c. non habent eandem inter se rationem, quam perpendiculares PQ, CR, DS, &c. nisi in casu quo P, C, D, &c. in eadem sunt recta cum puncto A, hoc est in casu penduli rectilinei, ubi pro perpendicularibus PQ, CR, DS &c. sumimus earum proportionales AP, AC, AD &c. vel quod eodem recidit & ad nostrum scopum aptius est, possunt servari ipsæ distantie AP, AC, AD &c. ut & massæ corporum P, C, D &c. sed resolvendæ sunt vires gravitatum in parallelas & normales ad brachia vectis AP, AC, AD &c. ex quibus sumendæ sunt vires normales quæ in C, D, &c. exprimuntur per $\frac{RC}{AC} G$, $\frac{SD}{AD} G$, &c.

§. 24. Quæ cum ita se habeant, virtutes agitativæ plano LMN impressæ a corporibus C, D, &c. designantur per producta distantiarum a puncto A, in massas, & in vires istas gravitatis naturalis normaliter ad distantias derivatas, hoc est per $AC \times C \times \frac{RC}{AC} G$; $AD \times D \times \frac{SD}{AD} G$, &c. seu super $RC \times C \times G$; $SD \times D \times G$, &c. Quare ut istis corporibus annihilatis eadem tamen illæ virtutes agitativæ etiamnum plano imprimantur a corporibus

poribus in P renascentibus & animandis per gravitates convenientes puncto P seu tales, quæ singulæ in plano producant eadem accelerationis circulantis momentaneæ quantitates, quas corpora C, D, &c. a gravitate naturali animata produxissent, si non fuissent annihilata: ante omnia gravitates istæ in P pro singulis corporibus renascentibus sunt determinandæ, quod sic peragitur.

Act. Erud.
An. 1714.
M. Junii.

§. 25. Ex eo quod punctis C, D, &c. a gravitate naturali G normaliter ad AC, AD &c. derivata, quæ est $\frac{RC}{AC} G$, $\frac{SD}{AD}$

G, &c. accrescunt velocitatis incrementa momentanea, quæ se habere debent ad velocitatis incrementa puncto P accrescentia a gravitatibus corpora substituta in P animantibus & per resolutionem virium derivatis normaliter ad AP, ut se habent distantæ AC, AD &c. ad distantiam AP: Invenio has gravitates (quas tantisper appellabo M, N &c.) instituendo has analogias

AC.AP:: $\frac{RC}{AC} G$. $\frac{QP}{AP} M$; AD.AP:: $\frac{SD}{AD} G$. $\frac{QP}{AP} N$ &c. Ex iis

enim prodeunt $M = \frac{AP^2 \times RC}{AC^2 \times QP} G$; $N = \frac{AP^2 \times SD}{AD^2 \times QP} G$; &c.

Pag. 266.

§. 26. Nunc vero Massæ corporum substitutorum in P (quas nominare lubet T, V, &c.) determinandæ sunt, quod fit ex æqualitate quæ esse debet inter virtutes agitativas a corporibus C, D, &c. ante annihilationem plano impressas, & eas a corporibus renascentibus T, V, &c. eidem plano imprimendas: Nam propter istam æqualitatem habetur per art. 24. $RC \times C \times G = QP \times T \times M$;

$SD \times D \times G = QP \times V \times N$; &c. Unde $T = \frac{RC \times C \times G}{QP \times M} =$ (ponendo pro

M, ejus valorem in art. præced. inventum) $\frac{AC^2}{AP^2} C$; pariterque

$V = \frac{SD \times D \times G}{QP \times N} =$ (surrogando valorem ipsius N modo ante

reperitum) $\frac{AD^2}{AP^2} D$; &c.

§. 27. Massæ hæc ita inventæ seu corpora partialia, quæ constituant Massam totalem in P, si ducantur in suas respectivæ gravitates, in art. 25. determinatas, atque productorum aggregatum ($T \times M + V \times N + \&c. =$

$\frac{RC \times C \times G + SD \times D \times G + \&c.}{QP}$

Tem. V.

Kk

=

Aët. Erud. mutationem habebat impressam a pondere jamjam annihilando pro
An. 1714. quo tunc statim substitui concipimus.
M. Junii.

§. 22. Evidenter apparet, substitutione hac facta planum debere motum suum continuare eodem plane ritu saltem per minimum tempusculum ac si nulla facta mutatione mansissent pondera C, D, &c. Dico autem *per minimum tempusculum*, quia ut mox patebit corpora substituta in P, non ut in casu penduli rectilinei in quolibet plani situ invariata semper obtinere magnitudinem & ab invariata gravitate animari debent; unde nec massa totalis P ex omnibus conflata invariata habebit magnitudinem, nec ab invariata gravitate animabitur per integram durantem oscillationem, nisi in casu, quo locus puncti P sumitur in recta transeunte per centrum gravitatis ponderum, id quod ipsum nobis & situm & longitudinem penduli simplicis quæsitum determinandi rationem certam ob oculos ponit.

§. 23. Quoniam igitur P, C, D, &c. non sunt in eadem linea recta per A transeunte, adeoque directio gravium non æqualibus obliquitatis angulis ad brachia vectis AP, AC, AD, &c. applicantur; constat ex mechanica quod pro virtutibus agitatивis ponderum P, C, D, &c. exprimendis jam non eorum distantias a puncto A, sed distantias perpendiculares PQ, CR, DS, &c. a verticali, AM oporteat multiplicari per ipsa pondera P, C, D, nam rectæ AP, AC, AD, &c. non habent eandem inter se rationem, quam perpendiculares PQ, CR, DS, &c. nisi in casu quo P, C, D, &c. in eadem sunt recta cum puncto A, hoc est in casu penduli rectilinei, ubi pro perpendicularibus PQ, CR, DS &c. sumimus earum proportionales AP, AC, AD &c. vel quod eodem recidit & ad nostrum scopum aptius est, possunt servari ipsæ distantie AP, AC, AD &c. ut & massæ corporum P, C, D &c. sed resolvendæ sunt vires gravitatum in parallelas & normales ad brachia vectis AP, AC, AD &c. ex quibus sumendæ sunt vires normales quæ in C, D, &c. exprimuntur per $\frac{RC}{AC} G$, $\frac{SD}{AD} G$, &c.

§. 24. Quæ cum ita se habeant, virtutes agitative plano LMN impressæ a corporibus C, D, &c. designantur per producta distantiarum a puncto A, in massas, & in vires istas gravitatis naturalis normaliter ad distantias derivatas, hoc est per $AC \times C \times \frac{RC}{AC} G$; $AD \times D \times \frac{SD}{AD} G$, &c. seu super $RC \times C \times G$; $SD \times D \times G$, &c. Quare ut istis corporibus annihilatis eadem tamen illæ virtutes agitative etiamnum plano imprimantur a corporibus

poribus in P renascentibus & animandis per gravitates convenientes puncto P seu tales, quæ singulæ in plano producant eadem accelerationis circulantis momentaneæ quantitates, quas corpora C, D, &c. a gravitate naturali animata produxissent, si non fuissent annihilata: ante omnia gravitates istæ in P pro singulis corporibus renascentibus sunt determinandæ, quod sic peragitur.

Act. Erud.
An. 1714.
M. Junii.

§. 25. Ex eo quod punctis C, D, &c. a gravitate naturali G normaliter ad AC, AD &c. derivata, quæ est $\frac{RC}{AC} G$, $\frac{SD}{AD}$

G, &c. accrescunt velocitatis incrementa momentanea, quæ se habere debent ad velocitatis incrementa puncto P accrescentia a gravitatibus corpora substituta in P animantibus & per resolutionem virium derivatis normaliter ad AP, ut se habent distantiz AC, AD &c. ad distantiam AP: Invenio has gravitates (quas tantisper appellabo M, N &c.) instituendo has analogias

AC.AP:: $\frac{RC}{AC} G$. $\frac{QP}{AP} M$; AD.AP:: $\frac{SD}{AD} G$. $\frac{QP}{AP} N$ &c. Ex iis

eaim prodeunt $M = \frac{AP^2 \times RC}{AC^2 \times QP} G$; $N = \frac{AP^2 \times SD}{AD^2 \times QP} G$; &c.

Pag. 266.

§. 26. Nunc vero Massæ corporum substitutorum in P (quas nominare lubet T, V, &c.) determinandæ sunt, quod fit ex æqualitate quæ esse debet inter virtutes agitativas a corporibus C, D, &c. ante annihilationem plano impressas, & eas a corporibus renascentibus T, V, &c. eidem plano imprimendas: Nam propter istam æqualitatem habetur per art. 24. $RC \times C \times G = QP \times T \times M$;

$SD \times D \times G = QP \times V \times N$; &c. Unde $T = \frac{RC \times C \times G}{QP \times M}$ = (ponendo pro

M, ejus valorem in art. præced. inventum) $\frac{AC^2}{AP^2} C$; pariterque

$V = \frac{SD \times D \times G}{QP \times N}$ = (surrogando valorem ipsius N modo ante

reperitum) $\frac{AD^2}{AP^2} D$; &c.

§. 27. Massæ hæ ita inventæ seu corpora partialia, quæ constituunt Massam totalem in P, si ducantur in suas respectivæ gravitates, in art. 25. determinatas, atque productorum aggregarum ($T \times M + V \times N + \&c.$ = $\frac{RC \times C \times G + SD \times D \times G + \&c.}{QP}$

Act. Erud. = $\frac{RC \times C + SD \times D + \&c.}{QP}$ G.) dividatur per summam massa-
An. 1714.
M. Junii.

rum seu corporum partialium hoc est per corpus totale P (T
+ V + &c. = $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{AP^2}$) quod provenit

$$\left(\frac{T \times M + V \times N + \&c.}{T + V + \&c. \times QP} = \frac{RC \times C + SD \times D + \&c.}{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.} + \frac{AP^2 \times G}{QP} \right)$$

dabit per Lem. III. gravitatem quæ animat corpus totale P. Facien-

do itaque vi Lem. I. ut se habet $\frac{RC \times C + SD \times D + \&c.}{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.} \times \frac{AP^2 \times G}{QP}$

ad G (seu ut $RC \times C + SD \times D + \&c. \times AP^2$ ad $AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c. \times QP$) ita penduli simplicis fictitii longitudo AP ad quar-

tam $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{RC \times C + SD \times D + \&c.} \times \frac{QP}{AP}$, quæ erit longitudo pen-

Pag. 267. duli simplicis naturalis AZ & isochroni pendulo composito ACD, sed quorum isochronismus durat tantum per tempusculum infinite parvum nisi in aliqua positione lineæ AP inter AC, AD

&c. fiat ut quarta ista $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{RC \times C + SD \times D + \&c.} \times \frac{QP}{AP}$, quæ a-

lias variabilis est pro varietate anguli MAP, evadat constantis datæque longitudinis pro quovis angulo MAP.

§. 28. Sed ut cognoscatur, an & quæ sit illa positio Lineæ AP inter AC, AD, &c. advertendum est (posito F esse centrum gravitatis corporum C, D, &c. & ducta FE perpendiculari ad AM) quod $RC \times C + SD \times D + \&c.$ sit $= C + D + \&c. \times EF$, ceu patet ex Staticis; adeoque quod quarta illa expri-

mi possit hoc modo $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{C + D + \&c. \times EF} \times \frac{QP}{AP}$; jam ve-

ro ultro quasi in oculos incurrit, hanc quantitatem fieri constantem, modo constans sit $\frac{AP \times EF}{QP}$; hanc autem constantem esse,

quando AP transit per centrum gravitatis F, nemo non videt: est enim

tunc $\frac{AP \times EF}{QP} = AF$; adeoque quarta illa AZ seu longitudo pen-

duli simplicis ipsi composito ACD isochroni (substituto AF pro $\frac{AP \times EF}{QP}$) erit $= \frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{C + D + \&c. \times AF} =$ quantitati

constanti ob constantes AF, AC, AD, &c. ut & C, D, &c.

§. 29. Atque hinc emergit regula Hugeniana pro inveniando centro

centro oscillationis in pendulo qualicumque composito, quæ regula in propositione V. part. IV. Horol. oscillat. his verbis concepta legitur : *Dato pendulo ex ponderibus quolibet composito, si singula ducantur in quadrata distantiarum suarum ab axe oscillationis, & summa productorum dividatur per id quod fit ducendo ponderum summam, in distantiam centri gravitatis communis omnium ab eodem axe oscillationis, orietur longitudo penduli simplicis composito isochroni, sive distantia inter axem & centrum oscillationis ipsius penduli compositi.* Annon vero hujus regulæ veritas nunc longe firmiori fundamento sit stabilita quam antehac factum, judicium sit penes Lectorem harum rerum intelligentem ; cum non solum non indiguerim precaria illa Hugonii hypothesi, quæ, si pondera quolibet, vi gravitatis suæ, moveri incipiant ; non posse centrum gravitatis ex ipsis compositæ altius, quam ubi incipiente motu reperiebatur ascendere, axiomatis loco usus fuerat, etsi non omnimodam evidentiam haberet ; sed neque etiam opus habui ut supponerem cum Fratre meo, ac si per se clarum esset, de quo tamen dubitari posset, scilicet centrum oscillationis existere in Linea centri (ut vocat Hugonius) hoc est in recta linea quæ per punctum suspensionis & per centrum gravitatis ducitur.

Ad. Erud.
An. 1714.
M. Junii.

Pag. 268.

§. 30. Præterea duo imprimis animadverto incommoda, quibus laborat modus demonstrandi exhibitus in Comment. Acad. Scient. anni 1703. pag 81. & seqq. edit. Paris. Primum est, quod calculo analytico eoque satis operoso utatur Frater in re quam ego sola fere synthesi (ut fieri par est in demonstrationibus) absolvo ; alterum, quod supponat pondera C & D (vid. Fig. ibid.) quæ ipsi faciunt partes figuræ oscillantis, æqualia, quo fit ut ipsius demonstratio valeat tantum pro ejusmodi figuris in lateribus oscillantibus, quarum applicatæ a communi quadam diametro bisecantur, neque igitur applicari posset ad figuras dimidiatas quales essent semiparabola, semihyperbola, &c. aut etiam conus, vel cylindrus per axem sectus, nisi novo calculo id demonstraret haud dubie multo difficiliore futuro quam quem adhibuit pro corporibus C & D hinc inde æqualibus suppositis. Hoc posterius incommodum in nostra doctrina evitatur, utpote quæ rem universalissime pertractans & numerum & rationem corporum C, D qualemcumque æque facile admittit, ac si duo tantum & æqualia essent ; quanquam & hoc monendum, pondera C, D &c. ut Hugonio atque Fratri ita & mihi considerari tanquam puncta seu potius ut moleculas infinite parvæ extensionis respectu totius penduli.

§. 31. Accedimus nunc ad alteram partem hujus nostræ Disquisitionis.

AA. Erud. An. 1714. M. Junii. Pag. 269. sitionis, quæ nempe agit de centro oscillationis determinando in pendulis quæ ex diversæ materiæ corporibus composita in fluidis vel liquoribus agitantur; suppono autem fluida perfectissima, hæc est talia, quæ destituta partium tenacitate morui corporum non resistent, vi tamen propriæ suæ gravitatis imminuant gravitatem corporum demersorum: hæc vero gravitatis naturalis imminutio in fluidis diversa est pro diversitate densitatis corporum, densiora enim minus amittunt quam rariora; unde, cum æstimanda sit sola gravitas relativa seu excessus quo corpus magis tendit deorsum quam fluidum ambiens, manifestum est corporum heterogeneorum oscillationes in fluidis eodem modo se habere, ac si pendula agitantur in vacuo, sed quorum corpora non ab eadem gravitate naturali, verum a diversis gravitatibus animarentur.

Tab. II. §. 32. Ponamus itaque gravitates relativas a quibus corpora C, D &c. (Fig. 4.) heterogenea in fluido animantur esse mG , nG , &c. hoc est, partes tantum gravitatis naturalis, intelligo enim per m , n , &c. partes unitatis: Quas supra art. 25. invenimus

$$\text{gravitates } M, N, \&c. \text{ in } P \text{ substituendas nempe } M = \frac{AP^2 \times RC}{AC^2 \times QP}$$

$$G, N = \frac{AP^2 \times SD}{AD^2 \times QP} G, \&c. \text{ patet eas nunc ita fore } M = \frac{AP^2 \times RC}{AC^2 \times QP}$$

$$mG, N = \frac{AP^2 \times SD}{AD^2 \times QP} nG, \&c. \text{ adeoque } T \times M + V \times N$$

$$+ \&c. \text{ erit heic } = \frac{RC \times C \times mG + SD \times D \times nG + \&c.}{QP}$$

$$= \frac{RC \times C \times m + SD \times D \times n + \&c.}{PQ} G, \text{ quod divisum per } T + V$$

$$+ \&c. (\text{sicuti fecimus artic. 27.}) \text{ dabit jam } \frac{T \times M + V \times N + \&c.}{T + V + \&c.}$$

$$= \frac{RC \times C \times m + SD \times D \times n + \&c.}{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.} \times \frac{AP^2 \times G}{QP^2}, \text{ pro gravitate quæ}$$

animat corpus totale P. Ut igitur habeatur longitudo penduli simplicis in vacuo agitandi quod sit isochronum pendulo composito oscillanti in fluido, sumenda est vi Lemmatis I. ut in modo citato art. 27. factum cernitur quarta proportionalis hu-

$$\text{jus analogiæ, ut } \frac{RC \times C \times m + SD \times D \times n + \&c.}{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.} \times \frac{AP^2 \times G}{QP^2} \text{ ad } G, (\text{seu ut } RC \times C \times m + SD \times D \times n + \&c. \times AP^2 \text{ ad } AC^2 \times C + AD^2 \times D \times G)$$

* $D + \&c. \times QP$) ita AP ad quartam $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{RC \times C \times m + SD \times D \times n + \&c.}$ Act. Erud.
An. 1714.
M. Junii,
Pag. 270.

* $\frac{QP}{AP} =$ (posito jam F esse centrum gravitatis non quidem totorum corporum C, D, &c. sed eorum tantum partium quæ

sunt $mC, nD, \&c.$) $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{mC + nD + \&c.} \times \frac{QP}{EF \times AP} =$

(ob $\frac{AP \times EF}{QP} = AF$, posito nempe AP transire per F)

$\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{mC + nD + \&c. \times AF} =$ constanti alicui longitudini AZ.

§. 33. Hinc pro pendulis compositis in fluido agitandis, hæc regula condi potest, Hugenzianæ similis : *Dato pendulo ex ponderibus quolibet composito atque intra datum liquorem agitando, si singulorum massæ ducantur in quadrata distantiarum suarum ab axe oscillationis, & summa productorum dividatur per id quod fit ducendo summam partium per m, n, &c. designatarum & ex ipsis massis sumendarum in distantiam centri gravitatis communis omnium illarum partium ab eodem axe oscillationis ; orietur longitudo penduli simplicis sed extra liquorem agitandi composito intra liquorem agitato isochroni.*

§. 34. Quodsi vero desideretur pendulum simplex in ipso quoque liquore oscillationes isochronas peragens ; hoc obtinetur ope Lemmatis I. faciendo tantum, ut se habet pondus absolutum materiæ ex qua pendulum conficere lubet ad pondus relativum ejusdem, seu quod habet intra liquorem, ita Longitudo per datam regulam inventa, ad Longitudinem penduli quæsitæ ; sed curandum est , ut ubi primum agitari incipit removeatur a perpendiculo vel linea verticali AM angulo MAP, qui sit æqualis ei, quem facit ab initio oscillationis linea centri ponderum non absolutorum sed relativorum , quæ habent corpora C, D, &c. in ipso fluido , in quo pendulum ex illis corporibus compositum agitur ; hoc enim nisi observetur , vibrationes duorum illorum pendulorum non erunt isochronæ, sed qui ex dictis angulis major est, etiam pendulum ad quod ille pertinet vibrationes suas longiori tempore perficit.

§. 35. Unde rursus liquet peccari ab illis, qui naturam centri oscillationis explicare suscipientes supponunt , quod pendulum simplex composito isochronum, & linea centri in ipso pendulo composito debeant æquales angulos constituere cum perpen- Pag. 271.

Act. Erud. pendiculo vel linea verticali transeunte per punctum suspensio-
 An. 1714 nis: siquidem id tantum obtineat in pendulis rectilineis in fluido,
 M. Junii. & in aliis quoque pendulis sed extra fluidum oscillantibus, quod
 per consequens non inter axiomata sed inter invenienda & de-
 monstranda reservari oporteat.

§. 36. Non necesse duco multis ostendere formulam nostram

supra inventam $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{mC + nD + \&c. AF} = AZ$, sese porrigere

ad quosvis alios casus oscillationum qui excogitari possunt, ut
 si ex. gr. penduli compositi partes essent quidem ex materia ho-
 mogenea sed liquor constaret ex stratis diversis in quibus sin-
 gular partes agitantur & quæ strata essent heterogenea, vel si
 utcumque & pendulum & fluidum ex partibus & stratis hetero-
 geneis componeretur: modo attendatur, quantam partem pon-
 deris sui unaquæque ex penduli partibus retineat in eo in quo agi-
 tatur strato; hoc est quasnam unitatis partes faciant quantitates
 $m, n, \&c.$

§. 37. Neque etiam monere volo quid observandum esset,
 si quædam ex penduli agitati partibus extra fluidum eminentes,
 reliquæ vero in illo demersæ semper manerent: Aerem enim
 in quo quædam ex corporibus pendulum componentibus agitan-
 tur considerari posse ceu stratum aliquod ad liquorem adhuc per-
 tinens, Lectori tam obvium erit ut moneri non mereatur; in
 quo casu fit ut quædam ex partibus $m, n, \&c.$ maneat æquales
 unitati, illæ nimirum, quæ respondeat penduli partibus in aere
 motis & nihil sensibile de suo pondere amittentibus.

§. 38. Pariter nihil difficultatis habere arbitror, si nonnulla
 corporum $C, D, \&c.$ sunt vel ejusdem specificæ gravitatis vel
 etiam minoris quam fluidum in quo movenda sunt; nam op-
 pido constat, in his casibus quasdam ex quantitatibus $m, n, \&c.$
 vel evanescere vel negativas evadere; evanescunt scilicet,
 ubi corpora in fluido nihil ponderis retinent ob æquipollentiam
 gravitatis specificæ corporum & fluidi ambientis: sed evadunt
 negativæ, cum gravitas specifica liquoris ambientis præpollet
 gravitati specificæ corporum in illo motorum, quæ proin qua-
 si levitant, hoc est a gravitate negativa animantur.

Page 272

§. 39. Plura alia ejusmodi, quæ ex hætenus explicatis, tan-
 quam corollaria deduci possent curiosa & elegantia, plane non
 attingo, contentus universalem Oscillationum Theoriam ex tam
 claro & simul fecundo principio jam esse derivatam, ut nihil
 tam obscurum tamque reconditum in hac materia videatur, quod
 non

non ejusdem principii ductum assequi liceat : quale quid antea ab Hugeniano aliove minus genuino vix sperari poterat.

AA. Erud.
An. 1714.
M. Junii.

§. 40. Ceterum quod attinet ad compendia quæ mihi sunt pro parte ab Hugenio sed operose demonstrata, ad levandam calculi molestiam in determinatione centri oscillationis figurarum variarum Geometricarum, sive in planam sive in latus oscillantium, ea cum aliis huc spectantibus nondum cognitis occasione commodiore publici juris faciam.

R E L A T I O

M. Aug.
Pag. 380.

De novo Barometrorum & thermometrorum concordantium genere.

SI barometra & thermometra haberemus, quæ in eodem loco reposita easdem prorsus mutationes paterentur, fluido nempe in singulis ad eundem gradum una ascendente ac descendente; facile apparet, observationes barometricas & thermometricas diversis in locis diversoque tempore diversis instrumentis eodem in loco institutas inter se comparari posse, ita ut e. gr. indicari possit vi nostrarum observationum dies, quo calor æris ejusque gravitas eadem prorsus fuit, quæ alio tempore dato Parisiis vel alio in loco. Enimvero observatum est in Academia Regia Scientiarum Parisina, (quemadmodum annotavimus in Actis An. 1707. p. 359.) barometra similia eodem Mercurio repleta & in eodem loco posita nunquam exacte conspirare, & in vulgus notum est, multo minorem esse thermometrorum concordiam. Quæ adeo hætenus desiderata fuerunt, barometra & thermometra concordantia exquisita industria construit Daniel Gabriel Fabrenheit, Dantiscanus, qui ab aliquo tempore apud nos commoratur & in conficiendis thermometris atque barometris tam simplicibus quam compositis excellit. Artificium, quo horum instrumentorum concordiam constanter ex voto obtinet, ob rationes domesticas adhuc reticet : effectum tamen observarunt multi, qui ejus thermometra & barometra sibi compararunt. Obtulit haud ita pridem duo thermometra Cl. Wolfio, Mathem. Professori Halensi, ut ea sub examen revocaret. In iis globulorum loco conspiciuntur cylindri, spiritu vini colore cœruleo tincto repleti. Altitudinem unius deprehendit digiti unius cum $\frac{1}{2}$ pedis regii Parisini (supponitur autem pes in 12 digitos divisus,) alte-

Pag. 381.

A&E. Erud. alterius vero digiti unius cum $\frac{7}{16}$: diametrum illius reperit $\frac{11}{16}$.
 An. 1724. alterius vero $\frac{7}{16}$. Non tamen eadem est diameter per totum cy-
 lindrum & uterque cylindrus circa finem in sphaeroides quod-
 dam protuberat. Longitudo tubi prioris est 6 digitorum cum
 $\frac{11}{16}$, posterioris vero $6\frac{11}{16}$. Scala utriusque eadem applicata, longi-
 tudinis 6 digitorum cum $\frac{7}{16}$: tota dividitur in 26 partes æqua-
 les, quarum unaquælibet in quatuor subdividitur. Parti secun-
 dæ a cylindro numeratæ adscribitur frigus vehementissimum,
 & ab eo usque ad extremitatem scalæ ascendendo numerat gra-
 dus 24, quorum quartus frigus ingens, octavus aerem frigidum,
 duodecimus temperatum, decimus sextus calidum, vigesimus ef-
 forem ingentem, 24 denique æstium intolerabilem indicat. Con-
 tendit autem *Fabrenbinius*, sibi constare methodum, qua quivis
 alius ubivis terrarum thermometra construere possit, suisset non
 visis similia, ita ut cum hisdem in eodem loco reposita ad eandem
 scalarum similium gradus liquorem evehit, vel deproffus exhibeant.
Wolfius non solum per plurimos dies observavit in utroque
 thermometro liquorem constanter ad eundem gradum vel gradus
 ejusdem scapulum idem; verum etiam in locis calidioribus eor-
 dem liquorem in utroque æqualiter prorsus ascendentem notavit.
 Cum utrumque eidem aquæ frigidæ una immergeret, æqualiter
 prorsus liquorem utrobique descendere animadvertit. Cum ali-
 quando pollicem manus unius cylindro unius, pollicem manus
 alterius cylindro alterius applicaret; inæqualitatem quandam;
 quamvis fere contemnendam, notavit: sed permutatis cylin-
 dris, ascensus tardior factus est celerior & celerior contra tar-
 dior, didicitque adeo, calorem non prorsus eundem utrique pol-
 lici inesse. Aliam quoque differentiolum quandam sibi observa-
 re visus est, sed adeo exiguam, ut in præsentī negotio jure pro
 nulla haberi possit: æstimat enim eam $\frac{1}{16}$ unius gradus seu $\frac{1}{16}$
 totius scalæ, hoc est, fere $\frac{1}{26}$ digiti unius pedis regii Parisiensi.

D. S. SCHMIEDER I,

IMP. ACAD. NAT. CURIOS. SOC.

AG. Erud.
An. 1714.
M. Sept.
Pag. 427.

*Observatio de duplici Phænomeno Lunari nuper d. 24.
Maii observato.*

Duplex phænomenon satis rarum, spectatu curiosum atque
cujus memoria eruditos inter retineatur, dignum, die 24.
Maii s. e. cum tota nocte una cum aliis in itinere comitibus Li-
psia Dnsdam proficiscerer rheda publica, in corpore Lunari a me
multisque aliis observatum jam exhibeo, in adjecta figura aenea
accurate representatum. Cœlo advesperascente, hora nempe octa-
va, & Sole jam sub Horizontem depresso, cum cœlum, nubibus
antea densis iisque haud paucis conspersum, sudum redderetur &
ventus ex Oriente spirare incipiens nubes aquis turgidas disperge-
ret, inque longos albescentes tractus mutari nubes conspicerentur:
una ex his admodum longa albicans in copiosissimos floccos discer-
pta ac per totum fere cœli spatium ad Horizontem usque Occi-
dentalem sese extendens, corpori Lunari in Oriente adhuc consti-
tuto agglutinabatur, ac eleganter quoad figuram (Fig. 1.) per so-
mihorulæ spatium, jucundo spectaculo, cometæ caudam mentie-
batur. Curiosa hac nube disjecta & effluxo duarum fere horarum
spatio cum cœlum maximam partem nubibus nunc depurgaretur,
paucæque saltem hinc & inde in aere adhuc & albicantes & nigri-
cantes hærerent; inopinato sensim sensimque novum, aere tunc
temporis dense & vaporibus repleto, oculorum conspectui sese of-
ferebat phænomenon in Fig. 2. aspectu curiosum atque non tantum
ob formam, verum quoque quod Luna nondum plena sed adhuc
gibbosa apparuerit notatu dignum, cum alias in plenilunio talia
sese nobis conspicienda præbeant. *Primo* sat magna Lunam (a)
cingebat area seu corona (cccc) albicantis coloris, deinde crux
generabatur pyramidalis lutea (bbbb) cum duabus simul in arca
Paraselenis (d.e.) quarum una (d) eleganter imaginem Lunæ
mentiebatur & cauda admodum lucida & longa instructa erat,
altera vero (e) hac paulo debilior, interim tamen satis perfecta
apparebat. *Tertio* sub conspectum quoque prodibat Paraselenæ
(f) quæ nubeculæ tantum rotundæ & nonnihil lucidæ faciem
exhibebat, ac tandem *quarto* splendor albicantis coloris Lunæ
falcatæ ad instar (g) oriebatur, qui etiam omnium primo cum
Paraselenæ (f) iterum disparebat. Postea crux & halo, ultimo

Pag. 428.

Tab. III.
Fig. 1.

Fig. 2.

Act. Erud. autem Paraselenæ (d.e.) quoque evanescebant. Litteræ in Fig. An. 1714. 2. b & i indicant nubes, quarum illæ (b) albicantem, hæ vero (i) nigricantem habebant colorem, interdum Lunæ faciem obscurabant. Una ex albicantibus (b) ad finem fere usque hujus sæculi curiosi arcam lunarem, ut in Fig. 2. annotavimus, non nihil tegebat. De cruce notandum est, quod ista nequaquam in locis nostræ observationis corpus lunare interfecisset, neque ad peripheriam arcæ usque lineis parallelis sese extenderit, neque etiam æqualem de se splendorem atque claritatem sparserit, ut quidam se vidisse ajunt, sed ex quatuor quasi conflatâ pyramidibus & corpori Lunari imposita videretur. Brachium eorum (α) eleganter clarebat, (β) vero paulo debilius, (γ & δ) autem æquali nitore prædita erant, fortius tamen splendebant quam (ε) nonnihil autem debilius quam (α). Cujus rei causam quilibet qui Lunæ corpus luce undique æquandum perferum attendit, persfacile intelligere valet. Ad materiam ejusmodi phænomenorum quod attinet, misse aliam sententiarum ineptis iis subscribimus, qui eam ex particulis aqueis in vaporem tenuem resolutis, intermixtis interdum præter exhalationibus, nunc paucis nunc copiosis, sulphureis constare, ejusque formam atque colorem ex doctrina optica de reflexione & refractione radiorum in corpuscula pellucida hujus vel illius figuræ & densitatis incidentium deducendam atque explicandam afferunt. Conf. Da. D. Jo. A. Schmidii pererudita Dissert. de Cruce in Luna visa, M. Christ. Goltii Diss. de Paraselenis, coronis, cruce in Luna aliisque arcubus, Act. Erud. An. MDCLXXXIV. nec non Ephemerid. Acad. Nat. Cur. Decur. II. A. II. Durationem autem nostri phænomeni quod concernit, equidem ab horâ X. ad XII. usque oculos delectavit, quô tempore elapso sensim sensimque iterum evanuit, nec tantum admirationis verum etiam variarum de origine sententiarum causa extitit. Alii enim, quia Luna Turcarum insignis est, inque ejus arcæ tres Paraselenæ apparuerunt, librum cum Polonis rebellibus atque Saccis hostium adventum; alii alia mala nobis significari putabant. Quorum vero omnium sententias ex superstitione vana originem ducere, cum evidens sit atque perspicuum, earum refutationi nobis non esse immorandum censuimus. Ceterum simile phænomenon paraselenarum A. 1666. d. 17. Decembr. mare Gedani inspectatum describit Hæroldus in Phænomenis æreis, quæ tractatui de Mercurio & Venere in Sole visa per modum appendicis subjunguntur. Theoriam vero ejus optime explicuit Hugenius in Posthumis.



EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIS

ANNO 1715.

EXAMEN COROLLARIUM TERTIUM

Ad propositionem septimam Tractatus de Quadratura Circuli & Hyperbolæ per infinitas Parabolas & Hyperbolas geometricæ exhibitæ a R. P. D. GUIDONE GRANDO, Magni Hetruriæ Ducis Theologo & Mathematico ac Philosophiæ Professore in Academia Pisana, in quo Corollariorum quantitatem ex infinitis nullitatibus componi statuitur.



Osteaquam insignis Geometra P. Grandus in Pro-
pos. VII. Elegantissimi Tractatus de Quadratura
Circuli & Hyperbolæ aggregatum ex infinitis ter-
minis geometricæ proportionalibus finiri verbali-
cujus arcus æquari, accurate demonstravit, ex hac
sua propositione sequentem elicit consequentiam;

Seriem scilicet infinitarum linearum signis + & — alternatim
affectarum dimidiæ lineæ æqualem esse, vel, ut Autor ipse men-
tem suam explicat: Eandem lineam infinites positam & infinites

Ll 2

sub-

Act. Erud.
An 1715.
M. Jan.
Pag. 42.

Act. Erud. *subtraham relinquere sui medietatem*. In novissima laudati tractatus editione in 4, post hoc Corollarium hanc instantiam asterisco signatam, apposuit. „ Aggregatum ex infinitis differentiis infinitarum linearum *bV* sive continue sive alterne sumptarum est

Pag. 43.

„ demum summa ex infinitis nullitatibus seu 0, quomodo ergo
 „ quantitatem notabilem aggreget? At repono, subdit, eam in
 „ finiti vim agnoscendam, ut etiam, quod per se nullum est mul-
 „ tiplicando in aliquid commutet, sicuti finitam magnitudinem
 „ dividendo in nullam degenerare cogit, unde per infinitam Dei
 „ creatoris potentiam omnia ex nihilo facta, omniaque in nihi-
 „ lum redigi posse: neque adeo absurdum esse, quantitatem ali-
 „ quam, ut ita dicam, creari per infinitam multiplicationem vel
 „ additionem ipsius nihili, aut quodvis quantum infinita divisio-
 „ ne, aut subtractione in nihilum redigi. “ In sequenti postea
 Scholio hanc responsionem ac Corollarium ipsum similitudine
 quadam illustrare atque adversus cujusdam Conforis Stricturas de-
 fendere conatur doctissimus Autor.

Etsi vero tum ex hoc libro de Quadratura Circuli, tum ex aliis
 præclaris speciminibus Autoris doctissimi Ingenium plurimum su-
 spicio, impetrare tamen a me non potui, ut prædicto Corollario
 assensum præberem, quanquam necessariam id Propositionis veræ
 sequelam esse videatur, quia semper nescio quis scrupulus animum
 pungebat, quo minus pro evidenti veritate id admitterem. Inito
 vero examine connexionis Corollarii controversi cum sua Proposi-
 tione ex qua deductum est, humani quid Autori alioqui perspicaci-
 ssimo accidisse mihi vidisse visus sum. Et cum Clar. Grandum
 veritatis amantem sciam, non ægre ipsum laturum confido si er-
 roris fontem tum ipsi tum aliis breviter hoc loco atque modeste
 aperuero, ad id vero Propositionem ipsam cum subjuncto Corol-
 lario tertio, de quo solo agitur, duobus præcedentibus tanquam
 veris nunc silentio prætermittis.

Tab. I.
 Fig. 1.

Super latus KI quadrati KB descripto semicirculo KHI, ducatur ex puncto I quælibet recta IHG semicirculum in H rectam vero VK in G secans, demissaque HL normali ad KI, si in recta GN diametro semicirculi KI æquidistante ac per punctum G ducta sumatur ubique GD æqualis sinui verso IL arcus IH, punctum D erit in quadam curva IDS, cujus ordinata GD etiam æquabitur omnibus differentiis alternis $Y_1, 2, 3, 4, 5, \&c.$ infinitorum terminorum geometricæ progressionis $YG, 1G, 2G, 3G, 4G, 5G, \&c.$ existentibus curvis $K1b, K2b, K3b, K4b, K5b, \&c.$ Parabolis primi, secundi, tertii, quarti, quinti, &c. gradus & sic in infinitum per omnes reliquos, quadrato Vi priori KB æquali inscriptis. Hæc est Propositio septima Cl. Grandi in Libro supra laudato de

Pag. 44.

Qua-

Quadratura Circuli & Hyberbolæ; ejus ingeniosa demonstratio breviter huc redit: Quod, quia ipsæ YG, 1G, 2G, &c. sunt in progressionē geometricā, earum differentiæ etiam ut Y₁, 12, 23, 34, 45, &c. futuræ sint continue proportionales, tum etiam earum termini alterne sumti Y₁, 23, 45, &c. Hinc vi ejus secundæ propositionis est series infinita Y₁ + 12 + 23 + 34 + &c. ad seriem Y₁ + 23 + 45 + &c. Sicut Y₁ — 23 ad Y₁ — 12 quam posteriorem rationem ostendit æquari rationi IG² ad IK² seu IG ad IH aut KI ad LI, atque adeo, quia prior series Y₁ + 12 + 23 + 34 + &c. = YG (nam hæc linea æquatur omnibus partibus simul sumtis quæ partes sunt omnes seriei hujus infinitæ termini) ideo etiam series Y₁ + 23 + 45 + &c. = IL = GD. Quod erat demonstrandum.

Act. Erud.
An. 1715.
M. Jan.

Cum ergo nulla habita ratione positionis puncti G in radio KV generaliter probatum sit, quod IL = GD = Y₁ + 23 + 45 + &c. vel quod idem est, = YG — 1G + 2G — 3G + 4G — 5G + &c. si punctum G ponatur in V adeo ut linea YG cadat super rectam bV, erit etiam VG hoc casu = bV — bV + bV — bV + bV — bV + &c. singulis YG, 1G, 2G, 3G, 4G, 5G, abeuntibus in bV. Sequi ergo videtur ex Propositione Autoris, *Quod linea bV infinities posita & infinities subtrahita sui medietatem relinquat*, ut habet toties jam nominatum Grandi Corollarium. Fateor quidem libenter consequentiam istam obiter inspectam ex propositione legitime deductam videri, adeo quidem ut, superaccedente plausu Mathematicorum illorum non vulgariū de quibus Clar. Grandus pag. 30. refert, ipsos Corollarii hujus novitate perculsos, atque in summam tam inauditæ inexpectatæque veritatis admirationem adductos fuisse, cum nihil huic stupendo paradoxo simile in tota Geometria se uspiam legisse testarentur, difficile fuerit Cl. Autori consequentiæ nævum animadvertere, qui tamen ultro in oculos ejus incurrisset, si indifferenti animo rem totam expendere voluisset; sed ostendendum est id atque ob oculos ponendum quod ejus perspicaciam fugisse videtur.

Galilæus olim per jocum, ut puto, probare conabatur ex eo quod Superficies in Cylindro Sphæræ circumscripto ubique æqualis ostenditur superficiei portionis Sphæræ æquealtæ, *Circumferentiam Circuli puncto æquari*. Jam si ex Cl. Grando quærerem, in quam Galilæi ratiocinium deficere arbitretur? nullus dubito quin hanc responsionem reportaturus sim. Lynceum Philosophum in hoc errasse, quod ab uno genere magnitudinis transitum fecerit in conclusionē ad aliud diversumque genus. Quod ab æqualitate duarum superficierum rerumque adeo homogenearum argumentatus sit ad æqualitatem rerum heterogenearum linearum cum puncto. Nam etsi super-

Page. 45.

Act. Erud.
An. 1715.
M. Jan.

NOVA LITERARIA MATHEMATICA

De Perpetuo Mobili, Longitudine Maris, & Quadratura Circuli.

Licet irrito per tot secula conatu Mathematicorum ingenia defatigaverint perpetuum mobile, longitudo maris & circuli quadratura, non tamen defuere anno proxime præterito, qui problematum hætenus desperatorum solutionem giganteo ausu denovo aggressi sunt. Perpetuum mobile construxit *Orffreus*, *Misnicus*, vir in arte Medica, quam proficitur, & in Chimia atque Mechanica versatissimus; Longitudinem Maris inveniendi methodum excogitarunt *Dittonus* atque *Whistonus* Angli, eruditionis fama præstantes; Circuli Quadraturam publicavit *Daniel Weyerwel* Batavus, Orbi erudito hætenus ignotus. Præstanda præstitit Germanus; ingenio suo non prorsus indigna dedere Angli; infelix in demonstrando fuit Batavus.

Perpetuum mobile, quod *Orffreus* noster construxit, viderunt hominum myriades, & rerum Mathematicarum atque Mechanicarum peritissimi admirati sunt. Structura, quam inventor inventi præmium expectans studiose celat, simplicissima esse colligitur, quia nonnisi unica rota cum axe suo circumeunte constat. Diameter ejus quinque ulnas Lipsienses non excedit, crassities sex digitos non superat. Intervallo unius minuti horarii quinquaginta revolutiones absolvuntur & rota libere pendula nec ulla motore externo sensibili impulsu obstaculo remoto motum inchoat, cumque perenniter & æquabiliter admodum continuans pondus 60 imo 70 & amplius librarum ad aliquot orgyarum altitudinem attollere valet. Tam nobile inventum hætenus spectandum exhibuit inventor in pago quodam *Dreschmik*, non procul ab oppido *Ciza* sito; sed nunc locum mutare cogitur.

Sua de longitudine maris cogitata anno superiori in peculiari scripto Londini sermone patrio publicarunt *Whistonus* atque *Dittonus* sub titulo: *A new Method for discovering the Longitude both at Sea and Land*, in 8. Nimirum notum est, longitudinem maris seu meridianum, ad quem navis in mari pervenit, haberi, quam primum hujus meridiani distantia a meridiano quodam alio notæ longitudinis innotescit. Quare cum experientia ipsos edocuerit, granatam majorem (quam *bombam* vulgo vocant) e mortario perpendiculariter ejaculatam ad 6440 pedum altitudinem ascen-

AA. Erud. ascendere & hinc in maxima elevatione ad 28 vel 30 milliaria
 An. 1715. Anglica videri; ad longitudinem maris inveniendam perquam
 M. Jan. commodum censent, si passim per mare naves in situ suo anchorarum ope firmentur & ipso medio noctis momento ex mortario in ipsis collocato quotidie bomba perpendiculariter ejaculetur. Quodsi ergo loca illa, unde bombæ ascendunt, in mappis hydrographicis notentur, ut a nautis ope pyxidis magneticæ explorata plaga reperiri possint, longitudo loci, ad quem navis pervenit, latere amplius nequit, quoniam ex hora, quæ est in navi per mare lata, differentia meridianorum horaria nota est. Sed non hoc unico modo, verum adhuc aliis eidem fundamento superstructis problema solvi posse docent. Ceterum quia *Dittonus* hanc methodum invenit primus, *Whistonus* postea cum ipso inventum ulterius perfecit; ille sub suo solo nomine alium adhuc de eodem tractatum prælo subjecit, qui propediem in publicum proditurus.

Denique *Daniel Waaywel* aliquot plagulas idiomate Batavo de quadratura circuli Amstelodami sub titulo: *Demonstratie wegens de quadratura circuli* in 4 edidit. Rationem diametri ad peripheriam ut 1683 ad 5288 esse contendit. Singulari methodo se in his numeris investigandis usum proficitur, quam mysterii instar celat, cum ipsi sufficiat ostendisse, non aliam diametri ad peripheriam rationem esse posse quam 1683 ad 5288. Videamus, quomodo propositum suum exequatur. Circulo ADBE circumscribit quadratum HXZI alterumque ADBE inscribit. Assumit CK tantæ magnitudinis, ut peripheria CTKO sit diametro DE æqualis. Denique circa diametros PK & ED ellipsin DPEK & circa PK circulum PLKG describit. Ponit jam diametrum $AB = 2r$, peripheriam $DAEB = c$, diametrum $CK = s$, circumferentiam $GPLK = d$. Quare cum sit $CK : DE = PK : PGKL$; reperietur $d = 4r$, & hinc porro area circuli PGKL seu $\frac{1}{2}sd = 2rs = QPKV$. Similiter quia $CK : DE = AB : ADBE$; reperietur $c = 4rr : s$, & hinc ulterius area circuli ADBE $= 2r^2 : s$. Quoniam itaque ellipsis PDKEP $= z^2$ media proportionalis inter circulos circumscriptum ADBE & inscriptum PGKL; erit $z^4 = \frac{1}{2}crds = 4r^4$, adeoque $z^2 = \sqrt{\frac{1}{2}crds} = 2r^2 = \square ADBE$. Manifestum quoque, lunulas ellipticas PGKDP, & PLKEB esse rectangulis APQH & KBIV æquales, imo $AeDA = ACFA = AeDgPH$ & $DCPD = \triangle ADCA$ & circulum COKT $= \triangle CDK$. His conditionibus non alios numeros, quam suos satisfacere, sic ostendere conatur. Jubet CK assumi $s \pm a$ & inde eodem, quo ante, modo elicit $z^2 = \frac{1}{2} \sqrt{(crds \pm crad)} = 2r^2$. Cum vero in calculo præcedente fuerit $z^2 = \frac{1}{2} \sqrt{crds}$; contradictionem involvere ipsi

ipſi videtur, quod nunc ſit $Z^2 = \frac{1}{2} \sqrt{crds} + \frac{1}{2} \sqrt{erad}$ (perperam enim $\frac{1}{2} \sqrt{(crds + cred)}$ & $\frac{1}{2} \sqrt{crds} + \frac{1}{2} \sqrt{cred}$ pro una eademque quantitate habet.) Enimvero quomodo hinc concludi poſſit, CK eſſe debere s , non vero $x \pm a$ nulla ſaneratione apparet, quoniam valores indeterminati ad arbitrium aſſumi poſſent. Subjicit demonſtrationem, quam vocat, in numeris, ponens $2r = 50$: unde ob rationem diametri ad peripheriam $1683 : 5288$, $CK = f = \frac{42071}{2646}$, $ADBE = \frac{1}{2} cr = \frac{3305000}{1683}$, $PGKL = \frac{1}{2} fd = \frac{2103750}{2646}$, tandemque $Z^2 = \sqrt{\frac{1}{2} crds} = 1250 = 2rr = 50.25$. Quodſi hæc demonſtratio varlet, eodem prorsus modo oſtenditur, rationem diametri ad peripheriam eſſe ut numerum quemvis ad quemcunque alium. Ponamus enim eam eſſe $= 1 : 3$ & ut ante $AB = 50$, erit $ADBE = 1875$, $PGKL = \frac{2500}{3}$, tandemque prorsus ut ante $Z^2 = 1250$. Ponamus eandem rationem eſſe $= 1 : 100$, $AB = 50$, erit $ADBE = 62500$, $PGKL = \frac{100}{4}$, tandemque denuo ut ante $Z^2 = 1250$, & ſic in infinitum.

Aſt. Erud.
An. 1715.
M. Jan.

C. WOLFII MEDITATIO

M. Maji.
Pag. 213.

De ſimilitudine figurarum præſertim curvilinearum, & conſtructione Lunularum Cyclico-parabolicarum ſimilium datamque inter ſe rationem habentium.

DEſiderata hætenus in Geometria fuerunt principia ſimilitudinis: unde factum eſt, ut non modo ex principio alieno ac ſæpe per ambages ſimilium Symptomata demonſtrata fuerint, verum etiam talia ſine probatione aſſumpta, quæ utique probatione aliqua indigere videbantur. Ita *Euclides* aſſumit, figuras rectilineas ſimiles habere angulos ſingulos ſingulis æquales atque etiam latera circum æquales angulos proportionalia; ſimiles conos & cylindros habere axes baſium diametris proportionales; ubi *Clavius* recte addit, ſi *Scaleni* fuerint, axes ſub eodem angulo ad diametros baſium inclinari: *Illuſtris Marchio Hoſpitalis* ſupponit, figuris curvilineis ſimilibus inſcribi poſſe figuras rectilineas ſimiles. Enimvero non ſine ratione quaeritur, cur illa criteria figurarum, tam rectilinearum, quam curvilinearum, atque conorum & cylindrorum ſimilium conſtituantur? Ad hanc autem quaestionem reſponderi nequit niſi ex generalibus de ſimilitudine principiis.

Pag. 214

Cum ante quadriennium fere *Illuſtris Leibniti* ſuam ſimilium definitionem mecum communicaret, quod nempe ſimilia ſint, *Tam. V.*

M m

que

A& Erud. *quæ discerni nequeunt nisi per compræsentiam*; subito mihi exopta-
 An. 1715. ta affulsit lux in hoc argumento Geometrico. Hinc enim statim
 M. Maji. inferebam, similitudinem esse identitatem eorum, per quæ res a
 se invicem discerni debent. Ut igitur constet, quænam sint simi-
 lia, ad duo respiciendum esse intelligebam: nimirum 1. conside-
 randum esse, quænam sint ea, unde res a se invicem discerni
 queant; 2. inquirendum esse, quid ad hoc requiratur, ut eadem
 dici possint. Ne autem in recensione proprietatum characteristi-
 carum similium quicquam omittatur, ad ea potissimum respicien-
 dum esse observavi, quibus datis reliqua determinantur. Quodsi
 enim data fuerint similia & ex iis eodem modo duo vel plura de-
 terminentur; nullum est dubium, quin ea tota similia sint, adeo-
 que etiam cetera, quæ ex datis determinantur, eadem esse debeant.
 Hæc principia explicavi iisdemque usus sum in Elementis meis
 Mathematicis universæ, & inde non modo definitiones *Euclideas* pla-
 norum ac solidorum similium demonstravi, verum etiam novas
 easque faciliores exhibui demonstrationes eorum, quæ de iis osten-
 di solent in Geometria elementari. Quoniam vero intelligo de-
 siderari a nonnullis applicationem eorundem principiorum ad fi-
 guras curvilineas; pauca de eadem in præsentī proponere visum
 est, unde cetera haud difficulter intelliguntur. Notum est, datis
 quocunque semiordinatis & abscissis, dari quocunque puncta in
 linea curva, consequenter omnia una determinari, quæ ullo mo-
 do inde pendent. Si igitur figuræ similes hoc modo determinari
 debent, necesse est ut data, ex quibus determinantur, per se di-
 stingui nequeant, hoc est, ut in casu præsentī (vi eorum, quæ
 in Elementis meis Mathematicis ostendi) abscissæ eodem modo de-
 terminatæ ad suas semiordinatas eandem rationem habeant. E-
 nimvero ut intelligatur, quomodo abscissæ eodem modo determi-
 nentur, exemplo aliquo res declaranda. Proponantur ex. gr. duæ
 Tab. II. parabolæ *AMN* & *amn*. Assumatur abscissa *AP* utcumque: quodsi
 Fig. 1. 2. fiat, ut parameter Parabolæ *MAN* ad parametrum alterius *man*
 ita *AP* ad *ap*; abscissæ *AP* & *ap* eodem modo determinatæ sunt
 dicunturque similes, quia in parabola non alia datur linea constans
 præter parametrum, cumque abscissa distincte non cognoscatur
 nisi per rationem ad parametrum, abscissæ *AP* & *ap* ob eandem
 ad parametros suas rationem discerni nequeant. Jam cum tota si-
 milia sint, quæ ex similibus datis eodem modo determinantur;
 neque arcus *AM* & *am* per se discernibiles sunt adeoque in figu-
 ris similibus eandem ad abscissas *AP* & *ap*, ad semiordinatas *PM*
 & *pm*, ad constantes unde abscissæ *AP* & *ap* determinatæ sunt, &
 ita porro, rationem habere debent. Quodsi cui hæc non satis evi-
 denter inferri videantur, quia vim principiorum nostrorum animo
 non-

nendum comprehendit; ex supposita analogia $AP:PM = ap:pm$ A.G. Erud. idem facile evincemus. Quoniam enim $AP:PM = ap:pm$; erit An. 1715. etiam alternando $AP:ap = PM:pm$. Sit jam $AP = x$, $PM = y$, ra- M. Maji. tio constans $AP:ap = a:b$, reperietur $ap = bx:a$ & $pm = by:a$. Quare cum elementum arcus AM sit $\sqrt{(dx^2 + dy^2)}$; erit ele- mentum arcus $am = \sqrt{[(b^2 dx^2 + b^2 dy^2):a^2]}$, consequenter $AM:am = \int \sqrt{(dx^2 + dy^2)} : \int \sqrt{[(b^2 dx^2 + b^2 dy^2):a^2]} = \int \sqrt{(dx^2 + dy^2)} : \frac{b}{a} \int \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = 1 : \frac{b}{a} = a:b = AP:ap = PM:pm$.

q. e. d. Immo eadem ratione ostenditur, quod *Euclides* de figuris rectilineis similibus demonstravit, quod nempe sint in ratione duplicata homologorum laterum, idem universaliter de omni- bus figuris similibus enunciari debere. Sint enim omnia ut an- te: quoniam elementum areæ $AMP = y dx$; erit elemen- tum areæ $amp = b^2 y dx : a^2$, consequenter $AMP : amp = y dx : \frac{b^2}{a^2} y dx = a^2 : b^2 = AP^2 : ap^2 = PM^2 : pm^2 = AM^2 : am^2$. Et gene- Pag. 216.

ralius multo affirmare licet, omnes figuras similes ac earum par- tes quascunque similes esse in ratione duplicata homologarum linearum. Patet autem ex antecedentibus, lineas homologas esse, quæ suppositis figuris similibus eodem modo determinantur, veluti si AP & ap bisecentur, ex punctis C & c perpendicu- lares CD & cd ipsis AC & ac subduplæ erigantur, tandemque puncta D & N itemque d & n rectis DN & dn connectantur. Erunt nimirum lineæ DN & dn reliquis AP & ap , PM & pm & c. homologæ.

Optime etiam figuræ similes discernuntur a reliquis per ele- menta, quibus ad genesin earum opus est. In similibus enim fi- guris elementa similia esse debent. Unde cum circulus & parabola unica recta data describi possint, omnis vero recta, sit alteri rectæ similis adeoque per se sine alia tertia assumta, ad quam turriusque ratio exigitur, una ab altera non discernibilis; vi su- periorum omnes circuli omnesque parabolæ similes sunt. Itaque non mirum, quod etiam circuli eorumque segmenta similia, itemque parabolarum segmenta similia, hoc est, quorum abscissæ sunt parametris aut semiordinatis porportionales, habeant ratio- nem duplicatam, illi quidem diametrorum atque chordarum ar- cuum similia, hæc vero parametrorum, abscissarumque & se- miordinatarum similia. Nimirum omnes figuræ ejusdem spe- ciei inter se similes sunt, quando elementa, ex quibus generan- tur, dissimilia esse nequeunt. Hinc intelligitur, ex. gr. omnes cycloides esse inter se similes, quia circuli genitores & rectæ,

Act. Erud. super quibus incedunt, dissimiles esse nequeunt, rectæ autem;
An. 1715. utpote peripheriis circularum genitorum æquales, ad diametros
M. Maji. eorundem eandem rationem habent. Contra cum ellipses & hyperbolæ datis duobus axibus vel diametris conjugatis describi possunt, uti ex Conicis notissimum est, binæ vero rectæ a binis aliis per rationem discerni possunt; ellipses atque hyperbolæ similes tum demum gignuntur, quando axes conjugati vel diametri conjugatæ utrobique in eadem sunt ratione. Ex nostris adeo principiis

Pag. 217. veluti sponte sua magno numero fluunt, quæ alias operose ostendi debent. Plurimum autem refert, ut constet, quænam figura sint similes, quænam dissimiles, quia in similibus omnes lineæ sive rectæ, sive curvæ, modo eodem modo determinentur, inter se homologæ sunt: quod utique non minus usui esse potest, quam triangulorum similitudo. Exemplum in præsentī sufficiat sequens.

Tab. II. Sit Lunula quæcunque DAEFD arcu parabolico DAE & circulari DFE, cujus centrum P, in axe parabolæ AX terminata: oportet construere lunulam aliam cyclico-parabolicam *daefd*, quæ sit priori similis & ad eam datam habeat rationem $= a:b$. Ex antecedentibus constat, lunulas esse in ratione duplicata parametrorum. Cum enim tam DAECD & *daecd* quam DFECd & *dfecd* in ratione duplicata parametrorum existant, erit DAECD : DFECd = *daecd* : *dfecd*, adeoque dividendo & alternando DAEFD : *daefd* = DAECD : *daecd*, consequenter lunulæ DAECD & *daecd* in ratione duplicata parametrorum existunt. Habent ergo parametri rationem subduplicatam lunularum, nempe ut a ad \sqrt{ab} . Quodsi ergo ad a , mediam proportionalem inter a & b atque parametrum parabolæ DAE, quarta proportionalis quærat; habebitur parameter parabolæ *dae*, qua data construi potest. Jam ut quoque arcus circuli *dfe* eodem modo determinetur, quo arcus DFE determinatus fuit; non sufficit centrum p in axe ax assumi, quemadmodum centrum P in axe AX existit, sed radius quoque *fp* ipsi FP & *af* ipsi AF similis esse debet: id quod per antecedentia obtinetur, si *fp* & *af* ad parametrum suam eam habuerit rationem, quam habent FP & AF ad parametrum sibi respondentem, hoc est, *fp* sit quartus proportionalis ad parametros parabolæ & radius FP, & *af* quarta proportionalis ad easdem parametros atque AF. Eodem modo construi possunt lunulæ quotcunque aliæ similes. Circumspectione tamen opus est, ut singula eodem modo determinentur. Ex. gr. Omnes parabolæ sunt inter se similes & abscissæ AF atque *af* itidem similes sunt, si parametris proportionales. Ellipses similes sunt, quorum axes conjugati sunt proportionales. Quodsi tamen circa axes FX & *fx* elli-

ellipses similes describas, lunulæ DAEFD & *daefd* non erunt similes, nisi parabolæ parametrum axium ellipticarum habuerint rationem: alias enim per rationem parametrorum ad axes lunulæ etiam non præsentibus distinguuntur.

Act. Erud.
An. 1715.
M. Maji.
Pag. 218.

His principiis in Geometriam admissis, magna ex parte tandem satisfiet illis, qui conqueruntur, in Geometria tantum demonstrari, quod res ita sint, non vero rationes reddi, cur ita sint. Præterea longe plurima admodum universaliter demonstrari poterunt. Ex. gr. in Elementis meis Sphæricorum jamdum ostendi, multa quæ de angulis & figuris rectilineis demonstrantur ab *Euclide*, ad angulos & figuras curvilineas applicari posse, si latera fuerint similia, quoniam lineæ rectæ non considerantur ut rectæ, sed ut similes. Talia sunt theoremata de angulis contiguis, & verticalibus, de parallelismo linearum, de similitudine & congruentia triangulorum & ita porro.

DE CENTRO TURBINATIONIS

M. Junii.
Pag. 242.

INVENTA NOVA,

Autore JOHANN. BERNOULLI.

DE motu Pendulorum simplicium & compositorum horumque centro oscillationis inveniendæ omnium optime scripsit Nobiliss. Hugenius, Vir in hac materia apprime versatus: Principium vero, quod axiomatis loco assumit, de descensu & ascensu communis centri gravitatis ad æqualem altitudinem nonnullis visum est nimis temerarium & sine demonstratione non admittendum.

Nos Theoriam nostram de hoc argumento certiori fundamento innixam in Actis Lipsiensibus communicavimus (vide mens. Junii 1714.) ex qua centrum oscillationis pendulorum compositorum tam in fluidis quam extra fluida agitatorum evidentem & indubiam determinandi rationem deduximus. Prelaudatus Hugenius in Operis sui pereximii de *Horologio Oscillatorio* Parte 5. breviter describit constructionem horologii cujusdam & circulari pendulorum motu desumptam, quæ scilicet mittitur contemplatione pendulorum simplicium motu conico laterum, quorum gyrationes isochronas esse deprehendit, cum conicæ superficies a pendulis descriptæ æquales habent altitudines: meminit quæ-

run-

At Erud. randa[m] utilitatum hujus horologii, monetque qua in parte præcellat alteri illi in antecedentibus descripto, quod nempe vulgari pendulo inter duas cycloides oscillante instructum est; atque ea occasione innuit Nob. Autor, se constituisse quidem edere descriptionem horum quæ ad motum circula[re]m & vim centrifugam attinent, sed cum de ea argumenta plura dicenda habuerit, quam quæ eo tempore exequi vacasset, interim autem ut nova nec inutili (ceu ipse vocat) speculatione fruerentur harum rerum studiosi, machine hujus fabricam expositurum & quedam tantum Theoremat[um] traditurum ad vim centrifugam pertinentia; demonstratione ipsarum in aliud tempus dilata.

Pag. 243.

Vidimus postea Theorematum eorum demonstrationes in Opusculis posthumis Hugenianis anno 1703. editis: quod attinet ad demonstrandi soliditatem, vim, & perspicuitatem, omnia sapiunt solitam Autoris exactitudinem, ita ut nihil desiderari possit, nisi forte quod nimis scrupulosus sit in demonstrandis etiam rebus more veterum quæ plane facilesque videbuntur iis quibus recentiores nostræ methodi familiares sunt: quod ideo dico, ne quis cui Hugenii indoles perspecta non est, aut ejus scripta examinare non vacat, præpostera alicujus Censoris sententia deceptus erroris insimulet Virum summum, qui sollicitus adeo fuit in errore evitando etiam in minutissimis.

Censuræ ejusmodi intempestivæ exemplum in Diario Parisino 23. Maji anno 1701. ubi P--- homo ad carpendum, uti videtur, natus, horum 13. Theorematum Hugenianorum demonstrationes daturus improbat, quod Hugenius *Duplicem oscillationem minimam lateralem alicujus penduli eodem tempore absolvissetur, quo absolvisset circuli minimus ejusdem penduli matu canipa lati.* In dubium quoque vocat Theorema sextum, quod restringendum esse affert certis duabus conditionibus. Aliud autem hac sua crisi effecit nihil P--- quam quod apud harum rerum intelligentes suam in iisdem imperitiâ prodiderit conjunctam cum perpetuo cavillandi pruritu; ut vel hoc nomine parum commotus fuerim, quando eum vidi non mea tantum scripta subinde fugillantem, sed ne magnis quidem viris parentem: quam ob rem nulla responsione eum dignum censeo, neque posthac censebo.

Verum enim vero nec P--- a cujus cavillis solide vindicarunt Hugenium Clarissimi Editores opusculorum posthumorum in præfatione eorundem, nec quisquam alius eorum omnium, quorum bene multi sunt, qui Theoremat[um] ista tredecim demonstrationibus suis quolibuscunque munire valuerunt, hætenus sibi in animum induxis, materiam eam amplificare, atque imprimis supplere ac quodammodo restituere ea quæ incomparabilis Hugenius videtur præter

præter dicta illa Theoremata in mente habuisse; cui inquit sibi de eo argumento plura dicenda fuisse; quam quæ sum temporis ex- qui licuisset.

AA. Erud.
An. 1715.
M. Junii.

Nemo enim facile crediderit, modo attendat ad rerum connexionem, Hugenum, qui cum ageret de oscillationibus laterali- bus tam operosus fuit in reducendis pendulis compositis ad pen- dula simplicia seu in determinandis centris oscillationis pendulo- rum compositorum variarumque figurarum planarum & solidarum, eundem quoque, cum scriberet Theoremata de pendulorum sim- plicium motu conico, non cogitasse pariter de compositis in gy- rum actis, deque modo in illis, nec non in variis figuris gyra- tionum tempora periodica aliisque eo pertinentia determinandi & inveniendi: in hac enim mobilium gyrationum, vel ut ego ap- tius voco, turbinantium non minus quam in illa oscillantium speculatione occurrunt profecto scitu dignissima & longe jucun- dissima; ut mirer neminem fuisse & quidem inter ipsos illos De- monstratores Theorematum per se satis faciliū, qui ulterius progredi ausus, materiam ab Hugenio tantum incipientiam promo- vere aliquousque sustinuisse. Quorsum enim fastidiosa illa repeti- tio, rei & a nobis primum, postea ab aliis dudum præstite, nisi ut non tam de publico bene mereantur, quam ut ostentent aliquam dexteritatem, qualis tamen ad hoc quicquid est operis haud ma- gna requiritur.

Pag. 244.

Sperabam equidem, cum primum opuscula posthuma in manus meas incidissent, me inter ea reperturum plenariam hujus argu- menti pertractationem; sed præter nudam theorematum demon- strationem cum tribus quatuorve aliis propositionibus eo spectan- tibus aliud nihil videre fuit.

Unde firmiter credo, quæ de Turbinationibus pendulorum com- positorum & figurarum meditatæ est Hugenus & haud dubie scri- pto consignavit (prout conjicere licet ex iis quæ initio partis y. Horologii oscillatorii haud obscure indicavit) cum plurimis aliis schedis, ut fieri solet, post fata Auctoris intercidisse.

Non igitur inconsultum fore judicavi, si, quod jam ab initio hujus sæculi de centro Turbinationis commentus fui, tandem cum publico communicarem, atque ita restituerem deperdita Hugenia- na, vel (siquidem non aulam pro certo asseverare me in easdem prorsus cum ipso speculationes incidisse) saltem jacturam illam repararem similibus, ut conjecto, cogitatis, atque inventione Re- gulæ universalis pro pendulorum compositorum & figurarum tur- binantium reductione ad pendula simplicia motu conico lata & cum illis isochrona. Necesse est autem ut præmittam quasdam defini- tiones Hugonianis similes, uti videre est in Horologio oscilla- torio

Pag. 245.

AA. Erod. torio pag. 92. vel potius ut cum paucis aliis Hugenianas illas ad rem
An. 1715. nostram mutatis mutandis accomodem; sit itaque
M. Junil.

Definitio I. Pendulum turbinans dicatur figura quolibet gravitate prædita, five linea fuerit, five superficies, five solidum, ita suspensa ex puncto aliquo, ut circa illud vel potius circa rectam verticalem, quæ per punctum suspensionis ducta intelligitur, motum æquabilem horizonti parallelum vi impetus impressi continuare possit.

Definitio II. Turbinari igitur est moveri in gyrum ita ut singula figuræ turbinantis puncta describant circulos horizonti parallelos.

Definitio III. Punctum suspensionis dicatur Vertex turbinationis.

Definitio IV. Recta vero verticalis per verticem turbinationis ducta vocetur Axis turbinationis.

Definitio V. Per Pendulum simplex & per compositum in turbinationibus intelligitur idem quod apud Hugenium in Oscillationibus, vid. ejus defin. 3. & 4.

Definitio VI. Pendula turbinantia Isochrona vocentur, quorum tempora periodica sunt æqualia h. e. quæ turbinationes suas æqualibus temporibus absolvunt.

Definitio VII. Planum turbinationis dicatur Planum verticale, in quo est Axis turbinationis & quod per centrum gravitatis penduli compositi vel figuræ turbinantis duci intelligitur.

Definitio VIII. Linea Centri est quæ ex Vertice per centrum gravitatis transire concipitur.

Definitio IX. Centrum turbinationis penduli compositi vel Figuræ turbinantis cujuslibet appelletur punctum in axe turbinationis tantum a Vertice turbinationis distans, quanta est altitudo superficiei conicæ descriptæ a pendulo simplici quod figuræ turbinanti Isochronum sit.

Definitio X. Angulus turbinationis vocetur, quem facit Linea centri cum Axe turbinationis.

Definitio XI. Figura plana, vel Linea in plano sita, in planum turbinari dicatur, cum Axis turbinationis in eodem cum Figura Lineave est plano.

Definitio XII. Eadem vero in latius turbinari dicantur, cum
Pag. 246. planum turbinationis cum figuræ lineæve plano angulum constituit.

HYPOTHESIS I.

Si Pondera quoslibet invariata distantiam tam inter se, quam a vertice turbinationis servantia turbinari incipiant juxta quodam impo-

tu toti systemati impresso, angulum turbinationis manere eundem semper, & velocitatem singulorum corporum fore æquabilem (remota scilicet aeris resistentia) & suis ab axe turbinationis distantiiis proportionalem.

Act. Erud.
An. 1715.
M. Junii.

Hujus rei ratio unicuique manifesta evadet, si consideret rectas a vertice turbinationis ad singula corpora turbinantia ductas tanquam totidem vectis compositi brachia, quæ inter se connexa sunt in ipso vertice turbinationis, unumquodque vero in extremitate sua annexum habeat corpus, quod duabus potentiis brachium urget una verticali quæ dependet ab ipso ejus pondere, altera horizontali, quam acquirit inter turbinandum a conatu recedendi ab axe turbinationis, & quæ vocatur vis centrifuga. Quod si itaque momenta omnia virium deorsum trahentium æquantur momentis omnibus virium extrorsum nitentium, patet quandam tunc esse speciem æquilibrii in toto systemate corporum simul turbinantium, ita ut quem tunc facit angulum Linea centri cum Axe turbinationis, hunc postea servet continuo, maneatque velocitas uniformis in singulis systematis punctis, nisi ea vel ab aere vel ab aliis impedimentis externis, a quibus autem abstrahimus, turbetur; quo ipso non amplius circuli horizontales a punctis istis describerentur, sed aliæ curvæ irregulares & non in planis existentes, sicuti periculum facienti satis constabit.

Quo major autem est velocitas systematis seu penduli turbinantis sive sit simplex sive compositum, liquet tanto etiam majorem requiri angulum turbinationis; cum enim vires horizontales centrifugæ hoc modo augeantur, necesse est, ad conservandum æquilibrium, ut simul etiam crescant momenta ponderum seu virium verticalium, id quod fieri nequit nisi ab Axe turbinationis magis recedant magisque adeo angulus ille ampliatur.

HYPOTHESIS II.

Pag. 247.

Si pendulum e pluribus ponderibus compositum turbinetur, ita ut singula ejus puncta describant circulos horizontales, esse aliquod Pendulum simplex, quod motu conico gyrando circuitus minimos faciet eodem tempore cum composito.

Ex Demonstratis Hugenianis palam est, tempora circulationum esse in subduplicata ratione altitudinum conorum, quorum superficies describunt pendula simplicia; potest ergo abbreviari vel elongari longitudo penduli simplicis, quæ est ipsa altitudo superficiæ conicæ acutissimæ faciendo circuitus minimos descriptæ, ut tempus circulationis sit vel dato quolibet minus vel dato quolibet majus, hoc est, ut in infinitum vel minui vel augeri possit: ideoque necessario dabitur aliquod pendulum simplex quod dato compo-

AG. Erud. to erit isochronum. In hujus vero penduli simplicis longitudine
An. 1715. determinanda consistit inventio centri turbinationis, utpote quæ
M. Junii. longitudo penduli simplicis gyrationes minimas facientis æqualis est altitudini superficiei conicæ a quolibet alio pendulo simplici isochrono descriptæ; quod ipsum est Theorema VII. Horolog. Oscillat. demonstratum in opusculis posthumis Propof. VIII. de vi centrifuga.

Eo Theoremate cum nitatur maxima pars reliquorum theorematum Huguenianorum, interim vero Autoris demonstratio quæ ex consideratione potentiarum pondera planis declivibus incumbentia sustententium deducitur, licet ingeniosa, non tamen satis plana & facilis videatur, dabo hic meam ex natura Vestis petitam magis naturalem & ad inventionem centri turbinationis magis idoneam: præmitto autem hoc

LEMMA.

Tab. III. *Sit Vestis AB (Fig. 1.) circa extremitatem A mobilis, in altera vero B binde oblique tractus a duabus potentiis quæ rationem reciprocam habent eorundem directionum, in eodem cum veste plano existentium, distantis a centro motus; manebunt potentie in æquilibrio; & ideo vestis situm suum in hoc plano non mutabit.*

Patet hoc ex Mechanicis; etenim æqualitas intercedit momentis Potentiarum, & ideo æquilibrio inter ipsas Potentias.

THEOREMA HUGENII.

Fig. 248.

Si pendula duo simplicia inequalis longitudinis describant superficies conicas æqualis altitudinis: Tempora periodica erunt æqualia.

Demonstr. Concipiatur filum penduli simplicis esse inflexile vel rigidum instar vestis gravitate carentis, clarum est, dum suspensum ab una extremitate circa verticem turbinando movetur, alteram extremitatem trahi ut supra dictum a duabus potentiis nempe a pondere corporis secundum directionem verticalem, & ab ejus vi centrifuga secundum directionem horizontalem: Ergo per Lemma præcedens ob angulum turbinationis semper æqualem, potentie illæ duæ erunt reciproce proportionales suarum directionum distantis a vertice turbinationis. Hinc itaque si pendula duo simplicia AB & LM (Fig. 1.) turbinando describant duas superficies conicas, erit ut AC ad AD, ita pondus

B ad ejusdem vim centrifugam $= \frac{AD \times B}{AC}$; Et pariter ut LN

ad LP ita pondus M ad vim centrifugam $= \frac{LP \times M}{LN}$, unde vix

cen-

centrifuga in B ad vim centrifugam in M :: $\frac{AD \times B}{AC} \cdot \frac{LP \times M}{LN}$ (su- Aq. Erud.
An. 1715.
M. Junii.

mendo pondera B & M æqualia) :: $\frac{AD}{AC} \cdot \frac{LP}{LN} :: AD \times LN \cdot LP \times AC$

(suppositis conorum altitudinibus AC & LN æqualibus) :: AD. LP :: CB. NM; Hoc est vires centrifugæ sunt in hoc casu ut radii circulorum quos mobilia B & N describunt, ergo per conversam Theorematis primi in Horolog. oscillat. ab hoc non dependentis, tempora periodica sunt æqualia. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Notandum hic, et si demonstrationis gratia pondera B & M assumpta fuerint æqualia, posse tamen esse utcumque inæqualia. Ex eo enim quod cum mutato pondere etiam proportionaliter mutetur ejus vis centrifuga, angulo turbinationis manente eodem, liquet tempus periodicum non mutari: rem ipsam nunc aggredior, quam comprehendam duabus prioribus propositionibus fundamentalibus, quibus reliquæ superstruentur. Pag. 249.

PROPOSITIO I.

Dato Pendulo turbinate composito ex ponderibus quotlibet communi turbinationis plano inhaerentibus, si pondera singula ducantur in suas distantias ab axe turbinationis & porro in suas altitudines, hoc est in distantias a plano horizontali per verticem turbinationis ducto; Deinde summa productorum dividatur per id quod fit ducendo pondus summam in communis centri gravitatis ponderum distantiam ab axe turbinationis, habebitur distantia centri turbinationis seu Longitudo penduli simplicis circuitus minimos iisdem cum composito temporibus facientis, seu quod idem est, habebitur altitudo superficiæ conica, quam pendulum quodlibet simplex describens pendulo composito dato erit isochronum.

Sint pondera pendulum turbinans componentia (quorum nec figura nec magnitudo, sed gravitas tantum consideratur) & communi plano turbinationis pondere carenti inhaerentia A, B, C; vertex turbinationis sit O, (Fig. 2.) commune centrum gravitatis ponderum, X; Axis turbinationis, OR; Linea centri OX; Fig. 2. Tab. III. Angulus turbinationis, ROX, qui inter turbinandum invariatus manet, hoc est, Planum in quo sunt pondera non rotatur circa punctum O: Hujus rei causa est quia momenta virium centrifugarum angulum hunc ampliare conantium, æqualia sunt momentis ponderum ipsorum eundem angulum contrahere nitentium;

AQ.Erud. tium ; ita nempe ut si nonnihil remitteretur vel lentior fie-
 An. 1715. ret turbinationis motus, linea centri OX, quæ continuo affectat
 M. Junii. situm verticalem, statim accederet propius ad axem OR ; si ve-
 ro intenderetur, statim ab eodem magis recederet.

Pondera A, B, C, vocentur a, b, c , & eorum distantiae ab
 axe OR, nimirum AF, BG, CH, sint f, g, h ; altitudines ve-
 ro seu distantiae a plano horizontali per verticem O transeunte,
 vel quæ ipsis sunt æquales OF, OG, OH, nominentur k, l, m ;
 tandem distantia ab axe centri gravitatis XL sit p ; hujusque
 altitudo OL, q . Erit productorum summa $afk + bgl + cbm$;
 Pag. 250. Et rursus, ducendo summam ponderum in distantiam centri
 gravitatis omnium ab axe turbinationis, productum æquale e-
 rit $ap + bp + cp$; unde dividendo prius per hoc, habebitur
 $\frac{afk + bgl + cbm}{ap + bp + cp}$; Cui longitudini si æqualis statuatur longitudo

penduli simplicis per circuitus minimos turbinantis; Dico hoc
 alteri illi composito isochronum esse, adeoque etiam quodlibet
 aliud simplex, modo describat superficiem conicam ejusdem alti-
 tudinis cum prædicta longitudine.

Ad hoc demonstrandum concipiamus pendulum compositum
 OABC adhucdum in quiete, & Lineam centri OX manu pre-
 hensam removeri ab axe OR, ut constituat cum eo angulum
 ROX; intelligamus nunc pendulo ita constituto, imprimi pla-
 no turbinationis velocitatem eam qua eodem tempore gyratio-
 nes absolveret cum prædicto pendulo simplici; ostendam per
 hanc velocitatem plani omnia pondera simul secum circumfe-
 rentis, tantas ista pondera acquirere vires centrifugas, ut ea-
 rum momenta simul sumpta præcise adæquent summam momen-
 torum ponderum; adeoque velocitatem ita impressam, esse ip-
 sam illam requisitam, quæ efficere debet ut angulus turbina-
 tionis inter turbinandum non mutetur; quo facto demonstra-
 tum erit assertum, nempe pendulum illud compositum in dato
 turbinationis angulo ROX fore isochronum pendulo simplici
 assignato.

Sit enim pendulum turbinans simplex EM, quod angulum tur-
 binationis NEM semirectum faciat, habeatque superficies con-
 ca quam describit altitudinem EN æqualem assignatæ longitudi-
 ni $\frac{afk + bgl + cbm}{ap + bp + cp}$; patet vim centrifugam corporis M in hac
 suppositione esse æqualem ipsi ejus ponderi, quoniam sub æqua-
 libus angulis applicantur ad vestem EM, cum quo comparavi
 pendulum. Sunt autem vires centrifugæ (per Theor. I. Hugen.)

mobiliū æqualibus temporibus circumferentias inæquales percurrentium, ut earum radii in ipsa respective mobilia ducti: Ergo pondera A, B, C, quæ cum plano isochrono (per hyp.) mobili M junctim feruntur, acquirant singula vim centrifugam proportionalem molibus suis ductis in distantias suas ab axe; hoc est faciendo ut NM (EN) ad FA, ita vis centrifuga mobilis M, seu, quod tantundem est, ob angulum turbinationis NEM semirectum, ejus pondus, ad vim centrifugam quam haberet isochronum in distantia AF; esset hæc vis = $\frac{M \times FA}{EN}$, ipsa vero quæ inest corpori A in eadem distantia AF & æque velociter moto consequenter erit $\frac{A \times FA}{EN}$; & simili ratione vis centrifuga quæ inest corpori B erit $\frac{B \times GB}{EN}$; item quæ inest C erit $\frac{C \times HC}{EN}$; harumque virium momenta habentur si ducantur in suarum directionum distantias a vertice turbinationis nempe in OF, OG, OH; quæ junctim sumpta $\frac{A \times FA \times OF}{EN} + \frac{B \times GB \times OG}{EN} + \frac{C \times HC \times OH}{EN}$, seu adhibitis symbolis algebraicis $\frac{afk + bgl + cbm}{EN} =$

Act. Erud.
An. 1715.
M. Junii.

Pag. 251.

(ob $EN = \frac{afk + bgl + cbm}{af + bg + cb}$) $af + bg + cb$, dabunt momentum

totale, quo Linea centri OX a viribus centrifugis extrorsum urgetur, seu quo illa affectat ampliacionem anguli turbinationis ROX: Momenta autem ponderum deorsum nirentium habentur pariter si ipsa pondera ducantur in suarum directionum distantias a vertice O, quæ sunt æquales ipsis FA, GB, HC; quæ ergo momenta simul sumpta $A \times FA + B \times GB + C \times HC$, seu $af + bg + cb$ exhibent momentum totale quo linea centri OX a gravitate ponderum deorsum trahitur, seu quo illa affectat coarctacionem anguli turbinationis ROX; Cum itaque promomento totali utroque eadem quantitas proveniat nempe $af + bg + cb$, erit inter illa æquilibrium angulusque turbinationis in ea quam habet amplitudine perseverabit, adeoque ob velocitatem primitus impressam plano turbinationis quam isochronam fecimus velocitati penduli simplicis, patet pendula illa duo simplex & compositum esse isochrona; atque adeo sumpta OS = EN, punctum S fore centrum turbinationis. Q. E. D.

Pag. 252.

PROPOSITIO II.

A&A. Erud.

An. 1715.

M. Junii.

Dato Pendulo turbinante composito ex ponderibus non in communi turbinationis plano, sed vel in alio vel in aliis diversis planis inbarentibus; demissisque rectis perpendicularibus ad commune planum turbinationis ex ponderibus; si pondera singula ducantur in distantias suarum perpendicularium ab axe turbinationis & porro in altitudines superficierum conicarum, quas rectæ a ponderibus ad verticem turbinationis eductæ describunt; Deinde summa productorum dividatur per id quod fit ducendo ponderum summam in distantiam centri gravitatis communis omnium ab axe turbinationis, habebitur distantia centri turbinationis seu longitudo penduli simplicis circuitus minimos iisdem cum composito temporibus facientis, sive altitudo superficiei conicæ, quam pendulum quodlibet simplex describens pendulo dato composito erit isochronum.

Hujus Propositionis veritas patet ex resolutione virium centrifugarum & ex earum proportionem; cum enim illæ se habeant per jam citatum Theorema I. Hugēnii ut pondera (quorum rursus nulla magnitudo consideratur) in suas distantias ab axe turbinationis ductæ, resolvantur hæ vires in perpendiculares ad planum turbinationis & in rectas quæ harum perpendicularium distantias ab axe expriment; manifestum est vires centrifugas, quæ hoc modo secundum perpendiculares agunt in planum turbinationis ab una parte æquales esse illis quæ a parte opposita agunt in idem planum, quoniam producta ponderum in perpendiculares illas simul virium centrifugarum actiones secundum perpendiculares & ponderum momenta denotant ex definitione plani turbinationis: Existente itaque actione & reactione æquali ab utroque latere plani, destruunt se mutuo vires centrifugæ secundum perpendiculares agentes, restantque solæ quæ secundum harum perpendicularium distantias ab axe se exerunt, & quidem in ipsa istarum distantiarum ratione. Ex quibus constat Pendulum iisdem viribus agere in Lineam centri inter turbinandum ac si pondera collocata essent in punctis plani turbinationis in quæ incident perpendiculares ex ponderibus in planum demissæ; vocentur autem puncta illa *puncta projecta*: Unde jam habemus Pendulum secundum tenorem propositionis præcedentis, cujus centrum turbinationis se habet ut in ipsa propositione determinatur. Q. E. D.

Pag. 253.

Coroll. Hinc liquet quomodo Pendulum compositum turbinans, cujus pondera non sunt in eodem turbinationis plano, per projectionem reducatur ad aliud isochronum habens omnia sua pondera in communi plano turbinationis: si nimirum pondera admoveantur in puncta projecta.

P R O-

PROPOSITIO III.

Act. Erud.
An. 1715.
M. Junii.

Datis Pendulis turbinantibus qualia supposuimus in prop. I. & II. sed quorum pondera sint æqualia: Si vel ponderum (in casu prop. I.) distantia ab axe turbinationis; vel punctorum projectorum (in casu prop. II.) ducantur in altitudines superficierum conicarum quas rectæ a ponderibus ad verticem turbinationis eductæ describunt; deinde summa productorum dividatur per distantiam centri gravitatis communis ab eodem turbinationis axe, multiplicem secundum ipsorum ponderum numerum, orietur distantia centri turbinationis seu quod idem est altitudo superficierum conicarum quam pendulum quodlibet simplex describens pendulo dato composito erit isochronum.

Sint itaque pondera omnia inter se æqualia, sed magnitudinis minimæ, & singula dicantur a : Eorum vero distantia ab axe turbinationis in casu Propos. I. vel distantia ab eodem punctorum projectorum in casu Propos. II. sint ut ante f, g, b ; altitudines superficierum conicarum per rectas ex vertice turbinationis eductas ad pondera descriptarum sint iterum k, l, m ; Erit per Propositiones præcedentes longitudo Penduli simplicis isochroni gyros minimos facientis = $\frac{afk + agl + abm}{ap + ap + ap} = \frac{fk + gl + bm}{3p}$. Quo significatur summa productorum ex ponderum vel punctorum projectorum distantia ab axe turbinationis in altitudines superficierum conicarum, applicata vel divisa per distantiam centri gravitatis communis ab eodem turbinationis axe multiplicem secundum ipsorum ponderum numerum. Q. E. D.

Pag. 254.

PROPOSITIO IV.

Sit OS (Fig. 3.) axis, & OST planum turbinationis, in quo hæreant sive per se sive per projectionem varia pondera A, B, C, aliaque totidem M, N, P, prioribus respective æqualia & tam ab axe OS quam a quadam perpendiculari ST æqualiter hinc inde remota; Hoc est si $A=M, B=N, C=P$, & rectæ conjungentes AM, BN, CP, sint parallelæ axi OS, & bisecentur ab ST perpendiculari ad axem OS in punctis, R, V, Y; dico S fore centrum turbinationis totius systematis ponderum A, B, C, M, N, P, turbinantis circa axem OS & habentis verticem turbinationis in quocunque puncto O rectæ OS.

Tab. III.
Fig. 3.

Est enim X centrum commune gravitatis ponderum A, B, C, M, N, P, quod utique erit in recta ST: Jam quia OS est media arithmetica inter OF & OI, inter OG & OK, inter OH & OL, erit $A \times FA \times OF + M \times IM \times OI = 2A \times SR \times OS$, ut & $B \times GB \times OG + N \times KN \times OK = 2B \times SV \times OS$, item $C \times HC \times OH + P \times LP$

Aët. Erud. $\times LP \times OL = 2C \times SY \times OS$; quare $A \times FA \times OF + B \times GB \times OG + C$
 An. 1715. $\times HC \times OH + M \times IM \times OI + N \times KN \times OK + P \times LP \times OL$
 M. Junii.

$$= 2OS \times \overline{A \times SR + B \times SV + C \times SY} = 2OS \times \overline{SX \times A + B + C} = OS$$

$$\times \overline{SX \times A + B + C + M, + N + P}, \text{ quod divisum per } SX$$

$$\times \overline{A + B + C + M + N + P} \text{ dabit } OS, \text{ quæ per Prop. I. erit lon-}$$

gitudino Penduli simplicis facientis gyros minimos & isochronos
 turbinationibus A, B, C, M, N, P, seu altitudo superficiei conicæ
 quam quodlibet aliud Pendulum simplex eidem systemati isochro-
 num turbinando describere debet.

Fig. 4. Coroll. Hinc magnitudo quælibet ABC (Fig. 4.) sive sit Linea
 sive superficies sive solidum, turbinans circa axem OS, si a recta
 vel plano quopiam horizontali SB dividatur in duas partes ABD,
 CBD æquales & similes similiterque positas respectu SB ut &
 ipsius axis OS. Erit S centrum turbinationis ex quocunque axis
 puncto O magnitudo ABC suspendatur.

Pag. 255. Liqueat hujus Corollarii veritas, si magnitudinis semisses co-
 gitatu dividantur in particulas minimas; Quælibet enim earum
 E quæ in una medietate ABD existit habet sibi comparem G
 in altera medietate CBD: Hæ vero duæ particule ut & singula
 reliquarum particularum paria in planum turbinationis projecta
 habebunt conditionem Propositionis præced. ergo omnium par-
 ticularum, hoc est totius magnitudinis ABC centrum turbina-
 tionis est in S. Q. E. D.

PROPOSITIO V.

*Dato Pendulo turbinante composito ex punctis ponderosis quotlibet,
 hoc est ex ponderibus æqualibus nullius magnitudinis incommuni Plano
 turbinationis sive per se sive per projectionem existentibus. Dico cen-
 trum turbinationis esse idem quod est centrum commune gravitatis om-
 nium peripheriarum a punctis illis turbinando descriptarum.*

Patet hoc ex Mechanicis: Nam altitudo centri gravitatis pe-
 ripheriarum illarum habetur, si singulæ peripheriæ ducantur in
 suorum centrorum altitudines seu distantias a vertice turbina-
 tionis, atque summa productorum applicetur ad summam ipsa-
 rum peripheriarum; hoc enim facto oriatur communis centri
 gravitatis peripheriarum distantia a vertice turbinationis. Ve-
 rum cum peripheriæ sint ut radii, hoc est ut distantia puncto-
 rum ab axe turbinationis, poterunt hæ in dividendo & in di-
 visore substitui pro peripheriis, & ita altitudo centri gravitatis
 peripheriarum erit = (retentis literis adhibitis in Propos. III.)

$$\frac{fk + gl + bm}{f + g + b} = \frac{fk + gl + bm}{3p}.$$
 Quare constat propositum.

PROPOSITIO VI.

Act. Erud.
An. 1715.
M. Junii.

Figura plana vel Linea qualibet in planum turbinans habet centrum turbinationis in ipso centro gravitatis solidi rotundi vel superficie rotundæ a figura plana vel a Linea inter turbinandum descriptæ.

Fluit ex præcedente: Intelligatur enim Figura vel Linea divisa in particulas minimas æquales, quarum singulæ per turbinationem describent peripherias cum crassitudine vel latitudine infinite parva, ex quibus omnibus conflatur rotundum ipsum a Figura vel Linea turbinando genitum: unde patet propositum ad casum præced. redactum.

Pag. 256.

Coroll. Hinc si Pendulum compositum vel quæcunque magnitudo turbinans aliter atque aliter suspendatur a punctis quæ in eodem accipiuntur axe turbinationis modo pendulum vel magnitudo eundem situm servet in plano turbinationis; erit centrum turbinationis in eodem semper loco.

Hoc utique manifestum est ex permanentia centri gravitatis communis peripheriarum a punctis projectis descriptarum.

SCHOLIUM.

Ope propositionis hujus sextæ determinantur facillime centra turbinationis figurarum planarum & Linearum quarumlibet in planum turbinantium: Reliquarum vero in latius turbinantium aliarumque figurarum solidarum centra turbinationis innotescunt beneficio propositionis tertie. Si nimirum Figura proposita turbinans resolvatur cogitatione in particulas minimas æquales, quarum omnium in planum turbinationis projectarum distantie ab axe, multiplicatæ per altitudines superficierum conicarum quas rectæ a particulis ad verticem turbinationis eductæ describunt, dabunt summam dividendam per centri gravitatis figuræ distantiam ab axe turbinationis multiplicatam per ipsam figuram; ex qua divisione emerget altitudo centri turbinationis.

Vel quia particulæ magnitudinis turbinantis per projectionem efformant in plano turbinationis novam figuram planam, sed cuius puncta censenda sunt inæqualibus pondusculis onerata, quæ ponduscula se habent in ratione multitudinis particularum eidem puncto projectionis respondentium; Erit etiam heic centrum turbinationis in magnitudine turbinante idem quod centrum commune gravitatis solidi rotundi a figura projectionis geniti, supposito nempe solidum hoc genitum non uniformi gravitate specifica esse præditum, sed gravitatem in singulis partibus ita variare, ut peripheria vel potius annulus a quolibet puncto vel particula figuræ

AA. Erud. projectionis turbinando descriptus intelligatur esse ex materia gravitatis specificæ quæ sit proportionalis multitudini particularum magnitudinis turbinantis eidem puncto vel particulæ in figura projectionis respondentium.

An. 1715.
M. Junii.
Pag. 257.

Quandoquidem igitur quicquid est negotii in Determinatione centri turbinationis, illud reduxerimus ad inventionem centri gravitatis rotundorum, hoc autem ope vulgarium regularum dudum in potestate habeatur, quorsum in primis faciunt quæ a Guldino tradita extant; in exemplis deducendis variarum linearum, superficialium, ac solidarum diversis modis turbinantium jam tempus terere non lubet; calculo tantum pro his opus est: methodum invenisse eamque indicasse hac vice sufficiat.

R E G U L A N O V A

Inveniendi logarithmum Summæ vel differentiæ duorum numerorum sive rationalium, sive irrationalium, tam integrorum, quam fractionum, itemque potentiarum eorundem sive similium, sive dissimilium,

Reperta a CHRISTIANO WOLFIO.

SÆpius in praxi utilissimum existit, ut inveniantur logarithmi summæ vel differentiæ duorum numerorum, quorum logarithmi dantur, sive numeri ipsi fuerint noti, sive minus. Enimvero hætenus desideratur regula, qua id commode præstari possit. Equidem non ignoro, *Josephum Muschelium* de *Moschaw* in Ephemeridibus Academiæ Leopoldinæ Dec. III. A. IV. pag. 102. & seqq. aliquam dedisse; sed cum fundamentum ejus non satis obvium sit, difficulter memoria retinetur, nec commoda videtur, quæ in usum communem recipiatur. Ast regula a me inventa, cum simplicissimis & maxime communibus Trigonometriæ principiis nitatur, in posterum elementis Trigonometriæ planæ adscribi poterit. E re igitur esse duxi, ut eandem publici juris facerem. Ceterum non inconsultum puto hic monuisse, me primum ex ipsa numerorum indole regulam aliquam hunc in finem investigasse. Scilicet cum viderem in regula *Kepleriana*, qua in calculo eclipsium utuntur Astronomi, logarithmum differentiæ duorum quadratorum [$a^2 - b^2$] inveniri considerando radicem ejus tanquam mediam proportionalem inter

Pag. 258.

$a + b$

$a+b$ & $a-b$; Summæ duorum numerorum $a+b$ itemque differentiæ $a-b$ radicem considerabam instar mediæ proportionalis inter a & numerum quendam incognitum, quem vocabam x . Erat igitur $a : \sqrt{(a+b)} = \sqrt{(a+b)} : x$, consequenter $ax = a+b$ adeoque $x = 1 + b:a$. Unde intelligebam, si logarithmus numeri a a logarithmo ipsius b subtrahatur, residuum fore logarithmum ipsius $b:a$. Huic si respondens numerus in Canone evolvatur & unitati vel addatur, vel ab ea subtrahatur, proditurum numerum $1 + b:a$. Quodsi tandem logarithmo hujus numeri $1 + b:a$ e Canone excerpto addatur logarithmus ipsius a ; nos habituros logarithmum summæ vel differentiæ numerorum a & b . Hanc regulam cum ad praxin transferrem, deprehendi nonnisi rarissime (nempe si a metiatur b) logarithmum quotientis a per b divisi in Canone exacte reperiri, etiamsi is non excedat numeros, quorum logarithmi in eodem exhibentur, adeoque utendum esse parte proportionali: quod adeo tædiosum fore suspicabar, ut in praxi parum utilem crederem, quamdiu numerorum prægrandium logarithmi in Canone non extant. Ea itaque rejecta, de altera cogitare cœpi, quam nunc proponere visum est, ubi monuero, me ex litteris Celeberr. Hermannii didicisse, quod in priorem regulam, quæ mihi inutilis visa fuerat, jam multo ante inciderit, eademque privatos in usus hæctenus asservata in ipsis sinuum quadratis & cubis non sine successu usus fuerit.

Sint duo numeri quicunque a & b ; quæraturno primo logarithmus summæ eorundem $a+b$. Concipiamus in triangulo rectangulo ABC esse $AB = \sqrt{a}$ & $BC = \sqrt{b}$, erit per notissimum Pythagoræ theorema $AC = \sqrt{(a+b)}$. Jam cum logarithmus ipsius AB seu \sqrt{a} sit dimidius logarithmus numeri a & logarithmus ipsius BC seu \sqrt{b} dimidius logarithmus numeri b ; si vero ut AB ad BC ita sinus totus ad tangentem anguli A: datis logarithmis numerorum a & b , invenitur logarithmus tangentis anguli A, quo in Canone triangulorum artificiali evoluta, habetur logarithmus sinus anguli A. Unde porro inferatur: ut logarithmus sinus anguli A ad latus BC seu dimidium logarithmum numeri b , ita logarithmus sinus totius ad logarithmum lateris AC seu $\sqrt{(a+b)}$. Ejus adeo duplus est logarithmus summæ numerorum $a+b$ quæsitus. Quodsi Canon Vlacii ad dena scrupula secunda constructus fuerit ad manus, raro utendum est parte proportionali, si logarithmo tangentis anguli A invento quæritur respondens sinus, aut ubi eadem utendum fuerit, ut anguli A quantitas in scrupulis secundis exacte innotescat, tum

Act. Erud.
An. 1715.
M. Junii.

Tab. III.
Fig. 5.

Pag. 259.

Aët. Erud. quia logarithmorum, inter quos cadit inventus, differentia in
An. 1715. ipso Canone exhibetur, tum quia eadem in paucis notis confi-
M. Junii. stit, tum denique quod nonnisi per 10. multiplicanda, vel di-
videnda. Si logarithmus quæzatur summæ dignitatum quarum-

cunque numerorum $a^m + b^n$; pono latus $AB = \sqrt{a^m}$ & $BC = \sqrt{b^n}$, hoc est, facto logarithmo lateris $AB = \frac{m}{2} la$ & loga-

rithmo lateris $BC = \frac{n}{2} lb$ (nempe logarithmus numeri multipli-

catur per exponentem dignitatis & factum dividitur bifariam) reliqua fiunt ut ante. Si a & b fuerint numeri fracti, evidens est pro logarithmis laterum AB & BC assumi debere dimidias differentias logarithmorum Denominatorum a logarithmis Numeratorum.

Sit jam porro quærendus logarithmus differentia duorum numerorum $a - b$. Concipiamus in triangulo rectangulo ABC esse hypotenusam $AC = \sqrt{a}$ & crus unum $AB = \sqrt{b}$; erit per *Pythagoræ* theorema $BC = (\sqrt{a - b})$. Inferatur vi trigonometriæ: ut AC ad sinum totum, ita BA ad sinum anguli C . Quod si logarithmus sinus C in Canone evolvatur; habebitur quoque ejus cosinus, nempe sinus anguli A . Fiat itaque porro: ut sinus totus ad AC , ita sinus anguli A ad latus BC : erit duplus logarithmus ipsius BC logarithmus differentia numerorum $a - b$. Si logarithmus differentia dignitatum aut numerorum fractorum quæzatur; eadem noranda sunt, quæ paulo ante monuimus.

Exempli gratia, quæzatur logarithmus summæ ex cubis numerorum 3 & 7, hoc est, sit $a = 3$ & $b = 7$, quæzatur $l(a^3 + b^3)$
Quoniam

Pag. 260.

$$la = 0.4771212547$$

$$lb = 0.8450980400$$

$$\text{erit } la^3 = 1.4313637641 \quad 3$$

$$lb^3 = 2.5352941200 \quad 3$$

$$l\sqrt{a^3} = 0.7156818821 = lBA \quad 2$$

$$l\sqrt{b^3} = 1.2676470600 = lBC \quad 2$$

Inferatur:

$$\text{Log. AB } 0.7156818821$$

$$\text{Log. Sin. A } 99835463769$$

$$\text{CB } 1.2676470600$$

$$\text{CB } 12676470600$$

$$\text{Sin. tot. } 10.0000000000$$

$$\text{Sin. tot. } 10.0000000000$$

$$\text{Log. Tang. A } 10.5519651779$$

$$\text{Log. BC } 1.2841006831$$

$$\text{Log. } a^3 + b^3 \quad 2.5682013662$$

Quod si

Quodsi tres ultimas notas rejicias, &, quia dimidium superant, Ad. Erud. ultimæ earum quæ retinentur, unitatem adjicias; prodibit loga- An 1715. rithmus summæ ex cubis numerorum 3 & 7, seu numeri 370, M. Junii. 2.5682014, qui a logarithmo ejusdem numeri in Canone vulgari 2.5682017 nonnisi in nota ultima dissidet, quamvis pars proportionalis in sinus A logarithmo fuerit neglecta & angulorum A atque B differentia haud quaquam exigua existat.

Hac ratione inveniri potest summa vel differentia duorum numerorum irrationalium in numeris rationalibus prope veris: quodsi enim logarithmus summæ vel differentiæ fuerit repertus, ipsa summa vel differentia ope Canonis eruetur prope vera.

Per nostram regulam quoque ope logarithmorum resolvi possunt æquationes quadraticæ affectæ. Fiat nempe trianguli rectanguli ABC crus AB æquale dimidiæ quantitati cognitæ secundi termini & alterum BC æquale radici termini tertii, & hypotenuse AC inventæ addatur dimidia quantitas secundi termini si fuerit $x^2 - px - q = 0$, vel dematur, si fuerit $x^2 + px - q = 0$. Quodsi vero fuerit $x^2 - px + q = 0$, fiat AC dimidiæ quantitati cognitæ secundi termini æqualis & crus unum AB radici termini tertii, atque cruri BC invento addatur quantitas dimidia cognita secundi termini, vel illud ab hoc auferatur.



Act. Erud.
An. 1715.
M. Junii.
Pag. 261.

ECLIPSIS SOLIS

Anno MDCCXV. die 3. Maji ante meridiem observata
Uratislaviæ in Academia Leopoldina Soc. Jesu, quan-
tum nubes subinde intervenientes patiebantur, a sum-
me Reverendo P. CHRISTOFORO HEINRICH, Soc.
Jesu Theolog. & Mathem. Professore,

Excerpta ex litteris ad Cl. WOLFIIUM datis.

Obscurationis digiti	horæ	minuta	secunda
3	9	50	29
5		59	50
6	10	5	19
10		33	46
9		55	31
6 $\frac{1}{2}$	11	11	40
6		15	44
5 $\frac{1}{2}$		19	16
5		22	9
4		28	46
3		34	31
2 $\frac{1}{2}$		38	11

TEmpus annotatum est juxta horologium cum Sole concor-
datum, instructum pendulo, singulis vibrationibus unum
secundum designante. Quantitas obscurationis innotuit ex disco
Solis per tubum quatuor pedum, vitro objectivo & lente oculari
instructum, in planum candidum atque ad axem radii perpendi-
culare projecto, in digitos ac semidigitos & sexaginta cujuslibet
digiti minuta diviso. Nec initium, nec finis videri potuit. Ma-
ximæ obscurationis quantitas, quousque durante nubium interval-
lo innotescere potuit, fuit 10 digitorum, 18 minutorum. Diami-
ter lunaris umbræ (quemadmodum ex ampliatis variorum circulo-
rum segmentis colligi potuit) superavit Solis diametrum hujus
minutis 34. minimum: nam adhuc majorem ostenderunt duæ an-
notationes accurate consentientes factæ per tria puncta in extre-
mita-

mitatibus umbræ designata. Post immersionem sex circiter digitorum, lunaris umbra accepit limbum tenuem crocei coloris eundemque retinuit usque ad similem emersionis quantitatem, cum de reliquo sine ullo colore adscititio terminaretur. Medium eclipseos, si differentia temporis, sex digitorum incrementi & decrementi dimidiatur, accidisse colligitur circa hor. 10. min. 40.

A&E. Erud.
An. 1715:
M. Junii.
Pag. 262.

Ex litteris Clar. *Wolffi* habemus, quod toto eclipseos tempore Halæ post nubes Sol delituerit, ita ut eclipseis observari non potuerit. Per intervalla quidem Sol instar Lunæ deficientis per nubes transparuit, ita ut nudo oculo pars eclipsata a lucida distingui potuerit; nihil tamen circa quantitatem accurate definire licuit. Quod si iudicio oculorum in istiusmodi circumstantiis facile fallaci fidere liceat; vix digitus unus in maxima obscuracione lucidus superfuit, etsi calculus unum cum dimidio superfuturum prædiceret. Decrementum luminis in magna cœli nubili obscuritate vix ac ne vix quidem perceptibile fuit: in thermometro vero sensibili satis intervallo liquor depressus.

Histoire de l'Academie Royale des Sciences, M. Aug.
Année M D C C X I. Pag. 338.

h. c.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM,

Anni 1711. cum Commentariis Mathematicis
& Physicis.

Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1715. in 12. maj. Alph. v. Pag. 339.
plag. 1. Tabul. æn. 13.

IN *Physica generali* experimentum singulare primo loco occurrit, quod *Philippi de la Hire* atque filii ipsius industriæ debetur. Tubum scilicet recurvum, cujus brachium majus hermetice sigillatum erat 24 minus vero apertum 3 digitorum, aqua ita implevere, ut quatuor digiti superiores in brachio longiori ab aere dilatato occuparentur, aqua ultra libellam ad altitudinem 16 digit. & 9 linearum elevata, atmosphæræ pondere $27\frac{2}{3}$ digit. Mercurii seu 384 digitis aquæ æquivalente tunc temporis, baroscopio indice. Cum aer aquæ superficiæ in brachio minore incumbens densior esset

- AA. Erud. set incluso, probabile ipsis videbatur, quod cum aqua permisceri
 An. 1715. & inde per crus longius ascendere, sicque aqua in eodem contenta
 M. Aug. deprimi deberet. Enimvero præter expectationem tribus mensibus
 elapsis aqua per 4 lineolas ascendit & d. 26. Decembris (tubus au-
 tem implebatur d. 16. Mart. 1710.) integro digito altior depre-
 hensus: interea vero temporis nihil mutationis accidit aeri incluso
 a pondere atmosphære atque calore ipsius. Experimentum Illustris
 Edit. Aët. *Leibnitii*, quod in Aëtis A. 1711. p. 11. retulimus, ad probandam
 corporum in fluido descendantium gravitationem immutatam ex-
 cogitatum, cum successu repetiit de *Reaumur*, probaturque appli-
 catio ejus ad reddendam rationem, cur aer tempore pluvio levior
 Edit. Aët. sit quam sereno. In Aëtis ejusdem anni p. 499. jam notatum est,
Leibnitium hanc unicam phænomeni rationem non agnoscere, ut-
 pote toti decremento ponderis atmosphærici tempore pluvio non
 satisfaciendam. Imo nobis persuasum est, ipsum vaporum descen-
 sum sæpissime aeris levitati deberi: quem in finem *Wolfius* sequens
 excogitavit experimentum. Pauculum spiritus vini accendit &
 flammæ aditum in campanam vitream concedit, ut particulæ, in
 quas vi ejusdem dissolvitur spiritus, per aerem intus contentum
 dispergantur: quo facto campanam ad antliam aptat & aerem ope
 ejusdem dilatat. Vix densitas ejus minuitur, cum exhalationes spi-
 ritus in nebulam coeunt ad fundum successive descendantem. Et,
 si aer exhaustus rursus intruditur, nebula statim disparet & aeri
 Pag. 340. incluso pristina redditur serenitas; mox tamen iterum turbanda,
 si aliqua aeris portio denuo subducitur. *Maraldi* observationes quas-
 dam barometricas, a *Scheuchzero* in montibus Helvetiæ factas, ex-
 pendit. *Reaumur* multa cum industria observavit, quomodo diver-
 sæ conchyliorum species certis corporibus adhæreant. Ex. gr. con-
 chylium, quod Galli *Oeil de Bouc* seu oculum hirci appellant, basi
 admodum plana ipsis lapidibus politis adeo fortiter adhæret, ut
 nonnisi pondere 28 vel 30 librarum inde separari possit. Firmita-
 tem adhæisionis adscribit glutini ex corpore ejus egredienti. Con-
 tra stella marina 1520 pedibus instructa a corporibus, quibus ad-
 hæret, separari nequit, nisi pedibus disruptis. *De la Hire* junior
 experientia convictus defendit, congelationem aquæ non esse ter-
 minum fixum frigoris: observavit enim, globo thermometri aquæ
 in glaciem abeunti immerso, spiritum adhuc ulterius descendere,
 si a congelatione frigus intenditur, & contra eundem in eodem
 statu permanere, dum aqua congelatur, si jam ante majorem
 frigoris gradum fuerit expertus, quam qui ad aquam congelan-
 dam requiritur. De *Reaumur* novum detexit purpuræ genus, ve-
 teribus incognitum. Consistit autem in granis ovalibus tres lineas
 longis & unam lineam atque amplius crassis, liquore quodam sub-
 luteo

luteo plenis, quæ certis quibusdam lapidibus adhærent, ubi ordinarie *Buccinum* Piſtaviense, notum a pluribus annis purpuræ genus, congregatur. Si grana illa in linteo albo confundantur & linteum postea aeri libero exponatur, trium aut quatuor minutorum intervallo elapſo maculæ purpureæ in eodem notantur. Grana ista in autumnno colliguntur, & ova piscium Nostro esse videntur. *De la Hire* observat, nivem liquatam redire ordinarie ad quintam vel sextam altitudinis partem: quæ tamen noctu inter 13 & 14 Februarii A. 1711 decidit, ad duodecimam rediit. *Hembergius* Autor est, quod materiæ, quæ in foco speculi vel vitri caustici funduntur & instar luminis fulgidi apparent, videantur suis cum coloribus per vitrum fumo infectum. *De l'Isle* attendit incessui culicis ob exiguitatem vix visibilis, eamque in charta intervallo dimidii scrupuli secundi lineam trium digitorum percurrere notavit, ita ut in tam exiguo & vix perceptibili temporis spatio pedem 540 vicibus moverit. *De la Hire* nonnulla colorum phenomena recenset, v. gr. quod corpora luminosa, veluti Sol, rubida appareant per vitrum fumo infectum transpicienti.

Aſt. Erud.
An. 1715.
M. Aug.

Pag. 341.

In *Anatomicis Winslow* detexit, quod vasa secretoria in glandulis lanugine admodum tenui vestiantur, cui primas infiltrationne partes tribuit. Supponit autem, a prima formatione lanuginem istam imbutam esse liquore quodam particulari, veluti bile, si bilem separare debeat. Et hinc vasa secretoria particulæ panni vel gossypio comparat, quæ oleo imbuta nonnisi oleum attrahit. Liquorem separatum per canales excretorios ex glandula exire statuit. Idem deprehendit, cor non esse musculum unicum, sed ex duobus minimum componi, ita ut quilibet ventriculus cum sua auricula ab altero separari possit, pariete intergerino in duas laminas divisibili. *Littere* in 40 cadaveribus masculinis gonorrhæam virulentam examinavit. Reperit autem sedem ejusdem vel in vesiculis feminalibus, vel in prostaticis, vel in glandulis *Cowperi*. Ob priorum viciniam gonorrhæam plerumque compositam invenit: sed *Cowperiana* cum longius inde distent, malum difficilius cum iisdem communicatur. Tertiã gonorrhææ speciem rarissimam statuit minusque noxiam, & quæ facile curari possit. De hac ex professo nunc agit: de reliquis tractationem accuratam promittit. *Jeaugeon* memorat Scrotum adeo prodigiosæ magnitudinis, ut ad 60 librarum pondus accesserit. *Fauvel* chirurgus ostendit Academiæ Regiæ foetum sine cerebro, cerebello & medulla spinali, qui duas a nativitate horas vixit & sacro lavacro aspersus. Idem in ovario foeminae hydatides tantæ magnitudinis monstravit, ut ovula mentirentur. Duo operarii fossam reparantes ob foetorem putridam visu orbat, quem ipsis intervallo 24 horarum restituit

A& Erud.
An. 1715.
M. Aug.

Chomet, usus liquore spirituoſo ex thymo, lavendula, ſalvia, ſerpyſſo, amaraco & rore marino (floribus pariter ac ſoliis in aqua mellita maceratis) in balneo ſabuli deſtillato & poſtea oleo eſſentiali retento rectificato tum externe, tum interne ſingulis horis quatuor elapſis applicato. Coſſipium eodem liquore maceratum cum inderet auribus Surdorum, non neglecto, ut ante, uſu interno, auditum intra octo dierum ſpatium reſtituit. *Litre* uno iſtu ſiadens capita canum ſugentium ſtomachum plenum reperit lacte quodam acri & coagulato, quod adeo coagulatum conſpicit per fermentum quoddam naturale illius viſceris. Et hinc digeſtionem ſola trituratione abſolvi negat. Aquam etiam in ventriculis cerebri & in pericardio deprehendit : unde eam uſibus naturalibus inſervire ſtatuit, nec morbis adſcribendam eſſe ejus originem concedit. *Lemery* obſervans, quod variolæ prodire nollent, ægrum balneo calido immiſit: quo factò, magno numero eruperunt.

Pag. 342.

In *Chymicis Boulduc* analyſin tradit radicis *Mechoncan*, quæ vi purgandi gaudet atque ex nova Hiſpania in Europam deſertur. Reperit autem, quod duodecies plus ſalis, quam reſinæ contineat, nec ſalia, nec reſina adeo purgent, nec adeo leniter, quemadmodum radix ipſa. Remedium hoc majorem in praxi uſum mereri credit. *Lemery* filius præcipitationum chymicarum rationem declarare conatur. Contendit autem, in omnibus diſſolutionibus metallicis particulam acidi diſſolventis quamlibet eſſe exiguum quoddam telum, altero ſui extremo particulæ metallicæ infixum. Hinc in nonnullis diſſolutionibus, ubi telum iſtud non adeo firmiter infixum, qualibet exigua aquæ agitatione ſeparationem fieri poſſe; in aliis vero opus eſſe alcali, ut acido eripiatur ſpolium. Fingit particulam metallicam uni extremo teli infixam eſſe globulum majorem, quam qui poros alcali ſubingredi poſſit. Quare dum liberum teli extremum in eos adigitur, globulos tandem per continuum alcali impulſum adeo protruditur, ut teli extremum alterum relinquere cogatur. Idem novas coralliorum ſolutiones inſtituit. Cum enim ea in aceto vini deſtillato atque in Spiritu Veneris, qui eſt acetum vini particulis quibusdam volatilibus & ſulphureis cupri imprægnatum, ſolvere ſoleant: ipſe eadem ſolvit in ſpiritu vitrioli, aluminis, ſalis, nitri. In caſu poſteriore calor & efferveſcentia major fuit, quam in priore. In uſum tamen medicum ſolutionem priorem commendat, quia acetum deſtillatum & Spiritus Veneris non omnem exhauriunt virtutem alcalinam, quæ coralliorum unica eſt. Corallia in ſpiritu vitrioli diſſoluta ſpeciem quandam vitrioli formant. Si oleo tartari præcipitantur, in pulverem album

bum admodum subtilem subſidunt, qui cum acidis fermentat. In eodem multæ particulæ ferreæ deteguntur ope cultri magnetica virtute imbuti. Sed operæ pretium faceret *Lemery*, ſi aliis experimentis doceret, particulæ a cultro attractas eſſe re vera ferreas. Quid ſi enim præter ferreas adhuc alias traheret magnes nobis nondum cognitæ? Addit chryſtallizationem palingeneſiæ ſimilem. *Renaume* obſervavit, gallas eſſe præſentiſſimum contra febrem remedium. Commendat eas ob virtutem adſtringentem eo potiſſimum in caſu, quando fibræ ventriculi ſunt nimium laxatæ aut irregulariter tenſæ: in altero autem, quando non ſufficiens quantitas bilis cum chylo permiscetur, chinam chinæ præfert. *Homburgius* confirmat, ſe gallis ſæpius cum ſucceſſu uſum eſſe: *Boulduc* tamen aſſeverat, ſe ſexies in tertiana & quartana eaſdem fruſtra ægris exhibuiſſe. *Lemery* uterque, parens ſcilicet atque filius, itemque *Godofredus* notarunt, quod ventrem moveant, quodque febris earum ope fugata redeat nec niſi chinæ chinæ cedat. *Homburgius* denique prolixius nunc ediſſerit, quomodo ad novum ſuum phoſphorum (cujus in Actis Anni ſuperioris pag. 239. facta eſt mentio) pervenerit, deſtillando ſcilicet fæces alvi. Notatu dignum eſt, quod, cum earum uncias 10 vel 12 (quantum nimirum eſt pondus una ſede ejeſtarum) in balneo Mariæ exſiccaret, non niſi uncia una remanſerit, etiamſi præter aquam limpidaſ & inſipidaſ, odoris tamen fæcium tenacem, nihil deceſſerit. Ceterum in analyſi materiæ iſtius maxima uſu eſt circumſpectio, cumque in finem conduxit homines quatuor, robuſtos, juvenes ac ſanitatiſ integræ, eos extra hortum & ædes, ubi cum iſtis per tres meſes commorabatur, egredi non paſſus, nec permiliſit, ut quicquam cibi vel potus caperent ſe inſcio vel invito.

In *Botanicis* *Godofredus* junior accuratius examinat *tubera ſubterranea teſticulorum forma* (Galli *Truffas* appellant) quæ neque radicem, neque filaſmenta, neque cauleſ, neque folia, neque flores, neque ſemina habent, adeoque plantis proſuſ diſſimiles videntur, licet inter eas a Botanicis referantur. Inquiriſ adeo in ſtructuram & principia chymica eorundem, ut ſimilitudinem cum plantis detegat. Priori inſtituto inſerviunt microſcopia, poſteriori analyſes chymicæ. *Marchant* cum acer ſerra deſecari juſſiſſet meſe Februario, pars caudicis reſidua per æſtatem multum ſucci nutritii effudit. Circa finem meſis Auguſti 23 circiter tubercula in ima caudicis baſi obſervavit, quæ cum uſque ad finem Novembris creviſſent, contra vim frigoris per hiemem obtexit, & meſe Martio A. 1709 cum portione ligni ſeparavit. Hanc vegetationem ad quamnam plantarum ſpeciem referret, ſub initium dabitavit. Enimvero poſtquam advertit, magnam inter ejus ſtru-

AÆ. Erud. An. 1715. M. Aug. Auram & lithophyton (quæ planta marina est) conformitatem intercedere, nisi quod grana in cavitatibus reperiret, quæ in lithophyto vacua sunt; lithophyton terrestris digitatum nigrum appellat. *Parentius* exemplis arborum cortice denudatarum & per quinque fere annos folia & flores protrudentium probare nititur, cortici parum aut nihil in nutritione plantarum tribuendum esse. Addit eundem in finem argumenta quædam alia. Ad singula respondet *Renaume*, sententiam receptam defensusurus. Sed prolixum nimis foret omnem controversiam recensere. Miramur tamen, quod *Fontenellius* tracheas plantarum & arborum in dubium vocet, cum in vite vel oculus nudus easdem distinguat, nedum armatus. *Gedofredus* junior pulveri staminibus adhærenti fecundationem seminis aut fructus stylo conclusi adscribit, stamina membro virili, pulverem liquori seminali & stylum seu pistillum vulvæ æquiparans. Rationum, quas adducit, fortissima hæc est, quod grana sint infœcunda, si stamina referentur, antequam pulvis in stylum decidere potuerit. De *Reaumur* flores & semina detexit in fucis seu Alga latifolia dentata *Raji*, quam *Tournefortius* in Institutionibus Botanicis inter plantas refert flore ac granis destitutas. Flores ex foliis erumpentes cernuntur mense Junio & Julio. Iis decidentibus foliorum extremitates intumescunt a liquore viscoso granis rotundis pleno, quæ sunt capsulæ simili liquore repletæ & alia granula minora, verum fuci semen, continentes. *Parentius* adversus *Magnolium* probat, succum nutritium in plantis utique non modo ascendere, verum etiam descendere, quemadmodum *Perrault* in primis ac *Mariottus* operose ostenderunt. *Fontenellius* commemorat mala aurata, quorum partes aliquæ reliquis interjectæ sunt citreæ. *Homburgius* vero autor est, se in hortis *Wilhelmi* Magni, Electoris Brandenburgici, vidisse poma, quæ simili modo fuerint simul pira.

Pag. 345.

In *Algebraicis* occurrunt *Rolliana* de constructione æquationum meditationes. In *Geometria Boniæ* Traëtricem examinat, quam centrum gravitatis navis describit, si mediante chorda ab homine juxta littus passu æquabili progrediente ad idem attrahitur. Hanc proprietatem peculiarem habet, quod tangens ejus sit constans, nempe chorda, qua navis adducitur, & arcus, si sumantur in progressionem arithmetica, sint semiordinatarum respondentium logarithmi. Præterea traëtrix per logarithmicam rectificabilis & ab hac rectificatione quadraturæ hyperbola pendet. Quod si eadem descripta supponatur, logarithmica & catenaria per puncta describi poterint. Spatium inter traëtricem & ejus asymptotum (quæ littus est in descriptione superiori) æquale est quadranti circuli tangente traëtrici descripti. Solidum ex rotatione traëtrici

Arctici circa asymptotum genitum est æquale quadranti Sphæræ, Act. Erud. An. 1715. M. Aug. cujus radius est tangens tractricis. Hæc quidem sine demonstratione recensentur a *Fontenellio*, nec nova sunt dudum quippe a Viro illustri *Leibnitio* in Actis A. 1693 p. 489 & seqq. proposita. Abbas de *Bragelonne* quædam de quadraturis Curvarum, quæ ad series infinitas reducuntur, meditatus; sed ea tantum indicantur, non exhibentur.

In *Astronomia Maraldi* parallaxin Lunæ eadem methodo scrutatus est, qua celeberrimus *Cassini* in Martis parallaxi investiganda usus, exposita in Actis A. 1685. pag. 349 & seq. Reperit autem parallaxin horizontalem Lunæ tempore observationis sub æquatore 54' 55": qua occasione *Fontenellius* rationes phycas triplicis inæqualitatis motus lunaris ex motu ætheris vorticoso redde conatur, perinde ac variationum distantie Lunæ a terra. De *la Hire* vires penumbrae corporum a Sole illuminatorum examinat, quas per ordinatas singularis cujusdam curvæ exponit. *Cassini* filius observationes planetarum & fixarum a Luna occultatarum variis in locis factas & in Diario Eruditorum Parisino, Transactionibus Anglicanis atque Actis hifce Eruditorum relatas inter se comparat & differentias horarias meridianorum inde determinat. Deducit tandem Parisiis occidentalius esse Londinum 9' 55" & observatorium Grenovicense in Anglia 9' 25"; orientaliore vero Noribergam 35' 2", Lipsiam 40' 0", Dantiscum 1 h. 4' 43". Differentiam horariam meridianorum Avenionensis & Londinensis elicit 19' 40", Avenionensis vero & Parisini 10' 0". De *la Hire* A. 1710. d. 20. Sept. conjunctionem Veneris & Cordis Leonis observavit, quæ accidit h. 9 matutina, minuto sexto, differentia declinationum Veneris septentrionalioris atque Reguli existente 20' 30", quæ per tabulas ipsius esse debebat 20' 23", egregie adeo cum cælo consentientes. *Cassini* filius varias observationes recenset, quas R. P. *Fevillée* in India occidentali fecit, a nobis jam mensibus superioribus hujus anni commemoratas. Occurrunt denique De *la Hire* utriusque *Cassinorum* atque *Maraldi* observationes eclipsis Solis, quæ contigit d. 15 Jul. 1711, atque *Cassinorum* *Maraldi* aliorumque observationes eclipsis Lunæ, quæ accidit d. 29 Jul. ejusdem anni.

In *Acustica Sauveur* sive *Salvator* objicit nonnulla contra Dn. *Henflingii* Systema Musicum in Miscellaneis Berolinensibus descriptum & suum in Commentariis Academiæ Regiæ ante publicatum eidem præfert.

Denique in *Mechanica* de *Reaumur* experimentis factis docet, quod chorda ex pluribus filamentis contorta minus pondus sustinere possit, quam summa ponderum a singulis filamentis sustentata.

Aët. Erud. stentatorum, quodque decrementum cum crassitie chordæ cre-
 An. 1715. scat. Comparat ibidem analysi *Bernoulli* de viribus centralibus
 M. Aug. quam promissit in Aëtis A. 1713. p. 119. & in qua errores *New-*
tonianos in Principiis Philosophiæ naturalis Mathematicis corrigit:
 sub finem appendicis loco adjicitur causa erroris a nepote ipsius
Nicolao detecta & in Aëtis hisce loc. cit. p. 119. jam indicata,
 nempe ignorantia calculi differentio-differentialis. *Newtonus* ta-
 men, qui monitus errorem agnovit, causam aliam assignat,
 nempe quod tangens in schemate non rite ducta fuerit, nec
 concedit, quod termini seriei loc. cit. adductæ ex ipsius opinio-
 ne successive differentiales omnium in eodem ordine graduum
 exprimere debeant. Sed nostrum non est decidere hanc litem.
Varignonius profundas de resistentia mediæ meditationes adhuc ul-
 terius continuat. Qua occasione *Fontenellius* a priori ostendit
Gallileanum de gravitate Systema.

Pag. 347. Sub finem Commentariorum extat Scriptum *Nissollæ* de quibus-
 dam novis generibus plantarum, quod a societate Regia Monte-
 pessulana ad Academiam Regiam transmissum. Genera ista qua-
 tuor sunt, *Coriaria*, *Jasminoides*, *Ficoidea*, & *Partheniastrum*.
Coriaria est genus plantæ, cujus flos ex decem staminibus compo-
 nitur, quæ ex fundo calicis in quinque partes usque ad basin di-
 visas egrediuntur. Stamen unumquodlibet duo habet capita. Re-
 fertur huc *Coriaria vulgaris* & *rhus myrthifolia Mompahæa*. Ad
 genus secundum spectat *Jasminoides Africanum Jasmini aculeati fo-*
liis & *facie*; ad tertium *Ficoidea procumbens portulacæ folio*; ad
 quartum *Partheniastrum Americanum ambrosiæ folio*: unde Botani-
 ces periti characteres, quos constituit, facile colligent.

A. 1711. duo decessere Socii, *Ludovicus Carre* sive *Quadratus*
 & *Claudius Bourdelin*. Prior erat rustici filius, natus d. 26 Julii
 A. 1663. A patre studio theologico addictus, sed invita *Miner-*
va. Quare cum parens sumtus necessarios filio parum morige-
 ro subministrare amplius noller; ad *Malebranchium* confugit, qui
 ejus in scribendo opera usus. Ab eo Mathesin & Metaphysicam
 recentiorum didicit per septem integros annos. Victum quaesivit
 postea Mathesin & Metaphysicam docendo: in primis sequior se-
 xus ejus institutione usus. Progressus aliorum Mathematicorum
 non sine mœrore contuitus, dum ipse de pane lucrando sollici-
 tus eorum vestigia premere non poterat. An. 1697. *Varignonius*
 eum sibi fecit Adjunctum. A. 1700. edidit librum de primis cal-
 culi integralis lineamentis, relatum in Aëtis A. 1701 pag. 280.
 Mox locum inter Associates, tandem inter beneficiarios adeptus.
 Per sex postremos. vitæ suæ annos valetudinarius fuit, stomacho of-
 ficio suo non amplius fungente. Cumque deessent ad vitam ne-
 cessa-

Edit. Aët.

cessaria, *Chauvinus* Parliamenti Consiliarius inopem hospitio suo dignatus. Duabus ante obitum horis Vulcano tradidit litteras, quas a sœminis acceperat. Obiit autem d. 11. April. 1711. In locum ejus successit *de Reaumur*. Posterior natus est A. 1667. d. 20. Jun. Parens ejus fuit *Claudius Bourdelin* Chymicus beneficiarius in Academia Regia Scientiarum. Celeberrimus *du Hamel* educationi ejus præsuit. A. 16 Pindarum & Lycophrontem ex Græco in Gallicum sermonem transtulit & proprio Marte Opus Conicum *Philippi de la Hire* intellexit. A. 1692 Doctor Medicinæ creatus est. Non panem quæsit ex Medicina, cum ex paternis bonis laute vivere posset: unde pauperibus ipse solvit numos pro remediis pharmacopolæ solvendo, nec a ditioribus recipere voluit, quod ipsi debebatur. Post pacem Rîswicensem in Angliam iter fecit & in Societatem Regiam adoptatus est. A. 1699. inter Associates in Academia Regia Scientiarum locum obtinuit. In Historia Anatomicâ in primis excelluit. An. 1703. Medicus ordinarius Conjugis Ducis Burgundiæ, atque A. 1708 *Bourdelotio* mortuo Archiater ejusdem factus. Immodicus potus *Cassè* ipsi tandem hydropem pectoris adscivit, qua die 20 Aprilis A. 1711. extinctus. Locum Botanici associati obtinuit *Gedofredus junior*.

Act. Erud.
An. 1715.
M. Aug.

Pag. 348.

D. S. S. OBSERVATIO

M. Octob.
Pag. 456.

De Polypo œsophagi vermiformi rarissimo, a nimio Pulveris Hispanici sternutatorii, vulgo Spaniol, usu excitato.

CAupo quidam in pago *Possémik* prope Pirnam, *Job, Gottfried Groke*, Vir annum quadragesimum tertium agens, temperamento sanguineo, habituque ad cacochymiam admodum proclivi, ac sat notabili corporis mole gaudens, mirumque in modum pulveris sternutatorii Hispanici, vulgo *Spaniol*, deliciis effascinat, anno superiori 1714, circa tempus vemale, dolorem quendam urentem, a nimia dicti pulveris aliquando facta per nares attractione in medio œsophagi percepit, inopinatoque non ita multo post deglutitionem non nihil animadvertit impedicam. Quamobrem auxilium quærens, Medicum quendam convenit, & de dolore, nunc quidem sopito, at in deglutitionis impedimentum mutato, queritur, cujus affectus causam, in pirituosa quadam ac viscida materia, interioribus œsophagi partibus adhærescen-

Act. Erud. sciente, Medicus ponens, convenientia pro illa incidenda atque educenda agro præscribit remedia, irritum tamen successu, malo-
 An. 1715. que indies indiesque adhuc ingravescente. Hinc ad alium, se
 M O s i o b. confert, ejusque opem implorat, simulque affectus causam, in-
 fra suo loco paulo specialius afferendam, sibi probabilem, ipse
 refert, quam vero hic flocci æstimans, aliamque inesse asse-
 rens, agro remedia, pro nescio quo acido, spasmodicam fibril-
 larum affectionem hanc generante, corrigendo atque eliminan-
 do, equidem exhibet, at iterum absque successu sperato. Nullum
 igitur secunda vice effectum salutarem, hætenus nam anxie exo-
 ptatum, æger observans, in auxilium, rursum vocat alium, &
 quidem medicum rusticum, qui, prioris vestigia legens, pitui-
 tosam acremve materiam genuinam hujus impedire deglutitionis
 liberioris causam existere, pariter asserit, certo, siquidem, ut id
 genus hominum solet, impedimentum hoc se ablatum, deglu-
 titiōemve liberiores redditurum, pollicetur. Varia hinc agro
 porrigit, quorum usus, insignis licet, pituitæ fuerit educita copia,
 plane denuo fuit inanis atque nullus, cum nec minima levami-
 nis cujusdam pars agro inde fuerit allata. Deserens ergo & hu-
 jus hominis medelam patiens, naturæ & temporis sese tantum
 committere animum induit, sponteque sua forte an hoc malum
 iterum cessaturum, firmiter sperat. Ingerim vero Peniculum
 ventriculi, vulgo *die Magen-Vorste*, de quo instrumento multa hæ-
 tenus audierat, consuluit, illud applicat, ejusque opæ tam no-
 tabilem equidem educit pituitosæ materis copiam, nullo tamen
 inde subsequente levamine. Ad quæstionem, num ex applicatio-
 ne peniculi senserit dolorem? respondit: eum quidem se non
 sensisse, interim tamen difficilem, imo in ventriculi cavitatem
 in ejus penetrationem omnino impossibilem, ob quoddam in-
 gula obstaculum perceptum, plenarium peniculi ingressum pro-
 hibens, fuisse. Paulo post loco sperati effectus salubris, magis
 magisque malum augeri animadvertit æger, adeo ut solida tan-
 dem alimenta haud amplius assumere valeret, sed liquidis tan-
 tum, v.g. lacte, juscule avenaceo tenui &c. famem sedare cor-
 pusque nutrire cogeretur. Imo, tantum demum hic affectus sum-
 sit incrementum, ut recensita jam liquida tenuia libere exinde de-
 glutire haud valuerit, sed mediante calamo stramineo ista absor-
 bere necesse habuerit miser. Quam primum enim paulo liberius
 largiusque ea sorbere voluit atque deglutire, statim ea cum soni-
 tu regurgitarunt, præsentaneam agro suffocationem minata.
 Tandem hic, de cetero sanus, liberaque respiratione gaudens,
 denuo Medici auxilium implorat, petitque, ut sibi suppetiz fe-
 rantur. Hic, in affectus hujus admirandi causas occasionales pau-
 lo

lo curatius inquirens, variaque ex eo quærens, inter alia quoque hæc sequentia, de quibus superius jam nonnihil fuit adductum, audit: ægrum nempe nimis in usum vocasse Pulverem sternutatorium, eundemque dubio procul miserandi hujus mali primam exitisse causam occasionalem. Et, quo evidentior veriorque causa hæc appareat, factum fuisse refert æger, quo pulvis hic, præsertim siccissimus summeque volatilis, corpore aliquando calefacto, & fudoribus prope diffuente, naribus copiose intrusus, fortiterque inspiratus, non solum in asperam arteriam, verum etiam in fauces & gulam usque penetrarit, ruffim eamque frequentem, nec non in gula ardorem, una cum dolore primum obtuso, sanguinisque sputo, excitavit. Ex quo tempore statim dolorem haud levem, & hoc evanescente, deglutitionis impedimentum fuisse exortum, ulterius confessus est æger, sancteque affirmavit, nunquam in vita simile, nec etiam vel levissimum in œsophago percipisse deglutitionis impedimentum. Hæc omnia Medicus percipiens, excrescentiam quandam cartilagineam, ex læsione œsophagi obortam, adesse, ægrumque in extremo vitæ periculo constitutum pronunciat, cujus terminum, inevitabile nunc fatum, cui æger solum relinquendus erat, ipsi accelerare visum fuit. Ob nutritionis debitæ enim defectum corpus obesum adeo fuit extenuatum, ut magis τὸ Στελεῖ quam hominis vivi faciem repræsentaret. Ultimo liquidorum etiam ne guttulam quidem amplius assumere potuit, quo evenit, ut post aliquot dierum spatium, mense Aprili anni currentis, fame sitique incredibili emaciatus atque fractus, misere tandem perierit. Cadaver quo aperiretur, causaque tam stupendi affectus detegeretur, vivens adhuc æger petiit, hac tamen conditione, ut absque sumtibus sectio institueretur, quod etiam ita factum fuit. Aperto itaque nunc cadavere Tab. IV. ventriculus A in Fig. 4. partesque internæ a statu naturali adeo remotæ non fuerunt inventæ, excepto tantum œsophago, qui a B usque ad C nonnihil contortus & Pharyngem versus solito tenuior atque acuminatior apparuit, & quidem adeo, ut apertura ejus D, alias satis ampla, vix pisum admittere visa fuerit. Quo autem, quæ intus forte laterent, nunc quoque detegerentur, ille incisus fuit, quo facto, insignis ad omnium stuporem conspectui sese præfens delineata stitit excrescentia carnea, per medium Fig. 1. & 3. d. d. d. divisa, quæ in media œsophagi parte eaque postica, qua spinæ dorsi adjacet, initium (circa quod aliquid cujusdam materiæ cruoris inspissati ad instar cernebatur) sumens, ad Pylorum usque fere sese extendens, longitudine spatium sex digitorum transversalium, crassitie vero lumbricum insignem, tam in α quam in β æquabat, cujus etiam faciem aliquo modo

Act. Erud.
An. 1715.
M. Octob.

Pag. 458.

Tab. IV.
Fig. 4.

Fig. 1. 3.

Act. Erud. mentiebatur. Substantia hujus excreſcentiæ, rectius Polypi, erat
 An. 1715. carnoſo-fibrilloſa atque mollis, color vero ex albo rubicundus.
 M. Octob. Cultro anatomico & quidem facillime, cum vel digitorum jam
 Pag. 459. attactu cederet, auſerebatur Polypus hic rariffimus, quo ablato,
 pedes ejus, vel potius radices, quibus ſe in gulæ ſubſtantiâ in-
 ſinuaverat, in conſpectum veniebant, quarum veſtigia *bb* ob ni-
 miam brevitatem ſuam, multo elegantius in oſophago aperto,
 quam ipſo in Polypo, utpote qui arte tunicæ interiori adhæ-
 rebat, conſpici poterant, uti ex Fig. 2. luculenter patet. Ex ſic
 Tab. IV. Fig. 2. impeditæ deglutitionis cauſa, de qua nemini hætenus quicquam
 in mentem venerat, detecta conſpiciebatur, dignaque judicaba-
 tur, quæ rarioribus Medicorum obſervationibus infereretur, pu-
 blicæque proponeretur. Hæc itaque ſuere, quæ hiſtorice ſaltem
 recensere volui, paulo ſpecialiorem hujus caſus evolutionem at-
 que phaenomenorum rationes in peculiari diſſertatione prope-
 diem daturus.

M. Dec.
 Pag. 534.

REGULA NOVA EAQUE UNIVERSALIS

Inveniendi differentiam Potentiarum duarum quarum-
 cumque, ſed ejusdem gradus, quarum radices ſive uni-
 tate, ſive quocunque numero alio differunt,

Reperita a CHRISTIANO WOLFFIO.

Pag. 535.

CAſu, ut arbitror, a veteribus primum animadverſum eſt, cum
 ſcilicet per ſummationem terminorum in progreſſionibus A-
 rithmeticis numeros figuratos venarentur, numerorum quadra-
 torum, quorum radices unitate differunt, differentias eſſe nume-
 ros impares ſummæ radicum æquales. Sed nemo hætenus docuit,
 quomodo generaliter inveniri poſſit differentia duarum poteſti-
 arum quarumcunque ejusdem gradus. Quare cum in theorema
 iſtiusmodi univerſale inciderim; e re eſſe duxi, ut ſupplementum
 Arithmetice hætenus deſideratum publici juris facerem. Dico
 itaque, ſi n fuerit numerus, $n + d$ alius quicunque, m exponens
 dignitatis, ad quam uterque numerus eveheadus, & A, B, C, D, E
 ſignificent terminos ſeriei reſpective antecedentes, differentiam

dignitatum numerorum iſtorum fore $(n + d)^{m-1} d + \frac{m-1}{n} n^m d$
 +

$$+ \frac{m-2}{2n} Ad + \frac{m-3}{3n} Bd + \frac{m-4}{4n} Cd + \frac{m-5}{5n} Dd + \frac{m-6}{6n} Ed,$$

Act. Erud.
An. 1715.
M. Dec.

& sic porro in infinitum. Quod si radices unitate differant, hoc

est, si fuerit $d = 1$, erit differentia $(n+1)^{m-1} + \frac{m-1}{n} n^m$

$$+ \frac{m-2}{2n} A + \frac{m-3}{3n} B + \frac{m-4}{4n} C + \frac{m-5}{5n} D + \frac{m-6}{6n} E,$$

& sic porro in infinitum. Me non monente apparet, seriem in
calibus specialibus abrupti, quamprimum numerus ex m subdu-
cendus ipsi m sit æqualis, ita ut pro quadratorum differentia suf-
ficient termini duo $(n+1)^{m-1} + \frac{m-1}{n} n^m$; pro differentia

cuborum tres $(n+1)^{m-1} + \frac{m-1}{n} n^m + \frac{m-2}{2n} A$, & ita porro.

Demonstratio. Potentiz superiores procreantur, ducta qualibet
proxime inferiore in radicem. Quare si radix fuerit $n+d$,
potentia superior componitur ex proxime inferiore in differen-
tiam radicem d ducta, & ex eadem per numerum minorem n
multiplicata. Unde si dignitas maxima ipsius n seu numeri minoris
subducitur, differentia præter potentiam proxime inferiorem ip-
sius $n+d$ pot d multiplicatam h. e. præter $(n+d)^{m-1} d$, constat

Pag. 536.

ex natura potentiarum ex serie $\frac{m-1}{1} n^{m-1} d + \frac{m-1, m-2}{1, 2} n^{m-2} d^2$

$$+ \frac{m-1, m-2, m-3}{1, 2, 3} n^{m-3} d^3 + \frac{m-1, m-2, m-3, m-4}{1, 2, 3, 4} n^{m-4} d^4$$

$$+ \frac{m-1, m-2, m-3, m-4, m-5}{1, 2, 3, 4, 5} n^{m-5} d^5 + \frac{m-1, m-2, m-3, m-4, m-5, m-6}{1, 2, 3, 4, 5, 6} n^{m-6} d^6$$

&c. in infinitum. Æquipollet vero hæc series alteri

$$\frac{m-1}{n} n^m d + \frac{m-1, m-2}{1, 2n^2} n^m d^2 + \frac{m-1, m-2, m-3}{1, 2, 3n^3} n^m d^3$$

$$+ \frac{m-1, m-2, m-3, m-4}{1, 2, 3, 4n^4} n^m d^4 + \frac{m-1, m-2, m-3, m-4, m-5}{1, 2, 3, 4, 5n^5} n^m d^5$$

$$+ \frac{m-1, m-2, m-3, m-4, m-5, m-6}{1, 2, 3, 4, 5, 6n^6} n^m d^6 \text{ \&c. in infinitum.}$$

Quare si seriei hujus terminus primus dicatur A, secundus B,
tertius C, quartus D &c. erit differentia potentiarum $(n+d)^{m-1} d$

$$Qq \quad 2 \quad + m-1$$

Act. Erud.
An. 1715.
M. Dec.

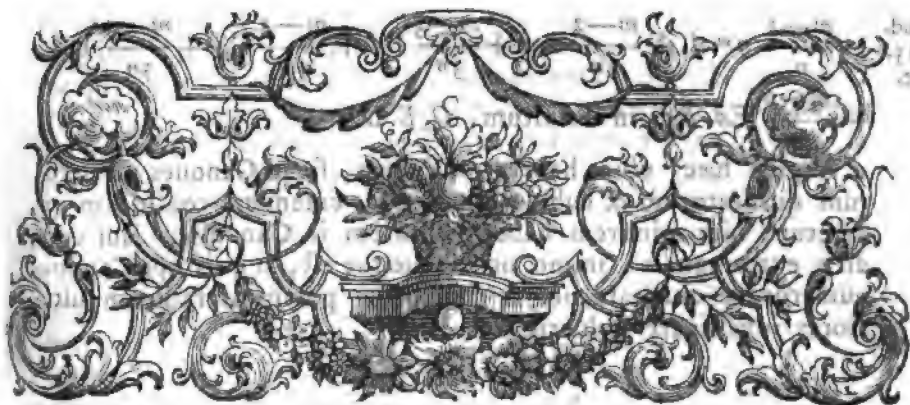
$$+ \frac{m-1}{n} n^m d + \frac{m-2}{2n} Ad + \frac{m-3}{3n} Bd + \frac{m-4}{4n} Cd + \frac{m-5}{5n} Dd$$

$$+ \frac{m-6}{6n} Ed \text{ \&c. in infinitum. } Q. E. D.$$

Regula hæc, usum haberet insignem, si cui Canones numerorum quadratorum & cubicorum ulterius extendere consultum videretur. Nec minorem habet utilitatem in Canonibus jam conditis examinandis: immo utilis quoque est, si quis ope Canonis numerorum quadratorum & cubicorum potentias radicum ultiores investigare voluerit.

A T T E N T E
EXACTISSIMO





EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM

LIPSIENSIBUS,

ANNI 1716.

JOH. BERNOULLI

Barometrum novum communi multo accuratius.



IT ABC tubus e duobus ramis inæqualium diametrorum compositus, figuram gnomonis præseferens; rami horizontalis BC in C aperti diameter lineam seu duodecimam digiti Parisini partem non excedat; rami vero verticalis AB in summitate obstruæti diameter esto quatuor linearum vel amplius

adhuc, prout variationum gradus in hoc barometro magis sensibiles sunt exprimendi, & rami hujus altitudo sit, qualis in baroscopiis communioribus, 30 aut 31 pollicum; longitudo vero rami horizontalis BC, quæ a proportionem diametrorum ramorum pendet, trium pedum minimum esse debet. Si tubo sic parato Mercurius infundatur, & ramus ejus horizontalis pariter plenus sit Mercurio ad medietatem usque E circiter, aere existente mediæ consistentiæ, habebitur barometrum, quod 16 vicibus magis sensibiles exhibebit variationes, quam ordinaria barometra. Liquet enim, quod

Act. Erud.

An. 1716.

M. Jan.

Pag. 11.

Tab. I.

Fig. 1.

Act. Etud. quod, descendente Mercurio in ramo verticali ex spatio unius
An. 1716. pollicis, progredietur in ramo horizontali ex E in F per spa-
M. Jan. tium rō pollicum; nam ramus verticalis aliud non est, quam
simplex seu commune baroscopium.

Quodsi vero ramus horizontalis angustior aut verticalis am-
plior fieret, nemo non videt fore, ut variationes crescant in du-
plicata ratione diametrorum, adeo ut hę variationes in infinitum
magis magisque sensibiles reddi queant. Sed quia praxis talia
semper incommoda secum trahere solet, quę theoriz successum
difficilem efficiant, nimia est fugienda horizontalis rami angu-
stia, quia veris pressio non satis commode agit in tubo valde
angusto, nec in eo Mercurius facile movetur. Horizontali igitur
ramo vix minor quam unius lineę diameter tribui debet.

- Propterea, loco imminutionis ejus diametri, satius est verticalem
Tab. I. ramum majoris amplitudinis assumere, non quidem per totam
Fig. 2. ejus longitudinem, sed tantum in summitate, addendo scilicet
tubo BM, qui ejusdem ac in vulgaribus barometris crassitie ef-
se potest, capsulam vitream AM, in qua Mercurius perinde ac
in Hugonii geminato descendet atque ascendet. Verum existente
hac capsula valde laxa, insignis rami horizontalis longitudo, quę
hoc casu requiritur, instrumentum inconcinnum usuique parum
accommodatum redderet, nisi incommodo isti promptum esset re-
Pag. 12. medium, contorquendo ramum horizontalem in spiralem vel quo-
quo alio modo in minus spatium redigendo flexuris illis, quas
Fig. 3. exhibet, dummodo hę flexurę omnes in eodem plano hori-
zontali existant.

Ad commodiorem hujus Barometri impletionem non abs re fo-
re notat Autor, si ramus perpendicularis AB in exiguum tubulum
in L apertum desinat, ita ut per ejus orificium argentum vivum
infundi possit, dum orificium rami horizontalis C obstruatum te-
netur. Ambobus ramis hoc pacto impletis orificium L hermetice
est sigillandum & obturamentum, quo orificium C obstruebatur,
demendum, ut argentum vivum in verticali tubo AB ad consueta-
tam in communioribus barometris altitudinem se demittere possit
scilicet ad terminum D, & ex horizontali ramo superflus efflue-
re hydrargyrus; sed quia hac ratione ramus horizontalis Mercurii
plenus manebit, suctione pars ejus conveniens est adimenda vel be-
neficio tubi capillaris ampullula instructi, quę calefacta atque tu-
bo horizontali intrusa atque in eo refrigerens Mercurium in suam
cavitatem trahet. Hac ratione barometrum constructum usuique
paratum erit.

Ceterum non inutile fuerit, si tubus verticalis in loco, quo
horizontali jungitur, exigua curvatura instar receptaculi H in-
strua-

struatur, ad impediendum ex horizontali in verticalem ramum aeris ingressum, si quando horizontalem forte Mercurius deficeret; aut fortasse etiam ex nimia atmospheræ pressione seu a vibrationibus Mercurii ex translatione barometri de loco in locum orta, quod postremum inconueniens si non tolli penitus, saltem obstruendo orificium C, minui potest.

Præter simplicitatem, qua Bernoullianum istud barometrum se commendat, aliis insuper prærogativis præstare videtur barometris compositis hætenus inventis. Nam tubi pro Bernoulliano & facile parantur facileque etiam implentur, nec liquores in eo adhibentur in vapores sensibilibiter abeuntes, quibus barometri effectus mirum quantum alterari solent. Nam in baroscopio a nobis descripto solus adhibetur Mercurius, qui in vapores sensibilibiter non solvitur. Geminatum vero Hugenii barometrum, præterquam quod tubos requirat ægre parabiles & difficillime liquoribus implendos, liquores deposcit evaporationi obnoxios, cui incommodo illud etiam quod a Celeberrimo *De la Hire* ingeniose excogitatum & in Actis Acad. Reg. Paris. Scient. loco jam supra indicato subiectum est, aliudque præterea incommodum secum trahit; quod liquores ejusdem specificæ gravitatis sed impermiscibiles requirat, alioqui variationes ejus non indefinite augeri poterunt, sed intra certos terminos consistent quos transgredi nequeunt. Nam vocando specificas gravitates argenti vivi & ex liquoribus in barometro isto adhibendis gravioris scilicet & levioris m ; t ; p ; capsularum vitrearum diametrum a , diametrum tubi angustioris b ; invenio post Clar. Bernoullium, variationes in barometro Hireano se habere ad variationes in barometro ordinario seu communi, ut quantitas maa ad $2mbb$, $+aa - bb.t - p$). Jam quo minor est b quam a , eo propius accedit hæc ratio, rationi m ad $t - p$, quæ limitem exprimit, intra quem variationes barometri a Clar. *De la Hire* inventi collatæ cum variationibus Barometri communis continentur, quæ data ratio m ad $t - p$ eo solum casu infinita fit, quo $t = p$, hoc est eo casu, quo liquores in Hireano barometro adhibiti ejusdem sunt specificæ gravitatis, sed qui invicem permisceri nequeant.

Posteaquam descriptio Bernoulliani barometri coram Concilio Academiae Scientiarum Regiæ Parisiensis prælecta fuit, nuntiatum est Celeb. ejus Autori, similem barometri constructionem jam ante complures annos excogitam fuisse a Celeberrimo Astronomo Jo. Dominico Cassino, sed postea neglectam ab ipso jacuisse, quod in praxi non successisset ob aerem, qui Mercurio in tubo seu ramo horizontali se miscuisset ejusque liberum fluxum impedivisse scribitur. Sed quia, quid hac in re laudatus Vir motus sit,

Act. Erud.
An. 1716.
M. Jan.

Page 13.

AA. Erud. sit, nusquam memoriæ proditum sit, nec Bernoullius de ejus ten-
An. 1716. taminibus quicquam fando audiverit, inventionis laus ipsi de-
M. Jan. negari non potest, maxime quod ejus cum successu in Belgio

factum esse periculum testari potest; & incommodum illud, quod
Cassino remoram iniecit, tolli posse arbitratur, tubum horizon-
talem suctione implendo; vel etiamsi compressione crumenæ cu-
jusdam coriaceæ argenti vivi plenæque tubi horizontalis orificio
applicatæ Mercurius tubo intrusus adscendere cogatur usque ad
Pag. 14. summitatem tubi verticalis, orificium superius apertum habentis;
hac Mercurii intrusionem peracta, & obturato summo verticalis tu-
bi orificio, crumena a tubo horizontali est removenda, ut argen-
tum vivum in tubo verticali ad consuetam altitudinem delabi pos-
sit. Denique ut Mercurii fluxus in tubo horizontali commode
fiat, tanta tubo isti amplitudo est tribuenda, quanta opus est ut
Mercurius in eo contineatur, absque eo ut diffluat.



JOHANNIS VALLERII

PROFESS. MATH. UPSAL.

Observatio Eclipsæ Solaris, quæ Upsaliæ contigit totalis
An. 1715. die 22. April. St. v. horis antemeridianis.

Eclipsin Solis totalem, rarum illud in nostris terris phænomenon, siquidem prævidimus fore cum maxima mora conspicuam, die 22. April. horis antemeridianis: itaque instrumentis idoneis instructi conati fuimus nihil quidquam eorum prætermittere, quæ facere arbitrabamur ad accuratam ejus observationem.

Ad lineam meridianam sollicitè inventam, repetitisque observationibus comprobata, Sciatericum Horizontale construximus, ea, ut opinor, accuratione, quam polliceri possint oculorum acies, circini, stylique acumen. Hujus ad præscriptum, toto ante occiduo, tria direximus Horologia oscillatoria, optimi generis, a præstantissimis in Europa autoribus confecta; nempe Georgio Paschalio, Jac. Marckwyk, & nostro Christ. Pohlhammar, quæ cum per complures dies ne minuto quidem, neque inter se, nec a sciaterico differrent, ad hanc observationem idonea judicavimus.

Quadrantem præterea Astronomicum 5 ped. semidiametro cum limbo

linde mobili in gradus, minuta prima & secunda accurate di-
vifo, ad Solis altitudinem. Lunæque diametrum captandam intra
clausos parietes, demolito tecto collocavimus, ne levis aliqua
aura bolidum æquæ innatantium situm perpendicularem mutaret.
Hujus Quadrantis graduum singuli quia exæquant quantitatem
unius pollicis cum dimidio, distincte exprimere possunt divi-
sionem in minuta prima & secunda per limbum mobilem, qui ope
cochleæ perennis ad singula minuta secunda erat versatilis.

Duos quoque infruximus tubos opticos, ad imaginem Solis
obscuratam excipiendam; alterum 26 ped. longitudine, opera &
studio Marfæalli; in arte expoliendorum specillorum peritissimi
Angli; elaboratum; rati ex Solis disco pedalis diametri, facilius
nos posse initium & finem obscurationis observare. Alterum ve-
ro tripedalem duabus quoque lentibus convexis armatum, qui
4 pollicum diametro reddidit nobis effigiem Solis, in tabula, 6
suis circulis concentricis notata, spectabilem; præsertim quia
spectatas solis capes totas & tabulam depicti Solis involvendo
cameræ obscuræ speciem haud incongrue imitabatur.

Parata quoque habuimus duo specula caustica, alterum duo-
rum, alterum trium pedum semidiametro, eum in finem, ut
ad datas chronometri vibrationes complicare papyri certum pa-
ginarum numerum igne focali perforando, æstimaremus incre-
menta & decrements caloræ solaris, & simul conjicere possemus,
quantum terris officiant interdum maculæ solares, quæ nubium
luminis intercipiunt. Verum raræ nubes intendentes se subinde
cælo, ventus impetuosior & observantium inconstantia hos co-
natus optato destituerunt successu.

Thermometro igitur experti fuimus aeris mutationem, qua-
lem infra adscriptimus singulis horis earumque quadris, æstima-
re. Thermometrum nobis non clausum erat, uti communiter fie-
ri solet, sed in inferiori parte apertum; hujusmodi genera gradi-
bus frigoris & caloræ dignoscendis accommodata esse, & omnibus
aeris mutationibus obnoxia sæpius animadvertimus.

Altitudo tubi erat tripedalis, diameter vero, ad globum supe-
riorem, ut 1 ad 10, unde omnis mutationis impatiens etiam
Sphæram activitatis manus calidæ ad pedis distantiam prodidit.
Tubus divisus est in 1000 partes æquales ita ut numeri in tabula
expressi sint numeratores denominatoris 1000.

Idem quoque judicium esse debet de numeris, quibus descen-
sus Mercurii in barometro indicatur, pollex nempe Anglicanus
inter 29 & 30 divisus est in partes 100, qui denominator est nu-
merorum adscriptorum.

Aët. Erud. Cum jam illuxisset tot votis expetitus dies 22. April. St. v.
 An. 1716. serenum nullisque maculis fucatum erat cœlum ad horam usque
 M. Jan. octavam matutinam: a quo tempore in nebulas coire cœpit aer
 atque ingrato spectaculo sensim eripere oculis nostris Solem de-
 liquio propinquum: quem avidi omnes vel per aquam vel vi-
 trum coloratum, vel perforatam papyrum, vel nudis oculis in-
 ter nebulas intuebamur errantem: nam tuborum, propter de-
 bile Solis lumen & vix sensibilem corporum umbram, exiguus
 tum erat usus: itaque initium eclipsæ certius a nobis æstima-
 ri non potuit quam nudis oculis; quando per rariores nubes de-
 prehendimus Solis partem occidentaliorem aliquid de rotundita-
 te sua amittere.

Tab. I.
 Fig. 4.

Diffipatis sensim nubeculis singulas decrescantis Solis phases,
 in digitos divisas, notavimus descripsimusque, donec circa ho-
 ram secundam exigua quædam Solis particula ad instar veneris
 vespere lucentis remansisset; quæ quoque dicto citius disparuit.

Debilem antea & maligne decrescentem lucem excipiebant
 mox densissimæ tenebræ, cum frigore, cum vento, cum hor-
 rore spectantium & trepidatione. Confusi omnes dignoscere nos
 invicem non potuimus, nec indicem horologii sine accensa can-
 dela discernere potis eram: memorant alii Oscines conticuif-
 se, & animalia extra urbem ad pastum emissa, repetiisse no-
 cturnas suas stationes, ruri vero tantum fuisse trepidationis,
 quantum

Machina si magni rueret convexa Tonantis.

Pag. 17.

Interea temporis vidimus tres planetas versus occidentem in
 una fere linea constitutos, Jovem nempe juxta Solem, inter-
 jecto aliquo spatio Mercurium, & remotiori intervallo Vene-
 rem falcatam; imprimis jucundo nobis spectaculo erat ♄, quem
 alioquin propter durationem crepusculorum in borealioribus no-
 stris terris conspiciere datum non est. Vidimus quoque Cassio-
 peam, capellam, oculum ♄, orionem, & surgentem Sirium.
 Videremus & plures stellas, nisi sparsæ nubes illarum adspectum
 nobis denegassent. Sub maxima obscuracione corpus lunare ap-
 parebat globosum, rude & inæquale, fusco imbutum colore. No-
 tabile quoque fuit, quod circulus lucidus, qui Lunam, instar
 halonis cingebat, non ejusdem appareret splendoris, nam o-
 rientem versus & occidentem illustrior erat, quam ad boream
 & austrum, pauloque rubicundior videbatur australis ejus pars
 quam borealis.

Dum huic spectaculo partim terribili, partim & admirabili
 im-

immoramur attoniti, ecce ad instar lucidissimæ Stellæ reddita est nobis particula quædam Solis, quæ inter montes Lunæ occidentaliores nitens tantum lucis attulit, ut in horologio minora discernere possem. Itaque reversus ad tabulam observatoriam inter gratulantium sermones ob redditum Solem, & sensim recuperatam lucis calorisque copiam, Phases crescentis Solis singulas secundum delineatos digitos notavi descripsique.

Æt. Erud.
An. 1716.
M. Jan.

Altitudo Pol. Upsaliæ observata Quadrante Astronomico 59° 51' 54"			
Tempus Eclipses	Altitudo Solis observata	Thermo- metri va- riatio	Barome- tri descen- sus.
Initium ^b 9 47 50	39 36 42	458 483	29 45
Tota Immerfio 10 58 15	44 17 29	524 647	
Media 11 0 19	Diam. Obser. 33 38	653 656	29 42
Prima emerfio 11 2 24	44 29 13	633 667	
Finis 11 55 40	45 42 6	403 315	29 31
Dur. t. obfc. 4 9			
Tot. duratio ^b 2 7 50			

Act. Erud.
An. 1716.
M. Jan.
Pag. 18.

OBSERVATIONES ALIÆ ECLIPSIS SOLIS

*quæ Anno 1715. die 3. Maji accidit, in diversis
Europæ locis facta.*

VIR Cl. *Johannes Henricus Hoffmannus*, Astronomus Regius, Berolini in observatorio Regio d. 3. Maji anno superiori eclipsin Solis ea ratione observavit, quæ ex adjecto schemate intelligitur. Tab. I. Fig. 5. Initium ob cælum nubilum fuit dubium, medium accidit h. 10, 21', finis vero h. 11 34' 1". Magnitudo notata 11 præcise digitorum, proportio diametrorum Solis & Lunæ ut 1000 ad 1045.

Pirnæ Cl. *Schmiderus*, Phil. & Med. D. initium annotavit h. 9 15', medium h. 10 30', finem h. 11 32', adeoque durationem integram h. 2 17'. Magnitudinem æstimat 10 digitorum. Species Solis per tubum tripedalem in cameram obscuram immissa, tempus ex horologio secundum horologium solare directo fuit æstimatum.

Dantiscæ notatæ sunt phasæ, ut sequuntur:

Incrementum.

Decrementum.

Obscuratio maxima & decrementa priora inter nubes dubia

Initium h. 9	40	2
$\frac{1}{2}$ Dig.	43	32
1 Dig.	45	51
$1\frac{1}{4}$ Dig.	47	56
2 Dig.	50	31
$2\frac{1}{2}$ Dig.	53	57
3 Dig.	56	59
$3\frac{1}{2}$ Dig.	59	47
Nubes intervenire		
7 Dig. h. 10	21	17
8 Dig.	26	55
$8\frac{1}{2}$ Dig.	30	14
9 Dig.	33	50
10 Dig.	40	50
$10\frac{1}{2}$ Dig.	46	25

7 Digit. h. 11	19	53
$6\frac{1}{2}$	23	16
6	27	0
$5\frac{1}{2}$	30	3
5	33	3
$4\frac{1}{2}$	36	25
3	45	58
$2\frac{1}{2}$	48	15
2	50	40
$1\frac{1}{2}$	53	49
1	56	49
$\frac{1}{2}$	59	21
Finis h. 12	2	40

Warsaviæ initium accidit h. 9 49', medium & finis ob nubes observari non potuit. Incrementi phasæ annotatæ sunt:

1 Digit. h. 9	55	30"
2	10	0 30
3	6	0
5	18	30
6 Digit. h. -	25	30"
8	38	30
9	46	0
10	57	0

Pag. 19.

Circa

Circa decrementum pauciores observari permittit cœli inclementia. Nempe $8\frac{1}{2}$ Dig. obscurati adhuc fuere h. 11 19', 7 digit. h. 11 29' 30", 6 dig. h. 11 35' 30" & 5 dig. h. 11 42'.
 Act. Erud. An. 1716. M. Jan.

Parmæ admodum Rev. P. *Achilles Beccadelli* Soc. Jesu, Publicus Mathematicum Lector, sequentia annotavit.

Temp. P. M. Diei 2. Maji Horol. oscill. Cycloidale.	Digit ecli- ptici.	☉ Circum- ferentia deficiens.	In Heliometro cujus radius Palm. Rom. $22\frac{1}{2}$ Ing. Cor. { Limb. sup. 55416 Inferior. 56624
H. / //		0. /	
20 45 5	Initium		Diam. App. ☉ 31' 33"
-- 55 16	2	64 30	
21 1 48	3	77 --	Diam. Appar. ☾ ex Phasibus observationis,
-- 4 48	4	96 --	
-- -- 45	6	121 --	aliquando 33' 5"
-- 23 3	7	137 --	alias 32' 49"
-- 34 43	8	45 30	
-- 45 44	9	155 --	Initium auctum intra duo secunda temporis.
-- 51 35	$9\frac{1}{2}$	163 --	
22 8 40	8	150 --	Finis aliquanto tardior hora notata tribus ad summum 2. secundis: nubes enim il- lum omnino exacte obser- vare vetarunt.
-- 13 5	7	136 --	
-- 24 53	6	125 --	
-- 30 49	5	114 --	
-- 37 52	4	100 --	
-- 46 19	3	82 --	
-- 52 8	2	67 --	
-- 58 12	1	47 30	
23 -- 45	finis		

A&E. Erud.
An. 1716.
M. Martii.
Pag. 97.

Histoire de l'Academie Royale des Sciences,
Année M D C C X I I. &c.

h. c.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM,

Anni 1712. cum Commentariis Mathematicis
& Physicis ejusdem Anni.

*Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1715. in 12. reg. Alph. 1.
plag. 3. Tabul. æn. 18.*

IN *Physica generali* novis observationibus confirmatur, quod maximus æstus maris contingat duobus aut tribus post novilunium & plenilunium diebus, minimus contra duobus aut tribus post quadraturas; quod crescat Lunæ a terra distantia decrescen- te & contra; quod retardatio ejus diurna minor sit a syzygiis ad quadraturas, quam a quadraturis ad syzygias. Præterea per eosdem docetur, aquas marinas lentius descendere, quam ascendere & eo magis descendere, quo magis ascenderant. *Cassinus* filius iisdem utitur ad regulam condendam, juxta quam fluxus & refluxus tempus in scrupulis horariis prædici possit. Reperit autem aliquali differentia opus esse in portubus diversis. *De la Hire* Filius considerat observationes barometricas a *Vallerio* in cupri fodina Sueciæ & monte eidem vicino factas, & inde docet altitudinem & densitatem aeris versus polum crescere, quod idem jam ante per observationes *Richerii* in insula *Cayenna* factas probabile erat. *Marraldi* apum historiam accuratam tradit, quas per annos complures attente observavit, ita ut hic invenias, quæ in amplis Tractatibus de hoc insecto editis frustra quæsieris. De *Reaumur* aliquot conchyliorum motum progressivum describit. *Delisle* inter se comparat observationes declinationis acus magneticæ in diversis Galliæ locis factas: unde apparet, in locis Parisiis orientioribus majorem esse, in occidentalioribus contra minorem; ab anno 1703. usque ad 1711 incrementum annum Genevæ idem fuisse quod Parisiis, nempe 15 minutorum, nisi quod utrobique idem ab A. 1710 usque ad 1711 nonnisi quinque minutorum fuerit; ab A. 1706 usque ad 1711 in multis Galliæ urbibus declinationem eadem fere, quæ Parisiis, decrementa cepisse; in terminis Galliæ quoad longitu-

Pag. 98.

gitudinem differentiam declinationis gradum unum cum dimidio non excessisse. Declinationem magnetis primus deprehendisse fertur A. 1549 *Cabotus* nauta Venetus; sed *Delisle* dicitur possidere MSS. naucleri cujusdam Dieppensis, cui *Crignonii* nomen fuit, A. 1534 *Caboto* rei maritimæ Præfecto dedicatum, in quo jam ejus mentio fiat. Variationem acus magneticæ primus observasse perhibetur *Gassendus*. Adduntur alia ad historiam magneticæ declinationis spectantia. *Billerez* Anatomix & Botanicæ Professor Vespuntinus cavernam in comitatu Burgundiæ sitam describit, in qua æstate aer frigidior quam hieme, ita ut æstate glacies in ea concresecat, quæ hieme rursus in aquam resolvitur: notatuque dignum est, quod quo intensior fuerit calor æstivus, eo copiosior sit glaciei proventus. Causam inde arcessit, quod terræ vicinæ sint sale quodam nitroso plenæ. *De la Hire*, qui quantitatem aquæ pluvialis ac nivalis singulari cum cura constanter observat, notat, An. 1711 eandem fuisse 25 digitorum cum duabus lineis, cum ordinarie 19 digitos vix excedat. Similiter scalam integram, quam Mercurius emensus est, hoc anno deprehendit digiti unius, linearum $7\frac{2}{3}$, quæ ordinarie non superat digitum cum quatuor lineis. Die 30. Decembr. A. 1711 declinationem acus magneticæ observavit $10^{\circ} 50'$ versus occasum *Schenckxerus*, quantitatem aquæ pluvialis eodem anno Tiguri æstimat 45 digitorum & lineæ unius; scalam barometricam reperit nonnisi 12 linearum cum dimidia.

In *Anatomia Littre* describit sectionem hominis 44 annorum aneurismate extincti, variaque inde deducit, quæ causas & symptomata hujus morbi concernunt. Cum aneurisma in dilatatione extraordinaria aortæ consistat; causam conjicit in diminutionem cavitatis duarum arteriarum, nempe axillaris dextræ & subclaviæ sinistræ, quæ a defectu virium elasticarum derivatur. Quæ de glandularum structura a *Winslowio* detecta in Actis Anni 1713. pag. 297. recensuimus, ulterius illustrantur. *Godofredus* junior observationes quasdam historicas de lapide bezoardico communicat. Reperitur is passim in ventre certorum animantium Indiæ & ex variis crustis concentricis nucleum in centro continentibus constat. Est autem nucleus granum alicujus plantæ, quod animal digerere non potuit; non tamen semper ejusdem generis. Ex qua varietate erroris redarguit illos, quibus lapides bezoardici factitii putantur. *Mery* in confesso Academicorum ostendit, nervum opticum cum retina originem trahere a cerebro, choroidem a pia matre & corneam a dura matre. A nervo optico tam piam, quam duram matrem eodem modo separavit, quo a cerebro separari solent & incisione nervi secundum longitudinem facta substantiam medul-

A. Erud.
An. 1716.
M. Martii

Pag. 99.

AA. Erud. medullosam cerebro similem expressit. Retinam eadem repletam
 An. 1716. esse docuit. Negat igitur, quod vulgo creditur, nervum opti-
 M. Martij. cum esse congeriem filamentorum nerveorum in fasciculum col-
 lectorum, nec retinam concedit esse membranam ex fibrillis
 nerveis contextam. His utitur ad confirmandam sententiam *Mariotti*,
 quam jam ante aliis argumentis propugnavit, quod scilicet
 choroides, non retina, sit præcipuum visus organum. De
Reaumur, ut certus fieret, utrum, quod vulgo creditur, pedes
 cancrorum renascantur, nec ne, cancris pedibus resectis vas
 conclusit, nec fallacem esse vocem vulgi didicit. *Littre* in cada-
 vere fœminæ 54 annorum cor sine pericardio reperit, siccum,
 durum, superficiei inæqualis, scabrum, pauca pinguedine parum-
 que unctuosa vestitum. Valerudinaria fuit & sterilis in 20. anno-
 rum matrimonio. *Mery* in scenam producit fœminam, quæ an-
 no ætatis 16 nupta viro juveni & vigoroso vulvam habebat adeo
 arctam, ut is penem immittere nequiret, cum vix calamus scri-
 ptorium admitteret. Cum per undecim integros annos in vagina
 amplianda frustra desudasset maritus, sua tandem sponte amplior
 evadebat & a quinto gestationis mense continuo ampliabatur, ut
 partum tempore consueto feliciter ederet fœmina. Jungit idem
Mery fœtum masculum, qui, etsi cerebro & medulla spinali de-
 stitutus, per horas tamen viginti & unam vixit.

Pag. 100.

In *Chymicis* novi phosphori *Homborgiani*, cujus in Actis anno-
 rum proxime superiorum pag. 238 & 299 facta est mentio, ratio-
 nes physicas reddere conatur *Fontenellius*. Brionniam inter pur-
 gantia ad examen revocat *Boulduc*. Infusionem præfert decoctio-
 nibus, & eam, quæ fit in vino albo, potiolem habet altera quæ
 fit in aqua. Commendat autem ad infusionem parandam radicis
 exsiccata drachmam unam, viridis vero quatuor. *Lemery* filius
 rationes comminiscitur colorum, quos Mercurius in spiritu ni-
 tri solutus & per alcali quoddam præcipitatus acquirit. *Homber-
 gius* variis experimentis chymicis docet, inesse quoddam acidum
 sanguini animantium. Per fortem nimirum destillationem sangui-
 nis obtinuit liquorem rutilum, qui idem & acidus deprehenditur,
 cum tincturam heliotropii rubram efficiat, & alcalicus, cum spi-
 ritu salis effervescat. Dum *Lemery* aurum in aqua regia solutum
 beneficio spiritus volatilis salis Armoniaci & aliquot guttarum olei
 Tartari præcipitabat: fumi in fermentatione ascendentes odorem
 roris marini spirabant. *Homborgius* exponit modum, quo figuræ
 lapidibus insculptæ vitro colorato imprimi possint. Scilicet massæ
 humidæ ex terra tripolitana, qua ad poliendum vitrum utuntur,
 figuram lapidis imprimit, & vitrum in fumo vi ignis mollesactum
 ope ferri modulo huic apprimat.

In

In *Botanicis* observationibus suis de fuco in Actis Anno 1715. p. 299. relatis alias nonnullas superaddit. Imprimis autem notabile, quod in quadam fuci specie detexerit plantam quandam parasitam, quæ ibi nascitur & inde nutrimentum capit, proprio tamen semine gaudet. *De la Hire* junior internam ficus structuram describit & inde ostendit, quod non minore jure in florum, quam in fructuum numerum referatur. *Chevalier* confirmat, se vidisse fructus, quorum pars alia mali aurati, alia limonii indolem habet. *Boulduc* observat, capita sive fructus (non flores, quos vulgo prædicant) papaveris erratici habere bonos opii effectus, sed non malignos. Extrahit nempe massam solidam ex capitibus adhuc viridibus & dosi utitur duorum, trium vel quatuor granorum. *Jacobus Scheuchzerus* relationem MSC. itineris, per montes Helvetiæ anno 1709 suscepti, Academiæ Scientiarum submisit. *De la Hire* junior phænomenon quoddam singulare describit, quod accidit *Dracoecephalo Americano Breynii*. Flores scilicet omnem situm intra semicirculum horizonti parallelum tumentur, quem ipsis affignaveris. Rationem ex structura reddit.

Pag. 101.

In *Geometria* notavit *Rollius*, artificia analyseos *Diophantæ* applicari posse ad descriptionem Curvarum. Scilicet notum est, ductum curvæ innotescere solere, si in ejus æquatione pro abscissa successive substituantur numeri naturales 0. 1. 2. 3. 4. &c. & inde determinetur valor ordinatorum. Sed cum is hac ratione plerumque irrationalis inveniatur; *Rollius* advertit, per artificia *Diophanti* cum fieri posse rationalem. Cum enim veteres numeros irracionales pro veris numeris non haberent; ipse problemata numerica, nonnisi in rationalibus solvit. Præterea cum multæ proprietates notabiles non fiant manifestæ, si abscissæ 0. 1. 2. 3. 4. &c. dicantur, cum pendeant ab ordinatis ad abscissas istis intermediis pertinentibus; Noster consultum judicat, ut, ubi æquatio determinata facta fuerit, limites radicum quærantur, quo appareat, intra quod intervallum radices contineantur. Idem judicat, methodum *Cartesii*, si generalis esse debeat, opus habere vel cautelis, vel supplementis. *Varignonius* theoremata nonnulla demonstrat, quæ indolem circuli osculatoris manifestiorem reddunt. Idem sine analysi solvit problema, cujus Geometra aliquis solutionem per eandem frustra tentaverat, Circulum describere, qui parabolam in puncto dato & tangentem per verticem ejus ductam una tangit. Addit solutionem alterius multo generalioris de inveniendo centro circuli, qui circulum alium positione datum & curvam quamcunque datam in dato puncto contingat. *De la Hire* methodum construendi æquationes algebraicas per combinationem locorum adversus *Rollium*, qui eam impugnaverat, ulterius defendit.

Act. Erud. dit. *Bomæ* exhibet demonstrationes proprietatum traſtricis, quas An. 1716. in Historia Anni 1711. ſine demonstratione relatas in Actis anni M. Martii. ſuperioris pag. 300 indicavimus. Utitur autem in demonſtrationibus iſtis Analyſi *Leibnitiana*.

In *Aſtronomicis* inclinationem quarti Satellitis Jovis ad orbitam ſui primarii ex eclipſi partiali anno 1702 d. 1. Sept. obſervata eruit *Maraldi* $2^{\circ} 52'$, quam *Caffinus* methodo alia magis perplexa & multum difficiliori (eclipſes enim partiales ſatellitum ſunt phaenomena rariffima) invenerat $2^{\circ} 55'$. Recenſentur quoque *De la Hire* utriusque, *Caffini* atque *Maraldi* obſervationes eclipſeos lunaris, quæ d. 23 Jan. anno 1712 accidit. *De la Hire* ſenior obſervationem ſuam comparat cum *Wurtzelbaueriana* Norimbergæ facta & inde elicit differentiam Meridianorum Pariſini & Norimbergæ ſis $34' 30''$.

In *Opticis* rationem dat *De la Hire*, cur fundus oculi felis ſub aquam demerſæ fortiter illuminatus appareat, qui in aere videri prorſus nequit. Ait ſcilicet, corneam in aere eſſe ſpeculum convexum, quod imaginem intuentis reflectens impediatur, quominus aliquod objectum pone ipſam videri poſſit. Cum vero aqua phyſice homogenea ſit; ſub aqua eam non amplius vicem ſpeculi convexi præſtare, ſed plani potius aquei, adeoque per ipſam videri, quæ per aquam cernuntur.

In *Mechanicis* idem *De la Hire* invenit regulam, ab Architectis hætenus deſideratam, determinandi craſſitiem pilarum, ut ſint fornicibus ferendis pares. Sed cum ea non ſit in ratione conſtante ad altitudinem, vel latitudinem aut etiam ſemidiametrum fornicis; brevibus exponi nequit regula. *Carteſius* docuit, corpora mundi totalia vi vorticum cœleſtium circumagi. Operæ itaque pretium erat conſiderare motum corporum a vorticibus agitatorum. Quare cum nemo hætenus vorticum theoriam geometricam tradiderit; *Saulmon* huic negotio ſe accinxit & nunc primum tentamen publicavit de motu cylindri in vortice cylindrico, cujus axis eſt axi cylindri parallelus. Utitur autem caleulo illuſtris *Leibnitii*, qui clavem ad hæc arcana referenda dedit. *Parentius* novam ſuam ſtaticam continuat, in qua affrictus ratio habetur.

Pag. 103. Hoc anno Academia Scientiarum jacturam fecit duorum Sociorum, nempe *Claudii Bergeri* & *Johannis Dominici Caffini*. Ille natus eſt d. 20 Jan. anno 1679 Pariſiis, Patre *Clandio Bergero*, Medicinæ Doctore. Sub *Tournefortio* Botanicæ operam dedit, qui ipſum in Academia Scientiarum anno 1699 ſibi adjungi curavit. Poſtea Adjunctus *Hombærgii* factus. Medicinæ Doctor creatus per biennium Medicinam non ſine ſucceſſu profeſſus tyronibus artis ſalutaris. Anno 1709 Profeſſionem Chymicæ in horto Regio

ipſi ceſſit *Fagonius*. Obiit d. 22 Maji anno 1712. Succceſſit in Academia *Imbertus*, Medicinæ Doct̃or. *Caffinus* natus eſt Perinaldi d. 8. Junii anno 1625. Pater ejus fuit *Jacobus Caffinus*, Nobilis Italus. Cum libros aſtrológicos quosdam accepſſet, prædictiones Aſtrológicas non ſine ſuccéſſu tentavit: ſed ubi *Pici Mirandula* librum adverſus Theólogos legiſſet, collectanea aſtrológica *Vulcano* immolavit & Aſtronomiæ ſtudio ſe dedit. Tantos in eo mox fecit progreſſus, ut anno 1650 ætatis 25, a Senatu Bononiienſi eligeretur Succceſſor *Cavallerii* in Profeſſione Aſtronomiæ. Anno 1652 cum *Malvaſia* ſenatore Bononiienſi atque Aſtronomo Cometa per zenith tranſeuntem obſervavit & peculiari Tractatu anno 1653 edito deſcripſit: in quo cometas pro corporibus mundo coꝝvis habet atque Apogæum & eccentricitatem cometæ a ſe obſervari geometricè determinavit, id quod *Keplero* atque *Bullialdo* impoſſibile viſum fuerat. Anno 1575 occasione reformationis Calendarii Juliani *Ignatius Dantes*, monachus Dominicanus, Profeſſor Aſtronomiæ Bononiienſis, in templo *S. Petronii* duxerat lineam meridianam, in qua Solſtitia obſervari poſſent. *Caffinus* per obſervationes accuratas Solis dijudicaturus, num aliqua inæqualitas phyſica inſit motui Solis, quemadmodum ſupponit *Keplerus*, anno 1653 conſultum judicavit, ut ibi nova linea meridiana duceretur priori & longior, & exactior: quod inſtitutum ita executus eſt, ut variationi diſtantiæ ſolaris a vertice nonniſi unius minuti reſpondeant in pavimento marmoreo, ubi ducta meridiana, 4 lineæ pedis Pariſini. Altitudo gnomonis eſt 1000 digitorum, qui per foramen rotundum atque horizontale, cujus diameter unius digiti, imaginem Solis in meridianam demittit. *Ricciolus* opus vocat angelicum magis, quam humanum. A. 1655 peculiari ſcripto Mathematicos omnes invitavit ad ſolſtitium ejus anni obſervandum & alio uſum Meridianæ ſuæ expoſuit. Invenit autem ope ejus, quod primum quæſiverat, nempe inæqualitatem phyſicam in motu Solis. Mox obſervationibus ejus beneficio inſtitutis novas Tabulas motuum Solis inædificavit, reliquis qui tum proſtabant, accuratiores. *Tycho de Brabe* tradiderat, in gradu altitudinis 45 evaneſcere reſractiones. Sed *Caffinus* accuratius re expenſa deprehendit, eas uſque ad zenith extendi, quamvis a gradu 45 uſque ad zenith nonniſi unius minuti incrementum capere poſſit. Tabulas igitur ſecundas adhuc magis accuratas compoſuit, in quibus nova reſractionis theoria uſus & parallaxin Solis decem ſcrupulis ſecundis non majorem admixit. *Marchio Malvaſia* anno 1661 in quinque annos Ephemerides motuum Solis ſecundum *Caffini* Tabulas compoſuit, & *Geminianus Montanarius*, Matheſeos Profeſſor Bononiienſis, publice teſtatus, Solem in meridia *Sau-*

A& Erud.
An. 1716.
M. Martii.

Pag. 104.

AS. Erud. *Si Petronii* punctum dato tempore attigisse, quod per ephemerides istas contingere debebat. Anno 1657 inspectionem aquarum in ditione Bononiensi & anno 1663 munimenti *S. Urbani* obtinuit.

M. Martii. *Clemens IX.* Pontifex Maximus ipsum ad dignitates ecclesiasticas evehere voluit, quas tamen modeste recusavit. Anno 1664 præsente Regina Sueciæ Cometam tunc apparentem Romæ observavit & prædictionibus secundum suam theoriam factis respondere eventum didicit. Anno 1665 novus apparuit Cometa, decujus motu mox tabulas edidit & eodem adhuc anno Tractatum de duobus hisce Cometis edidit, in quo formam calculi publico impertitus. Idem dicitur eodem tempore Parisiis præstitisse *Picardus*. Anno 1665 umbras satellitum Jovis in ejus disco detexit, quando inter eum atque Solem feruntur, & per maculam in Jove observatam motum vertiginis hujus planetæ deprehendit 9. h. 56'. Anno 1667, simili modo motum vertiginis Martis advertit esse 24 horarum & 40 minutorum. Motum vertiginis Veneris, in qua reditus macularum ægre observantur, quia plerumque falcata vel cornuta videtur, motui Martis fere æqualem suspicatus est, sed nondum quantitatem determinare ausus.

Reg. 105.

Multas ipsius observationes physicas de insectis *Montalbani* imprimi curavit in operibus *Aldrovandi*. Anno 1668 ephemerides siderum Mediceorum seu satellitum Jovis publicavit, in quibus eclipses certo prædixit, quod frustra tentaverunt *Galileus*, *Marius* atque *Hodierna*, quia ignorabant inclinationem satellitum ad orbitam Jovis, quam primus *Cassinus* detexit. *Colbertus*, cum anno 1666 Academia Regia Scientiarum fundaretur, desiderabat, ut *Cassino* commercium literarium cum eadem intercederet, sed mox in Galliam vocatus, consensu Papæ & senatus Bononiensis, quo anno 1669 venit. Equidem post aliquot annos reverri in Italiam debebat, id quod etiam senatus Bononiensis ardentius efflagitabat; sed restitit *Colbertus*. Anno 1673 Parisiis uxorem duxit. Cum anno 1672 observatores in insulam *Cayenne* æquatori vicinam mitterentur; verâ esse experti sunt quæ *Cassinus* de refractionibus & parallaxi Solis conjectando assecutus fuerat. Idem parallaxin Martis observare debebant, dum *Cassinus* cum ceteris Astronomis eidem observationi incumberet Parisiis: sed is tum methodum excogitavit, vi cujus unus observator eodem in loco eandem scrutari potest, indeque parallaxin Solis determinavit 19 secundorum. An. 1680 nonnisi semel observaverat Cometam, cum Regi prædiceret, quod eadem via incessurus sit, qua Cometa anno 1577 a *Tychone* observatus incessit: id quod etiam factum. Anno 1683 primum observavit lumen in zodiaco antea non animadversum. Anno 1674 Satur-

hi satellitem tertium & quintum; anno 1684 primum & secundum detexit. Anno 1687 excogitavit cyclum Lunæ solarem annorum 11600 & anno 1693 novas dedit tabulas motuum satellitum Jovis, quibus usi sunt ad determinandas longitudes locorum Telluris. Anno 1695 in Italiam profectus & meridianam S. Petronii restauravit, quam ex parte jam tentaverat *Gulielmus*. Erat illa peripheriæ Telluris $\frac{1}{600000}$; sed anno 1700 produxit meridianam Parisiorum, anno 1669 a Picardo inchoatam & anno 1683 continuatam, ut fieret illius pars quadragesima quinta. Aliis inventis pluribus Astronomiam ditavit ex.gr. methodo computandi longitudes locorum ex eclipsibus Solis observatis, methodo inveniendi verum situm macularum Solis, modum describendi lineas spirales, quæ repræsentant apparentias motuum Planetarum in Tellure, modum explicandi motum librationis Lunæ per combinationem duorum motuum, quorum unus est menstruus, alter est motus vertiginis eodem fere tempore absolvendus. Postremis vitæ annis visu orbatus & anno 1712 d. 14 Sept. ætatis 87 sine ullo morbo obiit. Successit in ejus locum filius, patrum dotum hæres.

Act. Erud.
An. 1716.
M. Martii.

Pag. 106.

P R O B L E M A:

M. Maji.
Pag. 226.

Data serie linearum per rectæ in eadem Linea constantis variationem procedente invenire aliam seriem linearum, quarum quævis priores omnes ad angulos rectos secet.

HOC problema inserviet ad exercendos explorandosque profectus in Calculo differentiali. Solutionem ejus generalem se habere significavit eminens in his studiis Vir, Johannes Bernoullius. Et insignis est usus etiam in applicatione ad Physico-Mathematica, nam in dioptricis est querere undas Hugenianas dato medio tali, ut radii sint datæ figuræ; vel in phoronomicis querere synchronas Bernoullianas. Et qui solutionem generalem dabit, operæ pretium se fecisse ostendet. In casibus tamen specialibus sæpe facilius habetur solutio velut cum curvæ datæ sunt Conicæ. Et cum casus, quo datæ sunt Hyperbolæ ejusdem centri & verticis ad meliorem problematis generalis intellectum inserviat, solutionem ejus ingeniosam subicere placet, quam Dominus Nicolaus Bernoullius junior, Johannis filius, dedit his verbis,

Pag. 227.

Pro-

Act. Erud. *Problema.* Invenire Lineam, quæ ad angulos rectos secet omnes Hyperbolas ejusdem verticis & ejusdem centri.

An. 1716. *Solutio.* Sit LA axis transversus hyperbolarum AB, AC, AD

M Maji. AG, &c. quarum commune centrum O, vertexque communis
Tab.I. A: Linea quæ easdem ad angulos rectos trajiciat sit BCDG,
Fig. 6. cujus natura & constructio exhibenda est. In hunc finem concipiantur ex hyperbolis duæ proximæ AC, AD quibus trajectory quæsitæ occurrat in C, D: Ex puncto C tangens CF, atque applicata CE ductæ intelligantur, huicque perpendicularis DS, itaut habeatur triangulum DSC simile triangulo CEF; nec non ex proprietate sectionum conicarum jam ab Apollonio demonstrata tres rectæ OF, OA, OE continue proportionales.

Pag. 228.

Positis itaque semiaxe OA, a ; abscissa curvæ quæsitæ OE, x , ejusdemque applicata EC, y ; erit DS (dx):CS ($-dy$) = CE (y):EF ($-ydy:dx$) sumo autem $-dy$ pro CS quia crescente x , decrescit y . Hinc OF (OE — EF) = $x + ydy:dx = (xdx + ydy):dx$ & OF.OE = $(xxdx + xydy):dx =$ (ob OF, OA, OE continue proportionales) $OA^2 = aa$. Reducta æquatione, provenit $ydy = (aa - xx)dx$: $x = aa$ dx : $x - xdx$ sumptisque integralibus $yy \pm bb = 2aax - xx$ seu $yy + xx \pm bb = 2aax$ (per lx intelligo logarithmum ipsius x , est enim $dx:x$ differentiale logarithmi ipsius x seu dlx). Æquatio inventa reducitur porro ad æquationem percurrentem seu exponentialem, assumendo ad mentem Patris idem olim facientis, n pro numero unitatis hoc est $ln = 1$. Hoc enim modo membrum prius æquationis inventæ $yy - xx \pm bb$ per 1 hoc est per ln multiplicatum esse supponi potest, unde habetur $(yy + xx \pm bb)ln = 2aax$, sumtisque more solito numeris ex logarithmis emergit tandem $yy + xx \pm bb = x^{2aa}$ æquatio exponentialis pro natura trajectory quæsitæ BCD. Quæ vero ut construatur, in auxilium vocanda est curva logarithmica.

Constructio. Ex centro hyperbolarum O excitetur ad axem transversum perpendicularis OR, ad quam ut asymptoton & per punctum H pro lubitu sumtum descripta sit logarithmica arbitraria HZI; habeat illa commoditatis gratia subtangentem æqualem semiaxi transverso AO. Hinc ducta per E perpendiculari MEI quæ occurrat logarithmicæ in I, erit sumta OH pro unitate EI = $lx = fadx$: x . Quia autem in solutione invenimus $ydy = aa dx$: $x - xdx$ (id quod dat $yy = 2afadx$: $x - xx$) capiatur EM = za , tum diametro MI descriptus circulus secet LE in N: porro diametro NE (cujus utique quadratum = ME.EI = $zafadx$: x) describatur semicirculus NPE, in quo adaptetur NP = OE = x , du-

ductæque EP (cujus quadratum = $NE^2 - NP^2 = 2afad::x - xx$) abscindatur æqualis EC; quo facto erit hujus quoque quadratum = $2afadx::x - xx = yy$. Ergo punctum C erit in curva quaesita B.CD.Q.EF.

Act. Erud.
An. 1716.
M. Maji.

Scholion. Quandoquidem hyperbolarum a trajectoria normaliter secandarum parametri variabiles existunt, possunt parametri vel ultra infinitum (ut ita loquar) excrecendo, vel infra 0 decrecendo evadere negativæ: at vero hyperbolæ ad parametros negativæ degenerant in ellipses: Unde concludere licet eandem trajectoriam BCD si continuata intelligatur versus hyperbolas oppositas, ad angulos quoque rectos occurruram ellipsis super eodem hyperbolarum axetransverso descriptis. Confirmatur hoc per Calculum, nam si pro ellipsis istis separatim quaeratur trajectoria, sicuti id factum est pro hyperbolis; eadem prorsus quam supra invenimus prodibit æquatio; ita ut duo ista problemata etsi diversa videantur revera tamen nonnisi unum idemque sint.

Quod si eadem logarithmica HZI super asymtoto OR sursum deorsumve translata intelligatur, ut nempe OH major minorque fiat; manifestum est aliam semper trajectoriam BCD per constructionem nostram prodire, unde numerus curvarum quaesito satisfaciendum atque hic exhibitarum orietur infinitus. Si quis earum formas exploret considerando attente constructionem nostram vel simpliciter æquationem $y dy = aadx::x - xdx$, observabit singulas ex trajectoriis istis formare figuras clausas verticem hyperbolarum tanquam umbilicum ambientes, quibus singulis aliæ totidem respectivé similes & æquales respondent circa alterum verticem ceu umbilicum L quæ hyperbolas oppositas ellipsesque super axe AL descriptas pari modo trajiciunt normaliter. Et quemadmodum illæ omnes inter O & A, ita hæ omnes inter O & L axem transversum LA secant, iterumque eundem utrinque prolongatum trajiciunt: ubi hoc notandum, puncta ista intersectionum interna magis magisque ad centrum hyperbolarum O accedere, nunquam tamen illud attingere posse, nisi trajectoria abeat in rectam OR perpendicularem ad axem LA, quæ utique solas ellipses ad angulos rectos secat, hyperbolicis vero occurrere nequit. Notandum præterea omnium trajectoriarum circa A vel L descriptarum apsides vel puncta remotissima ab axe inveniri in eadem linea recta; nempe in ea quæ perpendiculariter axem secat in A vel L, quod vel hinc quoque patet, quia perpendicularis hæc cum haberi possit pro hyperbola vel ellipsi parametri infinitæ, per quam nempe hyperbolæ quasi transeunt in ellipses, ipsa quoque a trajectoriis singulis normaliter

Pag. 230.

As. Erud. liter secatur, quarum proin intersectiones sistunt puncta remotissima ab axe.

M. Maji. Ceterum si circa punctum A concipiatur medium diaphanum densitatis ita variantis, ut radii ex puncto lucido A emanantes incurvantur in hyperbolas AB, AC, AD &c. manifestum est unamquamque ex trajectoriis BCD fore undam Hugenianam, vel Patris mei synchronam ad quam scilicet radii lucis vel mobilia secundum medii raritates in curvis AB, AC, AD &c. accelerata æqualibus temporibus perveniunt.



M. Junii. **PROBLEMATATA ARITHMETICO-GEOMETRICA**
Pag. 284.

acutissimis Mathematicum cultoribus proposita

• **FERDINANDO ERNESTO Comite ab HERBERSTEIN, An. 1716.**

Pag. 285. **I**Nter infinitas easque admirandas numerorum proprietates non postrema est, quæ tribus quibuscunque numeris certa lege in Figuram trianguli dispositis summas Perpendicularis adscriptas exhibet semper æquales. Fertilissimæ hujus messis fructus vel ex solo manipulo sub hoc Schediasmate contento nullo labore deteguntur: Ut porro ad ulteriora pateat aditus, sequentia Geometris proponere libuit.

Tab. I. 1. Invenire Speciem Figuræ Geometricæ rectilinéæ ita ut ad-
Fig. 7. scriptis singulis Figuræ angulis quibuscunque numeris, summæ binorum quorumcunque eidem linæ adscriptorum, & numeri adscripti angulo eidem linæ correspondenti, sint omnes inter se æquales.

2. Idem efficere in triangulo, qui sua circumvolutione generet conum datæ soliditatis.

Pag. 286. 3. Idem efficere in triangulo, cujus Perpendiculara sint in ratione data.

4. Idem invenire in triangulo, super cujus lateribus descripti circuli sint Arithmetice progressionales.

5. Idem præstare in triangulo, super cujus lateribus tanquam diametris descripti circuli sint in ratione imperata.

6. Idem exhibere in triangulo, ita ut summa laterum referente magnitudinem speculi plani, summa Perpendicularum exhibeat distantiam objecti a speculo ad hoc ut videatur præcise totum.

7. Idem

7. Idem efficere in triangulo, cujus tria Perpendicularia A. B. C. A. quidem & B. sint numeri Trigoni, B. & C. Hexagoni, A. & C. Heptagoni. A. & B. Erud.
An. 1716.
M. Junii.

8. Idem efficere in triangulo, cujus unus angulus sit æqualis elevationi poli datæ civitatis.

9. Idem præstare cum triangulo, ita ut summa numerorum lateribus adscriptorum exhibeat annum 1716.

10. Idem exhibere in triangulo, ita ut quando summa duorum laterum est numerus imperatus, & simul tempus durationis in horis alicujus Eclypsis Solaris tertium sit digiti obscurandi in eadem Eclypsi.

E P I S T O L A

M. Julii.
Pag. 296.

Pro Eminente Mathematico,

DN. JOHANNI BERNOULLIO,

contra quendam ex Anglia antagonistam scripta.

QUI Tibi asseveravit, Vir celeberrime, quod inventio calculi integralis proprio Marte obtenta sit a D. Johanne Bernoullio, nihil a veritate alienum dicit; si præsertim hunc calculum a calculo differentiali, quem utique totum illustri Leibnitio deberi etiam apud ipsum Bernoullium extra controversiam est, distinguere velimus. Quod si Tu contendas, calculum integralem esse tantum partem calculi differentialis, hoc quidem libenter largiar, ne in logomachiam abeamus: nihil interim impedit, quominus hujus partis (quam etiam Bernoullius primus nomine integralis baptizavit) inventionem eidem tribuere liceat: quod Te non invito dixerim, modo attendere digneris ad gestorum seriem. Reperies enim, Amplissimum Leibnitium, cui similem calculum, quem Summatorium vocat, innotuisse nec ego nego, nec (quod novi) celeberrimus Bernoullius negat, nihil omnino ante ipsam Fratremque ejus in lucem edidisse; unde colligi potuisset, quomodo regulæ essent condendæ pro integrandis quantitatibus differentialibus; adeo ut suo Marte eruendæ Bernoullio fuerint, ex quibus algorithmum concinnavit. Eas autem regulas a se excogitatas primo Fratri aperuit, qui quod eorum soliditatem non statim perciperet, initio ægre eas admittebat, veritus ne illarum

Pag. 297.

Ac. Erud. usus in paralogismos deduceret; mox vero demonstrationum vim
An. 1716. sentiens adoptavit hunc calculum integralem & excoluit ipse, re-
M. Julii. tentoque ipso nomine *integralis*, quod ei indiderat *Johannes*, aliud

commodius tunc nesciens, publice usus est, & quidem prima vice (nihil enim antea hujus nominis usurpatum in ullo libro invenies) in *Actis Eruditorum* An. 1690. pag. 212, ubi ostendit, integrale quantitatis compositæ irrationalis $dy \sqrt{(bby - a^2)}$, qualis per calculum hunc nunquam antea fuit integrata. Illustris *Leibnizius* hujusmodi integrationem nunquam dederat publice. Dedit equidem in *Actis* An. 1686. pag. 423 exemplum integrationis, nempe ipsius $x dx$, sed quod, ut ipse notat, immediate adeo ex directo calculo differentiali fluit, ut nulla arte, nedam analysi ad id opus fuerit: dicitque porro, quod $\int dx: (2x - x^2)$

seu ut *Bernoullius* vocat, integrale ipsius $\frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}}$, exhibeat ar-

cum circuli, quod quidem ex nuda arcus differentiatione patet: Sed hoc pariter pro methodo integrandi nihil confert. Interim *Jacobus Bernoullius* agnovit, demonstratione curvæ *Leibnitianæ* his *Actis* insertæ, in qua grave descendens æqualiter horizonti accedit, sibi primum oculos apertos, ut usum calculi differentialis ad problemata solvenda perspiceret. Constat igitur ex hæcenus dictis, calculum integralem & rem, & nomen a *Johanne Bernoullio* habuisse, siquidem in iustas regulas cum redactum & ad algerithmum quendam revocatum primus tractare docuit in forma analyseos. Specimen insigne ejus rei dedit per solutionem problematis catenarii, quod primo Fratri suo privatim proposuerat, hic vero illud cum solvere non posset publice proposuit, ut liquet ex *Actis* An. 1691, ubi plura alia exempla per calculum integralem a *Bernoulliis* soluta conspiciuntur. Fatendum tamen est, nec sagacissimum mortalium *Leibnitium* in arte integrandi, vel, ut ipse vocat, summandi jam tum hospitem fuisse, quia ipse problema catenariæ a *Jacobo Bernoullio* propositum a se solutum fuisse primus significavit, quæ solutio postea cum

Fig. 298. altera *Johannis Bernoullii* edita est in his *Actis*. Quousque *Johanni Bernoullio* debeatur calculus integralis inventus & nunc passim usitatus, nec non & ipsius calculi differentialis promotio, & propegatio, loquuntur porro ea, quæ durante peregrinatione sua cum eruditis in scripto communicavit, præsertim in Gallia, ubi præ ceteris *Hospitalio* liberalissime omnia sua mysteria præsens ore & calamo, postea vero absens per litteras aperuit & explicavit. *Hospitalius* deinde ex lectionibus a *Johanne Bernoullio*, cum Parisiis commemoraretur, in usum ipsius conscriptis ipsique traditis librum

librum suum contextuit Gallicum de Analyſi infinite parvorum, Act. Erad. An. 1716. M. Julii. completentem quidem tantam primam partem ſeu calculum differentiali- alteram vero ſeu calculum integram poſtea traditurus erat, niſi morte occupatus fuiſſet; habebat enim ex MSS. *Bernoullianis* materiam ejus paratiſſimam. Id non ignorant plures Mathematici, qui eorundem MSS. apographa ſibi compararunt, inter quos & ipſe noſter *Hermannus*, ſicut & quidam alii Germani, nonnullique Itali & Angli, qui ſub *Bernoulli* manuſcriptione ſtudia mathematica proſequentes facultatem ab ipſo impetrarunt deſcribendi primum illud apographum, quod ipſemet prudenti conſilio deſcripſerat ab originali, antequam nempe *Hofpitalio* exhiberet, ne ſe proprio ſœtu privaret. Quin & Illuſtris *Leibnitius*, qui, quæ narra- vi, non ignorat, dictorum veritati teſtimonium petere poſſet, & partim jam perhibuit, quippe qui non tantum in litteris ſuis privatis tam ad ipſum *Bernoullium*, quam ad alios ſcriptis, ſed & in Actis A. 1697 pag. 298 publicè proſiceretur; *cal- culum hunc jam Bernoullis non minus quam ſibi deberi*. Certe ut ab ipſo originem habet, ita *Johannis Bernoulli* potiſſimum opera in- valuiſſe & promotum fuiſſe agnoſcit ipſe. Hæc vero, quaſo Vir celeberrime, ne eo animo dicta putes, quaſi de meritiſſimis lau- dibus *Leibnitii* quicquam detractum velim, aut Viro ſummo pal- mam dubiam reddere conzendam: novi enim, ipſum *Bernoullium* pro eo, qui excelsa ingenia comitatur, candore auſum hunc im- probaturum. Non ægre adducor (id quod ſupra jam monui) ut credam, Virum hunc habuiſſe calculum ſuum ſummatorium in eadem perfectione, eodem tempore & forte citius, quam *Bernoullio* inventus eſſet calculus integralis: quid enim hujus Viri Pag. 299. ſagacitas penetrare non poſſet? Nihil itaque aliud evincere vo- lui, quam quod *Bernoullius* ex propria ſua induſtria calculum in- tegram ſeu differentiali in verſum excogitaverit, anſam qui- dem præbente calculo directo, & quod ante ipſum Fratremque ejus *Jacobum* nemo quicquam in lucem ediderit pro integrandis quantitatibus compoſitis & irrationalibus, quando interim *Bernoulli* varia ejus ſpecimina primi exhibuerunt: ut ita non vi- deam, cur inter inventores non æque poſui mereatur *Johannes Bernoullius*, quam qui diu ante ipſum quoque eum poſſediſſet, ni- hil tamen evalgaſſet. Quod interim ad calculum differentiali propriè ſic dictum attinet, ejus quidem inventionem, non invi- to *Bernoullio*, in ſolidum ſemper attribui *Leibnitio* &, quicquid dixerint Angli aliqui, etiamnum attribuo. Neque ignoro, *Bernoullium*, qui modèſtiæ limites nunquam transgreditur, nihil ha- ſtenus gloriæ popoſciſſe, nullamque inde lauream ſibi arrogare: tamen non tam paucis iſtis pagellis, in quibus calculum differen-

Ac. Erud.
An. 1716.
M. Julii.

rialem tanquam per ænigmatiſ nebulam conſpiciendum propoſuit
Leibnitius in Actis A. 1684. calculus iſte celebratam acquiſive-
rit, immo non tam ab eruditis intelligi cœperit ex illo ſchediaſ-
mate, nedum inclareſcere, quam frequentibus ænigmatiſ illius
explicationibus & commentationibus, atque ex variis in eam rem
& copioſis exhibitis Speciminibus *Bernoullianis*, itemque ex *Jo-
hannis* apud exteros Geometras in itinere habitis converſationi-
bus, ſine quibus omnibus nescio an non calculus iſte in pagellis
illis ſepultus etiamnum deliteſceret inglorius: cum enim per qua-
tuor ſere annos inibi latuiſſet a nemine perceptus, antequam
Bernoullii cum in lucem protraherent, potuiſſet haud dubie diu-
tius conqueſcere ſine ſtrepitu, & forſitan tunc nunquam Anglo-
rum æmulatio progitata fuiſſet. Ex quibus ergo porro liquet,
quid tenendum ſit de lite illa inter Anglos aliquos & Germanos
exorta, utrum ſcilicet *Newtonus*, an *Leibnitius* pro primo inven-
tore hujus calculi ſit habendus. Quæſtio haud abſimilis vide-
tur ei, qua quæreretur, utrum hic vel ille primum lapidem je-
cerit præclari alicujus ædificii, quinam vero fuerint illi, qui æ-
dificium ipſum ad faſtigium ſuum vel ſaltem aliquoſque evexe-
runt, nemo eſſet qui quæreret: quaſi nempe illi, qui rem quan-
dam ab incunabulis inceptam longe promovent, nihil laudis, il-
li alii autem, qui prima ejus ſtamina poſuere, ſoli omnem ho-
noris mercedem meruiſſent: quod nec *Leibnitius* pro candore ſuo
probat, qui ſe *Johannem Bernoullium* potiſſimum in extollendo
ædificio adjutorem habuiſſe, & non exigua ab ipſo accepiſſe fa-
tetur. Non jam urgeo, quod inique faciant, qui nihil penſi ha-
bent, cui attribuenda ſint tot alia inventa, quæ ſane nuda me-
thodo ſive differentialium, ſive fluxionum nullo modo nituntur.
Ex innumeris, quæ ſilentio prætereo, ſit calculus exponentialis,
per quem quantitates ad diſenſiones indeterminatas differentia-
re, curvasque ejusdem nominis tractare primus publice docuit
Bernoullius, quod Tu ipſemet, Vir clariffime, in litteris Tuis pro
ea, qua es, æquitate agnoſcis. Abſit tamen ut negem, eundem
primo jam innotuiſſe *Leibnitio*, qui & hoc nomen impoſuit, &
de eo per litteras cum *Hugenia* diſceptavit, ſed non diffitetur quod
eum *Bernoullius* primus publice adhibuerit, cum ipſi cognitum
fuiſſe ignoreret. Poteram producere atque monſtrare Tibi, Vir
clariffime, excerpta quarundam epistoſtarum jam olim inter *Ben-
noullium* & Geometras quosdam computatarum, quæ dictis his
fidem conciliaſſent: ſed ne in molem nimiam excreſcant hæc lit-
teræ, conſuſusque cauſæ bonæ apud Te judicem æquiſſimum fi-
dem habituræ, reliquum, quod ſuperest, temporis ſpatium amo-
liendis a *Bernoullia* friyolis accuſationibus & impactionibus im-
pen-

pendam, quibus cum oneravit Anglus quidam, qui, ut nosti, se pro *Newtono* crucifigi pateretur, & cui indifferens est omnia, quæ ab idolo suo proveniant, tanta mala, quam bona acerrime propugnare.

Act. Erud.
An. 1756.
M. Julii.

Iste igitur in responsione sua (quam potius invectivam dixeris) inserta Diario Gallico literario Hagienfi Mens. Jul. & Aug. pag. 320 arrepta occasione præter omnem necessitatem *Bernoullium* perstringit, variaque ipsi imputat, ad quæ me reponere oportet frequentia. In scripto illo volante, quod sub forma epistolæ d. 29. Julii 1713 in lucem prodiit, asseritur pag. 3 *Newtonum* rationem veram capiendi fluxiones fluxionum, vel rectam methodum differentiandi differentialia nondum cognitam habuisse, cum scriberet sua Principia Philosophiæ naturalis mathematica, additurque per parenthesin, *hoc ab eminente quodam Mathematico dudam notatum esse*. Jam vero Anglus iste conjectat, quod per hunc Mathematicum celeberrimus noster *Bernoullius* sit intelligendus idque ex eo, quod in Actis A. 1713 p. 123. & seq. *Newtono* imputaverit dedisse modum differentiandi differentialia vitiosum per seriem quandam, cujus termini tertius, quartus, quintus &c. ab ipso summi sint perperam pro differentiali secundo, tertio, quarto &c. Hinc ergo Antagonista audax ansam capit suam in *Bernoullium* stringendi calamum, quo vero jure, quo successu, nunc patet. Observavit olim *Bernoullius* errorem, quem *Newtonus* commisit in Princip. Philos. mathem. edit. prim. pag. 265 & quibusdam aliis in locis, ubi nempe aggressus est determinare rationem gravitatis ad resistantiam in corporibus datam lineam describentibus, quam proportionem a *Newtono* traditam cum deprehendisset erroneam & a sua diversam, ejus mentionem fecit in suo schediasmate, quod de hac materia aliisque huc spectantibus publicavit in Actis A. 1713 mens. Febr. & Mart. nec aliter poterat, quam monere lectorem suum lapsus *Newtoniani*, ne si ipse animadversurus fuisset discrepantiam inter *Newtonianam* regulam & *Bernoullianam*, ille Viri summi autoritate motus vitium in regula sua latere præcipitanter judicaret: interim monuit de errore omni qua potuit civilitate & veluti in transitu, adeo ut mirer, Antagonistam dicere ausum, *quod hoc schediasma in Actis publicaverit eum tantum in finem, ut hunc errorem Newtoni propalaret & toti mundo patefaceret*. Vid. Diarium Hagense loc. cit. pag. 345. Quasi nempe nihil aliud in eo egisset, quam quod errores alterius notasset: quod quam falsum sit, judicent illi, qui virum ad abstrusa & abdita deregenda natum ab hoc more criticum agendi alienissimum norunt, & qui in illo specimine multa nova eademque præclara invenerunt & laudarunt. Sufficiebat equidem errorem *Newtoni* animadvertisse

Pag. 307.

ex eo

Act. Erod. ex solo, quod ipſus regula abſtulerat vera, quæ demonſtra-
 An. 1716. verat *Bernoullius*, ipſeque *Newtonus* poſtea monitus agnovit: po-
 M. Jali. tuerat itaque nuda erroris detectione acquieſcere *Bernoullius*, cum-

Pag. 302.

que in Actis ſimpliciter commemorare. Enimvero agnatus ipſus
Nicolas, cui lapſum *Newtoni* indicaverat, curioſius ex quo fonte
 originem traxiſſet, examinavit totam ſolutionem prop. 10, quæ
 in prima editione pag. 260. Princip. Phil. extat, retulitque paulo
 poſt, ſibi videri fontem erroris conſiſtere in non recto uſu ſeriei,
 quam *Newtonus* ibid. pag. 263 adhibet, pro ſumendis differentiis
 ulteriores graduandi, cujus nempe ſeriei, quæ per evolutionem
 vel extractionem radicis applicatam curvæ exprimentis emergit,
 terminus tertius ex mente *Newtoni* exhibeat differentiam applica-
 tæ ſecundam, terminus quartus differentiam ejusdem tertiam &
 ita deinceps. Deceptus namque videbatur *Newtonus* ſucceſſu duor-
 um primorum terminorum, dum forte putavit, quemadmodum
 primus ſeriei terminus exponit applicatam ipſam, ſcæ ejus diffe-
 rentiam nullam, & ſecundus ſeriei terminus dat applicatæ diffe-
 rentiam primam, ita tertium ſeriei terminum dare differentiam
 ſecundam, quartum terminum differentiam tertiam, & ita porro.
 Hæc cum vidiſſet *Job. Bernoullius* probabilitate minime carere,
 nullam habebat rationem dubitandi, quin in hoc ipſo ceſpitaverit
Newtonus: in qua opinione eo magis confirmabatur, videns poſtea,
Newtonum alio in loco aperte eandem hanc ſententiam fal-
 ſam ſoviſſe de ſumendis terminis ſeriei pro differentiis differen-
 tiarum. Inſpice modo, ſi libet, ejus Tractatum de quadratura
 curvarum, invenies ab initio Scholii, quod in fine ſubneſtatur,
 hæc verba: "Quantitatum fluentium fluxiones eſſe primas, ſecun-
 das, tertias, quartas aliasque, diximus ſupra. Hæ fluxiones
 ſunt ut termini ſerierum infinitarum convergentium. Ue ſi
 x^n ſit quantitas fluens & fluendo evadat $(x+o)^n$, deinde re-

$$solvatur in ſeriem convergentem $x^n + nox^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2} o^2 x^{n-2}$$$

$$+ \frac{n^3 - 3n^2 + 2n}{6} o^3 x^{n-3} \&c. \text{ terminus primus hujus ſeriei } x^n,$$

erit quantitas illa fluens; ſecundus $no x^{n-1}$ erit ejus incremen-

tum primum ſeu differentia prima, cui naſcenti proportionalis
 eſt ejus fluxio prima, tertius $\frac{n(n-1)}{2} o^2 x^{n-2}$ erit ejus incrementum

Pag. 303. ſecundum ſeu differentia ſecunda, cui naſcenti proportionalis eſt

$$eius fluxio ſecunda; quartus $\frac{n^3 - 3n^2 + 2n}{6} o^3 x^{n-3}$ erit ejus in-$$

cre-

„*evanescunt* tertium seu *differentia tertia*, cui *nascenti fluxio* „*tertia proportionalis*, & sic deinceps in infinitum.„ Ergo di-
 lectis verbis *Newtonus* affirmat, terminum tertium esse incre-
 mentum secundum seu *differentiam secundam* & terminum quar-
 tum esse incrementum tertium seu *differentiam tertiam*: interim
 vera differentiandi methodus, quam *non* *Newtoniani* admittunt,
 docet, quod illius seriei terminus tertius sit tantum subduplum
 incrementi secundi seu *differentiæ secundæ*, & quartus terminus
 tantum subseptuplum incrementi tertii seu *differentiæ tertiæ*.
 Sciendum autem, tres quatuorve jam diversas editiones hujus Tra-
 ctatus de quadraturis in lucem prodixisse, in quibus omnibus hic
 locus citatus iisdem verbis & sine ulla mutatione expressus conspi-
 citur, adeo ut nec *Newtonus* ipse, sub cujus auspiciis & revisio-
 ne iteratæ hæc impressiones prodierunt, nec ullus alius ex ejus
 promachis tam perspicax fuerit, qui ibi latentem invenisset er-
 rorem typographicum. Sed audi, Vir nobilissime, quid postea fa-
 ctum. Scilicet agnatus *Bernoulli* ante aliquot annos, ut nalli,
 apud Anglos agens monstravit *Newtono* hunc locum pro argumen-
 to valitum, quod error ipsius circa rationem resistantiæ adgra-
 vitationem commissus ex eo prius fuerit, quod terminos suæ seriei
 convergentis pag. 263 pro differentiis ulterioribus & speciatim
 terminum tertium pro *differentia secunda* applicatæ perperam sum-
 sisset. Hujus argumenti vis cum facile eludi non posset, surgit
 nunc Antagonista, qui lynceus satis est, ut in verbis *Newtonia-
 nis* ex tractatu de quadraturis citatis primus perspiciat, vel so-
 mniat potius, a typotheta fuisse erratum. Itaque in omnes se
 vertit partes torquetque se ceu mus in pice, ut lectori probet,
 lapsum hunc facillime committi potuisse a typotheta, etsi qui
 factum sit, quod error toties recusus non fuerit animadversus,
 excusare non curet. Interim videamus paulo propius, qua arte
 Antagonista inervitare conetur commentum suum de vitio ty-
 pographico & qua correctione eidem mederi se speret. Pag. 347
 & 348 *Diar. Liber.* ita magistraliter intonat Antagonista: *Dans*
la lettre, inquit... *la quelle est imprimée dans le Commerce*, je
 fis voir que les termes de la Suite convergente ont toujours une certaine
 proportion aux différences correspondantes, & par conséquent, que ces
 termes avec le coefficient ou sousentendu, pour les rendre infiniment
 petits, peuvent désigner très justement les différences des quantités,
 quand il ne s'agit que de considérer des proportions: *Mr. Newton*
 a aussi fait voir la même chose à la fin de son traité des quadratures,
 mais il s'y est glissé une erreur dans l'imprimé, le mot *et* ayant été
 mis d'abord & ensuite oublié. Ergo si antagonistæ credimus, cul-

AG. ERUD.
 AN. 1710.
 M. JULII.

Pag. 304.

A&E. Erud. pa est typographi, qui particulam *ut* omisit. Id vero credat Ju-
An. 1716. dæus Apella, non ego: fictio enim est tam crassa tamque palpa-
M. Julii. bilis, ut etiam imperitioribus vix illudere possit. Nescio sane,

an non longe melius honori summi *Newtoni* consulisset, si hic scapham scapham vocasset, confitendo rotunde, *Newtonum* ipsum aliquid humani passum & per inadvertentiam lapsum esse, quam quod ridicula adeo & ab omni verisimilitudine aliena excusatione culpam in typographum rejicere voluerit. Quod enim hæc excusatio ne umbram quidem verisimilitudinis habeat, vel hinc colligere est, quia particula illa *ut* non semel tantum omissa esse debuisset, tum (quod maxime arguit effectam excusationem) quia in iteratis editionibus omissio illa iterata subterfugere debuisset correctoris forteque ipsius *Newtoni* revidentis curam. Hoc num probabile sit, judicent alii. Sed & ridicula est excusatio talisque videbitur, quicumque eam attente conferet cum verbis ipsis *Newtonianis*. Nam si ea ad mentem excusatoris corrigere velimus, sensum fundent prorsus puerilem & tanto Viro indignum, adeo ut insertio particule *ut* magis deformet quam emendet, potiusque infarciat inutile quam ut suppleat defectum. Imo forte a falso in falsius dejicere potest lector talis insarctio. Quid enim

si legendum esset, *tertius terminus* $\frac{nn-n}{2} o^2 x^{n-2}$ erit UT ejus incre-

mentum secundum & quartus terminus $\frac{n^3-3n^2+2n}{6} o^3 x^{n-3}$ erit UT in-

crementum tertium; quid, inquam, annon Lector putaret, per particulam *ut* eandem utrobique proportionem indigitari? Hoc quippe sensus naturalis requirit, quasi nempe *Newtonus* innuere
Pag. 305. voluisset, tertium terminum esse ad incrementum secundum, sicut est quartus terminus ad incrementum tertium: id quod falsissimum. Minime itaque probabile est, *Newtonum*, qui aliquin accuratus adeo est in expressionibus suis, voluisse lectorem suum in ambiguitate relinquere, & quidem tunc cum clarissime & maxime determinate loqui potuisset & dicendo tantum, *tertius terminus erit subduplum incrementi secundi, & quartus terminus erit subsexuplum incrementi tertii*: id quod postea antagonista ipse (perspiciens interim veram *Leibnizii* differentiandi differentialia rationem) probe observavit, dum in Commercio epistolico p. 113. ab initio agens de eadem materia non contentus dicere, terminos illos tertium & quartum esse *ut* incrementa secundum & tertium; sed, meliora edoctus discrete monet, priorem ex illis terminis esse dimidium incrementi secundi & alterum esse sextantum incrementi tertii. Sed piget plura dicere de conficta ista antago-

nistæ

nistæ excusatione, cum, quam detorta, quam coacta sit, nemo non videat. Hoc unum adhuc addere liceat, antagonistam nimis nimis quantum suffenum esse, ut credat, se solum sapere sequere rem habere cum talis, quibus cum cœcutiant quidlibet pro quolibet obrudi potest. Ut enim commentum suum de omissione particulæ ut plausibilis reddat, pilulam istam inaurat his verbis: *le mot ut ayant été mis d'abord & ensuite oublié*, quasi dicere vellet, particula ista, de qua hic agitur, cum initio apposta sit, nemo non videt illam postea omissam esse per incuriam typothetæ. Sed parum emunctæ naris oportet esse, cui dolus iste non suboleat, ubi enim illud ut *Newtonus* expressit, nempe in his verbis, *hæ fluxiones sunt ut termini serierum infinitarum convergentium*, alio omnino respexit, nullamque per consequens affinitatem habet illud ut hoc loco expressum cum altero, quod antagonista intrudere cupit in sequentibus lineis. Legenti namque facile patet, *Newtonum* hic per fluxiones intelligere non ipsas differentias nascentes, sed tantum velocitates, quibus nascuntur, quod utique sequitur ex verbis hæc *differentia prima, cui nascenti proportionalis est fluxio prima*; adeo ut mirum non sit *Newtonum* hic dixisse, *Fluxiones sunt ut termini &c.* quia dicere non poterat. *velocitates sunt lineæ, sed velocitates sunt ut lineæ*. Tantum igitur abest, ex eo, quod illud ut initio positum sit, concludi posse, *Newtonum* idem illud in sequentibus quoque in MSC. suo aut saltem in mente habuisse, ut potius contrarium sequatur. Nam ex eo ipso, quod putavit differentias exprimi per terminos seriei convergentis, differentiis vero ipsis cum sint proportionales fluxiones, naturali deductione, licet ex falso principio, collegit *fluxiones esse ut terminos serierum*. Facessat ergo tandem antagonista cum misero suo incrustamento.

Pergo nunc ad alterum argumentum speciosius revera, sed nihil magis solidum, quo antagonista probare nititur, *Newtono* tunc, cum Principia Philos. mathem. scriberet, jam innotuisse veram methodum differentiandi differentialia. Dixerat *Bernoullius* cum Agnato suo, errorem *Newtoni* circa determinationem resistentiæ ad gravitatem ex eo venisse, quod *Newtonus* in Princip. pag. 263 in serie quæ exprimit DG, terminum quemlibet summat pro aliqua ejus differentiali tanti gradus, quantæ dimensionis existit littera o in ipso termino: quod assertum suum confirmari ostenderunt per id, quod supra ex Tractatu de quadraturis excer-

psimus: unde factum ut, quemadmodum ibi $\frac{a^o}{a}$ sumitur pro differentia prima ipsius DG & recte quidem, ita quoque secundum terminum $\frac{a^2 o^2}{2 a^3}$ pro secunda differentia & tertium $\frac{a^3 o^3}{2 a^3}$ pro ter-

Ad Erud. tia differentia sumi debere falso putaret. Nunc vero antagonista An. 1716. in Diario litterario p. 344 probaturus, *Newtonum* sumsisse differen-

M. Julii. tiam secundam æqualem ipsi $\frac{x^2 o^2}{e^3}$, non vero æqualem ipsi $\frac{x^2 o^2}{2e^3}$, demonstrationem aliquam adornat, qua evincitur, differentiam secundam esse $= FG + kl$, citatque Princ. p. 264, ubi *Newtonus* recte ponit $FG + kl$ æqualem duplo termini tertii, hoc est ipsi $\frac{x^2 o^2}{e^3}$.

Sed nihil hoc juvat antagonistam, nisi simul probet, *Newtonum* jam tum temporis, cum Principia sua scriberet, scivisse vel animadvertisse, quod $FG + kl$ sit secunda differentia ipsius DG , siquidem ex hæcenus dictis satis superque constet, illum sumsisse $FG + kl$ pro duplo differentiz secundæ. Quare quilibet vider, hoc alterum argumentum antagonistæ esse puram putam petitionem principii. Hæc, ni fallor, jam sufficere possunt ad probandum, *Bernoullium* cum Agnato suo fonticam gravissimamque habuisse causam referendi originem erroris *Newtoniani* ad perversum, quem fecit, usum Serierum convergentium. Ceterum vero si perrexerit antagonista aliter interpretari mentem *Newtoni*, quam ipsius verba dilerta volunt, per me licebit; sed quia *Bernoullius* non tenebatur divinare mentem male expressam, sive *Newtoni* ipsius, sive typographi culpa, non video quo jure antagonista audeat p. 345. Diar. litt. *Bernoullium* postulare erroris ex culpa alterius enati, eumque vocare errorem enormem & generis omnino extraordinarii. Verum si dicendum, quod res est, ex eo *Bernoullio* crimen facit antagonista, quod viderit detexeritque errorem *Newtoni* de male determinata resistentia. Deprehendit aliquid sinistri in viro, quem tanquam idolum adorat, quemque infallibilem putat. Debat venerabundus dissimulare & silentio premere. Hoc autem non fecit: hinc illæ lachrymæ! Cur aliquid vidit? Cur lumina conscia fecit? Quis ergo miretur, si tanti sceleris reus condemnetur ibidem ab antagonista ad deprecationem publicam delicti & ad confessionem erroris, quem alius commisit. Nec interim ausit quispiam sciscitari, cur *Bernoullio* non tribuat justiciam *Newtonus*, qui ab Agnato ipsius in Anglia degente erroris commonitus in nova operis sui editione eum postea correxit, nulla interim facta mentione nec Detectoris, nec Monitoris. Sed hoc nihil novi est in quibusdam Anglis, qui sibi solis licere putant aliorum inventa tanquam sua impune usurpare, quando ipsi Hominesque Deosque invocant, ubi vident, vel saltem videre arbitrantur, extraneos in suorum inveniri manus inferre. Exempla sunt quorundam ut *Cbeynai*, *Des Hayes*, *Taylori* alio-

aliorumque, qui passim inventis *Bernoullii* sunt us alienisque, vel nulla prorsus facta mentione Autoris, vel eum in præfatione tantum ambigue nominantes, ita ut, quid proprie ad ipsum pertineat, ex ipso contextu non appareat. Id quod in primis observare est in *Des Hayes*, qui certe maximam libri sui partem ex *Bernoullianis* compilavit, quæ fere de verbo ad verbum in vernaculam suam linguam transtulit, unde vero ea descripserit, altum servat silentium, nisi quando *Newtoniana* refert, tunc enim inventoris nomen frequentissime occurrit.

Act. Erud.
An. 1716.
M. Julii.

Pag. 308.

Propero ad alia. Audet antagonista in *Diar. Litter.* pag. 346. insinuare, *Bernoullium* de seriebus convergentibus dixisse, quod sint erroneæ. Ego vero hoc nego & pernego: scit enim *Bernoullius*, has series esse veras & exhibere id, quod exhibere debent, nempe valorem quantitatis irrationalis in seriem expansæ: sed id dixit, quod etiam ego dico, incautum scilicet abusu earum serierum facile in errorem abduci posse, ut certe ipsi *Newtono* contigisse ante ostendimus. De cetero non apparet, quid istis seriebus opus nunc sit, postquam calculus integralis una cum differentiali invaluit, per quem brevius, commodius & jucundius consequimur, quicquid per series illas obtinetur, & multo plura. Deinde non capio, quid moverit antagonistam ad sibi persuadendum, *Bernoullium* non bene intellexisse, ut ibidem ait, doctrinam serierum convergentium, cum tamen in hac materia serierum cujuscunque generis, si quisquam alius, magnam olim temporis sui partem triverit, ut colligere est ex illis, quæ passim hac de re publicavit. Immo & ipsissimam seriem per extractionem radicis continuatam more *Newtoni* inventam, ipse proprio Marte, antequam id a *Newtono* præstitum sciret, per methodum aliam & a *Newtoniana* diversissimam eruit, & jam tum communicavit cum *Illustri Hospitalio*, cum vix Geometriam sublimiorem delibare per unum alterumve annum incepisset.

Sed revertar venia Tua, Vir celeb. ad considerationem resistentiæ determinandæ corporum curvas datas describentium, ubi vidimus hallucinatum esse *Newtonum*, qui ergo monitus, ut in altera edit. Princip. Phil. suum errorem corrigere, substituit chartis dissectis (locum enim illum, ubi error extabat, typi jam superaverant, cum se errasse rescisceret) aliquot folia, in quæ conjecerat novum canonem pro invenienda ratione resistentiæ ad gravitatem. Ut igitur videat antagonista, me veritatem venerari, quomodo & quandocunque se mihi offert, meque paratum esse unicuique suum tribuere, candide & ingenue confiteor, quod novus iste canon *Newtoni* sit verus, bonus & elegans; an autem tantæ sit præcisionis & tam extraordinariæ elegantix, ceu anta-

Pag. 309.

Aſ. Etud. gonista pro more suo exaggerat, ut ideo alter ille, quem *Bernoullius* in Actis An. 1713. p. 143. dederat, ei præferri non mereatur, judicet peritus lector, qui legerit utrumque, ac tum observaverit, quod is, quem *Newtonus* dedit, porrigatur dumtaxat ad casus particulares, ubi nimirum gravitas supponitur uniformis & nonnisi secundum directiones ad horizontem perpendiculares; quod autem canon, quem *Bernoullius* exhibuit loco citato, sit multo & clarior, & universalior, utpote sese extendens ad gravitatem non solum uniformem, sed quacunque lege variabilem, & non tantum ad horizontem perpendiculariter, sed ad quodcunque datum punctum tendentem. Testem produco celeberrimum *Hermannum*, qui in suis ad *Bernoullium* litteris d. 14. Jun. 1715. hæc habet: *Ceterum, inquit, substituta (a Newtono) erroneæ methodus inveniendi densitatem medii, ut mobile datam curvam in hoc medio resistente describere possit, etsi bona videtur, nulla tamen ratione cum tua idem multoque plura præstante comparari meretur, quod quidem Newtonus ipse fateri quodammodo videtur, quod colligo ex illis, quæ Cl. Varignonius in postremis suis mihi scribit "Mr. Moivre me mando aussi, que Mr. Newton est charmé de la solution, que Mr. Bernoulli l'oncle a donnée de son problème. Quod Hermannus a Varignonio sibi scriptum refert, hic idem quoque Bernoullius scripsit. Imo & Cl. Moivreus, egregius sane Geometra apud Anglos, judicium Newtoni de solutione Bernoullii cum ipso communicans his utitur verbis in litteris suis ad eum exaratis d. 28. Jun. 1714. J'ai vu, inquit, Mr. Newton, qui m'a dit, qu'il avoit lu avec beaucoup de plaisir votre méthode de résoudre le problème de la résistance, il vous rend justice en Homme, qui n'est nullement offensé, il dit qu'elle est admirablement belle, & même qu'elle est commode pour des expressions finies.* Ex quibus fere colligere licet, antagonistam partes Newtoni tueri ultra quam Newtono gratum est, & non ex veritatis amore, sed ex præpostero in gentem suam studio. An autem decet virum cordatum omnia sive bona, sive mala, mordicus defendere, ideo tantum, quia ad populares suos spectant; de eo judicent saniores. Antagonista, qui minaciter adeo insultat Viris de re mathematica longe meritissimis, deberet ipse prius sua ostendere inventa, quibus divinam hanc scientiam locupletaverit, quam se de aliorum inventis in judicem erigere sustineat. Sed nihil hætenus ab eo videre mihi contigit, quam quod ex aliis & quidem ex ipso Newtono exscripsit, & sæpe quidem suppressis Autorum nominibus compilavit. Scilicet ipsi liceat, quæ in aliis tam indignabundus carpere conatur! Ceterum nescio an a suis laudem, quam forte expectabit, sit reportaturus, eo quod *Newtonum*, Virum sane magnum, sed hominem tantum, supra humanam sortem

sortem evehere conetur, quasi errare, quod humanum est, ab eo alienum esset, aut, sicubi erraverit, id ab alio notari nefas esset atque profanum? quo immodico placendi studio vereor ne se suspectæ fidei reddat antagonista apud modestiores Anglos tunc quoque, cum in *Newtonum* justissima & meritissima congerit encomia, quando scilicet vident, illum ad omnia defendenda æque paratum & promptum existere tanquam ex tripode dicta. Scias enim velim, præter illum jam notatum errorem de proportionem resistantiæ ad gravitatem maledeterminata, forte & alios monstrari posse in Princip. Mathem. qui emendari merentur, quousque, si *Bernoullius* tanto, ut putat Antagonista, carpendi pruritu laboraret, quin propalasset nihil impedivisset. Liceat hic exempli loco commemorare, cujus jam meminit Cl. *Hermannus* in Phoronomia sua nuper edita p. 394, ubi optime notat *Newtonum* paralogizantem in Princip. Math. p. 330 primæ edit. quando demonstrare conatur, *aquam ea cum velocitate erumpere ex vasis, qua motu suo in altum converso ad dimidiam altitudinem aquæ supra foramen evehi possit*, quam autem propositionem (cujus falsitatem ipsa quoque experientia refellit) in altera editione omisit, sed nullam aliam substituit pro vera velocitate aquæ erumpentis demonstranda, quæ tanta est præcise, quantam acquireret corpus grave casu accelerato ex altitudine aquæ supra foramen: cujus rei veritatem ab aliis sine demonstratione assumptam *Bernoullius* primus apodictice demonstravit, suamque demonstrationem antequatuor circiter annos Cl. *Hermannus* ex Italia reduci & Basilea transcuncti *Francosurtum* exposuit, cujus vero postea oblitus existimavit, se primum esse demonstratorem principii illius hydraulici. Vid. Phoron. p. 393. Sed cum nuper per litteras ei refricuisset memoriam, suamque demonstrationem de novo exposuisset, recordatus est, verum esse quod dixi, promissitque pro candore suo hoc publice agnoscere & simul demonstrationem illam *Bernoullianam* in lucem edere. Interim non est cur credat antagonista, alterum hunc errorem *Newtoni* eo nunc sine adduci, ut ejus existimationem elevare velim, sed quemadmodum eum cum aliis quibusdam a se observatis diu dissimulavit *Bernoullius*, nec a me in apricum foret prolatus nisi hoc ante me fecisset Cl. *Hermannus*.

Patere, Vir Nobilissime, ut paucis adhuc reprimam insultus antagonistiæ, quibus aggressus est solutionem *Bernoullianam* problematis inversi virium centralium publicatam in Comment. Acad. Reg. Scient. Paris. A. 1710 p. 521. edit. Paris. usque adeo enim *Bernoullium* persequitur, ut nusquam & ne post altare quidem tutus sit, tanta scilicet est profanatio tamque inexpiabile crimen aliud contra *Newtonum* tanquam sacratissimum caput muisset,

Nova

Act. Erud.
An. 1716.
M. Julii.

Pag. 311.

Act. Erud. Nova illa aggressio antagonistæ extat in Transact. Londinenf.
 An. 1716. mens. Sept. 1714 n°. 340, sed demum publicata anno super. 1715.
 M. Julii. Scriptum ipsum, quod ad me non pervenit, non vidi; sed quan-

tum video ex eo, quod inde excerptum, mihiq; transmissum est, nullius quidem erroris *Bernoullium* arguit antagonista; sed tota ejus accusatio ad hæc tria redit capita, 1. quod lemma more ipsius demonstratum p. 524. in Comment. Academ. Scient. nihil aliud sit quam ipsa *Newtoni* Propos. 40. Princip. math. p. 125 edit. primæ, & demonstrationem ejus ab ipso traditam esse simpliciorē *Bernoullianam*; 2. quod male egerit *Bernoullius*, quando *Newtoniana* imputavit, eum supponere sine demonstratione curvas a tali vi descriptas esse sectiones conicas, nempe vi centripeta existente reciproce proportionali quadrato distantie: item quod in *Bernoullium* retorqueri possit, ipsum etiam non possedisse demonstrationes plurium propositioum, quas indemonstratas passim publicaverit; 3. quod *Bernoulliana* demonstratio hujus propositionis inversæ sit admodum intricata; quod vero in nova Principiorum editione facilius multo & magis clara licet tribus verbis extet. Ad quæ repono: 1. Lemma illud idem esse cum propos. 40. *Newtoni* non dissimulavit *Bernoullius*, sed contra aperte dixit pag. 524. Comment. Paris. ejus demonstrationem reperiri in *Newtoni* Princ. math. p. 125, adeo ut huic Viro suum tribuerit. Quid ergo hac in parte reprehendat antagonista & quo jure, non capio. Sed decretorie pronunciare, ut antagonista facit, *Newtonianam* demonstrationem esse *Bernoullianam* simpliciorē, non est de officio antagonistæ partium studio nimis addicti: atque nemo sanus eum pro judice idoneo agnosceret. Sit judicium penes alios, qui nondum jurarunt in vexillum *Newtoni*. 2. Inapte ageret, qui vellet causari, *Bernoullium* demonstrationes non possedisse plurium propositionum ab ipso sine demonstrationibus publicatarum. Quis enim inveniet & publicabit aliquam veritatem, cujus demonstrationem non habeat? nisi id fiat forte per inspirationem vel revelationem supernaturalem. Tale quidauren in rebus mathematicis de *Bernoullio* vel de aliis cogitare aut suspicari ridiculum esset. Sed multo magis ridiculum est, quod antagonista tam disparem retorsionem faciat, quæ ne 2^o quidem similitudinis habet cum eo, quod *Newtonius* modeste reprehendit *Bernoullius*. Nam, quod probe notandum, nec postea secus interpretandum, minime reprehendit, quod statuerit *Newtonus* propositionem inversam vicium centralium, quæ quadratis distantiarum a centro reciproce proportionantur, neque quod nullam hujus propositionis inversæ demonstrationem dederit. Poterat quippe simpliciter hoc affirmare & asserere, se habere demon-

demonstrationem propositionis hujus inversæ, qua nempe solas Axi. Erad. sectiones conicas satisfacere probatur: tantum certe tribuisset An. 1716. candori *Newtoni* æquus meritorum Viri summi iudex *Bernoulli* M. Julii.

ut ipsius verbis sine ullo scrupulo fidem habiturus fuisset. Attendat igitur antagonista, quid sit illud, quod fuerit improbatum, certe non ipsa assertio, sed forma assertionis, dum ex demonstratione propositionis directæ colligendam esse contendit eadem opera propositionem inversam, *Ex tribus*, inquit pag. 55. Princ. edit. prim. *novissimis propositionibus consequens est &c.* Quid Pag. 313.

quislo sibi vult id consequens est? Annon idem est ac si dixisset, ex propositionibus istis directis ulterius fluunt inverse? Porro p. 49. contra regulam bonæ conversionis colligit & concludit sine demonstratione his verbis, *Unde videmus, si vis sit ut distantia &c.* Quod si hoc non in forma conclusionis proutisset, sed simpliciter asseverasset, sibi aliunde constare de veritate illius conversæ, hoc sane, ut jam dixi, nemo improbalset. At vero hoc improbandum est, quod velit posterioris veritatem ex prioris demonstratione sponte fluere, patescere, sequi & colligi posse, utpote quod non majori jure ex eo concludatur, quam si quis vellet ex affectione, qua gaudet Spiralis logarithmica, qua nempe sit ut ad illam describendam requiratur vis centripeta cubis distantiarum reciproce proportionalis, protinus concludere dicendo, *unde videmus si vis sit reciproca ut cubus distantia, movebitur corpus in Spirali logarithmica*: nam nulla foret necessitas sequentis, quia eadem lege virium existente moveri posset in spirali hyperbolica aliarumve generum curvis, seu jam notum est. 3. Quod antagonista analysi *Bernoullii*, ex qua patet veritas inversæ, nempe solas sectiones conicas describi posse per vim centripetam quadraticis distantiarum reciproce proportionalem, intricatum & perplexum causetur, nihil, puto, *Bernoullium* movere debet. Quis enim nescit, homini præjudicii occupato & in fidem alterius mancipato, nec sui juris amplius existenti, omnia displicere, siue pulchra sint, siue non, modo sciat non provenire ab eo, cui se addixit. Audiamus prius iudicium aliorum, qui hæc rerum sunt intelligentissimi & a partium studio longe remoti. Inter eos nequaquam postremus est *Celeb. Varignonius*, Vir profundæ eruditionis & in Geometria acutissimi ingenii. Ille in Comment. Paris. An. 1710 p. 533. analysin istam verbis admodum honorificis extollit. Neque minus luculentum est testimonium, quod eidem tribuit in fine sui scripti p. 543, ubi inter alia dicit "*la construction, qu'il vient de donner de la courbe requise en ce cas & la maniere, dont il fait voir, que cette courbe doit toujours être une section conique, sont d'une sagacité & d'une adresse,*

A&S.Erud. „ adreſſe, qui reſpondent a ce, qu'il en paroît dans tout ce, qu'il a
 An: 1716. „ donné juſqu'ici au public.“ Sic igitur *Varignonius* longe melius
 M. Julii. vim percepit demonſtrationis *Bernoullianæ* quam antagoniſta per-
 Pag. 314. cipere voluit, nimirum percepit quod aliquid altius quam nuda
 demonſtratio nominari mereatur, & quod ſit potius via analyti-
 ca, quæ a priori penetrari poteſt ad cognitionem omnium curva-
 rum ſatisfacientium hypotheſi virium reciproce proportionalium
 quadratis diſtantiarum. An vero cum tali methodo in compara-
 tionem venire poſſit demonſtratio illa *Newtoniana* tribus, ut in-
 quit antagoniſta, verbis extans in nova Princ. edit. aut an inde
 concludi poſſit, *Newtonum* reapſe habuiſſe methodum analyticam
 inveniendi omnes poſſibiles curvas, quæ datæ virium hypotheſi
 convenient, antagoniſtæ non eſt judicare: ſed judicent alii, quo-
 rum non intereſt huic illive favere, & qui nil niſi veritatem ſe-
 ctantur. Judicent quoque de inſipida illius exagitatione, qua pro-
 ſequitur formulam *Bernoullianam* $dx = acdx : \sqrt{(abx^4 - x^4)}$
 ($\phi dx - aaacxx$) ideo tantum quia identitatem quandam depre-
 hendit cum expreſſione *Newtoniana* prop. 41, quando inſicere
 jocatur, *Bernoullianam* non magis a *Newtoniana* diſcrepare, quam
 verba Latinis literis expreſſa differunt ab iisdem verbis ſcriptis
 in Græcis characteribus. Judicent, inquam, annon vel ſola di-
 verſitas, quæ maxima eſt inter utriusque notandi rationem, ſatis
 ſuperque indicet, *Bernoullium* ne cogitaſſe quidem de inſtituenda
 comparatione inter utramque formulam. Examinent etiam con-
 ſiderentque, quam brevi via quamque diverſa a *Newtoniana* in-
 ceſſerit *Bernoullius*, dicantque poſtea, an alius quiſpiam præter
 antagoniſtam ſibi perſuadere poſſit, meam formulam ex *Newto-
 niana* eſſe deſumptam. Hoc interim non temere dico, quod ſi an-
 tagoniſta non firmiora habet argumenta, quibus probet alium ali-
 quem calculum ſuum mutuatum eſſe a *Newtono*, nobis fas erit cre-
 dere, chimeram eſſe, quicquid argumentorum loco nobis obtru-
 dere voluit. Ut enim hoc unum addam, eſſi vel maxime formula
Bernoulliana idem exprimat, quod *Newtoniana* (& qui poſſent in
 diverſum abire, niſi alterutra falſa eſſet?) nullam video conſe-
 quentiam, *Bernoullianam* ab illa eſſe mutuata; quid enim impe-

Pag. 315. diat, quominus una eademque veritas per vias toto cœlo diverſas
 obtineatur, Antagoniſta nullam rationem allegabit.

RELATIO DE PHÆNOMENO LUMINOSO,

quod d. 17 Martii Anni præsentis in multis Germaniæ locis observatum.

Act Erud.
An. 1716.
M. Aug.
Pag. 357.

Multa de hoc phænomeno Novellæ publicæ nunciarunt : quarum fide constat, id non modo in multis Germaniæ locis, veluti hic Lipsiæ, Halæ Saxonum, Halberstadtii, Brunswigæ, Helmstadii, Bremæ, Hamburgi, passim in Holsatia & in Prussia; verum etiam Lugduni & Amstelodami in Batavia, & Londini in Anglia observatum fuisse. Quoniam phænomenon his in oris rarissimum; operæ pretium nos facturos esse confidimus, si, quæ certa observatorum fide nitentia ad nos pervenerunt, ad posteros trasmitteremus.

Lommacio itaque Misniæ oppido *Cl. Schmiderus* sequentia ad nos perscripsit. Die 17. Martii tempestas erat constanter procellosa, uliginosa atque pluviosa, spirante superius Favonio, inferius autem Africo. Cælo advesperascente nubes disjiciebantur cælumque maximam partem defæcabatur, exceptis nonnullis nubibus densis, horizontem borealem constanter occupantibus. Sol sub Horizontem jamjam depressus per notabile temporis spatium ingentes & præfulgidas post se relinquebat coloris aurantii virgas, manifesto indicio, aerem supremum copiosis vaporibus varii generis esse refertum. Hora octava virgæ hæc sensim languescebant tandemque evanescebant, quarum in locum paulo post splendor inopinatus insignis arcuatus albicans succedebat, qui initio tenuis erat, sensim autem sensimque augebatur atque ab intermedia plaga N. W. per universam borealem usque fere ad intermediam N. O. protendebatur, Lunæque jam exorituræ præmissum jubar exacte æmulabatur. Primo intuitu a quibusdam hic splendor pro lumine Solari nondum penitus sub Horizontem depresso habebatur; sed incrementum mox contrarium docebat. Quidam, ob ruborem, qui paulo post huic splendori accedebat, primo opinabantur, incendium forsitan in vicinia fuisse coortum; sed mox refutabantur, cum lumen hoc magis magisque supra Horizontem attolleretur, tanto cum fulgore, ut terram circumjectam omnem ædiumque parietes notabiliter collustraret, iisque, quibus phænomenon adhuc erat incognitum, in plateis ambulantibus Lunæ splendentis opinionem injiceret. Paulo post elevabantur nubes atræ C, infra quas splendor hic fumo & nebulæ quasi commixtus nonnihil obscurior apparebat: supra eas autem adeo nunc fulgebat, ut certe

Pag. 358.

Tab. II.
Fig. 1.

Tom. V.

Xx

non

Aët Erud. non Lunæ, sed Solis potius ortum æstivum exprimeret.. Accede-
 An. 1716. bat creber luminis huius motus undulatorius, similis propemodum
 M. Martii. ei, quem referunt æstate frumenti aristæ a vento agitatz, nec non
 micatio continua, qualis itidem æstate ea nocte observatur, quæ
 æstum diurnum vehementiorem excipit. Post nonam vento infe-
 riori e plaga intermedia inter meridiem & occidentem, quam no-
 stri *Sudwest* appellant, superiore autem e plaga occidenti quam
 meridiei propiore, *Westsudwest*, impetuose spirantē, ex nube atra
 versus occidentem striz nigerrimæ D scoporum ad instar una cum
 nubibus F fuliginosis nascebantur: quæ tamen diu non durabant,
 sed mox iterum dissipabantur. Inde præter expectationem ex arcu
 luminoso E E 15 circiter gradibus supra horizontem elevato pro-
 rumpebant virgæ lucidæ divaricantes, quarum omnium prima &
 longissima erat a, versus orientem nonnihil inclinata & ad zenith
 usque extensa. Hanc excipiebat versus occasum b; sequebantur
 successive c, d & e. Omnes coruscabant, coloreque primum ru-
 tilante, qui splendori nostro boreali interdum quoque admisce-
 batur, tincti apparebant, sensim tamen albescebant pallecebant-
 que. Post semihoræ intervallum lumen hoc arcuatum deprime-
 batur & nubes ipsum e conspectu eripiebant. Sed hora undecima
 instante eodem cum fulgore, eadem crebra micatione, altitudine
 pristina 15. circiter graduum, iisdemve virgis redibat. Nubes in
 plaga boreali hinc inde adhuc hærentes nigræ pristinam faciem haud
 amplius referebant; sed tantum rimis & fissuris præditæ erant, quæ
 lucem fibrillantem trans mittebant virgasque in aere inferiore ef-
 formabant, non aliter ac Luna pernox atque Sol tempore æstivo la-
 ceratis tecti nubibus, radios per earum rimas in aerem vaporibus
 Pag. 359. plenis fundentes. Media jam instante nocte nubes spissiores spe-
 ctaculo demum finem fecere. Atque hæc sunt, quæ Cl. *Schmiede-
 rus* litteris d. 28 Martii datis nobis significavit, in quibus etiam
 agnoscit hoc phænomenon esse illud, quod *Auroram borealem* scri-
 ptiores aliqui appellant.

Islebiæ rerum naturalium scrutator industrius *Augustus Frideman-
 nus Batticherus* hæc singularia annotavit & ad Cl. *Buttnerum*, cu-

Tab. II. jus in Aëtis A. 1711 p. 222. & A. 1714 p. 326 lithographica com-
 Fig. 2. mendavimus, perscripsit. Primum versus plagam a septentrione
 Edit. Aët. 22 circiter gradibus distantem (nostri *Nord-Nord-Ost* vocant) nu-
 bes comparuit subnigra A, ad horizontem usq; protensa & quali
 cancellata. Postea pars coeli horizonti vicina B nigredine arcuata ab
 oriente versus occidentem tangebatur, in cujus limbo superiore
 colores iridis C, sed obscuriores apparebant. Mox radii D vibra-
 bantur, qui sub initium breviores erant, sed sensim sensimq; lon-
 giores evadebant & pyrobolorum ascendentium motum æmulaban-
 tur.

tur, Major erat radiorum versus orientem (ubi ejaculationis initium notabatur,) quam versus occidentem claritas. Inter eos unus præ ceteris notabilis erat E, qui in plaga inter boream & orientem media (*Nord-Ost*) altior reliquis efferebatur & notabili temporis intervallo persistebat. Interea temporis nubes A veluti in fumum convertebatur, nunc ascendentem, nunc descendentem & pone eum cœli claritas notabatur. Finito spectaculo nubes quædam nigricantes & splendore quodam circumfusæ conspiciebantur, tandemque cælum nubibus obducebatur. Duravit spectaculum ab hora dimidia ultra septimam usque ad nonam. Rediit hora 12, nec non tertia matutina: sed tunc a Nostro non observatum.

As. Erud.
An. 1716.
M. Aug.

Quæ *Helmstadii* a Professore Mathematicum & Naturalium Dn. *Rudolpho Cristiano Wagnero* annotata sunt, ea typis descripta prostant sub titulo: *Erzeßung dever zu Delmstadt am abgetvichenen 17ten Martii von 7 bis nach 12 Uhren zu Nachts gesehenen Meteororum igneorum* h. e. *descriptio Meteororum igneorum, quæ d. 17 Martii ab hora 7 vespertina usque ad duodecimam Helmstadii visa sunt*. Scilicet insignis cœli claritas inter septentrionem & occidentem ibidem notata, qualis oriri solet, ædificiis in vicinia flamma correptis. Altitudinem ejus deprehendit ope quadrantis Observator 45 graduum. Cælum erat stellatum & Venus splendori vicina halone cingebatur. Hora ab octava dimidia elapsa cum Autor ad contemplandum phænomenon accederet, radium lucidum animadvertit, qui caudam cometæ anni 1680 æmulari ipsi videbatur, nisi quod splendor esset multo debilior, qualis in via lactea observatur. A nebulosa inter Perseum & Cassiopeiam ad altitudinem 36 graduum affurgebat. Vix 100 pedum spatio ulterius progressus fuerat, cum ejus nullum fere vestigium amplius deprehenderet. Liberior tamen cum jam ad Horizontem pateret prospectus, nubem obscuram proxime sub illo deprehendit, ex qua ipsum erupisse sumit, quia ante inter horam septimam atque octavam duos similes radios ex atris nubibus protensos visos ab aliis accepit, noctuque inter horam 11 atque 12 Halberstadii a Cl. *Elendio*, scholæ illius loci Rectore, quatuor in simili situ observatos ex litteris Observatoris ad Rever. Dn. Abbatem *Schmidium* datis intellexit. Observationem Halberstadiensem exprimit Fig. 4, ubi notatu dignum, per radium stellam fuisse conspicuam. Alibi tamen radios istiusmodi visos monet, nulla nube præsentem: alicubi apparuisse nubes obscuras lucidis marginibus cinctas, unde radii similes emanarint. Hora dimidia ultra nonam elapsa nubes nivosa a vento accumulabantur usque ad altitudinem 45 graduum, inter quas coruscatio quædam observata, paulo quidem debilior ea, quæ æstate fieri solet, ad quam tamen circa horam duodecimam proxime accedebat. Addit alicubi

Fig. 360.

Tab. II.
Fig. 3.

Fig. 4.

Act. Erud. fragores veluti mille sclopetorum explosorum fuisse auditos, quos
 An. 1716. tamen Helmstadii ob strepitus venti impetuosioris percipere non
 M. Aug. licuerit. Eandem coruscationem Halberstadii prope Zenith in g
 observavit *Elendius*. Ceterum Cl. *Wagnerus* maximam scripti sui
 (quod plagulis $5\frac{1}{2}$ constat) partem causis phænomeni investigan-
 dis impendit eumque in finem hypotheses quasdam physicas præ-
 mittit. Materiam phænomeni esse sumit copiam exhalationum
 sulphurearum & nitrosarum, quarum accensione splendor ille in-
 signis una cum coruscatione fuerit productus. Incensas esse suspi-
 catur primum aliquas exhalationum, dum ventorum impetu vel
 aliis causis fuerint coactæ.

Pag. 361. Dantisci de hoc phænomeno quædam publicarunt *Paulus Pater*,
 Reipublicæ Gedanensis Mathematicus, & *Christianus Kirchius*,
Godofredi, celebris nuper Observatoris, filius, Astronomiz &
 Matheseos Studiosus. Ille in scripto, quod tribus plagulis con-
 stans Gedani sub titulo: *Fürke Beschreibung der neuen Munder*
Erscheinung des Nordlichts prodiit, brevior est in phænomeno de-
 scribendo; maximam scripti partem explicationi causarum natu-
 ralium & significationis impendit. Materiam quoque in exha-
 lationibus sulphureis quærit, quæ ob defectum ætus sufficientis in
 fulgur abire non potuerint. Significationem phænomeno adscribit,
 quia his in oris minime quotidianum: non tamen in specie defi-
 nire audet, quid portendat. Ceterum ipsi phænomenon prædixisse
 videtur *Albertus van Dam*, Mathematicus Batavus, quia in calen-
 dario hujus anni scribit: *ultima quadratura accidit die 16 Martii*
h. 8 min. 53 in Sagittario, cælo turbido. Versus occidentem conspicitur
portentum. Kirchius totus est in describendo phænomeno: cujus
 mutationes cum accurate exposuerit, eas ex scheda unius plagulæ,
 quæ titulum: *Aufrichtiger Bericht von dem in iktlaufenden 1716*
den Jahre den 17 Martii Abends entstandenen ungerwehnlichen

Tab. II. *Nordschein* præ se fert, huc transcribi operæ pretium judicamus.

Fig. 5. Hor. 8 min. 15 (quod tempus per altitudinem fixæ definitum)
 versus boream observavit fasciam lucidam AB versus ortum in
 Binclinatam, sed quæ horizontem non attingebat, versus occalum
 vero in A a nubibus tegebatur, ut, quo usque pertingeret, vi-
 deri non posset. Margo inferior splendidior erat superiore & hinc
 inde interrupta, maximo splendore in partes prominentes & co-
 æto, in quarum una lucida lyræ a fulgebat. Cælum inter fasciam
 & horizontem erat valde obscurum, sed subcœruleum; supra fa-
 sciam vero cœruleum & splendore fasciæ illustratum. Latitudo fa-
 sciæ erat circiter 6 graduum, margine inferiore ee 8 fere gradibus
 ab horizonte remota. Tandem ex C cum radii quidam evibraren-
 tur, Observator abiit, socios observationis advocaturus. Cum

mox hor. 8 min. 20 rediret, totam cœli faciem non sine admiratione mutatam conspexit. Aberat fascia ante visa & cœli pars borealis, inprimis inter ortum & septentrionem, flammis ardere videbatur. In plaga inter ortum & septentrionem intermedia massæ igneæ congregabantur, ex qua tam celeri motu flammæ ejiciebantur, ut spatio duorum scrupulorum secundorum ab Horizonte usque ad Zenith ascenderent, quamvis ab eodem versus ortum paululum declinarent. Prioribus evanescentibus aliæ pronascebantur, flammæ similiter projicientes. Per unam istius modi massam globosam lucida lyræ *a* transparebat: immo aliquot flammæ veluti ex turribus ædium sacrarum *f, g, b* ascendere videbantur, non secus ac si incendio corripenterentur. Altior tamen erat ascensus, quam in incendiis observatur, quippe prope Zenith demum terminatus. Alii radii flammantes ab ipso horizonte originem ducebant. Color omnium sanguinis instar propemodum rubeat, qualis esse solet ferri candentis. Versus boream & plagam inter boream & occasum intermediam interea passim radii lucidi ad gradum usque 30, 40 & 60 super horizontem enitebantur, quindecim circiter scrupulis secundis persistentes immoti, antequam disparerent & successuris locum relinquerent. Flammarum rubentium radiorumque lucidorum spectaculum dimidia fere hora elapsa finiebatur: quo facto, pars horizontis borealis eo splendore refulgebat, qui nubis a Luna plena illustratæ esse solet. Notatu tamen dignum est, quod tum in parte cœli lucida, tum obscura stellæ primæ, secundæ & tertiæ magnitudinis semper distinctæ fuerint visæ, perinde ac in reliquo cœlo, ut adeo nulla prorsus nubes adfuerit. Interim cœli claritas adhuc residua subinde mutationes quasdam subibat, ita ut alicubi nunc major evaderet, nunc ad pristinum intensitatis gradum rediret. Nonnunquam etiam radius aliquis evibrabatur & flammæ candidiores proserpebant. Cum hora decima audita esset, brevi post ad contemplandam cœli faciem redibat Observator. Tum vero arcum lucidum versus septentrionem conspiciebat 7. circiter gradibus supra horizontem elevatum, latitudinis variabilis, nempe unius, ad summum duorum graduum. Versus ortum debiles quosdam radios emittebat. Hor. 10 min. 20 duplex apparebat arcus *a* & *e*, spatio intermedio valde obscuro. Spatium cœli inferiore comprehensum speciem densæ ac pluviosæ nubis mentiebatur, stellas tamen conspectui non eripiebat. Nudæ enim oculo *Mirach* in cingulo Andromedæ fulgens tamdiu conspiciebatur, donec occideret; postea vero stella cygnis ibidem micabat. Arcui superiori tertius *f* contiguus erat, majoris multo latitudinis, sed claritatis longe minoris. Mox versus occasum radiorum evibratio observabatur & continuus splendor eam cœli partem

Act. Erud.
An. 1716.
M. Aug.
Tab. II.
Fig. 6.
Pag. 362.

Fig. 7.

Pag. 363.

A&E. Erud. tem occupare cœpit. Paucis ante undecimam minutis arcus omnes
An. 1716. evanuerant, & in claritate cœli borealis prope horizontem spu-
M. Aug. rii quidam veluti parelii oriebantur, ex quibus radii ascendebant,

mox cum ipsis iterum disparentes & locum aliis successuris facientes. Mentiebantur sæpissime faciem Solis ex nubibus emerguri. Hor. 11 min. 15 novus formabatur arcus versus plagam inter occasum & boream intermediam, cujus crus unum horizonti in ipso septentrione insistebat. Ex eo radii, ut ante, ejaculabantur. Mox versus horizontem depressus nonnisi lucem quandam veluti crepuscularem in eodem reliquit, in qua nubeculæ quædam obscuræ persistebant, manifesto indicio, phænomenon luminosum fuisse in loco nubibus istis altiore.

Tab. II. Hor. 11 min. 50

Fig. 8. ea cœli facies erat, quam Fig. 8 adumbrat. Altitudo arcus *a* erat 5 fere graduum, latitudo circiter dimidii. Splendor maximus erat in *e* versus plagam, quam Nostri *Nord-Nord-Ost* appellant. Arcus superior *c*, cujus multo minor erat splendor quam inferioris, a radiis ex inferiori assurgentibus hinc inde interrumpabatur; mox tamen iterum redintegrabatur. Radii *f* ex parte ortui vicina procedebant. Flammæ autem fluctuantes *a* ex altera, quæ occasum respiciebat. Nubeculæ *b* adhuc obscuræ versus

Fig. 9. plagam inter boream, & occasum mediam persistebant. Hor. 12 duo denuo conspiciebantur arcus *b* & *d*, quorum latitudo duorum fere graduum, altitudo minoris 10 circiter erat. Inferius in *e* versus meridianum recurrebant, segmentum ellipseos veluti mentientes. Margo inferior partibus quibusdam prominentibus conspicua erat, in quas splendor maximus concentratus videbatur & unde radii evibrabantur. Pseudoparelii copiosi apparebant intra & extra arcus, radiisque materiam suppeditabant. Inprimis autem flammæ fluctuum quasi motu agitæ magno numero in conspectum prædibant & in parte cœli occidentali per totum asterismum Leonis usque ad Saturnum diffundebantur, tandem vero longe ultra eum versus austrum protendebantur, ita ut cœlum fere totum iis repleretur, nonnisi 30 gradibus altitudinis versus austrum vacuis. Hor. 12 min. 20 flammæ disparebant, arcu tamen exiguo restante adhuc hor. 12 min. 36, cujus centrum erat in plaga *Nord-Nord-Ost* & alterum extremum horizontem attingebat. Passim tum rursus pseudoparelii cum radiis prodeuntibus apparebant: arcus tamen utrinque successive decresebat, donec nonnisi ingens quidam pseudoparelius restaret, circa 38 vel 40 horæ 12 scrupulum tandem & ipse evanescens, luce crepusculari versus boream residua, unde radii debiles flammæque subinde ascendebant.

Pag. 364. Hor. 1 min. 8 lux illa crepuscularis, inprimis in plaga *Nord-Nord-West* notabilia incrementa capiebat, radius densior juxta

caput

caput Cephei ad stellam β in dorso Cephei ultra 40 graduum altitudinem protendebatur & 12 demum minuto sensim sensimque decrefcebat. Hor. 1 min. 45 versus boream apparebant corpora lucida nubibus non dissimilia, si figuram externam spectes, eundem situm pertinaciter tuentia: unde continuo flammæ fluctuantes a usque ad 40 graduum altitudinem serpebant. Hor. 2 min. 0 horizon boreus eam faciem mentiebatur, qualis deprehenditur, si nubes adsint tenues a Luna illustratæ: flammæ subinde minores ad exiguam altitudinem elevabantur. Cum post hor. 3 Luna oriretur, minor erat coeli ibidem claritas quam prope horizontem boreum, ubi non ante penitus cessavit, quam hor. 5 lux crepuscularis conspectum omnem eriperet & cœlum totum nubibus densis obvelaretur. Sub finem monet, plurimos fide dignos retulisse, se hor. 8 min. 30 flammarum serpentium strepitum quendam percepisse & a strepitu fluctuum maris tum quoque perceptilium optime distinxisse.

Simile phænomenon luminosum d. 11 Aprilis h. 10 min. 30 Parisiis observavit *Dn. Cassinus junior*, cujus descriptionem Serenissimæ Duci Aurelianensi viduæ dedit, a Regia ejus Celsitudine postea ad illustrem *Leibnitium* gratiose transmissam. Lumen erat arcuatum, ab occasu æstivo usque ad boream extensum & 24 circiter gradus sub constellationibus *Persei*, *Cassiopejæ* & *Cephei* occupans, 6 circiter gradibus supra horizontem elevatum, & plures constellationum dictarum stellæ per id transparebant. Subinde ex diversis horizontis locis radii caudis cometarum similes & 4 vel 5 gradus latæ perpendiculariter ascendebant ultra lumen. Hor. 11 min. 45 valde diminutum videbatur, nec h. 12 ullum amplius ejus vestigium superfuit. Rediit d. 12. April. h. 9½; sed multo debilius, nec ultra dimidium horæ superstitit.

AG. Erud.
An. 1716.
M. Aug.
Tab. II.
Fig. 10.

J. HERMANNI

Pag. 370.

De vibrationibus chordarum tensarum Disquisitio,

Cui accedit Cl. Viri JOH. BERNOULLI Demonstratio Principii Hydraulici de æqualitate velocitatis quacum aqua per foramina vasorum erumpere incipit, cum ea quam aqua gutta acquirere posset motu naturaliter accelerato cadendo ex altitudine æquali illi quam aqua habet in vasi supra foramen.

Quemadmodum pleraque Instrumenta Musica quæ chordis instruantur quoad suavitatem sonorum Pneumaticis organis nihil

AG. Erud. nihil cedere usu compertum est, ita non defuere Philosophi, qui An. 1716. in harmonicos chordarum motus inquirerent. Plerorumque cogitata in unum collecta integro libro septimo Tomi secundi *Magisterii Naturæ & Artis* exponit P. *Franciscus Tertius de Lanis* e Societate Jesu, quorum nonnulla notat & corrigere satagit, alia vero propriis suis experimentis confirmat. Et si vero negari non potest, multa lectu digna & egregia iis continerique ex proprio penu in hanc rem depromptit, non tamen argumentum istud ita exhaustisse videtur ut in suis meditationibus nihil emendari nihilque iisdem superaddi queat. Veras quidem proportionales recenset inter vibrationes chordarum respectu habito ad varias circumstantias earum longitudinis, crassitiei, & tensionis, sed, ut mihi saltem videtur, nullis eas idoneis demonstrationibus confirmat, præterquam quod tempus absolutum quo singulæ cujusvis chordæ tensæ vibrationes peragi debent, non ausus est definire, nec potuit, subsidiis Geometriæ Interioris destitutus, sine quibus subsidiis, ut in aliis multis, ita in hac materia, frustraneus est labor.

Pag. 371.

Non me latet quid circa hoc idem Problema de motu chordarum tensarum in egregio suo tractatu de *Methodo Incrementorum directæ & inversæ* nuper præstiterit Vir Cl. *Brook Taylor* Regiæ Societati Londinensi a secretis, sed tantum abest, ut ejus meditata a solutione hujus Problematis querenda me absteruerint, ut ea potius occasionem mihi præbuerint de ea cogitandi; nam si clarissimi Viri bona cum venia quod sentio dicere mihi licet; citra probationem vibratæ chordæ formam tanquam cognitam assumit, aliasque suppositiones facit de quarum veritate multum dubitatur. Hinc animum mihi subiit inquirendi annon tempora periodica nervi agitati definiri possint absque præcognita curvæ ejus specie & sine precariis suppositionibus. Quam in rem integrum analyticos meæ progressum hoc loco apponam, ut Lector intelligens judicare possit, quonam successu ego hoc problema tractarim.

Tab. II. 1. Cum chorda AB (Fig. 11) a potentia quacunque P tensa Fig. 11. est, atque pulsata, curvaturas ACB, AGB acquirit. Id contingere non potest quin longitudo ipsius AB in positionibus illis aucta sit quantitativis ACB-AB, AGB-AB quas *extensiones* chordæ voco, hæ extensiones cum parvæ sunt, in casu nostro viribus suis productricibus proportionales sunt; dico cum hæ extensiones *parvæ* sunt, quia quamdiu chorda nonnisi insensibili quantitate in longum extenditur non contrahitur in latum id est secundum diametrum, adeo ut sola ea extensio in longitudine effectus sit notabilis vis tendentis tanquam causæ suæ. Sed si extensio in longum

gum sensibilis est, ea solus effectus vis tendentis dici tunc non potest, quia dum chorda in longitudine extenditur, in crassitie simul contrahitur. Unde si (Fig. 12.) sint $DP = AB$, curva $ACB = FP$ & $AGP = EP$ rectaque FN ipsi FP normalis exponat vim producentem extensionem $FD = ACB - AB$, exponet EO parallela FN vim producentem extensionem $ED = AGB - AB$, cum in triangulo FDN abscissæ FD , ED quæ sunt extensiones chordæ, sint ut ordinatæ FN , EO unde hæ ordinatæ vires extendentes recte exponunt. Hæ vires extendentes exseruntur æquabiliter in suam quæque curvam secundum directionem tangentis curvæ in quolibet ejus puncto. Sic punctum Z secundum directionem HI , in partes tamen oppositas ZI & ZH impressionem vis tendentis FN excipit, & quam impressionem istud punctum Z recipit, eandem & omnia reliqua puncta curvæ ACB patientur.

Act. Erud.
An. 1716.
M. Aug.
Tab. II.
Fig. 12.

Pag. 372.

2. Sicut cuilibet actioni æqualis est reactio subjecti actionem suscipientis, ita in quolibet situ ACB reactio chordæ æqualis est actioni tensionis in quovis puncto Z , secundum directiones IZ , HZ , contrarias illis secundum quas ZI , ZH actio in punctum Z sese exserit. Hæc reactio chordæ consistit in tenacitate ejus, qua extensioni reluctatur. Non obstante hac æqualitate actionis & reactionis, quam diu vis tendens seu chordam a rectilineo abducens secundum directionem tangentis in quolibet ejus situ major est tenacitate chordæ, tamdiu chorda magis a linea recta AB abducitur majoremque curvaturam ACB acquirit, usque dum vis tendens tenacitati præcise æqualis sit, quod in situ chordæ $AZCB$ contingere supponimus.

3. Ei cum tenacitate chordæ vis elastica conjuncta est, ita ut eadem vi in pristinum statum redire cogatur qua extensa sit, statim atque chorda maximam suam curvaturam ACB acquisivit, ad æqualitatem scilicet redactis in singulis curvæ punctis vi tendente & tenacitate, ea sese contrahere incipiat vigore suæ elasticitatis. Propterea existente excessu tensionis curvæ ACB supra tensionem $AB = FN$ (Fig. 12) per primam positionem hujus, hæc eadem FN significabit, jam vim qua chorda ACB in singulis partibus contrahitur ab elasticitate proveniente, & EO seu excessus tensionis chordæ in situ AGB supra tensionem in AB , vim contrahentem chordæ in singulis partibus ipsius AGB , & sic respective in aliis chordæ positionibus correspondentes ordinatæ trianguli DFN simul exponent excessus tensionis chordæ in singulis positionibus curvilineis supra tensionem in AB , & excessibus illis æquivalentes vires contrahentes chordam. Ex hisce jam prono alveo fluit, quod eodem tempore quo chorda ex ACB contrahitur in AGB , mobili le quoddam accelerato motu perlabi possit spatium FE (Fig. 12)

Pag. 373.

Tem. V.

Yy

= ACB

Ad. Erud. = ACB — AGB, urgentibus illud versus centrum D sollicitationi-
 An. 1716. bus exponendis per ordinatas omnes trianguli DFN quæ in trape-
 M. Aug. zio FEON continentur; quia hæ sollicitationes acceleratrices FN,
 EO &c. eadem sunt cum viribus chordam in ACB, AGB contra-
 hentibus, ut & spatia FE & ACB — AGB motu accelerato in recta
 FE, & motu contractionis ex ACB in AGB descripta; & vires
 æquales æqualibus temporibus per æqualia spatia urgent suum quæ-
 que mobile; Hinc tota difficultas eo reducta est, ut definiatur tem-
 pus descensus mobilis, cujusdam F in spatio FE, cum scala gravi-
 tatis variabilis est recta DN, quod quidem ex §. 149. *Phoronomie*
 facile elicitur, sed ne Lector hunc locum consulere opus habeat,
 analyfin ejus brevem nunc adducere conabor.

4. Exponat DK parallela FN potentiam P seu pondus quod
 chordæ cum tensionis gradum inducit quem habet in AB, du-
 ctæque PKM, exponet FM tensionis gradum absolutum quem
 chorda ACB habet in puncto C, & EL tensionis absolutæ gradum
 chordæ in AGB, & sic reliquæ ordinatæ trapezii FDKM expo-
 nent tensionis absolutæ gradus in chordæ positionibus reliquis in-
 ter ACB & subtensam AB; sed hæ ordinatæ nequeunt esse vires
 acceleratrices contractionis chordæ cum chorda in situm AB de-
 lata amplius contrahi nequeat conatui contrahenti ejus existente
 æquali potentia chordam tendente P, sed ut (num. 3.) dictum
 solæ FN, EO, & reliquæ denotant vires illas contrahentes. His
 positis, sint AB = DP (Fig. 11 & 12) = l; DK = p, massa mobilis F =
 m; DF = a, DE = x. Celeritas ex descensu per FE acquisita = u,
 ejus elementum = du, elementum temporis quo spatium infinitesimum Ee
 percurritur = dt. Eritque propter triangulorum

$$PDK, DEO similitudinem DP (l): DK (p) = DE (x): EO \left(\frac{p x}{l} \right).$$

Hisce positis, constat quod EO. dt (seu p x dt : l) = m du, nam soli-
 citatio EO durante tempusculo dt permanenter agens producit mo-
 tum m du, atque adeo est p x dt : l = m du, seu ducendo omnia in
 ul, erit p u x dt = m l du, atqui u dt = - dx, ergo - p u dx = m l du,
 & summando $\frac{1}{2} aap - \frac{1}{2} p u x$ (vel ponendo brevitatis ergo y pro
 aa - xx) = $\frac{1}{2} p y y = \frac{1}{2} m l u u$, seu uu = p y y : m l, & u = y $\sqrt{(p : m l)}$: Ha-
 bebamus vero u dt = - dx, adeoque dt = - dx : u, ergo substituendo
 pro u suum valorem inventum, erit dt = - dx $\sqrt{m l : y} \sqrt{p}$. Verum de-
 scripto centro D radioque FD quadrante FQSD, productisque EO,
 eo usque ad occursum Qq, peripheriæ FQS ac denique ducta Qr,
 nec non radio QS, erit propter triangula similia Qrq & QED;
 Qq : QD = Qr (- dx) : QE (y = $\sqrt{aa - xx}$), atqui arcus
 Qq applicatus ad radium QD exprimit quantitatem anguli QDq
 quem

quem vocabimus dx , ergo $dt = dx \sqrt{(ml:p)}$; & t seu temp. per Aet. Erud. An 1716. M. Aug.
 $FE = x \sqrt{(ml:p)}$, ubi x significat angulum FDQ. Et hæc etiam est per superius dicta, expressio temporis quo arcus ACB (Fig. 11) motu contractionis reducitur in AGB, vocandoque angulum rectum r , erit tempus reductionis chordæ ex situ ACB in situm rectum AB seu tempus casus mobilis F per radium FD (Fig. 12) = $r \sqrt{(ml:p)}$ atque adeo tempus unius vibrationis chordæ ex itu & reditu compositæ = $4r \sqrt{(ml:p)}$. Porro ut hoc tempus cum tempore oscillationis pendulorum comparari possit, observari debet per m nunc intelligi debere massam chordæ AB; jam cum chordæ sint cylindricæ ponamus earum crassitiem seu diametrum esse c & quia angulus rectus est quadrantis circularis peripheria cujus radius est unitas, $2\pi c$ significabit circumferentiam circuli cujus diameter c ; & $\frac{1}{2} \pi c^2$ ejusdem circuli aream, adeoque $\frac{1}{2} cclr$ denotat soliditatem chordæ seu volumen ejus, massa vero seu quantitas materiæ ejusdem innotescit multiplicando densitatem seu gravitatem specificam chordæ quam vocabimus s , cum volumine; adeoque $\frac{1}{2} cclrs$ denotat materiam chordæ.

Quantum ad pondus p quod notæ mensuræ esse ponitur, cujuscunque sit materiæ; concipio illud tanquam cylindrum ejusdem diametri & specificæ gravitatis cum chorda tensa AB sed cujus longitudo sit L , & hujus cylindri massa erit $\frac{1}{2} cclrsL$, sed pondus cujusque corporis est ut massa ejus ducta in gravitatis gradum g quo singula ejus elementa afficiuntur, ergo pondus p æquivalere huic quantitati $\frac{1}{2} cclrsLg$; hinc $ml:p (= \frac{1}{2} cclrsLg)$ $\frac{1}{2} cclrsLg = ll : Lg$; adeoque $4r \sqrt{(ml:p)} = 4rl : \sqrt{Lg} = 4r \sqrt{(\frac{ll}{L} : g)}$

hoc est tempus unius chordæ vibrationis ex itu & reditu compositæ æquale est per §. 175. *Phoronomia* simili penduli vibrationi duabus oscillationibus compositæ cujus penduli longitudo sit $\frac{ll}{L}$. Quod erat inveniendum. Pag. 375.

§. Ex demonstratis multa deduci possent tanquam corollaria, sed brevitatis gratia præcipua tantum indicabo. *Primo* liquet, omnes cujusque chordæ vibrationes esse isochronas. *Secundo*, chordarum ejusdem materiæ & crassitiei & æqualiter tensarum vibrationes esse ut longitudo; numerum vero vibrationum eodem tempore factarum in reciproca ratione longitudinum seu temporum. *Tertio*, chordarum ejusdem specificæ gravitatis & æqualiter tensarum sed diversæ longitudinis & crassitiei vibrationes esse in composita ratione longitudinum & crassitierum. *Quarto*, generalius chordarum æqualiter tensarum vibrationes

AG. Erud. esse in ratione composita ex rationibus longitudinis & crassitie
An. 1716. & subduplicatæ specificæ gravitatis chordarum.

M. Aug. Ceterum hoc loco declarandum esse duco, quod cum in Ap-
pendice *Phoronomia* nostræ pag. 393. §. X. scripsi, me conscio ne-
minem demonstrasse principium illud hydraulicum de velocita-
te aquæ per foramina minora ex vasis erumpentis æquali cele-
ritati quam gutta aquæ acquirere potest descensu accelerato per
altitudinem parem illi quam aqua habet supra foramen, non
cum mihi fuisse animum ac si cuiquam inventæ demonstrationis
laudem detractam vellem, sed nullam tum saltem in memoriam
mihi venisse ab alio datam. Nam etsi Celeberrimus Joh. Bernou-
llius mihi per Patriam transeunti aliquam oretenus exposuerit
quam non ita pridem per literas mihi communicavit, decursu
tamen temporis ea mihi memoria excidit, alioqui ejus mentio-
nem saltem fecissem, aut de nova quærenda prorsus abstinuissem.
Cum tamen Bernoulliana demonstratio elegans sit, eam hoc loco
cum publico communicare non gravabor.

„ Fundamentum demonstrationis, scribit Clariss. Vir, in hoc
„ consistit, ut consideretur guttula liquoris infima & foramini
„ vasis immediate incumbens tanquam pressa vel (ut ego voco)
„ animata a gravitate quadam acceleratrice quæ se habet ad gra-
„ vitatem naturalem ut altitudo aquæ vel liquoris totius forami-
Pag. 376. „ ni vasis incumbentis ad altitudinem guttulæ, scilicet ut pondus
„ absolutum columnæ aqueæ foramini insistentis ad pondus abso-
„ lutum guttulæ; Sic quippe nihil aliud restat, quam ut quæ-
„ ratur quantam velocitatem acquirere possit guttula animata ab
„ ista gravitate majori quando cadit per lineolam suæ altitudini
„ æqualem, hoc est, postquam tota exierit per foramen; tamdiu
„ enim premitur a tota columna aquea adeoque animatur a gra-
„ vitate majore quamdiu aliquid adhuc de guttula (quam ut co-
„ lumellam solidam concipio) supra foramen existit. Sit itaque
„ altitudo columnæ totius liquoris = A , & altitudo guttæ infimæ =
„ a , erit gravitas acceleratrix naturalis ad gravitatem acceleratri-
„ cem a qua animatur gutta infima :: a . A ; verum diversæ gra-
„ vitates acceleratrices uniformes sunt inter se ut parametri Pa-
„ rabolarum quæ inserviunt pro scalis velocitatum ab istis diver-
„ sis gravitatibus per diversa spatia emensa productarum, sicuti
Tab. II. „ fuit ex Theoremate meo II. in Actis Lips. 1713. pag. 121 demon-
Fig. 13. „ strato; concipiuntur igitur (Fig. 13) duæ Parabolæ LOS & LRT
„ super communi axe LN, quarum illius applicatæ singulæ MO,
„ NS &c. expriment velocitates acquisitas per gravitatem natu-
„ ralem corporum cadentium ex altitudinibus LM, LN, & alte-
„ rius vero applicatæ singulæ MR, NT &c. pariter designant ve-

„ locitates acquisitas per alteram gravitatem iisdem spatiis e-
 „ mensis; Harum parabolarum parametri erunt ut dictum est ad
 „ se invicem sicut A ad A : Sumta jam $LN = A$, altitudini columnæ
 „ aqueæ totius, & $LM = a$, altitudini guttæ infimæ, designabit
 „ NS velocitatem corporis naturali gravitate accelerati descen-
 „ dentis per altitudinem liquoris LN , & MR exprimet velocita-
 „ tem quam gutta acquisiverit quando delapsa est per altitudi-
 „ nem LM , hoc est, quando per foramen integra detrusa est;
 „ demonstrandum ergo est NS & MR esse æquales, quod sic paucis
 „ absolvo: quia enim parameter parabolæ LRT est ad param-
 „ etrum parabolæ LQS :: A :: LN . LM , erit parameter major in
 „ LM seu $MR^2 = \text{param. min.} \times LN$ seu NS^2 , unde $MR = NS$. q.e.d.

Ast. Erud.
 An. 1716.
 M. Aug.

Quantum ad meam ejusdem theorematidis demonstrationem at-
 tinet pag. 394 *Phoronomia* consignatam, ea maxima ex parte
 deducta est ex principiis *Sphi* 386 pag. 215 *Phoron.* in qua osten-
 sum, quod existentibus altitudinibus aquæ in diversis vasis A , p
 & velocitatibus respectivis cum quibus aqua ex his vasis erum-
 pit V & u , sit $V : u = \sqrt{A} : \sqrt{p}$; hinc etiam $V : u = \sqrt{2Ag} : \sqrt{2pg}$.
 Posito g significare gravitatem naturalem qua singula apud nos cor-
 pora sollicitantur, atqui existente p indefinite parva aqua pF proprio
 pondere suo cadet per foramen F (Fig. 157 *Phoron.*) si nullam habeat
 aquam incumbentem atque cadendo per altitudinem $Ff = p$, acqui-
 ret celeritatem $u = \sqrt{2g.p}$. ut constat ex §. 150 *Phoron.* proinde se-
 quitur etiam fore $V = \sqrt{2g.A}$ quæ est expressio celeritatis, quam
 acquirere potest corpus quodvis cadendo ex altitudine A , ergo
 tanta etiam est velocitas quacum aqua ex vase, in quo ea affurgit
 ad altitudinem A , per foramen erumpit: sed pag. 394. *Phoron.*
 totam analysin adducere volui.

Pag. 377

S. B. ANIMADVERSIO

In novam Editionem Herodoti a Cl. Granovio curatam.

Eodem fere tempore geminæ Herodoti Editiones erant lucem
 adspexituræ, altera Leidæ, altera hic Lipsiæ: & hæc for-
 tasse paulo prius; sed illam Juno Lucina, ut videtur, faventiori-
 bus adspiciens oculis, promovit: *Ἀλαμῆνης δ' ἀπίπασσι τόκῳ*,
σχίθῃ δ' εἰλειθείας, ut olim Argis quam Thebis addictior. Non
 sustinerem in tam parvis, saltem quod ad me attinet, *exemplis*
grandibus uti, aut Herculis & Eurysthei vexatoris cogitationem
 suggerere, nisi similia quædam fata, quamvis rationibus fere
 con-

Act. Erud.
An. 1716.
M. Aug.

Pag. 378.

contrariis, apparerent. Certe quasi Ate quadam faciente nos etiam praeveni sumus: ærumnas autem jam tum, quamvis fœtu nondum edito, ipse satis superque sensi & sentio, quas enarrare nihil attinet: felici interim Editione tribus in locis ostendente signum, non Eurysthei aliquod, sed illud Herculis τὴ βαρυκίπῳρος, quod & sic in posterum etiam ἐλπίδα πικρὰν ὑποτείνει τῷ μ' ἄλλοτος, præsertim si irritare videbor, id quod evitari vix posse videtur. Nam variis de causis tandem aliquando vulgandum est, ecquid in Editione nuperæ desiderem: præcipue ut documentum aliquod extet me quoque sollicitum fuisse de Herodoto: & nostrum fœtum talem esse ut nihil ei officere debeat illius primogenitura. Hoc sine offensione Viri Clarissimi, qui & ipse serio eidem Scriptori intentus fuit, perfici vix posse videtur, præsertim cum in eo ipso quod caput est frontibus adversis pugnantia sentire nos contingat. Dico circa contextum Herodoti, quem ipse tanquam fœdissime corruptum infinitis interpolationibus mutavit ex MS. Mediceo, quasi ille demum esset Verus Codex; vulgatas autem Editiones ejusmodi autumat, ut, cum legisset Jungermannianam, neget in Præfatione, se inde *assutum fuisse aut intellexisse quid adferret iste scriptor*, quod equidem exaggerandi potius studio, quam ex animo dictum puto. Inferius autem cum dixisset MSS. *exemplaria historia ejus mirabiliter conspurcata & interpolata fuisse*, mox addit: *deprehendi id potest ex illis, quæ satis macra & nervis sane quam fœda edidit Aldus acquiescente illis Camerario, & quæ mox cum tanta farragine variarum Lectionum Henr. Stephanus.* Ego contra, ex quo Herodotum cognoscere studui, Aldinam Editionem ad eam rem tractans, judicavi eam esse melioribus tot aliorum Autorum Editionibus, quas Homerus ille typographorum fecit, accensendam. Camerarius autem ille noster non erat tam stupidus, ut non sentiret hinc inde pauca quædam ad quæ offenderet; sed nulla tenebatur prurigne interpolandi: qua quidem peste primus afflavit Herodotum Henr. Stephanus, dignis conviciis a Cl. Gronovio aliquoties verberatus; audacem ejus & non raro subdolum quandam rationem in hunc & alios, Autores ipse etiam deprehendi. Jungermannus & Galeus fere securi sunt, tanquam re bene ab illo gesta: ut plerique recuentes Autorem, in quo ille præverit, quasi fascinati vestigia ejus adorant. Mediceum Codicem non malum esse conjicio; Aldinam tamen Editionem & hoc summatim meliorem & fideliozem duco. Adeoque revocanda illa censeo quæ in nova Ed. ejecta sunt, paucissimis exceptis. Pleraque plana esse ajo: nec adeo multa ob stare deprehendi, quo minus intelligi possit Herodotus: &, si quæ sint, in gravioribus nihil video opis ex MS. allatum, quasque in tuto ea præterita, ut ab aliis: quorum pleraque ut spero nos removebimus in Notis nostris, non pauca primi dete-
cturi.

Æturi. De his aliisque singulatim quædam dicenda erunt; & quidem tantum in primum, medium & ultimum Librum, quos solos, initio hujus anni nactus exemplar, perlegeram, & quædam enotaveram. Quæ ut in meliorem partem accipiat Vir Cl. nec propterea favorem erga me, quem aliquando declaravit, minuat, rogo.

Act. Erud.
An. 1716.
M. Aug.
Pag. 379.

Animadverto autem in principio statim, Viros doctos, quasi nolissent videri in ipso limine impingere, veluti malum omen declinantes, prima illa tacitos præteruisse. Ego nihil dissimulabo. Vult Herodotus causas editæ a se historię indicare, ubi legitur: *ὡς μὴ τε τὰ γενόμενα ἐξ ἀνθρώπων τῷ χρόνῳ ἐξίπιστα γίνηται, μήτε ἔργα μεγάλα τε καὶ θωμαστά-ἀκλειᾷ γένηται* i. e. ut neque ea quæ facta sunt, ex hominibus evanida fiant, neque opera (sive quæ gesta sunt) ingentia & admiranda, gloria fraudentur. Vere hic in Autorem nostrum dici posset, *δις ταῦτόν ἡμῖν εἶπεν ὁ σοφὸς Ἡρόδοτος*, Bis unamque idemque nobis dixit sapiens ille Herodotus, quemadmodum Euripides de Æschylo dicit ejus Prologos carpens in Ranis Aristophanis. Effet autem id Herodoto indignum, utpote ineptum & ridiculum: *καταγέλασε δὴ πῦρ, ὃ πάσαι ἀρέσκειται, τὸ πάλιν ἀρσιδέσθαι, καὶ δις ταῦτ' ἀλέγειν*, inquit Plato in Euthydemo: *Deridiculum scilicet est, quod dudum extat id rursus proponere, & bis eadem dicere*. Nonne τὰ γενόμενα sunt ἔργα, & τὰ ἔργα, γενόμενα; perinde ergo est ac si quis dicat, *ut nequo gladium perdamus, neque enses amittamus*, i. e. ut Battus apud Ovidium *In illis montibus* inquit eunt, & eunt in montibus illis. Tale quid ut absit ab Herodoto, legendum censeo unius literæ facta mutatione: *ὡς μὴ τε τὰ λεγόμενα ἐξ ἀνθρώπων, τῷ χρόνῳ ἐξίπιστα γένηται, μήτε ἔργα μεγάλα τε καὶ θωμαστά-ἀκλειᾷ γένηται*. i. e. ut neque ea quæ dicuntur ab hominibus, tempore evanida fiant: neque facta ingentia & admiranda gloria fraudentur. Debit omnino in principio præmonere Herodotus, se præter illa quæ revera gesta sunt, traditurum & ea quæ fama tantum feruntur. Qualia sunt ex parte, quæ a diversis aliter atque aliter narrantur, item fabulosa quædam, quæ iidem diligenter annotavit: unde & mendax habetur; immerito ille quidem, ut prudentiores sentiunt. Adversus cavillatores & hic in principio debuit se præmunire, & quidem multo magis quam alibi aliquoties; sed præcipue Lib. VII. Segm. 152. *ἐγὼ δ' ὀφείλω λέγειν τὰ ΛΕΓΟΜΕΝΑ*, *πεῖθίσθαι γέ μὴν ἑ πασιπασιν ὀφείλω. καὶ μοι τὸ τοῦ ἔπος ἐχέτω ἐς πάντα τὸν λόγον*. Ego vero debeo dicere quæ dicuntur, credere tamen non omnino debeo. Atque istud dictum mihi se extendat in universam historiam. Similiter, ut sæpe alias, Pausanias lib. VI. cap. 3. *ἐμοὶ μὲν ἔν λέγειν μὲν τὰ ὑπὸ Ἕλλησιν ΛΕΓΟΜΕΝΑ ἀνάγκη· πεῖθασθαι δ' πᾶσιν ἐκ ἔτι ἀνάγκη*. Ut Noster in principio, sic &

Arria-

Aët. Erud. Arrianus in Procemio Hist. Al. ait alia se scribere tanquam certa, An. 1716. alia tanquam minus talia, ὡς ΛΕΓΟΜΕΝΑ πόρον. Idem ille lib. VII. M. Aug. c. 28. καὶ ταῦτα ἐμοὶ ὡς μὴ ἀγνοεῖν δόξαιμι μάλλον ὅτι ΛΕΓΟΜΕΝΑ

ἔστιν, ἢ ὡς πιστὰ εἰς ἀφήγησιν ἀναγεγράφθω. Atque hoc mihi, potius ut ne ignorare videar quod dicantur, quam ut fide digna ad narrandum annotata sunt. Λεγόμενα autem non γερόμενα scripsisse Herodotum in principio, apparet etiam ex Dionysio Hal. in

Epist. ad Pompejum §. 3. huc alludente, quamvis ibi etiam corrector aliquis depravatum locum Herodoti in memoria habens (ut plerumque principia facile meminimus) satagere voluerit. Afferam recte: ἐπεὶ οὐκ ἐστὶν ὅς (ὁ Ἡρόδοτος) κοινῇ ἑλληνικῶν τε καὶ βαρβάρων παράξιον ἐξηρητόχην ἰσορίαν, ὡς μὴ τε τὰ λεγόμενα ἐξ ἀνθρώπων ἐξίπλα γένηται, μὴ τε τὰ ἔργα, καὶ ἅπερ αὐτὸς εἶρηκε. Ille enim commentum Græcanicarum & Barbaricarum rerum historiam edidit, ut neque ea quæ dicuntur ab hominibus, evanida fiant, neque opera (sive ea quæ gesta sunt,) & quæ ipse dixit. Ex his postremis apparet λεγόμενα legisse & scripsisse Dionysium; nam clare distinguit τὰ ἔργα καὶ ἅπερ αὐτὸς εἶρηκε ea quæ gesta sunt quæque ipse dixit & affirmavit, ab iis quæ alii dicant & affirmant, ipse autem tantum referat ut aliorum citra assensionem. Quod si γερόμενα apud Dionysium legatur, non est quo referatur, καὶ ἅπερ αὐτὸς εἶρηκε, nec intelligetur quid sibi velit: unde & interpretes maluit aliud dicere quam

Græca ferunt, vertens: & alia quæ enumerat, ubi ponit vocem alia ad Græca non pertinentem, nihil autem quod ad αὐτὸς vocem in Græcis extantem pertineat. Jungo autem, τὰ λεγόμενα ἐξ ἀνθρώπων, non autem ἐξ ἀνθρώπων τῷ χρόνῳ ἐξίπλα γένηται; ut sit quemadmodum Lib. V. Segm. 32. ΤΑ' ΕΚ Τῆς Α' ρεταγορεύ ΛΕΓΟΜΕΝΑ, præpositione ἐκ significante ὑπὸ, quem usum ab Herodoto frequentatum annotavit Portus in Lexico Jonico. Vidit usum particulæ & Cl. Gronovius, eodem quo nos modo jungens, sed retinens vulgatam scripturam, sensum facit ambiguum & ex altera parte absurdum: ὡς μὴ τε τὰ γερόμενα ἐξ ἀνθρώπων, ἐξίπλα γένηται, quod pronum est ita accipere: ut neque ea quæ evanuerunt ex hominibus, evanescant. Lysis initio suæ Epistolæ: μετὰ τὸ Πυθαγόραν ΕΞ Α' ΝΘΡΩ' ΠΩΝ ΓΕΝΕ' ΣΘΑΙ. i. e. Postquam Pythagoras ex hominibus excessit. Non est autem mihi constitutum omnia nunc afferre quæ habeo monenda: itaque omittentur quæ in prima statim pagina novæ Ed. & in Notis ad eam deprehendi: qualia sunt, quod in ipso titulo editur Ἀλικαρνησῆος Jonice scilicet; cum tamen Grammatici aut Librarii fere sint aut Autores Titulorum antiquissimis scriptoribus præmissorum, ut vel inde apparet quod non raro elogium quoddam scriptoris comprehendant,

Pag. 381.

dant, & plerumque nimium variant in eodem scriptore: Grammatici autem & Librarii, non alia nisi communi & Attica dialecto utuntur: quare maneat ibi Ἀλικαρναστίως, sicut relictum erat ἰσορία, quod quidem inconcinne jungitur cum Ἀλικαρνασῆος requirente ἰσορίην. Quin nec in ipsis Herodoti verbis statim poni sic debuit pro Ἀλικαρνασῆος, non tam certa res est. Item quod mox in κατὰ τὸ αὐτὸ δὲ Ἕλληνες λέγουσιν, Ionismus destruitur, quod quidem nimis sæpe factum, & excusari aut tolerari nulla ratione potest. Item quæ in Nota ad hunc locum turbantur, præsertim dum τὰ inter articulos postpositivos recensetur. Talia & graviora mittam. Nec in singulis paginis hærebo, nam si quatuor tantum pagg. five duo folia excuterem, non sufficeret spatium his destinatum &c. Reliqua in proximum Mensem servamus.

Ad. Erud.
An. 1716.
M. Aug.

APPENDIX AD RELATIONEM Pag. 392.

De Phænomeno luminoso.

Cum superior relatio jam typis descripta esset, pervenit ad nos tractatulus, quem de eodem phænomeno luminoso Torunii in 4. vernaculo idiomate edidit *Johannes Arndius*, Gymnasii Torunienfis Professor. Observavit autem phænomenon Dantisci, ubi tunc agebat, & testatur, se strepitum radiorum ex arcu luminoso ascendentium per aerem auribus suis percepisse. Monet etiam ventum tum spirasse, quamvis leniter, ex plaga *Nord-West gen Norden* nostris dicta, ubi arcus luminosus conspiciebatur, & noctu inter 16 & 17 Martii idem meteoron a vigilibus Dantisci visum esse. Communicatæ præterea sunt nobiscum litteræ, quas Cl. *Liebknecht*, in Academia Gieffensi Mathematicum Professor d. 20. Jul. ad Cl. *Wolfium* dedit, & in quibus testatur, nocte inter d. 17. & 18. Martii nec a se, quamvis more suo cælum cum cura contemplatus fuerit, nec a militibus excubias in vallo agentibus quicquam observatum esse: cum tamen d. 20. Aprilis rumor manaret de meteoris ignitò nocte præcedente instar bombardæ portatilis globos missiles ejicientis versus Austrum viso, & ipse vespere subsequente cælo attenderet, non modo h. 9. vespert. meteoron ingens ignitum ab austro versus boream processisse, quod pyrobolorum instar tramitem luminosum post se traxerit, & scintillas ante se sparserit; verum etiam min. 46. luculam prope horizontem borealem animadvertisse, quæ post alterna splendoris incrementa & decrementa mox min. 48 disparuit, & diebus 21, 22, 23 & 24 Aprilis rediit, aliis spectaculis sane singularibus comitata,

Tom. V.

Zz

quæ,

A&T. Erud. quæ, cum breviter hic describi nequeant, a Cl. Observatore alibi cum publico communicatum iri speramus. Illa autem spectacula ultima inprimis die, nempe 24. Aprilis, illustria fuere: quod quidem hic annotari consultum duximus, ne quis in præjudicium veritatis sumat, quæ novellæ publicæ hoc anno de phænomenis luminosis passim in Germania & extra eam observatis nunciarunt, omnia promiscue ad eundem diem esse referenda: cui etiam observatio *Cassiniana* contradicit.

M. Sept.
Pag. 417.

CONTINUATIO ANIMADVERSIONIS

In novam Editionem Herodoti a Cl. Gronovio curatam;

Autore S. B.

Cap. VII. Lib. I. ubi de Heraclidis Lydiæ regibus: Ἀγρων μὲν ὃ Νίνο τῷ Βήλῳ. Ita hic Ἀγρων editum ex MSS. pro vulgato Ἀργων. Recte quidem. Sed sola autoritas MSS. non sufficit ad mutandum, præsertim nomina propria, in quibus manifestum vitium non apparet: possunt in malo etiam plures consentire. Scio autem aliquot nomina propria ex MS. Mediceo passa esse mutationem non bonam in hac Editione. Danda est opera ut aliunde etiam confirmentur. Præsertim hic locus id exigebat, qui & alioqui scrupulum movit quibusdam. Potest autem confirmari. Nam clare Julius Pollux Lib. IX. Segm. 12. καὶ Νίνοσ ὁ Βήλῳ τὸν αὐτὸ παῖδα ἐν ἀγρῷ πεχθεῖται, Ἀγρῶνα αἰνόμασεν. Verosimile est eos qui ex *Ancilla* geniti erant, quamdiu privati essent, usque ad Agronem ruri cubasse, unde isti ab agro nomen. Ita autem dicit Herodotus expresse: ἐκ δὲ αὐτῆς τῆς Ἰαρδάνου γεγονόσιν καὶ Ἡρακλῆος. Nec debuit Vir Cl. ita deferere Herodotum, ut cum aliis quamvis Viris doctissimis Omphalen hic intelligeret. Quæ sive uxor, sive potius filia Regis Jardani fuerit, causam sufficientem non video, cur eam δάλην, & non vero vocabulo maluisset appellare Herodotus. Ita autem hæc facta, si facta fuere, intelligendum. Hercules simul servivit Omphalæ, quæ utique sine ancillis non fuit: ex his ille conservam aliquam duxit: qualem Malida quandam ex Hellanico memorat Stephanus Byzantinus, in Ἀλέλῃ. τοικεὶ ἡ λέγεισθαι inquit ἀπὸ Ἀλέλλῃ τῷ Ἡρααλέῳ καὶ Μαλίδος παιδὸς, δάλης Ὀμράλης τῆς Λυδῆς. (ita autem recte Berckelius pro Ὀμφαλίδος) Hanc Malida Omphalæ servam dicit, ex qua Hercules Tulceperit Acellum illum.

illum. Quæ quoniam teste Hellanico dicuntur, eo pluris facienda sunt; nam quæ posteris tradunt, non temere omnia arripienda. Aët. Erud. An. 1716. M. Sept.
 Filium Herculi in servitute ex Ancilla prius natum, quam ex Omphale testatur Diodorus Lib. VI. *προὔπῃρχε ὃ τῇ Ἡρακλεῖ κατὰ τὸν πῆς δαλείας καιρὸν ἐκ δούλης υἱὸς Κλειόλαος.* p. 237. (ubi quædam similitudo inter Ἀκελλος & Κλειόλαος.) Regnasse autem eos qui ex Ancilla, quacunque tandem, neque enim una facile contentus erat Hercules, nati erant, diserte cum Herodoto dicit & Dio Chryf. Orat. XV. *ἐγὰρ δὴ πῶς βαλτίες εἰς ἰ πάντες τῷ Ἡρακλέως, ὅς ἐδὲ τῇ ἰ ἀρδάνε δέλη συγγενέσθαι ἀπνηξίωσεν, ἐξ ἧς ἐγένοντο οἱ Σάρδεων βασιλεῖς* p. 236. *Non enim certe meliores sunt omnes Hercule qui nec cum Jardanæ ancilla consuetudinem habere dedignatus est, ex qua nati sunt Sardinum reges.* Quare nimis audacter Josephus Scaliger Lib. III. Can. Isag. affirmat contra Herodotum, ex Regina Omphale ejusque filio stemma regum Heraclidarum Lydiæ demitti. p. 328. Scio equidem, qua auctoritate id dici possit, & nihil moror. Scrupulositatem Scaligeri merito insuper habuit & Cl. Gronovius, saltem in eo, ubi is III. Can. Isag. p. 327. scribit: *Quis non miretur Ninum Belii filium unum ex posteris Herculis fuisse, qui annis mille, ut minimum, Nino Belii filio posterior fuit? Aut est Herodoti aut Librariorum error.* Palmerius etiam in Exercitationibus ad Herodotum id tantum videtur hoc loco operam dedisse, ut pugnantia cum Herodoto loca Autorem conquireret. Nos ei, qui illustrandum hunc Autorem suscepit, allaborandum potius putamus, ut quantum fieri potest ejus fides corroboretur; ne animus Lectoris a scriptore præstantissimo, sed invidiæ valde exposito, magis alienetur.

Pag. 419.

Cum multa non levia præteream, quia brevitate opus est, hoc non possum. Cap. XLI. ubi de Adraſto fratricida ac ob id exule, quem Cræſus supplicem receperat, & de more expiaverat. Hunc Cræſus sic alloquitur: *Ἀδρυστι, ἐγὼ σε συμφορῇ πεπληγμένον, ἀχαρί τι τοι ἐκ ὀνειδίζων, ἐκάθηναι.* i. e. ut ego verto: *Adraſte, ego te calamitate perculsum, illatibile quicquam tibi baud exprobrans, expiavi.* Ita Græca exhibent Aldina & Camerariana, suntque omnia plana & clara. Miror autem cæcas aberrationes Vallæ, & ejus Correctoris Henr. Stephani. Sed cum in Nova Ed. hæc ita edita vidi: *ἐγὼ σε συμφορῇ πεπληγμένον, ἀχαρίτην τοι ἐκ ὀνειδίζω, ἐκάθηναι*, cumque legi versionem eorum & præcipue Notam ad ea; profecto in tristitiam datus sum, sive ut Vir Cl. veterum more loqui solet, præ dolore mihi lacrymæ exciderunt, tanta mihi vilis est *συμφορᾷ πεπληγμένος*. Nihil ergo dico amplius, nisi hæc *δεῖσθαι καθαρσίαν*.

Venio nunc ad locum illum Cap. XLVII. ubi Cræſus tentat

Act. Erud. An. 1716. M. Sept. oracula, qui quidem locus ad vexandos non tantum deos heroas-
que, sed & homines factus videtur. Illis tunc divinandum erat,
quid Cræsus faceret, cum facturus esset, quod nemo de Rege men-

tis compote suspicaretur: nobis, quid Herodotus casu quodam depravatus, dixerit. Sed illis quidem res successit, nam Apollo facile olfecit, quid Cræsus coqueret: alioquin *εἰ μὴ τὴν ῥίνα ὀξὺς ἦν, καὶ ἀπὸ τῆς αὐτῆς ὁ Λυδὸς καταγελῶν*, ut Lucianus jocatur; hominum autem adhuc nemo inventus est, qui hic adhiberet *ῥίνα κριτικὴν*, aut alioquin extricaret. Non illud genus Criticorum, qui ingenio & conjecturis vivunt: non, qui MStis pro ratione uti solent. Dicit Herodotus Cræsum iis quos ad oracula tentanda mittebat, sic mandasse: *ἀπ' ἧς αὖτ' ἡμέρης ὁρμηθεύσι ἐκ Σαρδίων, ἀπὸ ταύτης ἡμερολογέοντας τὸν λοιπὸν χρόνον ἕκαστος τῇ ἡμέρῃ χρῆσθαι τοῖσι χρησείοισι*. Quæ Valla ita vertit: *ut qua die proficiscerentur ex Sardibus, ab ea reliquum tempus supputantes quotidie oraculis uterentur*. Apparet eum legisse non *ἕκαστος τῇ ἡμέρῃ*, sed *ἕκαστῃ ἡμέρῃ*. Nimis autem absurda res existit hoc pacto. Illi qui, ex

Pag. 420. Asia minore partim in Africam, partim in Europæ loca minime vicina mittebantur, jubentur, primo statim & secundo & tertio die ab exitu ex Sardibus, oracula ibi consulere, quo si volare possent interea vix pervenirent; & quidem deinceps etiam quotidie id facere jubentur, numerantes dies a die profectionis in infinitum scilicet: nec enim ponitur terminus, ut omnem ætatem terant oracula consulendo, quid Cræsus faciat, nec unquam reverti possint cum responsis. His rerum absurdis oratio accedit incongrua *ἐντειλάμενος ἡμερολογέοντας ἕκαστος χρῆσθαι*. Videntur hæc nostri Critici sensisse. Sed audiamus eorum responsa, & primum ex conjecturis. Inde sane videtur esse (nihil enim indicatur) quod in Ed. Galei apparet *ἕκαστον τῇ ἡμέρῃ*. Mirum autem ni hoc clancularium aliquod facinus Henr. Stephani est, in alios inde derivatum. Istud autem, quamvis speciem aliquam habeat, quatenus constructionem juvat: pejus tamen est illo vitioso, quod, si nihil aliud, saltem vestigia retinet veræ lectionis; conjectitium autem istud & irreptitium & hæc abolet indagationemque frustratur, nec sensum meliorem reddit; nihilo enim magis intelligent Legati, quisnam sit ille dies, quo sciscitari debeant: quem omnino eos scire necesse est & observare, ut in eundem cadant coctura Cræsi & eorum sciscitationes, quemadmodum ipse Cræsus in sequentibus observavit coquendo, *φυλάξας τὴν κυρίαν τῶν ἡμερῶν, statuto illο die observato*, ut recte Valla. Hoc ergo nihili est, & non sine scelere receptum. Audiamus alios: habemus autem magna nomina. Josephus Scaliger & Daniel Heinsius, referente & consentiente Junger.

germanno ad Jul. Pollucem I. 67. 48. legere jubent: ἕκαστον ἐν ἡμέρῃ. Aët. Erud. i. e. *unamquemque una die*, scil. iussit Cræsus sciscitari. Sed pace An. 1716. M. Sept. Trium virorum, & eorum, qui nefas putabunt illis contradicere, istud adhuc pejuse est: primo superstructum est falsæ interpolationi ἕκαστον, deinde sensum tantundem juvat: nonne quæso unusquisque uno aliquo die sciscitabitur, & tamen non omnes eodem? omnino simul omnibus unus certus dies præscribendus erat, non unicuique seorsim: certe etiam sine mandatis necessario, quisque semel interrogaturus, uno aliquo die interrogabit. Postremo, quæ plane indecens est ἀκρίβεια, sed in nostris hominibus Græca emendare conantibus mihi sæpius animadversa, non attenditur quid usitatum sit, & quomodo alias Autor loqui soleat, & an ipse ita locuturus fuisset. Cum in omnia cadat unum, necesse est in omni sermone id sæpissime occurrere; nusquam tamen apud Herodotum invenietur *ἡ una*, aut aliquis inde casus, sive ita sive Jonice; sed semper μία in casibus suis, pro ipsius dialecto, per η. Tales vidimus conjecturas. Restant, quæ ante multa secula foliis mandata fuere. Vir Cl. Herodotum ex MS. Mediceo reformans in sua Editione reposuit: ἀπ' ἧς ἀν' ἡμέρης ὀρμηθεῖσιν ἐν Σαρδίῳ ἀπὸ ταύτης ἡμερολογιόντας ἕκαστος τῇ ἡμέρῃ χρῆσθαι τοῖσι χρησμένοισι. Expectabas aliquid. Sed eadem vides, quæ ex prioribus Edd. supra posuimus. Ita tamen agit quasi in solo illo Cod. exte ἕκαστος, interim cum conspurcatis illis Aldinis, quibus Cameraarius acquievit, hic in malo consentit bonus ille Codex. Frustra autem confirmare conatur Vir Cl. aliunde ex Herodoto; nam aliena sunt, quæ adducit, excepto uno loco ex I, 63; sed æque suspectum nihil juvat. Condonetur sane verborum constructio quamvis intolerabilis; manent tamen rerum δυσχερεῖαι superius indicatæ. Sic vertit: *ut qua die proficiscerentur ex Sardibus ab ea reliquum tempus per quemlibet diem supputantes, quique ista die oraculis uterentur*, fideliter: & dies illa κυρία tamen non apparet. Lege ergo pro ἕκαστος τῇ una litera omissa ἑκατοστῇ i. e. *centesima die*: ut dimiserit eos Cræsus mandans, ut, a qua die profecti essent ex Sardibus ab hac numerantes per dies ceterum tempus, centesima die uterentur oraculis sciscitantes &c. Hæc est κυρία illa dies, qua Legati ingredientur templa, Cræsus culinam: Non Apollinis magis oraculum est verum. Adalia, omiſſis multis non levibus.

Cap. LX. Aldina omnesque Edd. habent: ἐπεὶ γὰρ ἀπεκρίθη ἐκ παλαιτέρῃ, τῷ βαρβαρικῷ ἔθνος τὸ ἑλληνικόν, ἔον ἢ δεξιώτερον ἢ ἐυθύνῃς ἢ λιθίῃς ἀπὸ ἀλλήλων μάλλον. Quæ veritam durius ad vitandam ambiguitatem: *Quandoquidem separatum fuit jam olim a barbarico genere genus Græcum, existens dexterius & a fatuitate stolidum*

Ac. Erud. *lida magis abhorrens*. Hoc verum est, nec aliter sentiunt Græci, An. 1716. & non est necesse aliorum testimonia hic cumulare. Sed nova M. Sept. Editio contrarium menti Autoris, contrarium veritati exhibet: Pag. 361.

ἐπεὶ γὰρ ἀπεκρίθη ἐκ παλαιτέρῃ τὸ βάρβαρον ἔθνος τῷ ἑλληνικῷ ἐὼν διεξώτερον &c. i. e. *postquam separatim fuit jam olim Barbarum genus a Græco, existens deperitius &c.* Ita quidem ex MS. illo, sed & princeps Aldina ex MS. fuit expressa, & quidem multo meliore. Apparet autem esse interpolationem ex uno in plures derivatam: nempe sciolum aliquem librarium offendeabant duo genitivi diversi ambiguitatem parientes *ἐκ παλαιτέρῃ τῷ βαρβάρῳ ἔθνει*, itaque tanquam melius faciebat, *ἐκ παλαιτέρῃ τὸ βάρβαρον ἔθνος*. Thucydides qui nostrum bene norat & sapius ad eum respicit, ex illo loco colorem ducens eandem *χρῆσι* observavit, nempe *ἀπεκρίθη τῷ βαρβαρικῷ τὸ ἑλληνικόν*, dum in Proœmio scribit: *ὃ μὲν ἑὸς βαρβάρους ἔρηκε ὅτ' ἂν μὴδὲ πὺς ἑλλήνας πῶ, ὡς ἐμοὶ δοκεῖ, εἰς ἓν ὄνομα ἀντίπαλον ἀποκρίσθαι*. Neque tamen *barbaros* dixit Homerus ceteros Græcos propterea, quod nec Græci adhuc, ut mihi videtur, in unum nomen adversarium barbaris essent separati ab illis. Miror autem rationem Viri Clar. in confirmando: non cessat passim ut hic aliena allegare, καὶ ἑδὲν ἰοικόντα τῷ ἀπράγματι.

Longe plurima nunc etiam relinquo, quæ recte habentia interpolata sunt in pejus: quædam etiam, quæ emendationem desiderabant, quibus nihil ex MS. nihil aliunde opis allatum, ut aliqua plerumque talia deferuntur, de quo genere maxime notabile quiddam est Cap. XCII. quod a nemine, quod sciam, animadversum. Sermo est de quodam homine, qui, antequam Cræsus regno esset potitus, Pantaleontis Cræsi fratris partibus studebat, ut is potius regnaret. Hunc Cræsus jam Rex interfecit sive interfici curavit: *τὸν ἀνδρῶπον ἐπὶ κυαρῆς ἑλκωνδιόφθειρε*. ita ubique legitur. Nihil hic ex ingenio nihil ex MS. Viri docti. Omnes latent: scilicet nihil intra est oleam nihil extra est in nuce duri. O illos stomachi felices! ego concoquere nequeo; res & verba adversantur. Res minime regaliter gesta. Bonus ille homo quasi immemor quis jam regnaret, secure, ut videtur, per urbem spatibatur, deinde Cræsus in platea quadam eum offendit: & tunc primum ipse etiam recordatus illum sibi in successione regni adversatum fuisse, occidendum putavit; sed tanquam aliquis præ-

Pag. 423. timidus & legibus obnoxius, veritus ne ab hominibus videretur, in publico non sustinuit hominem trucidare: verum in proximam quandam officinam eum traxit, non enim habebat qui sublimem intro raperent, traxit ergo, diu ut videtur reluctantem; ibi demum secure misero ademit animam: quomodo autem id fecerit,

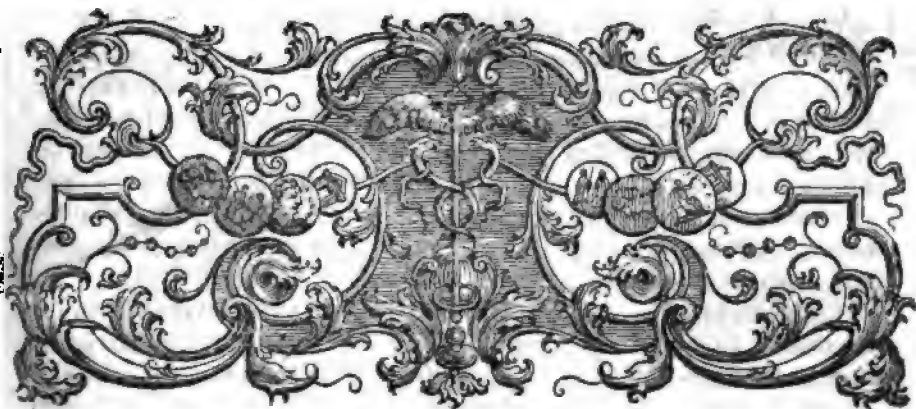
cerit, θεός οἶδε, scilicet, & Cræsus cum fullone illo, sodali forte uso; ad nos vix tenuis famæ perlabitur aura per nuncium istorum Herodotum, postquam ei malum quoddam oblatum est. Non tamen adeo id est occultum ut mediocriter scientem Græce & attentum fallere possit. Consideretur modo ἐπὶ κραφίῃ ἔλκων hoc non est, ut Valla vertit & omnes ἀνξήτως accepere, non est, nec potest esse *in officinam fullonis trabens*, verum *in* aut potius *super officina fullonis trabens*; esset autem illud si legeretur ἐπὶ κραφίῃν vel potius ἐς κραφίῃν ἔλκων. (Nemo mihi objiciat unam & alteram singularem phrasin, quas ipse bene scio, & nihil moror: attendens potius quomodo Herodotus & omnes hic loquerentur.) Rursus autem in tali interficiendi modo considerando facetiæ oriuntur, quas nolo consumere in Tragedia, cujus faciem res mox sumet post Comicam & nimis plebejam. Nam illum hominem Cræsus exquisitissimis tormentis cruciatum tristissima morte affecit, si legas quod Herodotus scripserat: ἐπὶ κράφῃ ἔλκων διέφθειρε. Scire oportet, quid sit κράφος. Suidas κράφος, inquit, ὄργανόν τι ἐν κύκλῳ κέντρα ἔχον δι' ἃ πῶς βασιλεῖς κτείνουσιν. ὁμοίον ἐστὶ κραφικῶ πτενί. *Instrumentum quoddam undique stimulos habens, quo santes tortos occidunt, simile est fullonico pectini.* Tale tormentum adhibuisse Cræsum in illo occidendo ostendam. Hesychius indicio est, corruptus quidem & ille ibi ut passim, sed ad hæc sufficiens, & facile ex nostro vicissim emendandus, ut afferam: ἐπὶ κράφῃ ἔλκων διέφθειρε. τὸ δὲ σὸν πτερον οἱ γραφεῖς ἀκάνθων σωρὸν συσρέψαντες τὰ ἱμάτια ἐπὶ τῷ σωρῷ ἐκταπτον. ὃ δὲ σωρὸς ἐλέγχετο γνάφος. ὃν ΚΡΟΙΣΟΣ δ' ἐχθρὸν περιέξαινε ταῖς ἀκάνθαις καὶ ἕτως ἐφθειρε. Legitur autem in vulgatis ἐπὶ κράφῃ ἔλκων. διαφθεῖραι deinde ἐπὶ τῷ σωρῷ πτερον ἐπὶ τῷ σωρῷ. Post verba Herodoti in principio posita sine dubio eorum expositio & Herodoti mentio amputata: sicut constat plerisque citationibus Autorum aliisque multis Hesychium truncatum. Illis autem hæc dicit: *ansea enim fullones spinarum fascos convolvito vestes pectebant: fascis autem ille dicebatur γνάφος. Cræsus itaque inimicum suum laceravit spinis & sic interfecit.* (taliam autem notum intelligenda esse, ut Harpagus dicit apud Nostrum I. 117: καὶ αὐτὸν δὲ ἐκείνων καὶ ἔθαψάν μιν, non enim ipse Cræsus fuit carnifex.) Accedit Plutarchus in Libro de Mal. Her. hæc tangens: ἀδελφὸν δὲ αὐτοῦ (τῷ Κροίσῳ) Πανταλέοντα περὶ τῆς βασιλείας αἰεὶ πῶς διαφέρειδαι ζῶντος ἐστὶ τῷ πατρός. πῶς ἐν Κροίσῳ, ὡς εἰς τὴν βασιλείαν κατέστη τῷ ἐταίρῳ καὶ φίλῳ τῷ Πανταλέοντος ἵνα τῷ γνωρίμῳ ἐπὶ κράφῃ διαφθεῖραι καταξαινόμενον. Fratrem enim, inquit, cum eo (cum Cræso) Pantaleontem de regno semper fere contendisse vivo adhuc patre.

AG. Erud.
An. 1716.
M. Sept.

Pag. 424.

Ad. Erud. *patre . Cræsum itaque in regno constitutum , sodalium & amicorum*
 An. 1716. *Pantaleontis unum , ex nobilibus , super pectine fullonico interfecisse la-*
 M. Sept. *ceratum .* Iste etiam locus nescio quo adverso fato sed aliter corru-
 ptus . Ed. Aldina & Basileensis pro ἐπὶ κράφῳ habent ἐπὶ γράφῳ ,
 quod nihil est , sed facile manuducit ad κράφῳ vel γράφῳ , nam
 utraque scriptio obtinet . Ed. Francf. A. 15, 6. ἐπὶ τὰφῳ , quod ni-
 hil ad rem , ut & Xylander sensit , qui maluit vertere : in officina
fullonis , quasi esset ἐπὶ γραφείῳ , quasi ex Herodoto scilicet , non
 sentiens aliam ejus depravationem . Deinde ἐν τῷ legitur non αἰ-
 πῳς , quod quidem posui , ut aliquid diceretur , non tanquam in-
 dubitatum . Præterea Suidas & Goldasti Lexicon Vetus vocum He-
 rodotearum commemorant κράφος ut ex Herodoto , quod nonnisi
 in hunc locum cadere potest . Quod ad supplicii genus atrocissi-
 mum attinet , tali supplicio apud inferos exercetur Aridæus ille
 Platonis antiquus tyrannus crudelissimus alique similes . Lib. ult.
 de Rep. *illum* , inquit Er , *infernales ministri cum quadrupedem con-*
strinxissent & in caput proturbassent , & excoriasent , traherant secus
viam exterius super tribulis lacerantes , quorum postrema Græce :
 εἰλκον-ἐπ' ἀσπαλάθων κράμπτοντες . ubi ἀσπάλαθοι frutices spi-
 nosi , κράμπτοντες autem idem quod κράπτοντες (unde κράφος ,)
 & exponentibus Græcis Lexicographis καταξαινόντες , quo Plutar-
 chus utebatur : ἐπὶ κράφῳ καταξαινόμενον .





E X C E R P T A
EX ACTIS ERUDITORUM
L I P S I E N S I B U S ,
A N N I 1717.

MAG. PETRI HORREBOWII

*Math. super. in Universitate Havniensi Profefs. Ord.
determinatio apparentis diametri Solaris.*



UM proxime cogitationes meas de restituendis motibus Solaribus proposuerim, nihil autem satis limitate de apparente Solis diametro statuerim; volui & hac in parte curiositati Orbis eruditi pro virili satisfacere. Per hos ergo viginti quatuor annos, ab anno nimirum 1692 ad annum 1716, in quibus peractæ fere continua serie observationes cœlestes in promptu sunt, transitus diametri Solaris per meridianum constanter fuit $2^{\circ}.9'.15''$. quando scilicet Sol fuit in media sua a Tellure distantia, quod interea contigit, & præcipue anno 1706. \vee & $\simeq 7^{\circ}.30'$. nam in hoc negotio ultima non requiritur accuratio. Ergo iisdem temporibus declinatio Solis fuit $2^{\circ}.58'.56''$. neque enim hoc negotium turbat in declinatione pauco-

A&E. Erud.
An. 1717.
M. Febr.
Pag. 92.

Tom. V.

Aaa

co.

Ast. Erud. corum secundorum error. Resolvuntur itaque $2'.9''.15''$. tempo-
 An. 1717. ris in $32'.18''.45''$. arcus; seu $116325''$. Porro ut radius 10000000 .
 M. Febr. ad $116325''$; sic cosinus declinationis 9986457 . ad $116167''$. id
 Pag. 93. est $32'.16''.7''$. quæ est apparens diameter Solis in media distan-
 tia. Ex declinationibus superioris & inferioris limbi Solaris in
 meridie iisdem temporibus sumptis, concluditur diameter Solis
 in media distantia $32'.14''$. In ea autem altitudine deprehendi-
 tur refraction inferioris limbi $2'$ major, quam superioris, qui-
 bus adjectis fit diameter Solis $32'.16''$. ut antea.

Quando Sol est in distantia apogea, invenitur ejus diameter
 ex declinationibus limborum $31'.43''$. vel $44''$, sumendo inter
 omnia medium. Transitus diametri iisdem temporibus per me-
 ridianum interdum $2'.18''$. temporis, interdum $2'.18''.15''$. As-
 sumo inter utrumque medium $2'.18''.8''$. temporis, quod in ar-
 cu dat $34'.32''$. seu $2072''$. Iisdem temporibus declinatio Solis
 est $23^\circ.16'.34''$. ergo ut radius 100000 , ad $2072''$; sic cosinus
 declinationis 91863 , ad $1903\frac{1}{2}''$. id est $31'.43\frac{1}{2}''$. ut antea.

Quando Sol est in distantia perigea, varia & inconstans est
 diameter ex declinationibus limborum deducta, forsan ob in-
 constantiam refractionum in tam parva altitudine; frequentis-
 sime tamen occurrit $32'.35''$. In ea autem altitudine refraction
 inferioris limbi superat refractionem superioris quasi $14''$, qui-
 bus adjectis, nascitur diameter Solis perigei $32'.49''$. Transitus
 diametri Solis per meridianum maxime probabilis iisdem tem-
 poribus est sæpe $2'.22''.45''$. sæpe $2'.23''$. sæpius minor, sed &
 non raro major; hinc ergo assumo medium $2'.22''.52''$. quod
 in arcu æquatoris dat $35'.43''$. seu $2143''$. dico ergo: Ut radius
 100000 , ad $2143''$; sic cosinus declinationis 91863 , ad $1969''$.
 seu $32'.49''$. ut antea.

Tabulam per hanc festinationem pertexere non licet, sed hanc
 facile adornaverit quicumque in hisce studiis non plane hospes.

Quæ prolixiora nobiscum communicavit Cl. Autor sub titulo ἀρχαία
Kepleriana ἑρμῆρος, in Suppl. T. VI. Sect. 8. p. 366. exhibuimus.

C. W O L F I I

THEOREMATA GEOMETRICA NOVA,

*Quibus omnium Parabolarum, Hyperbolarum & Cissoi-
dum in infinitum, aliarumque innumerarum Curvarum
novarum descriptiones simplicissimæ continentur.*

THEOREMA I.

*SI in triangulo æquicruo ACB ducatur QF basi BC parallela & assum-
ta constante AL compleatur rectangulum FGLQ, tandemque per A
& G ducatur recta AM; erit punctum M in Parabola Apollonii, cujus* Tab. I.
Fig. 1.
axis AP, vertex A & parameter AL.

DEMONSTRATIO.

Ob parallelismum rectarum LG & QM est $AL : LG = AQ : QM$, hoc est, quia $GL = FQ = AQ$ per hypoth. $AL : AQ = AQ : QM$. Sed ob parallelismum rectarum AQ & PM, itemque AP & QM, est $AP = QM$ & $PM = AQ$. Quare $AL : PM = PM : AP$. Cum itaque $AL \cdot AP = PM^2$; erit punctum M in Parabola Apollonii, quæ habet axem AP, verticem in A & parametrum AL. Q. e. d.

THEOREMA II.

*Si ad axem AP Parabola cujuscunque ex eorum numero, ad quas, po-
sita parametro = 1, $PM^m = AP$, erigatur normalis AC in vertice A,
faique AL parametro & LR ipsi QM parallela & æqualis; recta per
A & R ducta designabit punctum N, quod est in parabola proxime su-
periori quam AM, e. gr. in Parabola secundi generis, si AM fuerit pri-
mi generis.*

DEMONSTRATIO.

Ob parallelismum rectarum LR & QN est $AL : LR = AQ : QN$, hoc est, quia $LR = QM$ per hypoth. $AL : QM = AQ : QN$. Sed, posita parametro $AL = 1$, ex natura Parabolarum $QM =$

AQ^m ; quare $1 : AQ^m = AQ : QN$. Quoniam itaque ob parallelis-
mum rectarum AO & QN, itemque AQ & ON, est $AQ = ON$

& $QN = AO$; erit $1 : ON^m = ON : AO$, consequenter $AO =$

$ON^m + 1$. Est itaque punctum N in Parabola proxime superio-
re quam AM. Q. e. d.

Act. Eud.
An. 1717.
M. Mart.
Pag. 110.
Tab. I.
Fig. 2.

THEOREMA III.

Si in parallelogrammo rectangulo ALCB ducatur GQ ipsi AL parallela & ad diagonalem AG rectanguli ALGQ excitetur normalis AM recta GQ continuata in M occurrens; erit punctum M in Parabola Apollonii, cujus parameter AL.

DEMONSTRATIO.

Est enim ob angulum GAM rectum $GQ:QA=QA:QM$. Quare cum sit ob parallelismum rectarum GM & LP, itemque LG, AQ, & PM, $AL=GQ:AQ=PM&QM=AP$; erit etiam $AL:PM=PM:AP$, consequenter $AL \cdot AP=PM^2$. Est adeo punctum M in Parabola Apollonii, cujus parameter AL. *Q. e. d.*

THEOREMA IV.

Si ad chordam AM in parabola quacunque AMH ex illarum numero, ad quas $AL \cdot AP^m=AP^{m+1}$ excitetur normalis AN semiordinata PM continuata in N occurrens; erit punctum N in Parabola proxime superiore quam AMH. E. gr. Si M fuerit in Parabola primi generis; erit N in ea, quæ secundi generis; si S Parabola tertii, V in Parabola quarti generis &c.

DEMONSTRATIO.

Cum enim sit ob angulum MAN rectum $PM:AP=AP:PN$; erit etiam $PM^m:AP^m=AP^m:PN^m$. Sed $PM^m=AL \cdot AP^{m-1}$ ex natura Parabolæ. Ergo $AL:AP=AP^m:PN^m$. Quoniam vero ob parallelismum rectarum AP & TN, itemque AT & PN, $AP=TN&AT=PN$; erit $AL:TN=TN^m:AT^m$, consequenter $AL \cdot AT^m=TN^m+1$. Est itaque punctum N in parabola proxime superiori quam AMH. *Q. e. d.*

THEOREMA V.

Si ad chordam arcus circuli AM erigatur normalis AN semiordinata PM continuata in N occurrens; punctum N est in Cissoide Dioclis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ob angulum NAM rectum $PM:PA=PA:PN$; erit etiam $PM^2:PA^2=PA^2:PN^2$. Sed $PM^2=AP \cdot PB$ ex natura circuli. Ergo $AP \cdot PB:PA^2=PA^2:PN^2$, consequenter $PB:PA=PA^2:PN^2$. Quare si $AB=a$, $AP=x$, $PN=y$; habetur æquatio curvæ AND naturam definiens $x^3:(a-x)=y^2$. Unde patet, esse Cissoidem Dioclis. *Q. e. d.*

THEOREMA VI.

Si AMB fuerit circulus superioris generis, punctum N eodem modo determinatum est in Cissoide generis proxime superioris. E. gr. si AMB circulus secundi generis, dico Cissoidem AND fore tertii generis.

D E M O N S T R A T I O

A&E. Erud.
An. 1717.
M. Mart.

Cum sit $PM^{m+1} : AP^{m+1} = AP^{m+1} : PN^{m+1}$ & $PM^{m+1} = AP^m \cdot PB$ ex natura circularum superiorum ; erit $PB : AP = AP^{m+1} : PN^{m+1}$. Quare si ut ante sit $AB = a$, $AP = x$, $PN = y$; erit æquatio curvas AND in infinitum definiens $X^{m+2} : (a - x) = Y^{m+1}$. Unde intelligitur, in quolibet casu AND esse Cissoi-dem aliquam & genus ejus uno gradu superare genus circuli genitoris AND. Q. e. d.

S C H O L I O N.

Si curva genetrix sit ellipsis; genita habet semiordinatas ad semiordinatas Cissoidis ejusdem generis in ratione constante. Sunt nempe potentie semiordinatarum illius curvæ ad potentias Cissoidis ut parameter ellipsis ad ejus axem, qui idem est diameter circuli genitoris.

T H E O R E M A VII.

Si recta AN ad radium AM circuli DMB normalis semiordinata PM continuata in N occurrat, punctum N erit in curva, hujus hæc singularis est proprietas, ut facta $AQ = PM$, trilineum APN sit segmento semicirculi DQR æquale. Tab. I.
Fig. 4.

D E M O N S T R A T I O.

Sit $AP = x$, $AM = a$: erit $PM = \sqrt{(a^2 - x^2)}$, & hinc ob $PM : AP = AP : PN$ reperitur $PN = x^2 : \sqrt{(a^2 - x^2)}$; Est adeo vi calculi summatorii Leibnitiani trilineum $APN = \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(a^2 - x^2)}}$. Sit

$DQ = v$; erit $QR = \sqrt{(2av - v^2)}$ & hinc segmentum semicirculi $\int dv \sqrt{(2av - v^2)}$. Est vero per hypoth. $QA = PM$, hoc est, $a - v = \sqrt{(a^2 - x^2)}$. Unde facta reductione reperitur $x = \sqrt{(2av - v^2)}$, facta vero differentiatione $x dx : \sqrt{(a^2 - x^2)} = dv$.

Ergo $\int dv \sqrt{(2av - v^2)} = \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$, hoc est, $DQR = APN$. Q. e. d.

S C H O L I O N.

Quoniam $x = \sqrt{(2av - v^2)}$; patet hinc insignis aliqua circuli proprietas hætenus non animadversa. Nempe si fiat $AQ = PM$, fore $QR = AP$: Obiter noto, BC ad diametrum circuli PB normalem esse curvæ ANR asymptotum.

THEOREMA VIII.

Aët. Erud.

An. 1717.

M. Mart.

Tab. I.

Fig. 5.

Pag. 112.

Si ad chordam AM hyperbolæ æquilateræ AMR perpendicularis AN excitetur semiordinata PM in N occurrent, punctum N est in curva Cissoïdi agnatæ, in qua nempe, posito axe transverso hyperbolæ AB, $BP:AP=AP^2:PN^2$.

DEMONSTRATIO.

Cum enim sit $PM^2:AP^2=AP^2:PN^2$ & ex natura hyperbolæ æquilateræ $PM^2=AB \cdot BP$; erit $AP \cdot BP:AP^2=AP^2:PN^2$, consequenter $BP:AP=AP^2:PN^2$. Quod vero hæc curva agnatæ sit Cissoïdi, ex æquatione patet. Sit enim $AB=a$, $AP=x$, $PN=y$; erit $y^2=x^3:(a+x)$. At Cissoïdis æquatio est $y^2=x^3:(a-x)$.

S C H O L I O N.

Superiorum generum hyperbolæ æquilateræ gignunt curvas superiorum generum Cissoïdibus agnatæ, quæ proprio nomine adhuc destituuntur, quia hætenus a Geometris non fuerunt consideratæ. Hyperbolæ scalenæ generant curvas, in quibus potentiarum ordinatarum ad potentias similes in prioribus rationem constantem habent parametri genetricis ad ejus axem transversum.

THEOREMA IX.

Fig. 6.

Si ex centro C hyperbolæ æquilateræ ad quodcumque punctum M ducatur recta CM & in C excitetur ad eam normalis CN; CQ vero perpendicularis ad axem AB, tandemque ex M ducatur MN ipsi BP parallela occurrens normali CN in puncto N; erit hoc punctum in curva CNR, cujus hæc singularis est proprietas, ut trilineum mixtilineum CQN sit segmento hyperbolico APM æquale.

DEMONSTRATIO.

Sit $AC=a$, $CQ=x$; erit ex natura hyperbolæ æquilateræ $MQ=\sqrt{(x^2+a^2)}$. Unde ob $MQ:QC=QC:QN$ reperitur $QN=x^2:\sqrt{(x^2+a^2)}$ quare vi calculi summatorii Leibnitiani $\int x^2 dx:\sqrt{(x^2+a^2)}$ est spatium trilineum CNQ. Sit $AP=v$; erit $PM=\sqrt{(2av+v^2)}$ per naturam hyperbolæ æquilateræ, & hinc segmentum hyperbolicum $AMP=\int dv \sqrt{(2av+v^2)}$. Est vero ob $CQ=PM$ $x=\sqrt{(2av+v^2)}$ & ob $CP=QM$ vi calculi Leibnitiani $x dx:\sqrt{(x^2+a^2)}=dv$. Patet ergo esse $\int x^2 dx:\sqrt{(x^2+a^2)}=\int dv \sqrt{(2av+v^2)}$ hoc est, $CQN=AMP$. Q. e. d.

COROLLARIUM.

Quia $QN=y=x^2:\sqrt{(x^2+a^2)}$; erit $y^2=x^4:(x^2+a^2)$ Effitæque curva tertii generis.

THEOREMA X.

Act. Erud.
An. 1717.
M. Mart.
Pag. 113.

Si DC & CE fuerint asymptoti alicujus Hyperbolæ AMS ex earum numero, ad quas spectat æquatio $a^{m+1} = xy^m$ (positis nempe $CL = a$, $CP = x$ & PM ipsi CD parallela $= y$) & ducta per M ipsi CE parallela KN, factaque $CH = CL$, ex H ducatur HQ ipsi KP & ex Q asymptoto CD parallela QN; erit punctum N in Hyperbolâ proxime superiori, quam est generatrix AML.

DEMONSTRATIO.

Ob parallelismum rectorum KL & HQ est $CK : CH = CP : CQ$. Sed $CK = PM = y$ & $CH = CL = a$. Est itaque $PM : CL = CP : CQ$. Et quoniam ex natura hyperbolæ $CP = a^{m+1} : y^m$; reperitur $CQ = a^{m+2} : y^{m+1}$. Unde si $CQ = X$; erit $a^{m+2} = xy^{m+1}$. Q. e. d.

THEOREMA XI.

Si CD & CE fuerint asymptoti & CL latus potentie hyperbolæ ductisque $AL = CL$ & PQ asymptoto CE & AT alteri CD parallelis jungantur puncta C & Q recta CQ atque ex N demittatur perpendicularis NM; erit punctum M in Hyperbolâ Apollonii.

Tab. I.
Fig. 8.

DEMONSTRATIO.

Etenim ob parallelismum rectorum LN & PQ est $CL : CP = LN : PQ$. Sed $PQ = CL$. Ergo $CL : CP = LN : CL$, consequenter $CL^2 = CP \cdot PN$. Est adeo N in hyperbolâ Apollonii. Q. e. d.

THEOREMA XII.

Si AMG fuerit Hyperbolâ ex earum numero, quæ sub æquatione $a^{m+1} = x^m y$ continentur & $CL = AL$ latus potentie hyperbolæ, EC vero & CD ejus asymptoti, ductaque ex C ad quodvis hyperbolæ punctum M recta CM per R agatur ipsi CE parallela RS; erit punctum S in hyperbolâ proxime superiori, quam AMG.

DEMONSTRATIO.

Est enim $CP : PM = CL : LR$. Sed $LR = PS$. Ergo $CP : PM = CL : PS$. Sit $CL = a$, $PC = x$; erit $PM = a^{m+1} : x^m$, consequenter $PS = a^{m+2} : x^{m+1}$ & hinc æquatio pro curva, in qua punctum S, $a^{m+2} = x^{m+1} y$. Q. e. d.

SCHOLIUM.

Me non monente apparet, similibus artificiis innumeras alias curvas describi posse. Nostra vero theorematata in lucem publicam pro-

Act. Erud. proferre libuit, non modo quod hactenus desiderata fuerint parabolarum & hyperbolarum superiorum descriptiones commodæ, An. 1717. M. Mart. verum etiam quod nostræ curvarum descriptiones mihi utiles visæ fuerint ad theorematum condenda. Ceterum cum huc usque in Pag. 114. construendis æquationibus cubicis & biquadraticis parabola ceteris sectionibus conicis prælata fuerit ob simplicitatem constructionis, hyperbola autem sæpius suppeditet constructiones concinniores & ab ipsa quasi natura ad solutionem quorundam problematum præ aliis lineis destinatur; epilogi loco adjicere libet hyperbolæ constructionem adeo simplicem, ut hyperbolam in posterum Tab. I. Fig. 5. facilius, quam parabolam construere liceat. Sit nimirum AB axis transversus, AD ad AB normalis semiaxis conjugatus. Ex centro hyperbolæ C describatur semicirculus FDF radio CD; erunt f & F foci hyperbolarum oppositarum. Ex F per D (aut quomodocunque libuerit) ducatur recta FG & ex F radio FE, qui axi transverso æqualis describatur arcus LE, mox alii complures concentrici MM infra verticem hyperbolæ A. Tandem ex foco F intervallo Em determinantur puncta M & M.

C. G. Temperamentum Musicum universale.

SIT data proportio intervalli in numeris $c:d$
 Numerus partium in quas dividi debet intervallum datum sit a .

Erit earum quælibet $C^{1:a} : d^{1:a}$

Quæ in se ducta datis vicibus b

Exhibebit intervallum quæsitum $C^{b:a} : d^{b:a}$

In octava ratio $c:d$ constans est $2:1$ & pro genere Diatonico-Chromatico $a=12$ (quoniam octava dividenda est in duodecim hemitoniam tanquam partes minimas.) Præterea cum numerus b determinetur ex denominatione intervalli quæsitum, erit canon universalis pro intervallis generis Diatonico-Chromatici $2^b : 12 : 1 : b : 12$

Quare Hemitonium C: Cis = $\sqrt[12]{2} : 1$.

Tonus . . C: D = $\sqrt[12]{4} : 1$.

Tertia minor C: Dis = $\sqrt[12]{8} : 1$.

Tertia major C: E = $\sqrt[12]{16} : 1$.

Quarta . . C: F = $\sqrt[12]{16} : 1$.

Quarta abund. C: Fis = $\sqrt[12]{32} : 1$.

Quin-

Quinta . . .	C:G = $\sqrt[12]{}$	128:1.
Sexta minor def.	C:Gis = $\sqrt[3]{}$	4:1.
Sexta major . .	C:A = $\sqrt[3]{}$	8:1.
Septima min.	C:B = $\sqrt[6]{}$	32:1.
Septima maj.	C:H = $\sqrt[12]{}$	2048:1.
Octava	C:c =	2:1.

Act. Erud.
An. 1717.
M. Mart.
Pag. 115.

Eadem methodo absolvitur temperamentum generis Enharmonici, quod hic tædii vitandi causa omittimus. In praxi numeris surdis substitui possunt rationales per appropinquationem continuam, donec excessus vel defectus, aurium judicio, nihilo æquetur.



NOVA METHODUS Pag. 117.

Inveniendi ætatem mundi seu status præsentis Telluris,

ab EDMUNDO HALLEJO in *Transactionibus Anglicanis* An. 1715. Num. 344 p. 290.
et seqq. publicata.

Salsedinem in oceano atque lacubus continuo augeri arbitratur celeberrimus *Hallejus*. Cum enim fluvii continuo aquas advehant, nullas vero inde revehant, nec tamen eorum quantitas in oceano augeatur; ut affluentes quotidie in vapores resolvantur, extra omne dubium positum est. Sed dum aqua in vapores abit, particulæ salinæ, quas terras alluendo attraxerat in itinere, secernuntur: salis adeo quantitas continuo augetur. Quoniam tamen incrementa quotidiana, immo forte & annua, insensibilia sunt, cum aqua fluviatilis sensibili salsedine careat; ut incrementi salsedinis quantitas sine periculo nimium a vero aberrandi definiri possit, notabile annorum intervallum requiritur. Suadet itaque Vir ingeniosus, ut salsedinis quantitas nostro ævo experimentis acurate institutis definiatur & in eruditorum annalibus ad posterorum memoriam transmittatur, qui ubi eandem denuo ad examen revocaverint, incrementum dato tempori respondens determinabunt & inde per regulam trium mundi ætatem calculo probabili elicient. Quodsi supponas, ab initio rerum aquas oceani jam fuisse salsas; tellurem multo juniorem esse, quam prodiderat calculus, constabit. Pag. 118.

Act. Erud.
An. 1717.
M. April.
Pag. 189.

ELOGIUM

JACOBI GRONOVII.

A Misit clarissima Lugdunensium apud Batavos Academia præterito anno Jacobum Gronovium, Virum, qui dum vixit, assiduam dedit operam, ut bonas literas ornaret, & quicquid ingenio & doctrina poterat, ad communem omnium utilitatem conferret. Natus est Vir celebris Daventriæ oppido Belgii fœderati nobilissimo, patremque habuit Virum itidem præclare doctum, qui Daventria relicta Lugdunum abiens hunc filium artibus, quæ in puerilem ætatem cadunt, satis excultum eo secum duxit, & nihil eorum, quæ ad formandum poliendumque ejus ingenium pertinere videbantur, prætermisit. Inprimis cum singulari naturæ instinctu literarum Græcarum & Latinarum amore eum flagrare animadverteret, non retraxit ab hoc laudabili instituto, imo acriores ei admovit stimulos, & ut in egregio proposito persisteret, & amœniora literarum studia cum *Juris scientia* conjungeret, vehementer hortatus est. Quo factum, ut accepta peregrinandi potestate in Angliam optimam literarum sedem primum excurreret, & in Academia Oxoniensi, & Cantabrigensi e codicibus manu exaratis sedulo colligeret, quicquid futuro tempore usibus suis proficuum existimabat. Hic in complurium doctorum virorum amicitiam admissus est, & cum Pocockio, Pearsonio, præcipue autem Merico Casaubono, tam familiariter vixit, ut & postremus morti proximus inter mutuos ejus complexus exspiraret. Ex Anglia redux, fructus, quos ex ista peregrinatione tulerat, illico cum eruditis communicavit, & Polybium Historicum Græcum suis & Casaubonorum observationibus illustratum edidit. Qua & re procures urbis patriæ, quibus Gronovii ingenium mirifice placebat, adducti, provinciam, quam Hogerius olim tenuerat, ei decreverunt, quam tamen exteris invisendis regionibus intentus modeste abnuvit, & sequenti anno in eorum societatem, qui illustrem Paatium ordinum Belgicorum legatum in Hispaniam comitabantur, adsumtus est. Inde Italiam petiit, ubi tantum gratia apud magnum Hetruriæ Ducem valuit, ut Magliabecchio & purpurato Patre Mediceo pro ipso potissimum adnitentibus, in locum Chimentelli Professoris Pisani sufficeretur. Neque tamen diutius ibi commoratus est, sed elapso duorum annorum spatio Venetias, Pataviumque evolavit.

avit. Cum vero accidisset, ut morte propinqui cujusdam opimam hereditatis portionem ad se devolutam cerneret, retulit iterum pedem in Germaniam, & sibi ac Musis suis deinceps vivere decrevit. Sed non diu admodum hoc literato otio frui potuit, quandoquidem A. 1679. Lugdunum evocatus, & Professoris officio admotus est, ubi primo statim in Academiam introitu tam egregie se commendavit Patribus, ut pensionem huic muneri attributam quadringentorum florenorum accessione augerent. Ad exteros aliquoties invitatus est, nihilominus tamen Lugdunum suum Patavio, Kilonio, aliisque locis, quo vocabatur, perpetuo prætulit. An. 1702. titulo Geographi Lugdunensis & lautiore iterum stipendio ornatus est. In eo jam ejus industria versabatur, ut Tacitum scriptorem gravissimum variis adnotationibus auctum in lucem emitteret, cum fatum interveniret cœptis, & filiam ejus natu minimam, quam eximio amore diligebat, inopinata morte extingueret. Qua domestica clade ita parens percussus, & quasi extra se positus fuit, ut die XXI. Octobr. præteriti anni, postquam undecim dies lectulo fatali adfixus decubuerat, simili modo ex hac vita emigraret. Alter filiorum, quos reliquit, arti medicæ, natu vero minimus juris scientiæ & elegantioribus literis studium suum addixit. Ceterum Gronovius non admodum placido, sed paululum acerbior ingenio fuit, quod inprimis controversiæ, quæ ipsi cum Fellerio, Perizonio, If. Vossio, Fabretto, Blancardo, Clerico, Kustero aliisque intercefferunt, satis superque testantur. Scriptorum, quibus inclaruit, larga messis est, quoniam vero maximam partem in his Actis nostris recensentur, illa saltem hic indicasse sufficiet. Edidit autem 1) Macrobiium cum suis, Pontani, & Meursii observationibus, Lugduni 1670. in 8. & Londin. 1694. 8. 2) Polybium cum suis & ineditis Casauboni utriusque, Valesiique, & Palmerii notis, Amst. 1670. III. vol. in 8. 3) Cornel. Tacitum cum variorum Commentariis, Amst. 1673. & denuo 1685. II. volum. 4) Supplementa Lacunarum in Ænea Taëtico, Dione, & Ariano, Lugd. Bat. 1675. in 8. 5) Tit. Livium Amst. 1679. 8. 6) Stephani Byzantini Fragmentum de Dodone exercitationibus Academicis illustratum, Lugd. Bat. 1681. 4. 7) Henrici Valesii Notas in Harpocratonem Lugd. Bat. 1682. 4. 8) Senecam Tragicum Amst. 1682. 8. 9) Exercitationes Academicas de Pernicie & casu Judæ, Lugd. Bat. 1683. 4. 10) Epistetum, Delph. 1683. 8. 11) Pomp. Melam cum Excerptis ex Julio Honorio, & Æthici Cosmographia, Lugd. Bat. 1685. 8. 12) Dissertationes de Origine Romuli, Lugd. Bat. 1684. 8. 13) Responsionem ad Cavillationes Fabretti, Lugd. Bat. 1684. 8. quibus Fabretti ficto Jastithæi nomine Apologema ad Gronovium, in

Act. Erud.
An. 1717.
M. April.

pag. 191.

Ast. Erud. ejusdemque Titivilitia seu somnia de T. Livio opposuit. 14) Leonardi Augustini Gemmas & Sculpturas antiquas, Franecu. 1685 & 1694, in 4. 15) Aulum Gellium, Lugd. Bat. 1687 in 8 & 1706 in 4. 16) Lucianum Gr. & Lat. II. Vol. Amst. 1687. 8. 17) Stephani Byzantini editionem Berckelianam, Lugd. Bat. 1688. fol. 18) Ceбетis Tabulam Gr. & Lat. cum notis suis, Lugd. Bat. 1687. 8. 19) Jo. Fred. Gronovii de Sestertiis, seu subcesivorum pecuniarum veteris Græce & Romanæ Libr. IV. Lugd. Bat. 1691. 4. 20) Ciceronis opera cum notis, Lugd. Batav. 1692. 4. II. Vol. & 12. V Vol. 21) Ammianum Marcellinum cum Lindenbrogii, Valesiorum & Gronovii notis, Lugd. Bat. 1693 in fol. & 8. 22) De Icuncula Smetiana, qua Harpocratem indigitarunt, Lugd. Bat. 1693. in 4. 23) Harpocratonis Lexicon Græce cum suis & Valesii Mauffacique notis, Lugd. Bat. 1696. in 4. 24) Gortæi Dactyliothecam, Lugd. Bat. 1695. 4. II. Vol. 25) De duobus lapidibus in agro Duyvenvoordienſi repertis, L. B. 1696. 4. 26) Rycquium de Capitolio Romano cum Not. Gronovii, L. B. 1696. 8. 27.) Q. Curtium cum ipsius & variorum notis, Amst. 1696. 8. 28) Theſaurum antiquitatum Græcarum, L. B. 1697. 1702 fol. XII. Vol. 29) Geographiam antiquam, hoc est, Scylacis Periplum maris mediterranei, Anonymi Periplum Paludis Mæoticæ, Agathemeris Hypotyposin, cum notis Vossii, Palmerii, Tennulii, & Gronovii, L. B. 1697. 4 & 1700. 4. 30) Manethonis Apotelesmatica cum versione Latina & notis, L. B. 1698. 4. 31) Suetonium a Salmasio recensitum cum emendationibus Gronovii, L. B. 1698. 12. 32) animadversiones in Scylacis Oxoniensem editionem, & dissertationes Dodvelliæ de Scylacis ætate examen, cum Ephori fragmento ex Cosmæ Topographia, L. B. 1699. 4. 33) Memoriam Cossonianam, adjecta nova Editione monumenti Ancyranum cum not. Gronovii, L. B. 1695. 4. 34) Phædrum cum Joh. Frid. & Jac. Gronovii notis, & Nic. Dîlpontini Collectaneis. L. B. 1703. 8. 37) Arrianum de expeditione Alexandri cum ejus Indice, addita Vulcanii versione interpolata, & suis animadversionibus L. B. 1704. fol. 36) Minutium Felicem cum not. varior. & suis, addito Cypriano, & Firmico, L. B. 1709. 8. 37) Fragmentum Josephi, quod continet decreta Romana & Asiatica pro Judæis, cui additæ sunt notæ ac emendationes variarum in Suidam, L. B. 1712. 8. 38) Herodotum Gr. & Lat. cum not. L. B. 1715. De ceteris, quæ adfecta habuit Gronovius, spes adhuc superest, fore, ut a filiis suo tempore edantur.

NOTANDA

Circa Theoriam colorum Newtonianam.

Act. Erud.
An. 1717.
M. Maii.
Pag. 232.

IN Actis An. 1713. p. 447. monuimus, multos optare, ut Vir Edit. A8.
I summus, *Newtonus* mentem suam aperire dignetur de difficultate ab ingeniosissimo *Mariotto* ejus colorum theoriæ objecta. *Mariottus* scilicet contendit, lumen coloratum per refractionem in prismatico trigono factam productum iterata refractione in alios colores ex parte mutari, quod tamen vi theoriæ *Newtonianæ* immutabile esse debebat. Cum hæc legeret *Newtonus*, difficultatem e medio sublaturus experimenta, quibus theoria ipsius confirmatur, juxta methodum suam per J. T. *Desaguliers*, Societatis Regiæ Sodalem, coram illustri hac Societate iterari curavit, qui eadem postea coram *Monmortio* aliisque Academiciæ Regiæ Scientiarum Sociis felici cum successu repetiit. Inde apparet, radios luminis esse omnino heterogeneous & pro diversitate coloris diversos admittere refrangibilitatis atque reflexibilitatis gradus, & colores vere primitivos per refractionem in alios minime mutari posse. Ratio vero, cur *Mariotto* non successerit experimentum, hæc redditur, quod colores per refractionem in prismatico factam productos falso habuerit pro primitivis, cum per eam radii heterogenei non prorsus a se invicem separantur, atque methodum ignoraverit eos sufficienter a se invicem separandi. Primum nimirum eandem publicavit *Newtonus* in Optica prop. 4. lib. & *Desaguliers* testatur, descriptionem ibi traditam sibi suffecisse ad experimenta cum successu capienda. Successus experimentorum claret ex Transactionibus Anglicanis Anni 1716. ubi Num. 348. p. 435. & seqq. singula distincte describuntur, quæ coram Societate Regia ad nutum *Newtoni* iteravit. Nos operæ pretium judicamus, ut methodum separandi a se invicem heterogeneous luminis compositi radios ex Optica *Newtoniana* huc transcribamus. In Solis radio per parvum rotundumque foramen in cubiculum tenebricosum immisso lens MN intervallo circiter decem duodecimorum pedum a fenestra erigatur, qua foraminis imago I super chartæ albæ plagulam ultra lentem collocatam distincta depingatur. Deinde proxime post lentem MN prisma vitreum ABC interponatur, quo lumen trajectum refringatur ab I ad aliam chartam p, ibique rotunda imago I convertatur in oblongam p. Movenda autem est

Tab. II.
Fig. 1.

Pag. 233.

Act. Erud. est charta ultro citroque usque eo, donec charta & prisma ju-
 An. 1717. sto inter se spatio distent, quo rectilinea imaginis latera quam
 M. Mail. maxime distincta appareant, sine ulla penumbra. Ea imago *pt*
 constat ex circulis *ag*, *bb*, *ci*, *dk*, *el*, in una eademque recta
 ordine continuo dispositis, qui singuli æquales sunt circulo I
 & consequenter foramini F magnitudine respondent. Quamobrem
 minuendo id foramen hi circuli, iisdem adhuc manentibus cen-
 trorum intervallis in quam libuerit parvitatem contrahi poterunt,
 indeque obtinebitur radiorum mixtura in imagine *pt* tam par-
 va, quam ipsi cupimus. Loco rotundi foraminis F melius ad-
 hibetur oblongum, forma oblongi parallelogrammi, cujus lon-
 gitudinem parallela sit prismati ABC & unciz unius aut duarum,
 Tab. II. latitudo solummodo $\frac{1}{10}$ aut $\frac{1}{20}$ unciz. Potest etiam adhiberi fo-
 Fig. 2. ramen triangulum, binis lateribus inter se æqualibus, cujus ba-
 sis e. gr. circiter $\frac{1}{10}$ unciz, altitudo uncia una aut plus eo. Et-
 enim hoc pacto, si prismatis axis sit parallelus ad trianguli per-
 pendicularem, imago *pt* jam composita erit ex triangulis æqui-
 cruris *ag*, *bb*, *ci*, *dk*, *el*, *fm* &c. aliisque innumeris intermediis
 triangulis, foramini triangulari forma & magnitudine responden-
 tibus & inter duas lineas parallelas *af* & *gm* ordine continuo di-
 dispositis. Quare lumen a latere obscuriori *gm* erit plane simpli-
 cissimum, a clariori *af* aliquantum compositum, ut adeo in
 utroque varia experimenta una capere liceat. In hujusmodi ex-
 perimentis cubiculum esse debet maxime tenebricosum, lens bo-
 na, qualis in tubis adhiberi solet, prisma angulo longiori, pu-
 ta 70 graduum, beneque factum ex vitro bullis venulisque im-
 muni, & faciebus accurate planis, summa item cum cura per-
 politum, quo modo lentes tuborum poliuntur. Prismatis præ-
 terea acies angulatæ lentisque extremitates, quatenus irregula-
 rem aliquam refractionem efficere possint, charta nigra agglu-
 tinata obtegi debent, radiique solaris in cubiculum transmissi
 lumen id omne, quod ad experimentum erit inutile, charta ni-
 gra aliove aliquo nigro objecto corpore omnino intercipiendum
 Pag. 234. est. Denique quia prismata apta difficillime comparantur, uten-
 dum est vasis ex speculorum contraكتورum partibus in formam
 prismatum, conclusa intus aqua pluvia, compactis, & ad au-
 gendam refractionem aqua Sacharo Saturni copiose imbui potest.

EXCERPTA EX LITERIS

JO. FR. WEIDLERI MATH. PROF. VITEMB.

Ad D. J. B. die 14. April. datis,

*De Aurora Boreali Vitembergæ in Saxonibus die X.
Aprilis observata.*

Dies erat Aprilis decimus, quo toto nobis Borrhapeliotes (N. O.) lenissime spirans peramœnam serenitatem attulerat, atque mercurialem barometri columnam, ultra serenitatis terminum, quem hic notamus, nimirum 29 digitum pedis Romani completum, evexerat. Quanquam autem erat vespere frigidiusculus ille ventus, serenitatem tamen cœli constantissimam noctu quoque conservavit. Hora vero IX m. 45 cum forte fortuna prope conclavis hypaquilonem (N. G. O.) spectantis, fenestram constitutus, inusitatam animadverterem septentrionalis plagæ claritatem, prospiciens curiosius brevi auroram borealem satis illustrem, illi tamen, quæ superioris anni mense Martio conspecta, alibique a me descripta est, parum fulgore inferiorem, deprehendi. Arcus nempe sexaginta, quantum definire potui, graduum, tali prope horizontem nitore emicabat, qui creperet, post occiduum Solem, relictæ luci albidæ, coloribus non infectæ, simillimus est. Cetera pars cœli serena erat & stellis undiquaque scintillantibus ornata, diffusumque a Borea aurora lumen ita caliginem dissipabat, ut etiam phænomeni, extra ordinem lucentis, ignari vespera laudata noctis insueram claritatem notarent. Vix eram tractum lucidum contuitus, & jam fulgurationes prælongæ & insignes, ex illo ipso affurgebant, quarum nonnullæ a vigesimo, quem albor lucis septentrionalis continuæ erat affecutus, gradu ad 48, polum versus, protendebantur. Hæ cum nuperis, quantum ad speciem, satis conveniebant, figura apparens trabis cujusdam latioris lucidæ, vel flammæ infra paulo latioris, superiori vero in parte cuspidatæ, spectabatur. Latitudo erat diversa, quarundam trium quatuorve graduum. Fulgurationes hæ ictu oculi in regione ista lucida genitæ, post celerrimum versus supera ascensum, dicto citius evanescebant. Quædam fere contiguæ simul, eodemque tempore, parallelos prodibant, &, uti in aurora nupera, æquidistan-

Aët. Erud. distante situ servato, versus Corum (N. O.) ab hypaquilone
 An. 1717. ducebantur, sed, brevem emensæ viam, citissimæ oculis semet
 M. Junii. subducebant. Tales flammæ ingentes XII. progressu temporis
 natas, uno horæ quadrante, usque ad hor. X. conspexi. Postea
 nullæ amplius a me visæ sunt, horæ dimidio, quo præterlapso,
 cum & splendor imminueretur, & descendere aurora videretur,
 ab observatione destiti. Paulo ante hor. X. erat hoc notatu di-
 gnissimum spectaculum, quod nubes nigerrimæ & spissæ, in il-
 lo ipso lucido tractu, assurgebant, fumi copiosi coagmentati in-
 star referentes. Hæ sensim ad 34° elatæ, & versus Corum pro-
 pulsæ, cum antea essent continuæ, incipiebant in partes scin-
 di, &, quod mihi maxime in hac observatione placuit, intra
 15 m. spatium, ita dissolvebantur & dissipabantur, ut ne ullum
 quidem illarum in cœlo vestigium amplius superesset. Quæ nu-
 bes quin incensæ sulphureæ materiæ fuligines haberi dicique pos-
 sint, minime dubito. Nam brevissimo illo tempore in regione
 illustri nascebantur, sed disiectæ a vento, in auras rursus re-
 pente abibant. Ceterum nullum notavi materiæ prorumpentis
 strepitum, omnia æquabili celerique motu agitabantur. Arcum
 lucidum prope horizontem, quamvis integrum, quia opposita
 conclavi meo curiæ aliarumque ædium altiorum tecta prospe-
 ctum liberiores impediebant, videre haud potuerim, adfuisse
 tamen aliquem, alii, qui idem phænomenon conspexerunt, re-
 ferunt. Mihi, cum vererer, ut representationes novæ, præter
 expectationem factæ, cito, quæmadmodum etiam evenit, desi-
 nerent, non erat integrum, alium quærere observationi magis
 accommodatum locum.



JOSEPHI VERZALIÆ CÆSENATIS

Epistola ad Geometras.

M. Julii.
 Pag. 312.

CUM superioribus diebus, ut Amico per literas imagines
 Divorum, Divarumque quarundam postulanti operam na-
 varem, *Bibliopolam* hunc *Gallum* convenissem; atque ut insti-
 tutæ jam rei exitum expediret, expectarem, *Academia Parisien-
 sis Commentariorum*, quorum nullum intra novem fere annos
 videre contigerat, corpora quædam in manus forte inciderunt,
 in quibus *Problemata* illa duo, ad vires *Centrales*, cum in ina-
 ni tum in pleno spectantia, quæ primus ego publice *Geometris*

Pag. 313.

po-

posui, ac generalissime persolvi, a *Transalpinis* quibusdam *Viris* Act Erud. An. 1717. M. Julii. *Eximii* & luculenter explicantur & extricantur enodanturque copiosissime. Et quanquam suscepti numeris ratio, tempus meridianum importunum, & locus, non modo, ut egregias, quas *Præstantissimi Viri* usurpant, rationes & vias gustarem, non tulerunt, sed vix, ac ne vix quidem, *Disputationum* illarum inscriptiones percurrendi, atque *æquationum* formulas strictim aspiciendi, facultatem dederunt; ex ea tamen *Meditationum* earum vel brevissimi temporis percursione tantam cepi voluptatem, quanta ex re jucundissima maxime capi potest, eoque majorem, quo paucis ante diebus ab Amico acceperam, idem argumentum non uno in loco in aliis quibusdam exteris *Diariis* diligenter quoque pertractari. Quid enim homini, omne otium tempusque in literarum studiis conterenti, carius atque antiquius esse debeat, quam ut lucubrationes suæ ab ingenio excellenti *Viris* probentur, atque ita probentur, ut in illis explicandis aliquam laudis suæ partem ponere videantur, ego quidem non video. Quare ex hac illustri significatione tunc demum perspecto rerum illarum pretio, atque cognito præclaro tantorum *Geometrarum* erga illas studio, ipse mihi gratulatus sum bene locatam in illis perquirendis industriam, venique facile in eam spem, fore, si quid non minoris momenti emitterem, ut id eodem animo *Viri Clariss.* acciperent, atque non minori sedulitate excolerent. Quamobrem, cum tunc Opusculum quoddam, in quo, quantum digressionum ratio fert, *Problemata* quædam, ex iis, quæ *Physico-Mathematica* vocantur, expediuntur, sexennio ante eoque amplius absolutum, in manibus haberem, neque satis adhuc mihi constaret, quam mox illud evulgaturus essem; aliquod ab illis eligere, atque illud *Geometris* dare, mecum ipse constitui. Est autem id quod sequitur:

Funiculum, sive Catenam, extremis suis ita fulcro alligatam, ut prolabi minime possit, infinite Potentie, datam servantes legem, paribus intervallis, ad pares angulos pellunt, aut trahunt: quæritur earum formula, habita ratione ponderis Funiculi, sive Catene. Pag. 314.

Utere hoc in præsens, *Lector Geometra*, atque ubi ad formulæ explicationem perveneris, si penitus ejus naturam inspicias, tunc demum cognosces, illud latius patere, quam primo videatur aspectu. Non modo enim *Problemata* illa egregia a *Principibus Geometris* maxima sui cum laude jam pridem dissoluta, quæ *Velarium, Linteorum, & Musculorum* dicuntur, nec non (instituta levi mutatione) ea quæ *Catenariarum* vocantur, & præterea sua omnium horum *Inversa* (sic loquuntur,) ut rationes singulares complectitur; sed quod majus atque sublimius quoddam est, *Algebræ* nostram, vel in hujusmodi quæstionibus *Physicis* extricandis, no-

At Eruditiones quasdam, ab omni materia secretas, consecrari sæpe necessitate coactam, ab hac durissima servitute liberat, atque in dignitatem amplissimam vindicat. Quod si huic superius *Problema* meum, de *Viribus Centralibus Corporum, ambitus quomodocunque incurvos, in medio ut libet crasso, ac illorum motui resistente percurrentium*, adjunxeris; nunc *Meditationibus* qualibuscunque nostris aditum, qui antea *Mathematicis* clausus erat, ad innumerabilia ac præclara quæsitæ patefactum esse reperiēs; præcipue vero, quantum a *Parabolicis* distent missilium semitæ, quæcunque fuerit aeris qui nos circumfundit crassitudo, & illius resistendi ratio; quæque ponderum lege sint onerandæ *Catene*, ut eosdem aut alios nectantur in arcus; atque quo vere tumeant sinu navium *Vela* flante Noto, *Lintea* liquore plena ac *Musculi* a spiritu inflati, quibus in rebus, non modo *Veterum*, sed & *Recentiorum*, quibus ceteroquin tot alia mirabilia debemus, cessavit industria, tunc tandem intelliges.

Ceterum ego E. E. Æ. S. S. A. I. ad formulasquæ sequuntur 4. 5. = 2. 4. 4. 6. 4. 4. 4. d. 4. 6. 4. 4. 4. d. 2. 8. 2. 4. 2. e. 8. 3. 6. 8. 4. 2. vel 4. 8. = 2. 8. 4. 8. 4. d. 2. 4. 2. 6. 4. 4. 2. d. 4. 6. 4. 4. 2. e. 8. 3. 6. 8. 4. 4. pervenio.

Pag. 315.

Analysis Problematis Virium Centralium in pleno.

Vis Centralis, = f ; r = Resistentiæ, u = Velocitati, du = ejus differentiæ, ac dt = temporis. $fdt = du$ in inani (signa pro re nata ipse mutabis,) & per ambitus curvarum, quarum y sunt Ordinate, & dx partes minimæ, sive rectæ, sive circuli, ab ipsis interceptæ; $fdy : u = du$; Cum ergo in pleno, $f = f - r$, habebimus, $fdy - urdt = udu$; quæ est formula generalissima, unde emanant omnes aliæ. Alteram addere, supervacaneum duco.

Dum hæc ab Adversariis describerem, incidi in Theoremata quædam non inelegantia, quibus dies Nonarum Decembris 1705. erat adscripta: De Corporibus, quæ in cava Conoidum superficie, circum axem torquentur. Hæc quoque habe, & vale.

1. Vis Centrifuga Corporis est in ratione composita, ex directâ Subtangenti & reciproca Ordinate, spectantium ad Conoides. 2. ejus Velocitas est in ratione subduplicata Subtangenti. 3. Tempus est in ratione composita, ex directâ Ordinate, & reciproca subduplicata Subtangenti. Bononiæ Kal. Junii M. DCCXVII.

ELOGIUM

GODOFREDI GUILIELMI LEIBNITII.

ANao superiori Orbis eruditus amisit non sine ingenti scientiarum atque bonarum artium detrimento ornamentum suum ac decus facile præcipuum, Virum illustrem, Godofredum Guilieum Leibnitium, in omni scientiarum bonarumque artium genere summum. Natus est Lipsiæ anno superioris Seculi quadragesimo & sexto die vigesima tertia Junii juxta styllum Julianum, seu quarta Julii juxta correctiorem, quo nunc utimur. Patrem habuit *Fridericum Leibnitium*, Moralium Professore, & Universitatis Actuarius; matrem vero *Catharinam, Guilielmi Schmuckii*, J. U. D. & in Universitate nostra Professoris publici filiam. E majoribus ejus in celebritate versatus est *Paulus de Leibnitz*, frater germanus *Christophori Leibnitii*, qui Nostri atavus fuit: cum etenim *Rudolphus II.* Imperator (id quod diploma testatur) ob res in bello præclare gestas ad dignitatem generosi Equitis exivit, concessio peculiari insigni, quo etiam Noster constanter usus est. Soror uterina, *Anna Catharina*, nupsit *Simeoni Læssero*, S.S. Theologiæ Licentiato & ad D. Thomæ in urbe nostra Archidiacono, ex quo conjugio natus est *Fridericus Simeon, Læssero*, in vicinia Pastor, unicus Viri illustris hæres. Ex priori parentis conjugio geniti erant *Johannes Fridericus*, Scholæ Lipsiensis *Thomana* Collega tertius, & *Rosina, Henrici Freislebii*, Doctoris Theologiæ & Antistitis Sacrorum Orlamundanorum, conjux, jam multis abhinc annis una cum Sorore uterina ex hac vita egressi. Patre, cum esset sex annorum puer, A. 1652. d. 5. Sept. mortuo, mater fœmina valde prudens ac pia in ejus educationem omni studio incubuit, eumque in patris ludum Nicolaitanum misit, ubi literis & Latinis & Græcis a *Johanne imprimis Hornschuchio & Tilemanno Bachusfo* institutus est. Vix comprehenderat animo linguæ utriusque elementa, cum privatim ad lectionem *Livii* aliorumque Auctorum classicorum, renitentibus Magistris, accederet. E poetis *Virgilium* manu sedula, mente attenta evolvit, ita ut senex tantum non omnes Poetæ versus non interrupta serie recitare potuerit, atque ex ejus lectione adeo profecit, ut aliquando Carmen heroicum trecentorum versuum sine ulla elisione intra unius

Acad. Erud. dici spatium composuerit. Anno ætatis decimo quinto Academia ingressus est studia: ubi primum Philosophiam atque Mathematicam, pro viribus illis, excoluit, quod videret, se Scholasticorum veterumque Mathematicorum ac *Cartesii* scripta, quæ in Parentis bibliotheca selecta offende-
 An. 1717. M. Julii. bat, intelligere non posse, etsi Latinitatis melioris optime gnarus. Præcipuo itaque duce usus est *Jacobo Thomasio*, qui literas elegantiores cum Philosophiæ Scholasticæ tunc temporis receptæ studio conjunxerat & quem sine pari futurum fuisse postea judicavit, ubi ad virilem, immo senilem ætatem pervenit, si ea ipsi contigisset felicitas, ut recentiorum in Philosophia atque Mathesi inventa, quæ nostro ævo reservaverat providentiæ divina, vidisset. In Mathematicis audivit *Johannem Kubnium*, publicum in Universitate patriæ Mathematicarum Professore, cujus obscurius tradita cum ipse accurate perciperet, commilitones vero assequi non possent, ut & ipsi intelligerent, disputando cum Magistro ac in ejus doctrinæ veritatem inquirendo effecit. Mox in Academiam Jenensem se contulit, *Erhardi Weigeli*, Mathematicarum Professoris celebris, lectiones Mathematicas frequentaturus: ubi etiam *Johanne Andrea Basso*, Polyhistori celeberrimo, duce ad studium historicum animum appulit; nec *Falkeneri* scholas Juridicas neglexit, cum A. 1662. primam Philosophiæ lauream impetrasset. Anno 1663. in patriam rediit & sub *Thomasi* præsidio de *principiis individuationis* publice disputavit. Eodem anno Brunsvigam abiit salutatum *Johannem Ssrauchium*, Jctum celeberrimum urbisque Syndicum, matris sororem in matrimonio habentem, & ut expediret quædam hæreditatis negotia, de quibus dissentiebant. Patriæ redditus 1664. Magister bonarum artium renunciatus est & Philosophiam ad Juris interpretationem applicans, non multo post *Specimen questionum Philosophicarum e Jure collectarum* Præses in cathedram produxit. Magna animi attentione Philosophorum Græcorum scripta evoluit & conciliationem Philosophiæ Platoniciæ atque Aristoteliciæ meditatus, integros sæpe dies in nemore prope Lipsiam consumpsit. Pro loco in ordine Philosophorum obtinendo disputationem de *Complexionibus* habuit, quæ initium fuit Tractatus de arte combinatoria, cujus posteriorem editionem anno nonagesimo superioris sæculi se inscio factam ægerrime tulit, cum ad maturiorem ætatem perveniens multas quidem meditationes egregias, multos tamen etiam defectus in eo notaverit. Palmarium vero ipsius studium fuit Jurisprudentia, cui *Bartholomæo Leonardo Schwendendorffero* & *Quirino Schachera* ducibus vacavit. Sub illius præsidio in cathedra Jctorum A. 1663. de *Conditionibus* bis disputavit & Juris utriusque Baccalaureus creatus est. Horas subcivicas in

in legendis scriptis literatorum celebratissimorum consumens ma-
 teriam Tractatus de scriptoribus Lipsianizantibus seu Laconicum
 Lipsii scribendi genus imitantibus collegit, quem tamen aliis ne-
 gotiis distractus non perfecit. A. 1666. titulum Doctoris Juris
 ambiens, eum quidem ob causas arcanas & quod nondum ma-
 turus annis crederetur, impetrare non potuit. Quare patriæ va-
 le dicens in Academiam Alcorfinam se contulit & eodem anno
 cum incredibili omnium plausu Doctor Juris creatus est, post-
 quam de *Casibus perplexis in Jure* publice disputasset: oblata si-
 mul Professio Juris extraordinaria, quam recusavit. Dissertatio-
 nes ejus Juridicæ postea conjunctim recusæ sub hoc titulo : *Speci-
 mina Juris. I. Specimen difficultatis in Jure, seu Dissertatio de Casi-
 bus perplexis. II. Specimen Encyclopediæ in Jure, seu quæstiones Phi-
 losophicæ ameniores ex Jure collectæ. III. Specimen certitudinis seu De-
 monstrationum in Jure exhibitum in Doctrina conditionum ; Autore
 Godofredo Guilielmo Leibnitio*. Noribergæ eruditos illius tempori-
 s convenit, ut cum iis de rebus ad eruditionem spectantibus collo-
 queretur. Floruit tum Societas quædam operationibus chymicis
 secretis sub directione Clerici cujusdam lapidis Philosophici ergo
 vacans : ad cujus arcana ut admitteretur, ex celebrium Chymi-
 corum scriptis phrasæ maxime obscuras collegit, & literas, quas
 ipse non intellexit, ad Directorem composuit. Hic ergo *Leib-
 nitium*, quem e grege adeptorum ex literis agnoscere sibi vide-
 batur, in Laboratorium introduxit, ut Secretarius Societatis pro
 certa pecuniæ vi omnes in eo tentatos processus describeret &
 in operantium usum celeberrimorum chymicorum scripta excer-
 peret. Accidit vero, ut supremus Electoris Moguntini status
 Minister *Johannes Christianus L. B. a Boineburg* Noribergam iter
 faciens una cum *Leibnitio* prandium caperet: ubi ex discursibus
 eruditis perspectis ejus ingenii dotibus & in Jure profectibus ju-
 diciique acumine autor ipsi fuit, ut studium Juris atque Histo-
 riarum porro excoleret, se effecturum spondens, ut in aulam
 Sereniss. Electoris *Jo. Philippi a Schanbern* vocaretur. Eo fine No-
 riberga Francofurtum ad Mœnum abiit & propriis primum sum-
 tibus ibi vixit. Cum A. 1668. *Johannes Casimirus*, Rex Polono-
 rum, relicto solio Regio, sceptrum atque coronam Reip. reddidisset,
 & illustris *Boineburgius* in Causa *Philippi Wilhelmi* Comitis
 Palatini, qui ad Regnum adspirabat, in Poloniam proficiscere-
 tur; sub ficto *Georgii Ulicovii Lithuani* nomine, tanquam Vilnæ
 1669. impressum, Francofurti ad Mœnum typis describi curavit,
Specimen Demonstrationum politicarum pro eligendo Rege Polonorum,
novo scribendi genere ad claram certitudinem exactum, in quo osten-
 dere satagebat, *Philippo Wilhelmo* meliorem Regem a Republ. eligi
 non

Act. Erud.
 An. 1717.
 M. Julii.

Pag. 325.

AA. Erud. non posse. Opusculum hoc pereruditum non modo *Baileus*, vir in An. 1717. his studiis excellens ac merito suo celebris, cum legeret, in suo genere sine pari agnovit: verum idem etiam adeo placuit Principi Serenissimo, cujus causam egerat, ut, splendidis conditionibus oblati, Autorem in Aulam suam vocaret, quas tamen, *Baileburgio* suadente, accipere renuit, Consiliarii munus in aula Mogantina iisdem præferens. Agnovit statim Elector præclaras viri dotes. Unde *Leibnitius* cum se gratia ejus gaudere videret, quam A. 1668. Francofurti imprimi curabat, *Novam methodum discenda docendaque Juris prudentiæ*, quamque in itineris diversiorumque strepitu destitutus libris conscripserat, eidem submitte dedicavit. Adjecerat sub finem libelli catalogum desideratorum in Jurisprudentia, *novumque corpus Juris* promiserat: quod cum Serenissimo Electori probaretur, suppresso sui & loci impressionis nomine Moguntiz eodem plane anno opusculum edidit sub titulo, *Corporis Juris reconcinnandi ratio*, & de eodem argumento cum *Johanne Alberto Portnero*, Jcto. celebri, qui idem animoolvebat, per litteras egit. Eodem tempore cum *Hesenthalera* mutuas operas conjungere decreverat, ad *Alstedii* Encyclopediam revidendam, corrigendam & augendam: quamvis vero alia deinceps negotia impediverint, quo minus institutum executus fuerit, idem tamen etiam senex probavit, & tribus circiter ante obitum mensibus *Cl. Wolfio*, quem Halæ invisebat, dixit, se optare, ut post tot recentiorum inventa & lucubrationes aliquis exemplo *Alstedii* Encyclopediam quandam conscriberet, cujus in Mathesi vices tueri possent Elementa Matheseos universæ *Wolfiana*. A. 1670. *Marii Nizalii* Antibarbarum philosophicum, qui primum Parmæ A. 1553. sub titulo, *de veris principiis & vera ratione philosophandi* comparuerat, cum notulis nonnullis, præfatione erudita & epistola ad *Jacobum Thomæsum de Aristotele* Philosophis recentioribus reconciliabili denuo recudi curavit, & illustribus *Baileburgii*, Mæcenatis sui, nomini inscripsit, cujus etiam commendatione *Johanni Friderico*, Duci Brunsvicensi & Luneburgensi, Principi erudito, innotuit, ad quem deinceps, quicquid curiosi ipsi obvium fuit, perscripsit. Cum *Baileburgius*, ad castra Pontificiorum transiens, *Wissowatium*, Socinianum pereruditum, quo familiariter utebatur, ad eadem perducere vellet, scripta Epistola prolixa de antiquitate religionis Pontificiæ; hic vero rescriberet, se mirari, quod Philosophiæ ac Logicæ probe gnarus fundamento historico parum firmo fidem suam superstruat, & ab eodem requireret, ut in forma ad argumenta Sociniano- rum responderet: *Leibnitius* A. 1671. sub ejus nomine epistolam exaravit, cui titulus: *Sacro sancta Trinitas per nova inventa Logi-*

ca defenſa, in qua errores circa copulam Syllogiſmorum, ha-
 ſtenus non obſervatos, monſtravit. Eodem anno Moguntia No-
 vam hypotheſin phyſicam, qua phaenomenorum natura plerorumque
 cauſe ab unico quodam univerſali motu in globo noſtro ſuppoſito repo-
 nuntur, ſeu Theoriam motus publici juris faciebat, quæ Societati
 Regiæ Anglicanæ inſcripta Londini recuſa, & a Knorrio de Re-
 ſponſib A. 1680. in Germanicum idioma translata, ſub fiſto Chri-
 ſtophori Peganii nomine, addita Thoma Brownii Pſeudodoxia epi-
 demica. Eſſi autem libellus cum applauſu exceptus fuerit, nec
 pauca conſineat egregia; ipſe tamen Autor, cum ad maturio-
 res meditationes perveniſſet, eundem ex aſſe non probavit. Edi-
 dit tum etiam ſchedam ſub titulo *Notitia Optica promota*, in qua
 inventa quædam nova de vitris poliendis continebantur, & quam
 ad *Benedictum Spinoſam*, rei Opticæ peritum, miſit, addita epi-
 ſtola, quæ in poſthumis *Spinoſæ* una cum ejus ad illam reſpon-
 ſione pag. 559. & ſeqq. legitur. Miſerat *Boineburgius* filium ſuum
 Lutetiam Pariſiorum ſtudioſorum & exercitiorum corporis gratia.
 Quare cum negotia quædam in aula Regia ipſi expedienda ac-
 ciderent, quæ filio committere non poterat, facile perſuaſit
Leibnitio, ut iter in Galliam ſuſciperet, ſimulque filii ſui mo-
 res obſervaret, præſertim cum virorum eruditiffimorum in ur-
 be tunc temporis degentium celebritatem perpendens perſpice-
 ret, quantum ex eorum commercio utilitatis in ſe ſit redunda-
 turum. Nec ſpem ſeſellit eventus: erat enim fere hoſpes in al-
 tiori Geometria, cum illuc veniret, ſed cum *Hugenii* imprimis
 conſuetudine fruereſſet, ipſiusque Tractatum ingenioſum de Ho-
 rologio oſcillatorio, *Paeſalii* literas atque *Gregorii a S. Vincentio*
 opus inſigne de quadratura circuli & ſectionibus conicis atten-
 ta mente & ſueta ſolertia perlegeret, ſubito ipſi non ſine om-
 nium admiratione aſſulſit lux, ut vix eſſet, qui in hoc ſtudio-
 rum genere perſpicacior *Leibnitio* haberetur. Quamvis autem in
 Matheſeos ſtudio præcipuam temporis partem ibidem conſume-
 ret; alia tamen ſtudia inſuper non habuit. Unde celeberrimo
Huetio inſtigante, de *Martiano Capella* cum notis in uſum *Del-
 phini* edendo cogitavit, nec a propoſito deſtituiſſet, niſi malevo-
 lorum malitia, quæ in chartam conjecerat, clam ſurrepta fuiſ-
 ſet. Præterea *Arnaldi* familiaritate uſus eſt, cum quo ipſi cre-
 brum literarum commercium interceſſit circa controverſias Theo-
 logicas, de quibus cum *Malebranchio* aliisque eruditis Galliz pu-
 blice diſputabat *Arnaldus*. Imperfectionem machinæ Arithmeti-
 cæ, quam *Paeſcalius* invenerat, ſed non perfecerat, agnoſcens,
 aliam non invita Minerva excogitavit, cujus ideam cum *Col-
 berto*, ſummo ſtatu Miniſtro, & Academiz Regiæ Scientiarum

A&Erud.
 An. 1717.
 M. Julii.
 Pag. 327.

Pag. 328.

exhi-

Aët. Erud. exhiberet, adeo utrique probata fuit, ut in numerum Sociorum
 An. 1717. reciperetur. A. 1673. missis negotiis Boineburgii, qui e vivis
 M. Julii. excefferat, in Angliam navigavit, ubi præter alios eruditos *Col-*
linsum, & *Oldenburgium*, Societatis Regiæ Secretarium, convenit,
 eorumque amicitiam sibi conciliavit. Postquam vero cum morte
 Electoris Moguntini spes omnis in aula Moguntina emergendi
 decollasse videbatur, annuique redditus jam cessabant; ex Anglia
 in Galliam redux, status præsentis rationem, cum ad Serenissimum
 Ducem Brunsvicensem, *Johannem Fridericum*, scriberet, una exposuit,
 qui eidem respondens Consiliarii munus in aula sua obtulit,
 concessa libertate porro Parisiis commorandi, donec machinam
 Arithmeticam perfecisset. Ex itinere Anglico enatum ipsi est
 commercium epistolicum cum *Oldenburgio* & ipso mediante cum
Isaaco Newtono, jam tum Geometra summo. Literarum tantum
 Analyticarum ac Geometriarum reconditarum continentes, quantum
 integra tunc temporis volumina non continebant, leguntur Tomo
 tertio Operum *Wallisii* f. 617. & seqq. A. 1675. Diario Eruditorum
 Parisino inserta est Methodus ipsius horologia automata portatilia
 perficiendi. Mense Septembri anni sequentis per Angliam & Bataviam
 in Germaniam reversus, Hanoveræ sedem sibi fixam esse voluit.
 In Bavaria cum *Huddenio* locutus, qui in numerum Consulum
 Amstelodamensium relatus, cum ob negotia civilia res Mathematicas
 curare amplius non posset, librum MSC. monstravit egregiis
 inventis plenum; unde apparebat, non modo quadraturam
Marcatoris ipsi jam A. 1662. & methodum Tangentium
Slusii multo ante, quam publicata fuerat, innotuisse; verum
 etiam eundem methodum *Slusiana* ampliorem aliaque luce publica
 dignissima reperisse. Sæpe itaque doluit, quod MSC. illud forte
 interciderit. Vix Hanoveram advenerat, cum de adornanda
 Bibliotheca sumptibus Domini sui cogitaret, eumque in finem
 coemeret libros Physicos, Medicos atque Historicos tam typis
 descriptos, quam MSC. multa solertia multoque judicio a viro
 docto *Martino Fogelio* ex omni Europa undiquaque collectos.
 Curribus quoque perficiendis, quibus vehimur, utilem operam
 natavit: unde *Bechero*, qui indignabatur *Leibnitio*, quod a Duce
 Serenissimo stipendia annua pro ipso impetrare non potuisset,
 enata est occasio in libello Germanico de Sapientia stulta
 perstringendi Virum ingeniosum, quasi de curru cogitasset,
 quo quis viginti quatuor horarum spatio Hanovera Amstelodamum
 vehi posset. Experimentis physicis & chymicis, studio rerum
 naturalium & rei metallicarum, jubente Domino, multum temporis
 impendit: unde A. 1667. Diario Eruditorum Parisino inserti
 curavit relationem de capite capreoli monstroso, mox etiam de-

descriptionem Phosphori a *Krafftio* inventi & in aula ducali præparati, quam postea pleniorē edidit in Miscellaneis Berolinensibus. Hæc tamen studia ipsum a rebus politicis atque historicis non revocabant. Quare cum tempore pacis Neomagensis quæstio ageretur, num Principes Imperii ad tractanda pacis negotia Ablegatos mittere possint, sub ficto *Cesarini Fustnerii* nomine edidit libellum *de Jure Suprematus Principum Imperii*, cujus summam idiomate quoque Gallico publicavit sub titulo: *Entretien de Philarete & d'Eugene sur la question du temps agitée a Nirwogue touchant le droit d'Ambassade des Electeurs & Princes de l'Empire*. Ejusdem argumenti est scriptum Germanicum: *einige Schrifften den Characterem der Ebur-und Jurstl. Gesandeten betreffend*. Meruit hac ratione, ut in numerum Consiliariorum aulicorum A. 1677 reciperetur. Quod eodem tempore nec Mathematicum culturam neglexerit, testantur quæ de discernendis numeris primitivis & quadratura Cycloidis A. 1678. in Diario Eruditorum Parisino differuit. Multum quoque per literas de controversiis Theologicis cum Pontificiis, *Nicolas* præsertim *Stenone*, Domino de *Reck* & *Ernesto Hassiæ Landgrafio*: cum *Henrico* autem *Eckhardto* (a), Antistite erudito, qui ante Mathematicum Professor in Academia Rintelensi fuerat, de *Cartesii* dogmatibus nonnullis disputavit. A. 1679. *Johanni Friderico*, Duci ac Domino suo, e numero mortalium sublato, Carmine Heroico Latino parentavit. Ejus Successor *Ernestus Augustus*, Episcopus Osnaburgensis, non minori gratia ipsum complexus, qui etiam jussit, ut historiam domus suæ conscriberet. Cum A. 1682, sub directione *Otonis Menckenii*, Acta Eruditorum Lipsiæ edi cœpissent, institutum hoc valde promovit & præter recensioneſ varii generis librorum, quas ipse composuit, multis egregiis in Mathesi, Geometria imprimis sublimiori ac Arte analytica inventis eadem ornavit, utque Geometræ primi ordinis alii paria facerent, effecit. Non opus est, ut prolixè recenseamus, quæ in singulis Actorum annis publicavit: omnia enim Viri illustris schediasmata, quæ ibi leguntur, Indices generales uno obtutu conspicienda exhibent. A. 1684. in iisdem publicaverat egregium illud calculi differentialis inventum, cujus ideam jam An. 1677. per literas communicaverat cum *Newtono*, quæ apud *Wallisium* Operum Vol.

A & Erud.
An. 1717.
M. Julii.

Vide p.
553.

Pag. 330.

Tom. V.

Ddd

III.

(a) Prænomen D. Eckhardi, cum quo Illustri Leibnitio literarum commercium intercessit, non fuit Henricus sed Arnaldus, qui in Algebraicis ac Philosophia Cartesiana egregie fuit versatus, ac primum in Academia Rintelensi Mathesin publice docuit, postea vero sacris Jansenibus præfectus est.

A&E. Erud. III. f. 648. extant : sed cum ejus utilitatem insignem non statim
 An. 1717. perviderent Geometræ, ipseque *Hugenius* re non satis intellecta
 M. Julii. primum sentiret, ope hujus calculi aliter jam inventa nova tan-
 tum ratione exprimi, per aliquot annos inglorium jacuit. Acci-
 dit vero, ut, cum A. 1686. brevem demonstrationem erroris me-
 morabilis *Cartesii* circa legem naturæ, secundum quam volunt a
 Deo eandem semper quantitatem motus conservari, in his Actis
 ederet, Abbas de *Catelan* in Novellis Reip. literariæ ejusdem an-
 ni *Cartesium* contra *Leibnitium* defenderet, qui A. 1687. in iisdem
 eidem respondebat. Enimvero cum Abbas denuo replicaret, nec
 rei examinandæ par videretur, *Leibnitius* eundem convicturus,
Cartesium etsi præclara, non tamen omnia dedisse, problema li-
 nearum isochronarum proposuit : quod solvere nescius controversiam
 missam fecit. Dedit autem solutionem *Hugenius*, suppressa cum
 demonstratione, tum analysi. Demonstrationem A. 1689. in his
 Actis postea publicavit *Leibnitius* : analysin ope calculi differen-
 tialis tentavit, inventamque in Actis A. 1690. communicavit *Ja-
 cobus Bernoullius*, & ad vires calculi examinandas problema cate-
 nariæ *Leibnitio* proposuit, quod cum per eum solvisset, publice
 id in iisdem Actis significans aliis quoque methodos suas exer-
 cendi spatium reliquit, & ad novum problema de linea, quam
 percurrens grave uniformiter recedat a dato puncto, vel accedat
 ad datum punctum, Geometras insuper invitavit. Solutiones
 problematis catenarii in Actis A. 1691. impertiti sunt *Hugenius*,
Johannes Bernoullius & *Leibnitius*, quamvis suppressa analysi : *Ja-
 cobus* vero *Bernoullius* varia calculi differentialis specimina ex-
 hibuit, publiceque p. 290. fassus est, seu in problematibus phy-
 sico-mechanicis, quæ quis nequicquam alia tentet methodo, cal-
 culi *Leibnitiani* eximium & singularem plane usum comperisse,
 ut ipsum propterea inter primaria seculi nostri inventa censend-
 um esse æstimet. Ab eo tempore majorem celebritatem conse-
 cutus est calculus differentialis, ad quam quid inprimis contu-
 lerit *Johannes Bernoullius*, in Actis A. 1716. Anonymus docuit.
 Ceterum *Leibnitius* ab A. 1687. de Historia domus Brunsvicen-
 sis ac Luneburgensis serio cogitare cœpit, eoque fine sumtibus
 Ducis Serenissimi per Bavariam, Franconiam, Sueviam alias-
 que Germaniæ provincias iter faciens in cœnobiis MSC. sedulo
 evolvit, ac ubique locorum Viros doctos & artifices inge-
 niosos invisit. Ad libros rariores ac MSC. excerptum Fran-
 cofurti ad Mœnum adsciverat virum juvenem, *Fridericum Hey-
 nium*, cum quo Viennam abiit, Bibliothecam Imperialem per-
 lustraturus, & inde in Italiam excurrit Archiva Principum,
 Bibliothecas illustres, templa, epitaphia & quicquid curiosi ob-
 viam

viam fieret, visurus. An. 1690. domum redux factus ad sua quoque studia redibat, & præter Mathematica, quæ in his Actis dedit, Diario Eruditorum Parisino disquisitionem inseruit: num essentia corporis in extensione consistat? A. 1691. objectiones movit per literas contra scriptum *Pelissonii*, quod sub titulo: *Reflexions sur les differents de la Religion*, editum Reformatis religionem Pontificiam persuadere debebat, quæ una cum responsionibus *Pelissonii*, Sorbona approbante, A. 1692. Parisiis sub titulo: *De la tolerance des Religions Lettres de Mr. de Leibnitz & Response de M. Pelisson, ou quatrieme partie des Reflexions sur les differents de la Religion*, prodire, & mox in Batavia recussæ fuere. Eodem anno in Diario Eruditorum Gallico edita est epistola ad *Foucherium* de axiomatibus quibusdam Philosophicis, & alia de novis literariis in Colloquiis mensuris *Tenzelii*, ut taceamus, quæ in illo de catenaria & analysi transcendenti, ac in his Actis de aliis argumentis Geometricis proposuit. Status Administris suppeditavit, quæ ex Historia & Jure publico scitu necessaria erant, cum Serenissimus Dux *Ernestus Augustus* ad dignitatem Electoralem eveheretur. Cumque etiam hoc anno ideam historię Brunsvicensis privatim adornaret ac Electori conspiciendam exhiberet; ex contemplatione status naturalis regionis enatus ipsi est elegans *Protogeorum* Tractatus, in quo de diversis terræ stratis, de reliquiis marinis in iisdem repertis, de metalli fodinis, cryptis, montibus, lacubus aliisque istiusmodi rebus rationes affert. Ejus aliquod specimen exhibuit in Actis A. 1693. quo etiam suas de *Huetii* Censura Philosophię Cartesianæ & *Swelingii* ad eam responsione cogitationes ad *Nicaissum* Abbatem perscripsit, & *Christiano Thomasio* prolixius exposuit, quid in *Cartesii* dogmatibus reprehendat, qui Notata *Leibnitii* circa vitam & doctrinam *Cartesii* Historię Sapientię & stultitię inseruit. In Diario Gallico de axiomatibus quibusdam Philosophicis cum *Foucherio* disputavit, & regulam generalem de compositione motuum dedit: in Colloquiis mensuris *Tenzelii* de *Nodotii* Fragmento *Petronii* differuit. Et quia cura suprema Bibliothecæ Guelpherbytanæ ipsi etiam demandata fuerat; Acta publica sedulo perlustravit, quæ ibidem inter MSC. præsertim *Mazariniana* asservantur, & selectiora una cum aliis, quæ a Principibus & Viris doctis undiquaque acceperat, sub titulo *Codicis diplomatibus* in folio edidit, præmissa præfatione de principio Juris & amore Dei. A. 1694. controversia juris publici agitata est inter ipsum atque Jurisconsultum celebrem *Kulpisium*, quorum ille vexillum Imperii majus Electori suo, hic vero duci Wurtembergico assererat, & contra

Act. Erud.
An. 1717.
M. Julii.

Act. Erud. *Pfannerum* fœdus inter *Carolus* Regem Galliarum & Duces Saxo-
 niarum *Fridericum* atque *Willhermum* A. 1444. initum, ac in Codi-
 ce Diplomatico assertum, in literis ad *Tenzelium* datis defendit, quæ una cum *Pfannerianis* in Actis eruditiorum Germanicis Sect. XXIII. postea publicatæ sunt. Quæ de Historia Medica quotannis edenda meditatus, in Diario Gallico reperiuntur: ipsius vero de vana *Aimari* arte rhabdomantica, & vita R. P. *la Chaise* fabulosa, in Batavia edita, epistolæ ad *Tenzelium* in hujus Colloquiis mensuris leguntur. Matrimonium inter Ducem Mutinensem & *Johannis Friderici* Ducis Brunsvicensis ac Lunenburgensis filiam natu majorem initum materiam dedit A. 1698. scripto Gallico, cui titulus: *Lettre sur la Connexion des Maisons de Brunswick & d'Este*, a *Guidio* Abbate in Italicum idioma translato. Emisit quoque in Actis hisce specimen dynamicum pro admirandis naturæ legibus circa corporum vires & mutuas actiones detegendis & ad suas causas revocandis; in Diario autem Gallico Systema harmoniæ præstabilitæ publice primum proposuit, quo solo communicatio substantiarum & commercium inter mentem atque corpus rationali modo explicatur: id quod nec *Belius* in Dictionario critico diffitetur, etsi difficultates quasdam facessere nitatur, quas per literas ad ipsum sed nondum editas, sustulit. Dolendum vero, quod alteram partem speciminis dynamici, quam promiserat, non addiderit: immo magis dolendum, quod scientiam novam dynamicam, de qua primus cogitavit & quam ipse omnium optime concedere poterat, aliis negotiis multiplicibus districtus non perfecit. A. 1696. in publicum emisit specimen historiæ arcanæ de vita *Alexandri VI. Papæ* ex Diario MSC. *Johannis Burchardi* Ceremoniarum Magistri, præmissa præfatione de hoc librorum genere erudita: quam plenior ex opere integro *Burchardi*, quod postea ad manus ipsius pervenit, editurus erat, nisi mors propositum evertisset. Eodem anno in novo Diario Eruditorum Berolini edito suas de origine Germanorum cogitationes prodidit, quos eosdem cum *Hermionibus* statuit, a Duce *Irmino*, *Hermine* seu *Hermannæ* nomen adeptis: ad *Cl. Benzeli* vero, hodie Professore & Bibliothecarium Upsalensem, suam de origine Suecorum sententiam perscripsit, quod scriptum nuper in Miscellaneis suis imprimi curavit *Cl. Fellerus*. Ceterum cum non minora essent Viri summi in domum Electoralem, quam Remp. literariam merita; eodem anno ab Electore in numerum Consiliariorum justitiarum intimorum cooptatus est. Ex literis Missionariorum edidit Novissima Sinica de statu religionis Christianæ in China, & A. 1698. Accessiones Historicas duobus Tomis, qui;

quibus historici medii ævi tum nondum in publicum prostantes continentur. Tum opera Cl. *Eckhardti* (qui nobiscum liberali manu communicavit ad Elogium *Leibnitii* profutura) ad labores historicos sublevandos uti cœpit. A. 1700, quo & diploma, quo in Academiam Regiam Scientiarum Parisiensem receptus est, accepit, ab Electore Brandenburgico, *Leibnitio* suadente, fundata est Societas Scientiarum, cujus ipse Præsidentem egit, etsi maximam partem temporis absens esse cogeretur, usus gratia plane singulari conjugis Electoralis, mox Reginae Borussiae, quæ ipsum in materiis philosophicis profundis ac arduis consulere sueverat. Prodiit eodem tempore Mantissa Codicis diplomatici; prodire observationes de principiis Juris in Diario Eruditorum Germanico a Dn. *Eckhardto* Hanoveræ sub titulo *Auszug neuer Bücher* tum edi cœpto, quibus Anno sequente 1701 accedebant Epistola responsoria de methodo Botanica ad dissertationem *A. C. Gackenbolzii*; Annotationes de iis, quæ secundum Jus Gentium modernum ad majestatem Regiam requiruntur, occasione coronationis Regis Prussiae; dissertatio de Numis Gratiani Aug. cum Gloria novi Seculi; Notæ in *Schilteri* Specimen Glossarii Alemannici. In Diario Trevoltienfi de generatione glaciæ, de demonstratione existentiae divinæ *Cartesiana*, de instituto Academiae Scientiarum Berolinensis & de quadam moneta Romana, & A. 1702 de calculo suo differentiali egit: in his vero Actis specimen novum Analyseos pro Scientia infiniti circa summas & quadraturas exhibuit: quod, quia singulare & inter inventa recentiora in recondita Geometria vix paria habet, omnino commemorari debet, utut reliqua silentio prætereamus, quæ ab eo in iisdem leguntur. Status Regis Borussiae Administris consiliis adfuit, cum de Successione in Principatu Novi Castri deliberaretur. Quoniam Berolini educatio bombycum non male succedebat; eandem in aliis quoque Germaniae locis promoturus, privilegium a potentissimo Poloniarum Rege obtinuit plantandi moros in omnibus Saxoniae locis, ubicunque commodum visum fuerit: quamvis, cum ipse experimenta Hanoveræ caperet, eademque ad finem usque vitæ non sine exiguo damno continuaret, eodem usus non fuerit. A. 1703 eidem Regi Majestati persuadere conabatur Academiam Scientiarum Dresdæ fundandam; quod quo minus factum fuerit, turbæ in Polonia exortæ impediverunt. Ab eo autem tempore multum laboris impendit Historiæ Brunsvicensi, & de nova lingua philosophica cogitans, Juveni cuidam docto commisit, ut se duce omnium rerum definitiones colligeret: ejus tamen nihil perfecit. Interim annotationes conscripsit in ea, quæ de prædestinatione & sacra Cœna ex majori opere *Burnesi* Anglico descripta & in Latinum idio-

Act. Erud.
An. 1717.
M. Julii.
Pag. 333.

A&Erud. idioma translata ad promovendam unionem Reformationum cum
 An. 1717. Lutheranis imprimi curaverat *Jablonskius*, Regi Borussiz a sacris,
 M. Julii. ostenditque, *Burnetum* fundamentum controversiz non perspe-
 Pag. 334. xisse, nec sententiam Lutheranorum satis intellexisse, cujus ra-
 tiones solide exposuit. Misit eas MSC. ad ipsum *Burnetum*, cui
 multum probatz fuerunt. Ad ea, quz *David Gregorius* tentamini
 ejus de motuum coelestium causis in elementis Astronomiz obje-
 rat, prolixè respondit in peculiari dissertatione, quam A. 1704.
 ad *Wolffium* Lipsiam miserat, ut eam, prout commodum videretur,
 Actis inferi curaret. Sed cum *B. Menckenius* ob prolixitatem
 nimiam *Leibnitio* gratificari non posset; ejus loco A. 1706 inserta
 tantum est Epistola, quam de eodem argumento ad Amicum per-
 scripserat. Idem etiam Viri illustres annotationes in *Hickeffii* The-
 saurum linguarum Septentrionalium seposuerat: quas tamen po-
 stea Filius, qui nunc collectionem Actorum moderatur, in Supple-
 mentis eorundem prodire voluit. A. 1707 primum edidit Scripto-
 rum Brunsvicensium Tomum, quem postea A. 1710 secundus, &
 1711 tertius secuti sunt. Quz Miscellaneis Berolinensibus a *Leib-
 nitio* inserta sint, in his Actis recensuimus. De insigni quoque
 Theodicez opere, quod A. 1710 primum lucem publicam adspe-
 xit, abunde dictum est in his Actis alibi. A. 1711 commendante
Antonio Ulrico, Duce Brunsvicensi, ab Imperatore in numerum
 Consiliariorum aulicorum Imperii receptus est *Leibnitius*, & *Tor-
 gaviz*, cum Serenissima Princeps *Charlotta Christiana Sophia* Princi-
 pi imperii Russici hæredi desponsaretur, cum Russorum Monar-
 cha de declinatione acus magneticæ variisque scientiarum gene-
 ribus collocutus, ab eo munus insigne accepit, moxque in nume-
 rum Consiliariorum justitiæ intimorum relatus est, addito sti-
 pendio annuo mille thalerorum Albertinorum. Occasione Histo-
 riz studii Etymologici linguæ Germanicæ impensi, a *Clar. Eck-
 hardto* editæ, Collectanea etymologica scripsit, post ejus obitum
 ab *Eckhardto* publici juris facta, & paulo ante a nobis recensita.
 Epistola de principiis operis *Puffendorfiani* de officio hominis &
 civis, quz hoc anno in Diario Germanico (*der Bucher-Saal* vul-
 go dicto) comparuit, dudum ad R. Abbatem *Molanum* scripta fuit.
 Mortuo Rege Borussiz, Societatis Regiz Fundatore, de Societa-
 te Scientiarum alibi constituenda cogitavit, & commendatione
 Serenissimi Principis *Eugenii* Imperatorem instituto faventem ha-
 buit: quem etiam in finem Viennam profectus stipendium an-
 nuum bis mille florenorum obtinuit una cum convictu in aula,
 duplo auctius obtenturus, ubi sedem fixam (quod facturus erat,
 si diutius supervixisset) Viennæ constitueret. Quod autem con-
 silia de Academia Scientiarum ibidem condenda successu carue-
 rint,

rint, tum pestis Viennæ grassata, tum reditus Hanoveram An. 1714 factus ad perficiendam historiam Brunsvicensis impedit. Invenit Hanoveræ laboris socium *Cl. Eckhardtum*, quem Rex Angliæ ideò ex Academia Julia in aulam evocatum titulo Historiographi ornaverat: cumque in Anglia scripta nonnulla contra religionem Lutheranam in odium Regis prodissent, in tractatu Gallico, cui *Anti-Jacobite* est titulus, ad objectiones respondit & discrimen Ecclesiæ Anglicanæ atque Lutheranæ in articulo de Cœna distincte exposuit. Viennæ vero cum *Dn. Sully* libellum Gallicum sub titulo: *Regle artificielle du Temps*, in publicum proferret; notas quasdam rogatus adjecit de modo tractandi horologia pendulis & elateribus instructa. Tractatum de originibus Francorum, A. 1715 editum, impugnarunt in Gallia Viri quidam eruditi, & in Germania *Gundlingius*, Eloquentiæ in Academia Halensi Professor. Sed utrisque mox publice satisfecit. A. 1716 per literas de argumentis metaphysicis cum *Clar. kio* disputavit, quæ cum in Anglia prælum subire debeant, suo tempore a nobis recensentur. Ad *Dn. Remontium* nonnulla de Theologia Sinensium Lutetiam Parisiorum misit, & mortuo *Barone de la Hontan* Tractatum edidit Gallicum, cui titulus: *Reponse du Baron de la Hontan a la lettre d'un particulier opposée au Manifeste de la Majesté de la Grande Bretagne comme Electeur de Brunswic contre la Suede*. Ad preces *Jablonskii* varias epistolas de unione Protestantium conscripsit. In Anglia nonnemo calculi differentialis inventi gloriam, qua per tot annos fruebatur, dubiam ipsi reddere cœperat ab A. 1708; cui, cum Viennæ esset, chartam quandam volentem interea opposuit & nonnulla, quæ in Diario Hagienſi ea de re publicatis opponerentur, ad Amicum perscripsit, donec redux factus perlustraret commercium, quod eo fine in Anglia prodierat, epistolicum, & distinctius ad singula responderet. Enimvero cum intelligeret, inficetum scribendi genus adamari ab Antagonista, quod & a suo genio & a Seculi moderni moribus alienum noverat, nec ipse a se impetrare potuit, ut Antagonistæ crambem, quam sæpius recoctam apposuit, vel primis labiis degustaret, nec amicis permittere voluit, ut causam suam tuerentur: quare etiam factum est, ut de hac controversia nihil a nobis dictum fuerit in his Actis. Quo tamen perspicerent intelligentes, quid de tota illa controversia sentiendum sit, Commercio epistolico Anglorum aliud quoddam suum idemque amplius opponere decreverat, & paucis ante obitum diebus *Clar. Wolfio* significavit, se Anglos famam ipsius laceffentes, re ipsa refutaturum: quam primum enim a laboribus historicis vacaturus sit, daturum se aliquid in Analyſi prorsus in-

expe-

Act. Erud.
An. 1717.
M. Julii.
Pag. 335.

AG. Erud. expectatum & cum inventis, quæ hætenus in publicum prostant,
 An. 1717. sive *Newtoni*, sive aliorum nil quicquam affine habens. Enimve-
 M. Julii. ro hisce & aliis, quæ a profundo Viri ingenio expectanda erant,
 Pag. 336. carere cogitur Respublica literaria, postquam præter sui & ami-
 corum expectationem d. 14 Novemb. An. 1716 e vivis discessit.
 Causa mortis fuit arthritidis humeros infestans: contra quam decoctum hauserat a Jesuita Viennensi commendatum, quod cum per vias naturales ejicere non posset, accedentibus doloribus calculi, convulsionibus excitavit mortemque intra horulæ unius ambitum acceleravit. Ut honeste sepeliretur, nihil omisit hæres unicu-
Læsserus. Historiam Brunsvicensis reliquit, quam cum ab initio regni Caroli Magni, usque ad A. 1024 perducere constituisset, nonnisi ad annum 1005 produxit. Perficiet eam, qui vivo mutuas operas præstitit, *Eckhardtus*, aliquoties jam nobis laudatus, atque interim, quæ prælo parata sunt, uno alterove tomo edet. Operis ideam ipsius *Leibnitii* verbis expressam proxime dabimus. Erat vero *Leibnitius* staturæ mediocris, myops quidem, sed tamen visus acie pollens usque ad finem vitæ, macilento potius, quam pingui corporis habitu præditus. Potu utebatur modico, victu largiori: vinum aqua temperabat ad præcavendum ardorem stomachi. Nullum ipsi erat prandii, nullum cœnæ tempus: sed quando a studiis vacabat, fame invitante, cibum capiebat. Cum in senectute doloribus arthriticis vexaretur; loco prandii pauculo lactis fruebatur, sed largius cœnabatur, statimque a cœna cubitum ibat: quod antehac ante horam primam vel secundam matutinam vix contingebat. Sæpius cum Electore aliisque Principibus epulabatur. Et singulari admodum in gratia fuit apud *Sophiam*, Electricem, *Sophiam Charlottam*, Borussiae Reginam, & *Wilhelminam Charlottam*, *Georgii Augusti* Principis Walliæ illustrissimam conjugem. De nemine unquam male locutus, quin potius omnia in meliorem partem interpretatus est. Multa legit & excerptis, atque ad singulos fere libros curiosos notulas quasdam in schedulis consignavit: eas tamen statim seposuit, nec memoria pollens unquam relegit. Prolixum nimis foret, si nomina Virorum illustrium ac eruditorum, immo etiam Principum, recensere vellemus, cum quibus ipsi commercium epistolicum intercessit, quod maximam temporis partem absumsit. Erga domesticos paulo indulgentior erat: ad iram pronus, sed quam mox sedare noverat. Virtutem, si quis alius, sectabatur, nec facile quicquam animi tranquillitatem turbare poterat. Sæpius iter faciebat in aulas Principum, quibus charus habebatur, & in via schediasmata Mathematica, quæ cum in his Actis, tum in aliis Eruditorum Diariis leguntur, composuit. Multa adhuc præ-

præclara in MSC. ad schedis ejus latent, quæ in Bibliotheca Regia Hanoveræ nunc servantur. Scripta ejus minora, quæ hæcenus figillatim impressa, uno volumine recudi curabit *Eckhardtus*. Idem molitur editionem tam integrorum Tractatuum, quos MSC. reliquit, quam Leibnitianorum ex schedis ejus compilandorum.

Act. Erud.
An. 1717.
M. Julii.

J. H. SCHEDIASMA

De Trajectoriis datæ Seriei Curvis ad angulos rectos
occurrentibus :

M. Aug.
Pag. 348.

continens solutionem generalem Problematis in Actis Erudit. 1698. p. 417 primum propositi & in Actis Anni superioris pag. 325 iterati.

ET si Autor quidam Anonymus, cujus tentamen solutionis in Transactionibus Londinensibus circa hoc problema editum ab Amico accepi, satis abjecte de hoc Problemate sentire videtur, sub prætextu, quod nullius sit utilitatis, non tamen id impedit quominus solutionem ejus generalem hoc loco sim adducturus, tum quia elegans mihi videtur problema, tum etiam quia Amicus optimus id a me exegit. Sed priusquam eam exponam, juvabit Autoris Anonymi textum, quo problemaolvere tentavit, attulisse. "Natura curvarum secandarum, inquit ille, dat
„ tangentes earum ad intersectionum puncta quæcunque : &
„ anguli intersectionum dant perpendiculara curvarum secantium;
„ & perpendiculara duo coeuntia per concursum suum ultimum
„ dant centrum curvaminis curvæ secantis ad punctum intersectionis cujuscunque. Ducatur abscissa in situ quocunque commodo, & sit ejus fluxio unitas, & positio perpendiculari dabit
„ fluxionem primam ordinatæ ad curvam quæsitam pertinentis,
„ & curvamen hujus curvæ dabit fluxionem secundam ejusdem
„ ordinatæ. Et sic problema semper deducetur ad æquationes.
„ Quod erat faciendum.

Autor ob inutilitatem, quam causatur, hujus problematis, hæc præcepta nullo exemplo illustrare dignatus est, quare ea tentamen potius solutionis vocavi quam solutionem ipsam; imo tentamen istud, ut ut semper ad æquationem ducat, in curvis secundis transcendens, quarum indoles aliter quam per æqua-

Act Erud.
An. 1717.
M. Aug.
Pag. 349.

tiones differentiales exprimi nequit, successu semper destituetur, quia centrum curvaminis curvæ secantis necessario semper datur per quantitatem tres indeterminatas earumque elementa involventem, ex qua etsi ope æquationis differentialis curvæ secandæ, cujus modulus tertiam præbet indeterminatam juxta coordinatas curvæ, hæc tertia indeterminata ejici potest, ejici tamen non poterit moduli elementum, nisi in æquationes identicas incidere velis. Per *modulum* hic intelligo lineam, quæ respectu unius ejusdemque curvæ secandæ est constans, sed in diversis curvis ejusdem speciei diversæ magnitudinis. Itaque Autoris methodus non est generalis, sed ad solas curvas algebraicas aut simplicissimam ex transcendentibus restringenda, id insuper incommodi habens, quod laboriosissimo semper calculo centrum curvaminis invenire atque adeo ad secundas fluxiones descendere jubeat præter necessitatem; quod secundum *Conterranei* cujusdam sui statutum non minus est erroneum quam Problema quoddam construere velle per curvam magis compositam quam necessitas requirit. Videatur Tom. VIII. Diarii Hagienfis pag. 421 in fine. Dico Autorem nostrum citra necessitatem ad secunda differentialia delabi, cum certum sit, ope canonis mox afferendi & ad transcendentes curvas æque ac algebraicas sese extendentis, semper æquationem differentialem primi gradus inveniri posse pro trajectoria curvas secandas ad angulos rectos trajiciente. Canon vero ita habet:

In æquatione differentiali curvarum secundarum permutatis coordinatarum elementis, alterutro tamen cum signo mutato, eliciatur valor moduli ex æquatione post hanc permutationem orta, inventusque moduli valor in æquatione curvæ secandæ finitis quantitatibus expressa substitutus, suppeditabit æquationem differentialem Trajectoria quæsita.

EXEMPLUM I.

Invenire Trajectoriam Hyperbolarum ex eodem centro latereque transverso describendarum.

Sint a femilatus transversum, a femiaxis conjugatus qui, cum in diversis hyperbolis diversæ sit magnitudinis, pro *modulo* sumi debet, x abscissæ & y ordinatæ. Æquatio hyperbolarum erit $ayy = cxx - aac$, in cujus differentiali $aydy = cxdx$ permuto elementa coordinatarum scribendo pro dx , dy & pro dy , $-dx$, scilicet dx cum signo mutato, & provenit $cxdy = -aydx$, adeoque valor moduli $c = -aydx : xdy$ in æquatione $ayy = cxx - aac$, præbet æquationem differentialem primi gradus $ayy = -axxydx + a^3ydx$

$ydx : xdy$ trajectoriae quaesita, quae debitis reductionibus contrahitur in $ydy = -x dx$, + $aadx : x$, cujus integralis est $yy = bb - xx$ + $2aalx - 2aalb$, ponendo lx & lb pro logarithmis linearum x & constantis b , quae ad amissim convenit cum ea quam Doctiss. Nicol. Bernoulli Johannis Celeberrimi Viri dignissimus Filius dedit in Actis 1716 p. 326.

Act. Erud.
 An. 1717.
 M. Aug.

EXEMPLUM II.

Invenire Trajectoriam curvarum hac aequatione $x^3 + y^3 = axy$ expressarum.

Curvae aequatio differentialis est $3xxdx + 3yydy = aydx + axdy$, in qua scribendo pro dx & dy respective dy & $-dx$, invenitur $3xxdy - 3yydx = aydy - axdx$, atque adeo $a = 3xxdy - 3yydx : ydy - xdx$, qui valor in aequatione $x^3 + y^3 = axy$ substitutus, destructus destruendis & omnibus ad unam aequationis partem dispositis, praebet $x^4 dx - y^4 dy + 2x^3 ydy - 2xy^3 dx = 0$ aequationem differentialem primi gradus pro trajectoria quaesita, in qua aequatione etsi indeterminatae separari possunt cum suis elementis, huic tamen reductioni, brevitatis studio non immorabor.

EXEMPLUM III.

Invenire Trajectoriam Logarithmicarum per datum positione punctum transeuntium & communem asymptotam habentium.

Aequatio earum differentialis $ydx = ady$, reducitur ad $dx = ady : y$ & integrando $x = aly$, in prima vero permutatis dx & dy cum dy & $-dx$, fiet $ydy = -adx$ & $a = ydy : -dx$, qui valor in aequatione $x = aly$ substitutus dat aequationem $-x dx = ylydy$ differentialem primi gradus Trajectoriae quaesitae.

Similis est processus in omnibus aliis curvis algebraicis a trajectoria orthogonaliter secandis, & in illis ex transcendentibus quarum aequationes differentiales in alias finitis quantitativis expressas mutari possunt, ita tamen ut quantitates transcendentes quibus constabunt modulum non involvant, ut in exemplo praecedenti. Etsi vero canon noster haerere videtur in aliis curvis transcendentibus, quarum aequationes differentiales ita comparatae esse videntur ut nequeant quantitativis finitis ut ut transcendentibus exprimi quibus modulum non involvatur, nihilominus tamen ex exemplo sequenti constabit, ad eas omnino se extendere leve scilicet facta substitutione novae cujusdam indeterminatae loco alterutrius illarum quibus curvae secandae aequatio differentialis constat.

Pag. 3512

Ecce 2

EXEM-

E X E M P L U M I V.

Aet. Erud.

An. 1717.

M. Aug. *Invenire Trajectoriam curvarum circa eundem axem descriptarum
& per datum in axe punctum transeuntium, hancque communem
proprietaem habentium, ut in singulis, normalis curvæ ad axem ter-
minata sit ad respectivum radium osculi in data ratione m ad 1.*

Æquatio differentialis hujus curvæ est quæ habetur numero I.

$$dx = y^m dy : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} \text{ Æqu. I.}$$

loco ipsius y scribo valorem N.II. & $adu : b$ pro dy in æqu. I. fietque

$$y = au : b \text{ -- Æqu. II.}$$

$dx = adM : b$, ponendo ad abbreviandum valorem dM qui in

$$\text{æqu. III.} \quad dM = u^m du : \sqrt{(b^{2m} - u^{2m})} \text{ -- III.}$$

adeoque integrando $dx = adM : b$, elicitur æquat. IV.

$$M = bx : a \text{ -- IV.}$$

In æquat. I. permutatis coordinatarum elementis more solito,

fiet $dy = -y^m dx : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$, ex qua elicitur $am dy = ym ds$
posita $ds^2 = dx^2 + dy^2$, vel facta $ds : dy = p : b$,

$$a = b^{-1:m} p^{1:m} y \text{ -- V.}$$

Hinc ex æquat. II. & V. elicitur -- $u = b^{m+1:m} p^{-1:m}$ -- VI.

& differentiando -- $du = -\frac{1}{m} b^{m+1:m} p^{-m-1:m} dp$ -- VII.

Substitutis in æqu. III. valoribus u & du ex VI. & VII. invenietur

$$dM = -\frac{1}{m} b^{2m+1:m} p^{-m-1:m} q^{-1} dp \text{ -- VIII.}$$

ponendo in præcedenti VIII. $q = \sqrt{(pp - bb)}$.

Substituendo in æqu. IV. valorem a ex V. fiet

$$M = b^{m+1:m} p^{-1:m} xy^{-1} \text{ -- IX.}$$

Pag. 352. & differentiando -- $dM = (-\frac{1}{m} p^{-m-1:m} xy^{-1} dp + p^{-1:m}$

$$y^{-1} dx - p^{-1:m} xy^{-2} dy) \cdot b^{m+1:m} \text{ X.}$$

Jam ex æquationibus VIII. & X. elicitur alia, quæ multiplicata
per $b^{-m-1:m} p^{1:m} qy^2$, & omnibus membris ad unam æqua-
tionis

tionis partem rejectis, præbet - - $b y y d p - q x y d p + m p q y d x - m p q x d y$. XI. Act. Erud. An. 1717. M. Aug.

Equationis XI. integralis est $b x + q y = y^m p : c^{m-1}$, in qua si loco magnitudinum b , q & p substituam elementa dy , $-dx$ & ds quæ ipsis in eodem ordine proportionalia sunt, mutabitur

$$\text{in } x dy - y dx = y^m ds : c^{m-1}. \text{ XII.}$$

Et hæc XII. est æquatio differentialis primi gradus Trajectoriæ quæsitæ. Q. E. I.

COROLLAR.

Si $m = \frac{1}{2}$, æquatio prima abit in $dx = dy \sqrt{y} : \sqrt{a-y}$ æquationem Cycloidis, cujus integralis est $x = A - \sqrt{ay - yy}$, posita $A = \int \frac{1}{2} a dy : \sqrt{ay - yy}$, adeoque A est arcus circularis cujus diameter a & sagitta y . Æquatio quinta præbet hoc casu $abb = ppy$ seu $ady^2 = yds^2$, ex qua eliciuntur $ds = dy \sqrt{ay} : y$, & $dx = -dy \sqrt{ay - yy} : y$; quare hi valores in æquatione XII. ad hunc casum applicata $x dy - y dx = ds \sqrt{cy}$, substituti dant $x + \sqrt{ay - yy} = \sqrt{ac}$ vel $x = \sqrt{ac} - \sqrt{ay - yy} = A - \sqrt{ay - yy}$ adeoque $A = \sqrt{ac}$. Hoc est, si in circulo generatore cujuslibet Cycloidis abscindatur arcus ad basin cycloidis terminatus qui sit medium geometricum inter diametrum circuli a & datam rectam c , linea per alterum arcus terminum ad basin cycloidis parallela, cycloidi occurret in quæsitæ trajectoriæ puncto, & hæc ipsissima est constructio, quam Celeberrimus Bernoulli dedit pro sua *Synchrona* in Actis 1697. Est itaque Synchrona Bernoulliana & Trajectoria una eademque curva & utriusque æquatio differentialis $x dy - y dx = ds \sqrt{cy}$.

Indicandum esset, qua ratione methodus nostra applicanda sit, cum trajectoriæ quæruntur, quæ curvas secandas in quolibet dato angulo secant, id vero ut ut facile ex præcedentibus colligi possit, alii tamen schediasmati una cum aliis huc pertinentibus reservabimus.

Act. Erud.
An. 1717.
M. Aug.
Pag. 353.

PROBLEMA POSTHUMUM

ab incomparabili Viro Perillustri D. GODEFRIDO
GUILIELMO Lib. Bar. de LEIBNIZ mens. Dec.
A. 1716 paulo ante mortem suam missum & commissum,

Solutioni R. P. AUGUSTINI THOMÆ a S. JOSEPHO
Ordinis Scholarum Piarum Decani.

$$bx + 1 = yy.$$

IN quo b est numerus datus quicumque integer possibilis, x & y quæsti hac lege, ut y semper maneat minor quam b . Petitur ejus solutio in integris toties, quoties fieri potest.

In hoc Problemate, ut ut leve, breve, ac facile appareat, latent non contemnenda arcana hætenus Arithmeticis incognita, ut in sequentibus solutionibus patebit. Itaque sit

SOLUTIO PRIMA.

Pro omnibus numeris possibilibus constans & unica, omnium facillima. Ponatur $b - z = y$. erit $b^2 - 2bz + z^2 = yy = bx + 1$. Si itaque z supponatur = 1. erit $b^2 - 2b = bx$, & $b - 2 = x$, & $b - z = b - 1 = y$. Unde colligitur numerum datum b non posse minorem esse ternario, licet possit esse major atque major in infinitum, ad quos omnes sese extendit hæc unica solutio; ita ut in quovis numero a 3 incipiendo verum sit $b - 1$ esse $= y$. & $b - 2 = x$. Verum quia Problema innuit pro quibusdam numeris plures Solutiones seu Variationes, quam hanc unicam, nempe toties, quoties fieri potest; idcirco, ne quærantur Variationes frustaneæ, operæ pretium erit præscire, quot Variationes patiatum num. b . Quare sit

Preliminare Universale.

Omnis numerus b integer a 3 inclusive usque in infinitum ex diligenti scrutatione naturæ numerorum observatus est habere solutiones seu variationes vel unicam tantum, vel 3 vel 7 vel 15. vel 31. vel 63. &c. & hac in infinitum progressionem, quæ sic propagatur: Unitas dupla $+ 1 = 3$. hujus duplum $+ 1 = 7$.
du.

duplum + 1 = 15. duplum + 1 = 31. duplum + 1 = 63. &c. in A& Erud.
infinitum. An. 1717.
M. Aug.

Regula I.

Omnes numeri primi, & eorum potestates qualescunque unicam habent solutionem. Ut 3. 9. 27 (5. 25. 125) 7. 49. 343. 2401. Pag. 354 &c. &c.

Regula II.

Omnia producta duorum diversorum primorum numerorum, aut duarum potestatum qualiumcunque a diversis primis ortarum, aut permittim numeri primi cum potestate alterius primis tres habent solutiones, seu variationes. Ut 15 ex 3 per 5. 21 ex 3 per 7. 35 ex 5 per 7. 225 ex 9 per 25. 675 ex 27 per 25. 45 ex 5 per 9. 189 ex 7 per 27 &c.

Regula III.

Omnia producta trium diversorum primorum, aut trium potestatum quarumcunque a diversis primis ortarum, aut permittim, 7 habent solutiones seu variationes. Ut 105 productum a 3, 5, 7. 33075 a 49, 45, 27 735 a 3, 5, 49 &c. Atque ita porro producta ex quatuor diversis primis solutiones habent 15 ex quinque 31 ex 6, 63 &c. semper uno gradu in precedenti Preliminari plures &c.

Regula IV.

Dupla numerorum seu productorum in prioribus tribus Regulis non immutant, neque augent numerum solutionum. Quadrupla vero attollunt uno, & octupla duobus gradibus: Sic quadrupla I. Reg. 3. 9. 5 nempe 12. 36. 20 &c. habent tres, & octupla 24. 72. 40 &c. 7 solutiones. In Reg. secunda 15. 21 quadrupla 60, 84 habent 7. & octupla 120, 168 &c. 15 solutiones. In Reg. tertia 105. 735 quadrupla 420, 2940 &c. habent 15 & octupla 840, 5880 &c. 31 solutiones. Sic quadrupla productorum ex quatuor primis habent 31 & octupla 63 solutiones &c. neque ultra octuplum altius ascenditur. Nam licet 24 octuplum ipsius 3 admittat 7 solutiones, tamen sexdecuplum 48 non admittit plures. Quod & proportionaliter de aliis intelligendum est.

Regula V.

Numerus 4 habet unicam solutionem, ejus duplum 8 tres, neque porro ascenditur. Hinc 16. 32. 64. 128 &c. in infinitum tres tantum habent solutiones. Præsuppositis admirandis hisce numerorum proprietatibus sequitur

So-

Act. Erud.
An. 1717.
M. Aug.

SOLUTIO SECUNDA.

Exhibens in specie solutiones possibiles omnium numerorum b per quadrata

Pag. 355. $bx + 1 = yy$. Ergo $x = \frac{yy - 1}{b}$. Hæc æquatio nos docet ex

Tabula quadratorum Neperi vel alterius Autoris excerptenda esse inter b & bb tot quadrata quot solutiones seu variationes recipit num. datus b , & quidem talia, quæ abjecta unitate exacte dividi possint per b ad habendos valores x & y .

Proponatur $b = 7$. qui cum sit num. primus, unicam habet solutionem ex Reg. I. ideoque unicum tantum quadratum intermedium inter b & bb , hoc est, inter 7 & 49 quod -1 dividi possit exacte per $b = 7$. nempe $36 = yy$. unde $yy - 1 = 36 - 1 = 35$. ideoque $\frac{yy - 1}{b} = \frac{35}{7} = 5 = x$, & $y = b$ rad. \square ex 36. Quod

idem per primam solutionem invenitur. Ubi notandum pro iis numeris, qui unicam tantum habent solutionem, semper assumendum esse tantum quadratum proximum ante bb , ut hic 36 ante 49.

Sit $b = 15$ habens tres solutiones ex Regula quinta $bb = 225$. ideoque tria apta quadrata intermedia inter 15 & 225 quæ -1 dividi possint per 15 seu per 3 & 5. nempe 16. 121. 196. $= y^2$, quæ -1 sunt 15. 120. 195 & divisa per 15 exhibent, 1. 8. 13 pro x . pro y vero sunt 4. 11. 14. radices excerptorum quadratorum.

Sit $b = 24$ habens 7. solutiones ex Reg. IV. ideoque 7 apta quadrata intermedia inter b & bb , seu inter 24 & 576. quæ -1 dividantur per 24 seu per 3 & 8. nempe 25. 49. 121. 169. 289. 361. 529. quæ -1 sunt 24. 48. 120. 168. 288. 360. 528. divisa per 24 dant 1. 2. 5. 7. 12. 15. 22. pro x . pro y vero 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. radices dictorum quadratorum. Ubi notandum ultimum quadratum ex intermediis inter b & bb semper esse aptum solutioni. Et hæc methodus operandi per quadrata est brevissima & facillima pro numeris, qui patiuntur plures solutiones seu variationes, quam unam; si tamen Tabula quadratorum tam procul extensa sit usque ad bb . Quod si non, utendum erit Factoribus dati numeri b . Ideoque sit

SOLUTIO. TERTIA PER FACTORES.

Act. Erud.
An. 1717.
M. Aug.
Pag. 356

Definitio.

Factores vocantur duo quicunque numeri, qui simul multiplicati producant datum numerum b . Habentque quipiam numeri tantum unum par factorum, quales sunt omnes primi, quipiam plura, ut omnes compositi. Sic 3 factores habet 1. 3. &c. 12 habet factores 1 per 12. & 2 per 6. & 3 per 4.

Operatio.

$bx + 1 = yy$. Ergo $bx = yy - 1$ quod producitur ab $y + 1$ per $y - 1$.

& sic exprimitur: $y^2 + 1 = y^2 - 1$. quare $x = \frac{y^2 - 1}{b} = \frac{y + 1 \cdot y - 1}{b}$.

quia igitur $y^2 - 1$ duos habet factores $y + 1$ & $y - 1$. quorum differentia semper $= 2$. idcirco & b dirimendum est in duos factores, quorum unus exacte dividat $y + 1$. alter $y - 1$. Porro hi factores vocentur m & n . stabitque operatio sic:

$$\frac{y + 1}{m} \text{ fit } = \text{quotienti } z$$

$$\& \frac{y - 1}{n} \text{ fit } = \text{quotienti } v$$

$$\text{ideoque } y + 1 = mz$$

$$\& y - 1 = nv$$

$$\text{mutuo ductu } y^2 - 1 = mnzv = bx \text{ est autem } mn = b$$

$$\text{ideoque } zv = x. \& y \text{ jam supra notum est.}$$

Ex his formatur in numeris hic processus: Esto $b = 7$. factores $1 = n$. $7 = m$. & cum b semper petatur major quam y , non poterit hic $y + 1$ majus esse, quam $b + 1 = 8$. & $y - 1 = b - 1 = 6$. hinc

$$\frac{y + 1}{m} = \frac{8}{7} = 1 = z$$

$$\& \frac{y - 1}{n} = \frac{6}{1} = 6 = v$$

$$\text{atque ita } zv = 6 = x. \& y = 7.$$

Act. Erud. Sit $b=12$. habet ex Reg. 4. tres solutiones. Factores m, n
 An. 1717. vel n, m
 M. Aug. 1. 12
 Pag. 357. 2. 6
 3. 4

Hic $y+1$ & $y-1$ sumendi sunt tales numeri, ut unus per m , alter per n
 exacte dividatur, nempe $\frac{y+1}{m} = \frac{12}{12} = 1 = x$. & $\frac{y-1}{n} = \frac{10}{1} = 10 = v$
 hinc $xv = 10 = x$. & $y = 11$. Sequitur

$$\text{Sit } \frac{y+1}{m} = \frac{6}{6} = 1 = x. \text{ \& } \frac{y-1}{n} = \frac{2}{2} = 2 = v$$

$$\text{hinc } xv = 2 = x. \text{ \& } y = 5.$$

$$\text{Sit } \frac{y+1}{m} = \frac{4}{4} = 2 = x. \text{ \& } \frac{y-1}{n} = \frac{2}{1} = 2 = v$$

$$\text{hinc } xv = 4 = x. \text{ \& } y = 7.$$

Sunt itaq; pro num. $b=12$. tres solutiones seu variationes pro x . pro y .

2	5
4	7
10	11

Notandum hic occurrere quæpiam compendia. Primo si unus factorum sit 2 & alter ejus confactor numerus par, simpliciter sic locantur:

$$\begin{array}{rcl} 8 \text{ divis. per } 2 \text{ fit } 4 & \left. \begin{array}{l} 4 \\ 6 \\ 4 \end{array} \right\} & \begin{array}{l} 4=x. \quad 7=y. \\ 2=x. \quad 5=y. \end{array} \end{array} \text{ Quod \& cum factore 4 practicatur.}$$

2°. Cum præter primum valorem $y=11$ reliqui duo sint 5 & 7 simul $12=b$. tunc habito minori 5 habetur illico alter major 7 per subtractionem 5 a 12.

3°. per Crucem sic:

$$y+1=6 \text{ divis. per } 6 \text{ est } 1. \quad 2-1=1. \quad 2 \text{ per } 4 \text{ ductum dat } 8=y+1$$

$$y-1=4 \quad \begin{array}{c} \times \quad \times \\ 2 \quad 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} 2.6-2=4. \quad 1 \text{ per } 6 \\ 6=y-1 \end{array}$$

Esto nunc datus num. $b = 24$. habens ex Reg. 4. septem solutiones A&E. Erud.

Factores $m.n$	$y + 1 = 24$	divisum per 24	fit	1	{	$22 = x. y = 23$
vel $n.m$	$y - 1 = 22$			22		
1. 24	&c. 14			2	{	$7 = x. y = 13$
2. 12	12		12	1		
3. 8	10			2	{	$5 = x. y = 11$
4. 6	8			4		
	6			6	{	$2 = x. y = 7$
	4			4		
					{	$1 = x. y = 5$

Ann. 1717.
M. Aug.
Pag. 358.

An. 1717.
M. Aug.
Pag. 358.

NB. nunc per Crucem resumantur factores 4. 6

fic: 4	2. 2 a 6 rest. 4 ductum per 4 fit 16 div. per 4 fit 4	{	$12 = x. y = 17$
6	1. 1 a 4 3		
4	1. 1 a 6 5	{	$15 = x. y = 19$

Hic per superiora compendia primum & tertium processum est, & factores 2. 12 dederunt duos, 4. 6 vero quatuor valores, & 1. 24. unum.

Supereft, ut per secundum compendium operemur. Eximan-
tur tres minores valores y .

fic: Valor	$b = 24$	24	24	
Min. valores	$y = 5$	7	11	Subtr.
Maj. val.	$y = 19$	17	13	ut supra

$y + 1 = 20$ divis. per 4 fit	5	{	$15 = x$
$y - 1 = 18$	6		
&c. 16	4	{	$12 = x$
14	2		
12	12	{	$7 = x$

Per hoc compendium tollitur dimidijs labor Operationum.

Proponatur jam exercitii causa $b = 1716$ numero Anni, quo mihi D. Proponens jam lecto detentus hoc Problema solvendum commisit. Hic num. ex Reg. IV. recipit 15 solutiones seu variationes, quia quadruplus est producti trium primorum 3. 11. 13.

Factores: *m. n.*vel *n. m.*

1. 1716	$y + 1 = 1716$ div. per $n = 1716$ fit	1	1714	$\{ 1714 = x. y = 1715.$
2. 858	$y - 1 = 1714$	$m = 1$		
3. 572	$y + 1 = 858$	858		
4. 429	$y - 1 = 856$	2	428	$\{ 428 = x. y = 857.$
6. 286	&c. 288	6	48	$\{ 48 = x. y = 287.$
11. 156	286	286	1	
12. 143	156	156	1	$\{ 14 = x. y = 155.$
13. 132	154	11	14	
22. 78	132	132	1	$\{ 10 = x. y = 131.$
26. 66	130	13	10	
33. 52	572	572	1	$\{ 190 = x. y = 571.$
39. 44	570	3	196	
NB. Aptissimi fa-	728	52	14	$\{ 308 = x. y = 727.$
ctores sunt, qui	726	33	22	
in divisione profe-	704	44	16	$\{ 288 = x. y = 703.$
runt unitatem,	702	39	18	
cum fieri potest.	$b = 1716$	1716.	1716.	1716.
Min. valo	res $y = 857$	727.	703.	571. 287. 155. 131. subtr.
Maj. valo	res $y = 859$	989.	1013.	1145. 1429. 1561. 1585. Refl.
	$y + 1 = 860$ divis. per	2	fit 430	$\{ 430 = x. y = 859.$
	$y - 1 = 858$	858	1	
Hic adhibentur ii-	&c. 990	33	30	$\{ 570 = x. y = 989.$
dem factores, qui	988	52	19	
supra pro minori-	1014	39	26	$\{ 598 = x. y = 1013.$
bus valoribus ad-	1012	44	23	
hibiti fuerunt.	1146	3	382	$\{ 764 = x. y = 1145.$
	1144	572	2	
	1430	286	5	$\{ 1190 = x. y = 1429.$
	1428	6	238	
	1562	11	142	$\{ 1420 = x. y = 1561.$
	1560	156	10	
	1586	13	122	$\{ 1464 = x. y = 1585.$
	1584	132	12	

Hoc compendio qui volet uti, poterit illud quoque adhibere in pragmatia solutionis secundæ per quadrata.

Pag. 360. Demum $b = 840$ habens ex Reg. quarta 31 solutiones exercitio Letoris relinquimus. Ubi querendi prius erunt 15 minores valore pro x & y . majores 15 habentur per subtractionem. Maximus denique valor est $b - 1 = 829 = y$. & $b - 2 = 838 = x$.

CON-

CONCLUSIO.

Act. Erud.
An. 1717.
M. Aug.

Atque ita videmur intentum Perill. Dn. de Leibniz affecuti, quod erat, ut per hoc ultimum suum, nunc posthumum Problema Arithmeticam altius attolleret, & rariora sub eo contenta arcanam & artificia, hactenus omnibus Arithmeticis incognita, eruditiori Seculo patefaceret. Hoc vero suum laudabile propositum ægritudine & morte præventus exequi nequii. Idcirco ab eodem per epistolam specialem Hanovera requisiti illud pro virili nostrum effectum ad conservandam immortalis Viri gloriam deduximus. Nam

Dignum laude Virum Musa vetat mori.

Hor. Lib. 4. carm. Ode 8.

Horniz Austriæ 22. Apr. 1717.

N O T I T I A

DE HISTORIA BRUNSVIGENSIS;

quam edere paraverat G. G. LEIBNITIUS.

DE Historia sua Brunsvicensi sequentia in scheda annotata reliquit Illustris *Leibnizius*:

Annales originum Brunsvicensium complectentur res Imperii occidentis ab initio regni Caroli Magni usque ad finem Henrici II Imperatoris, & ita ab anno Domini 769 usque ad A. D. 1025. In iis habebuntur antiquitates Saxonice ad stirpem Watikindecam, res superioris Germanie ad stirpem Welficam, res Longobardice ad stirpem veterum Ducum & Marchionum Tuscie & Ligurie spectantes. Ab his enim omnibus Duces Brunsvicenses sunt orti, & regiones habuerunt, itaque totius Imperii Historiam per illa tempora explicari necesse fuit. Et post res Imperatorum ex stirpe Carolina describentur res quinque Imperatorum vel Regum veteris lineæ Brunsvicensis, nempe Henrici Aucupis, trium Ottonum & Henrici secundi, in quæ tempora incidunt etiam ceteræ origines.

Præmittetur his Annalibus quædam dissertatio de antiquissimo harum regionum statu, qui ante Historicos ex naturæ vestigiis haberi potest; & alia de migrationibus gentium, præsertim quæ

Pag. 361.

Aët. Erud. quæ in has regiones venire. Et subjiçietur Annalibus deductio An. 1717. Genealogica Guelfica seu Brunsvicensis ad nostra usque tempora ex Tabulariis eruta, brevem sed accuratam familiæ totius Historiam complexa, eminentium familiarum, velut Gibellinæ, Austriacæ veteris & novæ, Andegavensis, Anglicæ, Schirenensis seu Bavaro Palatinæ &c. Genealogiis longe melius quam hætenus constitutis. Per documenta etiam constituetur exacte Chronologia Seculi noni & decimi cum parte octavi & undecimi, quæ hætenus miris tenebris involuta fuere, adjecta etiam Dissertatiuncula, quæ inscribetur: Flores sparsi in tumulum Papiæ, ubi novis illatis in Historiam luminibus fabula illa exploretur, quæ solis hætenus tenebris Chronologicis se tuebatur. Denique ausim dicere, nihil tale ad Historiam mediam hætenus prodixisse, in quo tam multi sunt sublatis errores in Imperii rebus per Germaniam Italiamque, & res in clariore luce positæ. Bina erunt volumina in folii formâ, ut vocant, Tabulis æneis veterum monumentorum, documentorum, sigillorum, numismatum ornata.

Ex literis Clar. *Eckhardi*, qui in munere Historiographi Domus Brunsvicensis *Leibnitio* cessit, habemus, quod *Vir illustris* Tractatus de Naturalibus regionis tantum ideam quandam, quam animo conceperat, in schedis suis delineaverit; de migrationibus gentium vero nihil adhuc in chartam conjecerit. In ipsa Historia ab initio regni *Caroli M.* usque ad An. 1005 pervenit. Deductiones chronologicæ omnes, præter majores *Azonis* Marchionis, debentur studio *Eckhardi*, etiam reliqua suppleturi, quæ adhuc desiderantur. Idem spem facit, fore ut duo Tomi priores, in quibus nodi difficillimi genealogici solvantur & origines omnium familiarum illustrium in Europa explicantur, anno sequente in publicum prodeant. Cetera vero ab Anno Domini 1025 usque ad *Ottonem* primum Ducem Brunsvicensem & Luneburgensem ante quinquennium vix comparebunt.

PHILIPPI A TURRE

EPISCOPI ADRIÆ ELOGIUM,

a JACOBO FACCIOLATO *scriptum.*

P*hilippus a Turre* ea morum probitate fuit, eaque literarum gloria, ut merito de fortuna queri potuerit, nisi ad ceteras animi dotes insignem moderationem addidisset. Non caruit ille quidem bonis, quæ fortunæ dicuntur; abundavit etiam, si fortunæ duntaxat ratio ducatur; sed singularis illius, atque inaudita virtus majus aliquid postulare visa est, unde hominem posteritatem mereretur. Natus est in urbe Foro-Julii vulgo *Cividale*, Kal. Maj. An. MDCLVII, parentibus apprimè nobilibus, Mario a Turre, & Camilla de Frumentinis. Quod in prima ætate rarissimum est, liberos semper maluit, quam crepundia; cumque Rhetoricum & Philosophicum cursum in Patria celerrime absolvisset, Patavium migravit. Ibi rursus humaniores litteras tractare cœpit, ad quas potissimum factus videbatur, tum se Jurisprudentiæ dedit, nec interim Mathematicum, aut Anatomicum studium, qua erat ingenii abundantia, prætermisit. Annos natus fere viginti, publicum utriusque Juris examen subiit, probatusque suffragiis omnibus, in Patriam revertit: ubi paucis post annis Patruo Civitatis Canonico susceptus, antiquæ eruditionis studium suscepit, seu potius renovavit. Hunc enim amorem jam tum imbiberat cum Patavii esset, & Octavium Ferrarium eruditissimum superioris seculi virum frequentissime audiret. Tametsi Ferrarius politio-
 rem antiquitatem tractabat; Philippus vero in sui Capituli Archivo rudiora monumenta, sed magis recondita invenit, quibus & ornandæ antiquissimæ Patriæ, & obscurissimæ ætatis illustrandæ incredibili ardore succensus est. Sed cum intelligeret, hujusmodi literarum genus magnam librorum copiam, & eruditorum commercium postulare, Romam demigravit anno MDCLXXXVII, ibique ita se totum antiquæ historiæ tradidit, præsertim vero Ecclesiasticæ, ut non multo post inter delectos Academicos Collegii *de propaganda Fide* relatus fuerit. Tum vero primum in magna illa non dicam multorum hominum, sed omnium fere nationum luce fulgere cœpit, & quantus futurus esset, ostendere. Inge-
 aium multi admirabantur, sed acerrimus hominum æstimator Caro-

Aet. Erud. Carolus Augustinus Fabronus, nunc S. R. E. Cardinalis, in pri-
 mis coluit, ejusque commendatione factum est, ut cum eminent-
 An. 1717. tissimus Josephus Renatus Imperialis Ferrariam Legatus missus
 M. Aug. esset, Philippum sibi adjungeret, & juri dicundo præficeret, quod
 officium *Auditoris* appellant. Sexennium in ea Legatione com-
 moratus, ita se omnibus singulari prudentia, fide, integritate
 commendavit, ut cum Cardinalis provincia decederet, cum sibi
 retinendum putaverit, ut Romæ quoque in multarum *Congrega-*
tionum negotiis ejus opera uteretur. Quo in munere sane gravis-
 simo, quidquid supererat otii, id totum in antiquitatis studium
 conferebat; eaque industria celeberrimo Cardinali Norisio pluri-
 mum probatus, ad intima ejus literarum consilia admissus est,
 multisque benevolentiae testimoniis supra ceteros ornatus. Acci-
 dit per ea tempora, ut Antii rudera ad portus constructionem ef-
 foderentur, ex quo intellectum est, literas quoque fortuna indige-
 gere, nihilque admodum valere sive ad opes, sive etiam ad fa-
 mam, nisi illam sibi sociam adfiscant. Cum enim magnis illis
 effossionibus monumenta quædam antiquissimæ formæ detecta es-
 sent, hinc sibi Philippus occasionem arripuit ingenii prodendi sui
 eo Syntagmate, quod est de *monumentis Antii*; in quod tam mul-
 ta, tam varia, tam recondita ex omni eruditione *conjecit*, ut
 minima pars titulo significetur. Egregiam lucubrationem Inno-
 centius XII. Pont. Max. valde probavit, nec laudibus solum,
 quarum multi solent esse liberalissimi, sed etiam beneficiis orna-
 vit, plura daturus, nisi fato interceptus fuisset. Veruntamen,
 quod ille præstare non potuit, abunde præstitit Clemens XI., qui
 pro sua quadam non religionis modo, sed etiam literarum cura
 Philippum complexus, Adriensem Episcopum renunciavit 18. Kal.
 Febr. An. MDCCII. Qui hominis virtutes & ingenium noverant,
 non eum libenter discedere Roma patiebantur, ut in Italiz an-
 gulo nec prorsus illustri, neque saluberrimo delitesceret; sed ille
 tamen nihil tale recusandum ratus, in quo divina quædam vis ap-
 parebat & providentia, Rhodigium statim profectus est, totum-
 que se ejus Ecclesiæ rebus addixit. Magna in eo fuit & intelligen-
 di, & agendi celeritas: itaque cum omnia suæ provincie nego-
 tia ipse per se diligentissime expediret, optimique Præsulis par-
 tes impleret, sua tamen tempora Musis quoque tribuebat. Hu-
 jus industriæ quærenti socium, non defuit Comes Camillus *de*
Silvestris, notum in Repub. literaria nomen, ætate pene pari,
 morum vero elegantia, & antiquitatis studio nihil dissimili.
 Hunc sibi Philippus tanquam divinitus datum in urbe multa
 quidem rebus ornata, sed literis colendis non admodum opposi-
 tuna,

tuna, cupidissime adjunxit, eoque uno familiarissime, quam diu vixit, usus est. Curavit etiam sibi a Dominicana Familia virum in primis clarum Thomam *Minorellum*, ex cujus politissimo ingenio, quo tempore Rhodigii fuit, & ipse magnum cepit consuetudinis fructum, & Rhodigina juvenus institutionis. Sed & absentium amicitias studiosissime coluit, quicumque aliquo insigni literaturæ genere præstarent; & Patavium identidem excurrerat, iis præsertim diebus, quibus Seminarii census ab Eminent. Georgio Cardin. CORNELIO haberi solet, cum ut se omnium fere disciplinarum, linguarumque disputationibus continenter habitis recrearet, tum vero maxime ut Antistiti optimo, & ad literas promovendas incitatissimo gratificaretur. Cetera lætus, & quod in humanis rarissimum est, sua contentus sorte, id unum primis annis dolebat, quod librorum copia careret, nec satis haberet fortunarum, quibus & Episcopalem dignitatem sustinere posset, & honestissimum hoc desiderium explere. Post aliquanto respiravit, instructaque decenter domo, de libris comparandis cogitare coepit, quod ipsum ita præstitit, ut vel ex hoc uno de summa ejus sapientia conjici possit. Per hæc adjumenta non paucas pro re nata dissertationes composuit, de *Taurobolio*, de *vermibus corporis humani*, de *Solis Eclipsi*, de *Anniæ Faustina nuno*, de *annis Imperii Elagabali*, ab iis editas, ad quos per epistolam missæ sunt, præter ultimam, quam edidit ipse typis Seminarii Patavini A. MDCCXIII. Scripsit præterea ad amicos Latine, & Italice multa, non soluta modo, sed etiam ligata oratione, quæ singula quidem minuta sunt, sed in unum tamen collecta corpus, justum volumen efficerent. Nolim equidem quæcunque scripsit sive serio, sive joco, statim vulgari, quam ego Amicorum curam magnorum virorum existimationi sæpe fatalem animadverti: sed quædam tamen de militaribus itineribus, ac de tota illa controversia, quæ ipsi cum præstantissimo Adversario Johanne Vignolio de *Imperio Severi Alexandri* fuit, omnino jacere non debent, quod jam ad umbilicos pervenerint, & famam ejus sustinere possint. Multa etiam mihi de Patriarchis Aquilejensibus legit, multa ostendit ex abditissima antiquitate deprompta; sed pleraque informia sunt, nec lucem sperare possunt, nisi forte a Clarissimo Viro Justo *Fontanino*, quæ & ea eruditione est, ut nihil hujusmodi formidare debeat, & iis moribus, ut nihil omittere possit, quod ad Præfulis de se meritissimi gloriam conducere videatur. Reliquum est, ut de ejus morte dicamus, quod paucis absolvetur; nam ne dissecto quidem, exploratoque cadavere, Medici ipsi ceteroquin peritissimi statuere

Act. Erud.
An. 1717.
M. Aug.

pag. 384.

At Erud. tuere potuerunt, quo genere morbi consumptus sit, quique hy
 An. 1717. dropem accusant, ita rem involvunt, ut nec satis appareat quo
 M. Aug. modo gigni potuerit, nec quomodo cognosci, nec quomodo sa-
 nari. Quod certum est, duos ferme, antequam moreretur, men-
 ses perpetua siti laboravit, eodemque tempore *δυσυπνία*, morbo
 illo quidem non novo, sed pene jam familiari. Sitis in febric-
 ulam desit, quæ & ab ipso contempta est, nec a Medicis val-
 de oppugnata, quod ex *δυσυπνία*, proficisci crederetur, nihilque
 hujusmodi portenderet, quale postea consecutum est. Quid plu-
 ra? Sic erat in fatis: repente in extremis fuit. Itaque cum se
 ad illam supremam luctam rebus divinis comparasset, incredibi-
 li virtute, & constantia decessit V. Kalend. Mart. MDCCXVII.
 Rhodigii sepultus est ingenti totius civitatis luctu, quæ calami-
 tatem hanc acerbissime tulit, & pro summa temporum difficul-
 tate eiam in omen vertit. Talis fuit Episcopus, ut non solum
 cum probatissimis hujus ætatis, sed cum majoribus etiam com-
 parari potuerit. Severus & gravis, sed idem, cum tempus po-
 sceret, blandus & affabilis, supra quam ejus vultus plane censo-
 rius polliceri videretur. Sermo compositus, & in re qualibet ita
 eruditus, ut semper meditatum crederes. Id fuit in illo singula-
 re, quod cum plurimum temporis literarum studiis concederet,
 non tamen se rebus agendis subducebat; quo factum est, ut do-
 ctissimus esset, idemque prudentissimus. Id ipsi apud suos magnam
 auctoritatem conciliavit, liberalitas vero gratiam, & benevolen-
 tiam. Amicitiiis usus est omnium ferme sui temporis literato-
 rum, multorum etiam hospitiiis. Nam id in primis curabat, ut
 hospites frequenter haberet; cumque ipse tenuissimo victu utere-
 tur, alios splendidissime excipiebat.



EXPERIENTIA DE PULVERE PYRIO

Act Erud.
An. 1717.
M. Octob.
Pag. 456.

in Antro Canis, quod Puteolis est, accenso :

*ex litteris JO. BAPT. LAMBERTI Neapoli datis
ad Amicum Regiomontanum C. G.*

AD ea quæ de pulvere pyrio scripseram, nostrorum refutans sententiam circa locum incendii (*Vesuviani*), reposuisti, a Germano quodam non potuisse in Canum Antro explodi sclopetum. Quod ego non ipsi pulveri tribuo, qui in eo loco non accendatur, ut fere omnibus exteris qui eo accesserunt, scriptisque sua itinera consignarunt, sine ratione persuasum est. Etenim tentantibus illis sclopetum explodere, pulvis non accenditur, quia ignis scintillæ a silice per chalybem expressæ antequam ad pulverem pertingant, a mephite oppressæ extinguuntur, quod pluries notavi, immo admoveas pulveri ingentem & fervidam facem perspexi, aliisque demonstravi, illam prius fuisse extinctam, quam ad pulverem perveniret. Hæc mihi observatio declaravit, pulverem non accendi ob ignis debilitatem, qui mephitis viribus resistere non poterat, quique si longe vividior & fortior fuisset, pulverem potuisset in ipsa mephite inflammare. Hinc excitato igne in ipso pulvere, hunc non solum conflagrare, sed etiam accendi in ipsa mephite deprehendi. Nam acceptam pulveris portionem cum aqua miscui & conflatam massam deinde Solis calore exsiccandam curavi, sic compositus pulvis non statim totus igne conflagrat, sed paulatim consumitur, quare massam illam extra mephitim accensam igne, in mephitim ipsam injeci, eamque vidi non sine magna animi voluptate in illis ipsis mephitis locis, in quibus prius faces extinctæ fuerant, conflagrare & consumi. Quo experimento doctior pulverem ipsum pyrium sine aliqua mistione in ipsa mephite deposui, ad quem aliam massam superiori similem extra mephitim accensam admovi, quæ & ipsa, ut solebat, in mephite arsit, & pulverem illum quoque in mephite jacentem accendit. Hoc ego experimentum pluries feci, ne quis suspicioni locus relinqueretur, semperque idem fieri deprehendi & mecum alii observatores notarunt, nec video, quæ exactior diligentia in ea re adhiberi potuerit.

Pag. 457.

Act. Erud.
An. 1717.
M. Octob.
Pag. 461.

METHODUS SINGULARIS,

qua Solis Parallaxis five distantia a Terra, ope Veneris intra Solem conspiciendæ, tuto determinari poterit:

Proposita coram Regia Societ. ab EDM. HALLEJO J. U. D. ejusdem Societatis Secretario.

E Transactionibus Anglic. An. 1716. Num. 348.

Pag. 462. **P**Lurima sunt maxime quidem paradoxa, omnemque fidem apud vulgus superantia, quæ tamen adhibitis Mathematicarum Scientiarum principiis levi negotio enodantur. Ac sane nulum problema magis arduum ac difficile videbitur, quam est Solis a Terra distantiam vero proximam determinare; quod tamen obtentis accuratis quibusdam observationibus, ad electa & prævisa tempora peractis, non multo opere efficietur. Id quod inclytæ huic Societati, quam immortalem fore auguror, in hac dissertatione ob oculos ponere libet, ut junioribus nostris Astronomis, quibus forsan hæc observare ob minorem ætatem obtingere potest, viam præmonstrem, qua immensam Solis distantiam intra quingentesimam sui partem rite dimetiri poterint.

Notum autem vobis est hanc distantiam a diversis Astronomiarum autoribus diversam fingi, prout cuique ex conjectura probabile visum est: a *Ptolemæo* quidem ejusque affectis, uti & *Capernico* & *Tychone Brabao*, Terræ semidiametris mille & ducentis, *Keplero* ter mille quingentis fere. *Ricciolus* distantiam *Keplerianam* duplicat, quam tamen *Hevelius* dimidio tantum augeat. At vero visis in Solis disco ope telescopii Planetis *Venero* & *Mercurio* mutuato fulgore nudatis, tandem compertum est Planetarum diametros visibiles multo minores esse quam eatenus haberentur; *Veneris*que Semidiametrum a Sole visam, non nisi quartam minuti primi partem vel quindecim secunda subtendere; *Mercurii*que semidiametrum, ad mediam ipsius a Sole distantiam, sub angulo decem tantum secundorum conspici; atque sub eodem etiam *Saturni* semidiametrum a Sole videri. *Jovis* autem Planetarum maximi semidiametrum non nisi tertiam minuti primi partem apud Solem subtendere. Unde, servata analogia,

non

nonnullis e modernis Astronomis visum est, *Terræ* quoque semidiametrum e *Sole* conspectam, medio loco inter *Jovis* majorem & *Saturni* & *Mercurii* minorem angulum subtendere, *Veneris*que æqualem, nempe quindecim secundorum: adeoque *Solem* a *Terra* quatuordecim fere millibus semidiametrorum *Terræ* distare. Iisdem autem Autoribus aliud argumentum paulo ampliavit hanc distantiam: quoniam enim *Lunæ* diameter paulo major est quarta parte diametri *Terræ*, si Parallaxis *Solis* ponatur quindecim minutorum secundorum, fieret *Lunæ* corpus corpore *Mercurii* majus, Planeta scilicet secundarius primario major; quod concinnitati Systematis mundani contrariari videretur. E contra vero *Venerem* inferiorem & Satellitio destitutam, majorem esse *Terra* nostra superiori & tam insignem comitem nacta, vix concedere videtur eadem concinnitas. Ut itaque medio loco incedamus, ponatur *Terræ* semidiameter e *Sole* visa, seu quod idem est, *Solis* Parallaxis horizontalis, duodecim secundorum cum semisse: unde *Luna* minor erit *Mercurio* & *Terra Venere* major; ac proveniet *Solis* a *Terra* distantia sexdecies mille cum quingentis *Terræ* semidiametris proxime. Huic autem distantie in præsentiarum assensum præbeo, usque dum experimento, quod proponimus, quanta sit, certius constet. Nec moror auctoritatem quantumvis gravem eorum, qui *Solem* ultra hos terminos in immensum evehunt, freti observationibus vibrantis Penduli, determinandis his angulorum minutiis, uti videtur, haud satis fidis: saltem hac methodo tentanti Parallaxis aliquando nulla, aliquando etiam negativa occurret; hoc est distantia vel infinita fiet, vel infinito major: quod absurdum. Et, ut verum fatear, minuta secunda vel etiam dena secunda instrumentis quantumvis affabre factis certo distinguere vix homini datum est; atque adeo minime mirandum, si tantorum Artificum multos & ingeniosos conatus hætenus eluserit rei ipsius maxima subtilitas.

Ag. Erud.
An. 1717.
M. Octob.

Pag. 463.

Dum autem, ante quadraginta fere annos, in Insula *Santhæ Helenæ*, syderum polum Australem ambientium observationibus operam darem; contigit mihi *Mercurium* sub *Solis* disco transcurrentem omni adhibita diligentia observare: quodque mihi præter spem feliciter successit, momentum quo *Mercurius* ingrediens *Solis* limbum interius contingere visus est, pariterque momentum quo egrediens limbum *Solis* strinxit, facto angulo contactus interioris, tubo optimo viginti quatuor pedum accuratissime obtinui. Unde pro comperto habui intervallum, quo *Mercurius* totus intra *Solis* discum tum temporis apparuit, etiam abs-

AA. Erud. absque errore unius minuti secundi temporis : nam solum lumi-
 An. 1717. nis Solaris, inter limbum planetæ obscurum & *Solis* lucidum in-
 M. Orob. terceptum, quantumvis tenue in oculos incurrere visum est ;
 & in ictu oculi, denticulus in limbo *Solis* a *Mercurio* ingredien-
 te factus evanescere, uti ab egrediente factus quasi momen-
 to incipere. Hoc autem perspecto statim intellexi, *Solis* Pa-
 rallaxim ex hujusmodi observationibus rite concludi posse, si
 Pag. 464. modo *Mercurius Terris* vicinior majorem haberet parallaxin a *Se-*
le ; etenim hæc parallaxium differentia tantilla est, ut semper
 minor sit ipsa Solari quam quærimus ; proinde *Mercurius*, licet
 frequenter intra *Solem* videndus, huic nostro negotio vix satis ap-
 tus habebitur.

Restat itaque *Veneris* transitus per *Solis* discum, cujus paralla-
 xis quadruplo fere major Solari, maxime sensibiles efficiet diffe-
 rentias, inter spatia temporis quibus *Venus Solem* perambulare
 videbitur, in diversis *Terræ* nostræ regionibus. Ex his autem dif-
 ferentiis debito modo observatis, dico determinari posse *Solis* pa-
 rallaxin etiam intra scrupuli secundi exiguam partem. Neque alia
 instrumenta postulamus præter *Telescopia* & *Horologia* vulgaria sed
 bona : & in Observatoribus non nisi fides & diligentia, cum mo-
 dica rerum Astronomicarum peritia desiderantur. Non enim o-
 pus est, ut latitudo loci scrupulose inquiratur, nec ut horæ ip-
 sæ respectu meridiani accurate determinentur : sufficit, Horo-
 logiis ad cæli revolutiones probe correctis, si numerentur tem-
 pora a totali ingressu *Veneris* infra discum *Solis*, ad principium
 egressus ex eodem ; cum scilicet primum incipiat Globus *Veneris*
 opacus limbum *Solis* lucidum attingere ; quæ quidem momenta,
 propria experientia novi, ad ipsum secundum temporis minutum
 observari posse.

Ob leges autem motuum admodum arctas, rarissime intra *So-*
lis orbem conspicitur *Venus*, ac per plus quam centum & vigin-
 ti annorum decursum, ne semel quidem ibidem videbitur ; nem-
 pe ab anno 1639 (cum præclaro Juveni *Horroxio* nostro, eique
 primo & soli a rerum conditu, jucundissimum hoc spectacu-
 lum obtigit,) usque in annum 1761, quo juxta Theorias quas
 hæctenus cælo conformes experimur, Stella *Veneris* iterum sub-
 tercurrent *Solem Maji* 26 mane ; ita ut *Londini* hora fere sexta
 matutina in medio disci Solaris expectanda sit, nec nisi qua-
 tuor minutis centro *Solis* Australior. Duratio autem hujus tran-
 situs erit octo fere Horarum, nempe a secunda usque in deci-
 mam fere matutinam. Atque adeo ingressus minime *Anglis* con-
 spiciendus erit : cum autem Sol tum temporis occupaturus sit sex-
 decim

decim *Geminorum* gradum, viginti tres ferme gradus in Boream declinans; per totam quasi Zonam frigidam Septentrionalem in occiduus conspicietur: ac proinde qui littus *Norwegia* incolunt ultra Urbem *Nidrosiam*, quam *Drontem* vocant, usque ad Promontorium ejus *Boreale*, *Venerem Solis* discum subingredientem observare poterunt; ac fortasse *Scotis* Borealioribus & Insula *Hetlandia*, olim *Thylen* dictæ, incolis in oriente Sole ingressus ille conspici poterit. Quo tempore vero *Venus Solis* centro proxima erit, *Sol* verticalis erit supra littora Borealia sinus *Gangetici*, vel potius regni *Peguani*; ac proinde in Regionibus circumvicinis, cum *Sol* in ingressu *Veneris* quatuor fere horis distabit ad ortum, & in egressu totidem fere ad occasum, accelerabitur motus apparens *Veneris* intra *Solem* duplo fere parallaxeos horizontalis *Veneris* a *Sole*; quia *Venus* tunc ab ortu in occasum fertur retrograde, interea dum oculus ad *Terræ* superficiem positus in contrarias partes ab occasu in ortum gyrat.

Posita autem parallaxi *Solis*, uti diximus, duodecim secundorum cum semisse, erit parallaxis *Veneris* quadragesimum tertium secundorum; & sublata parallaxi *Solis*, restabit saltem semiminutum pro parallaxi Horizontali *Veneris* a *Sole*, ac proinde dodrante saltem minuti promovebitur *Veneris* motus a parallaxi illa, interea dum *Solis* discum percurrit, in iis scilicet Poli altitudinibus quæ Tropico vicinæ sunt; atque adhuc amplius in vicinia *Æquatoris*. *Venus* autem tum temporis satis accurate quatuor minuta prima singulis horis intra *Solem* conficiet; ac propterea dodranti minuti undecim saltem temporis minuti prima competunt, quibus duratio *Eclipseos* hujus *Veneris* ob parallaxin contrahetur. Atque ex hac contractione sola liceret de parallaxi quam quærimus tuto pronunciare, si modo darentur *Solis* diameter *Venerisque* Latitudo in minimis accuratæ; quas tamen ad computum postulare, in re tam subtili, haud integrum est.

Procuranda est igitur alia observatio, si fieri possit, in locis illis ubi medium *Solis* occupat *Venus* in ipso Medinoctio; nempe sub Meridiano priori opposito, id est, sex quasi horis, vel 90 gradibus *Londino* occidentaliore, & ubi *Venus* paulo ante occasum *Solem* subintrat, paulo post ortum, exit; id quod fiet in dicto Meridiano, sub altitudine Poli Borei quinquaginta sex circiter graduum: hoc est, in eo sinu qui *Hudsoni* dicitur, ad Portum ejus cui nomen *Nelsoni* inditum. In locis enim huic circumvicinis parallaxis *Veneris* durationem transitus protrahet, & sex saltem temporis minutis longiorem efficiet; quia dum *Sol*

AG. Erud.
An. 1717.
M. O. Ob.
Pag. 465.

Pag. 466:

Act. Erud. ab occasu in ortum sub Polo tendere videtur, ea loca in disco
An. 1717. *Terræ*, motu contrario in occasum ferri videbuntur, hoc est mo-
M. Octob. tu cum motu proprio *Veneris* conspirante; proinde tardius move-
 ri videbitur *Venus* intra *Solem*, ac cum diuturniore mora discum
 ejus pertransire.

Sic itaque in utroque loco hic transitus ab Artificibus idoneis
 contigerit debite observari, manifestum est totis septendecim
 minutis longiorem futuram esse moram in portu *Nelsoni* obser-
 vabilem, quam quæ apud *Indos* orientales expectanda est: nec
 multum refert an ad Fortalitium *Sancti Georgii*, vulgo *Maderas*
 dictum, vel ad *Bencoulam* in litore occiduo Insulæ *Sumatæ* pro-
 pe æquatoræm capiaturs observatio; si *Anglis* tum temporis hæc
 studia curæ fuerint. Si vero *Gallis* his rebus invigilare placue-
 rit, non incommode apud *Pondechery* se sistet Observator in li-
 tore *Sinus Gangetici* occidentali, sub altitudine Poli duodecim
 fere graduum. *Batavis* autem celeberrimum *Bataviæ* suæ Em-
 porium Observatorium huic negotio satis aptum ministrat, si
 modo illis etiam animus fuerit hac in parte cælorum scientiam
 promovere. Ac sane vellem diversis in locis ejusdem Phænome-
 ni observationes a pluribus institui, tum ad majorem adstruen-
 dam ex consensu fidem, tum ne nubium interventu frustraretur
 singularis Spectator, eo spectaculo quod nescio an denovo vi-
 suri sunt hujus & subsequæ seculi mortales; & a quo pen-
 det Problematis nobilissimi & aliunde inaccessi solutio certa &
 adæquata. Curiosis igitur syderum scrutatoribus, quibus, no-
 bis vita functis, hæc observanda reservantur, iterum iterum-
 que commendamus, ut, moniti hujus nostri memores, obser-
 vationi peragendæ strenue totisque viribus incumbant; iisque
 fausta omnia exoptamus & vovemus, præprimis ne nubili cæ-
 li importuna obscuritate exoptatissimo spectaculo priventur;
 utque tandem Orbium cælestium magnitudines, intra arctio-
 res limites coercitæ in eorum gloriam famamque sempiternam
 cedant.

Pag. 467.

Diximus autem, hac ratione Solis Parallaxin intra quingen-
 tesimam sui partem investigari posse, id quod nonnullis mirum
 sine dubio videbitur. Veruntamen si in utroque e locis nuper
 designatis accurata habeatur observatio; jam monstravimus, to-
 tis septendecim minutis differre inter se durationes *Eclipsearum* ha-
 rum *Veneræarum*, ex Hypothesi scilicet, quod Solis parallaxis
 fuerit duodecim cum dimidio minorum secundorum. Quod si
 major vel minor reperiatur ex observatione hæc differentia, in
 eadem fere ratione major vel minor erit Solis parallaxis. Cum-
 que

que septendecim minuta prima temporis competant duodecim secundis cum dimidio parallaxeos Solaris; pro unoquoque parallaxeos minuto secundo, orietur differentia plusquam 80 secundorum minutorum temporis; adeoque si habeatur differentia hæc intra bina secunda vere & comprobata, intra quadragesimam partem unius secundi minuti constabit, quanta sit Solis Parallaxis; ac proinde distantia ejus determinabitur intra quingentesimam sui partem, saltem si parallaxis non minor reperiatur ea quam supposuimus: quadrages enim duodecim cum dimidio fiunt quingenti.

Act Erud.
An. 1717.
M. Octob.

Haecenus Astronomicæ doctis satis superque rem indicasse mihi videor, quos etiam monitos velim, me in hoc argumento Latitudinis Planetæ rationem non habuisse, tum ad vitandas calculi intricatioris molestias, conclusionem etiam minus evidentem reddituras; tum ob motum Nodorum *Veneris* nondum compertum, nec nisi ex hujusmodi corporalibus Planetæ cum *Sole* Conjunctionibus rite determinandum. Non enim conclusum est *Venerem* quatuor minuta infra *Solis* centrum transituram, nisi ex Hypothesi quod Planum Orbitæ *Veneris*, in Sphæra stellarum fixarum immobile, Nodos suos iisdem in locis habiturum sit, ubi anno 1639 inventi sunt. Quod si tramite Australiori transeat anno 1761, liquido patebit Nodos regredi; si vero Borealiori, progredi inter Fixas; idque in ratione $5\frac{1}{2}$ min. in centum annis *Julianis*, pro unoquoque minuto, quo via *Veneris* tum temporis plus vel minus distabat a *Solis* centro quam dictis quatuor minutis. Differentia autem inter durationes harum Eclipsium paulo minor fiet septendecim minutis, ob Latitudinem *Veneris* Austrialem; major vero futura, si procedentibus Nodis, ad Boream centri *Solem* transierit.

Pag. 468.

In eorum autem gratiam, qui cum observandis syderibus oblectentur, nondum tamen integram Parallaxium doctrinam hauserint, libet Schemate simulque Calculo paulo accuratiore rem plenius exponere.

Ponamus igitur, anno 1761, *Maii* 25 17 hor. 55', *Londini*, *Solem* occupaturum *Gemin.* 15°. 37'. ac proinde ad centrum ejus Eclipticam tendere in Boream angulo 6°. 10'. *Veneris* autem visibilem intra *Solis* discum viam tum temporis descendere in Austrum, facto angulo cum Ecliptica 8°. 28': proinde via *Veneris* tendet parum in Austrum respectu æquatoris, interfecans declinationis parallelos angulo 2°. 18'. Ponamus etiam *Venerem* ad dictum tempus *Solis* centro proximam fore, ac ab eodem quatuor minutis distare ad Austrum; singulisque horis etiam

Tom. V.

Hhh

qua-

AA. Erud. quatuor minuta prima intra *Solem* motu retrogrado describe-
An. 1717. re. Erit autem *Solis* semidiameter $15'. 51''$. proxime, *Veneris*
M. Octob. vero $0'. 37''. \frac{1}{2}$. Ac supponamus, experimenti gratia, differen-

tiam parallaxium Horizontalium *Veneris* & *Solis*, quam quæ-
rimus, $0'. 31''$. esse, qualis ex supposita *Solis* Parallaxi $0'. 12''. \frac{1}{2}$
Tab. II. elicitur. Describatur itaque (*Figura tertia*) centro C circellus
Fig. 3. AEBD, cujus semidiameter sit $0'. 31''$. discum Terræ repræ-

sentans, & in eo Ellipses parallelorum 22 , & 56 grad. Lati-
tudinis Borealis, modo jam ad construendas Ellipses Solares ab
Astronomis usitato, ut DabE, cde: sit autem BCA Meri-
dianus in quo Sol; ad quem inclinetur recta FHG viam *Ve-*
neris designans angelo $20. 18''$, quæque distet a centro C 240
partibus æqualium BC est 31; & de C cadat recta CH ipsi
FG perpendicularis. Ac posito planeta in H ad 17 hor. 55',
vel 5 hor. 55' mane, dividatur recta FHG in spatia Horaria
III. IV, IV. V, V. VI. &c. ipsi CH, hoc est quatuor minu-
tis æqualia. Fiat etiam recta KL, æqualis differentię appa-
rentium Semidiametrorum *Solis* & *Veneris*, sive $15' 13'' \frac{1}{2}$. Et
circulus radio KL, centro vero quolibet puncto intra circel-
lum disci *Terræ* descriptus, occurret rectæ FG in puncto de-
notante quota hora *Londini* numerabitur, cum in eo *Terræ* su-
perficie loco, qui sumpto in disco puncto subjacet, *Venus* an-
gulo contactus interioris *Solis* limbum continget. Ac si centro

Pag. 469. C radio KL descriptus circulus occurrat ipsi FG in punctis F
& G erunt rectæ FH, HG = $14' 41''$, id quod percurrere vi-
debitur *Venus* tribus horis cum quadraginta minut. Cadet igitur
F in II. hor. 15', *Londini*; G vero in IX. hor. 35' mane. Un-
de manifestum est, quod, si *Terræ* magnitudo, ob immensam
distantiam, quasi in punctum evanesceret; vel si motu diurno
destituta *Solem* haberet eidem puncto C semper verticalem,
Eclipseos hujus mora integra per septem horas cum triente du-
raret. Verum *Terra* interea motu motui *Veneris* contrario gy-
rata per 110 grad. Longitudinis suæ, ac proinde contracta di-
stæ morę duratione, puta duodecim min. proveniet ea 7 hor. 8'.
proxime, sive 107 grad.

Jam in ipso Meridiano *Venus Solis* centro proxima erit ad
Ostium orientale fluminis *Gangis*, ubi poli altitudo est 22 grad.
circiter. Locus igitur ille utrinque æqualiter distabit a Sole, in
momentis introitus & exitus planetæ, nempe $53^{\circ} \frac{1}{2} \text{ grad.}$ ut sunt
puncta a, b, in parallelo majore DabE. Erit autem Diame-
ter AB ad distantiam ab ut quadratum Radii ad contentum sub
Sinibus $53 \frac{1}{2}$ & 68° grad. hoc est, ut $1'. 02''$ ad $0'. 46' 13''$; ac
calcu-

calculo rite instituto (quem ne Lectori tædio sit, omittere præstat) invenio, quod circulus centro *a* & radio KL descriptus occurrat rectæ FH, in puncto M, ad II. hor. 20'. 40"; centro vero *b* descriptus occurrerit ipsi HG in N, ad IX. hor. 29'. 22"; horis scilicet *Londini* numeratis; proinde tota *Venus* intra *Solem* conspicietur ad *Gangis* ripas, per 7 hor. 8'. 42". Recte igitur posuimus durationem fore 7 hor. 8'; cum pars minuti hic nullius sit momenti.

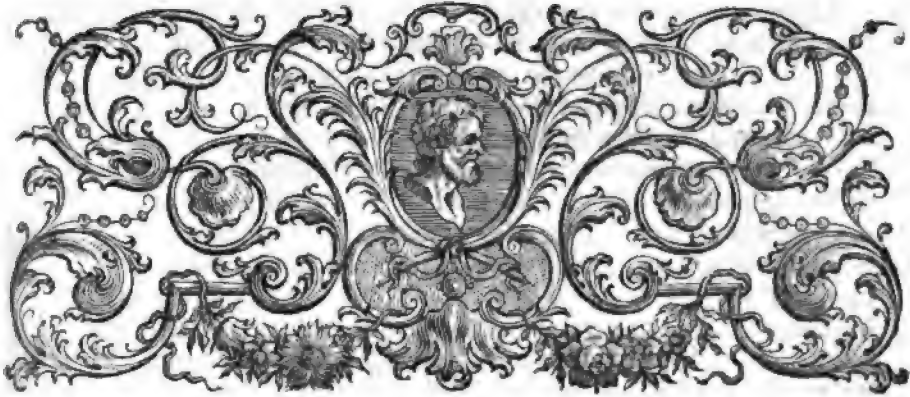
Aptato autem calculo ad *Portum Nelsoni*, invenio, quod Sole jamjam occasuro, discum ejus subitura sit *Venus*, statim vero ab ortu ejus exitura ab eodem; Loco illo interea per Hemisphærium a Sole aversum de *c* ad *d* translato, motu motui *Veneris* conspirante. Mox igitur *Veneris* intra *Solem* diuturnior fiet ob Parallaxin, puta quatuor minutis; ut sit omnino septem hor. 24'. five 111 grad. æquatoris. Cumque Latitudo Locī sit 56 grad. erit ut Quadratum Radii ad contentum sub Sinubus 55½ & 34 grad. ita $AB = 1'$, 02" ad $cd = 28'$, 33". Ac calculo rite peracto constabit, circulum centro *c* radio KL descriptum rectæ FH occurrurum in O, ad II. hor. 12'. 45", centro vero *d* descriptum ipsi HG in P, ad IX. hor. 36'. 37". Quocirca duratio moræ ad *Nelsoni* portum erit 7 hor. 23'. 51"; major scilicet quam ad ostia *Gangis* totis 15'. 10" temporis. Quod si *Venus* absque Latitudine transierit, fiet dicta differentia 18'. 40", augebitur eadem differentia, multo major futura aucta planetæ Latitudine Borea.

Londini autem, ex prædictis Hypothesibus, consequitur *Venerem* jam tum infra *Solem* ingressam orituram; & ad 9. hor. 37'. mane, & in egressu *Solis* limbum interius contacturam; ac denique non nisi hora nona 56'. orbem ejus integrum relicturam esse.

Iisdem etiam Hypothesibus constat, *Venerem* extremum *Solis* limbum Boreum quasi centro suo stringere debere, Anno 1769, *Maii* 23, undecim hor. 00', ita ut, ob Parallaxin, in Borealibus *Norwegiæ* partibus, tota intra *Solem* in occiduum apparere poterit: dum in litoribus *Peruviae* & *Chili*, vix exiguo sui segmento cadentis *Solis* disco quasi inequitare videbitur; uti in Insulis *Moluccis* earumque vicinia, oriente *Sole*. Quod si Nodi *Veneris* retrocedere reperiantur (ut ob nuperas quasdam observationes suspicio est) tum toto corpore intra orbem *Solis* ubique conspicua, maxima harum Eclipsæon differentia, argumentum Parallaxeos *Solaris* præbebit adhuc multo luculentius.

Ast. Erud. Quomodo autem ex observatis alicubi apud *Indos* Orienta-
An. 1717. les, anno 1671, ingressu & egressu *Veneris*, & cum exitu ejus
M. Octob. apud nos observabili collatis, eadem Parallaxis derivari poterit;
aptando scilicet angulos Trianguli specie dati in trium Circulo-
rum æqualium circumferentias, alia occasione docebitur.





E X C E R P T A
EX ACTIS ERUDITORUM
L I P S I E N S I B U S ,
TOMI SEXTI SUPPLEMENTORUM.

C. A. H.
SPECIMEN EMENDATIONUM CRITICARUM

in operibus Ovidii tentatarum.



Uper indicatum est hisce in Actis A. 1714 pag. 439. Tomi VI.
Supplem.
Sect. II.
Pag. 77.
(*Edit. Astor.*) Burmannum, virum doctrinæ elegantia clarissimum, in eo esse, ut novam litteratis exhibeat Ovidii operum editionem. Nec dubitare fas est, quin & sinceriora & luculentiora edere ea paret: spemque eruditi non levem concipiunt ex ejus Petronio ac Phædro. Visum igitur mihi est, ex pluribus, quæ adhuc depravata exstant in Ovidio, decerpta quædam publico nunc examini, adeoque ipsius Burmanni judicio, subjicere. Quod si hæc suffragio suo digna existimaverint Critici, alio tempore plura proferemus. Hoc quidem loco decem mendas eluere animus est.

I. Tri-

Tomi VI.
Supplem.
Sect. II.

I. *Tristium lib. I. Eleg. 1. v. 55 & 56. ita sunt editi:*
Carmina nunc si non studiumque, quod obfuit, odi,
Sit satis. ingenio sic fuga parva meo.

Equidem sic rescribo pentametrum:

Sit satis, ingenio nec fuga parva meo.

Scilicet veretur Poeta in præcedentibus versibus, ne forte lectoribus hæc carmina non videantur ab ipso esse profecta, quippe ingenio ejus satis cognito minora. Hos igitur monet, ut statum Poetæ considerent, qui vel ipsum debilitet ingenium. Addit, se nec famam istis carminibus quærere. Jam pergit: Sit satis, inquit, si nunc carmina studiumque poeticum, quod exilii mihi causa est, non proflus odi, nec ingenium quoque meum exilio quasi quodam damnatum est. Sit, inquit, satis, me scribere versus qualescunque potius, quam nullos. Trajectio verborum, nec Ovidio nec cæteris infrequens Poetis, corruptioni locum fecit. Ceterum isthuc referri debent, quæ idem scribit *Trist. III. 4. 45. seq.*

*Nil non mortale tenemus,
Pectoris exceptis ingeniique bonis.
En ego cum patria caream vobisque domoque,
Raptaque sint, adimi quæ potuere mihi,
Ingenio tamen ipse meo comitorque fruorque:
Cæsar in hoc potius juris habere nihil.*

Pag. 78. II. *Trist. I. 2, 85 & 86:*

*Nescio quo videam positos ut in orbe Tomitas,
Exilem facio per mea vota viam.*

V. 83 dixerat, se vota diis facere, iisque se obstringere, ut feliciter ac cito ipsum deducant in locum exilii, quem jam petat. Hinc legi oportere auguror hunc in modum:

Exigo jam facile per mea vota viam.

Exigo, id est, ardentem oro flagitoque. Tale sane verbum hoc loco requirit orationis series pariter ac scopus. Ex *exigo* facile factum est *exilem facio*. Jam inserui exigente metro, & conveniente orationis scopo. Sic Ovidius *Heroid. XVIII. v. 52:*

Ut tibi det faciles utilis aura vias.

III. *Trist. I. 2, 102:*

Si satis Augusti publica jussa mihi.

Scripsisse ita crediderim Poetam:

Sique rata Augusti publica jussa mihi.

Profecto non alia est Poetæ sententia. Si, inquit, nunquam questus sum de Augusti imperio, sed, quod boni civis est, semper acquiesc-

acquievi latis ab eo legibus . Nec repugnat Nostri genus dicendi . Tomi VI.
Nam ejusdem libri eleg. 1. v. 33 inquit: Supplem.

Quæque volet, rata sint,

Seçt. II.

IV. Trist. I. 3, 75:

Sic Priamus doluit tunc, cum in contraria versos

Ultiores habuit prodigionis equus.

Nic. Heinſius totum hoc diſtichon expungere audent, tanquam ab aliena inferum manu. Sed nolumus ſecare, ubi ſanationi locus eſt. Lege ſis mecum ita:

Sic primus doluit, tunc, qui in contraria verſos

Ultiores habuit prodigionis equos.

Reſpicit enim Naſo exemplum Metii, juffu regis Tulli Hoſtilii ab equis in diverſum iter concitatis, uti loquitur Livius lib. I. c. 28 diſtracti. Totam hiftoriam enarrat ille cap. 27 & 28, ita conclu- dens: PRIMUM (en quid velit ſibi primus ille apud Ovidium!) Pag. 79.
ultimumque illud ſupplicium apud Romanos exempli parum memoris legum humanarum fuit: in aliis gloriari licet, nulli gentium mitiores placuiſſe pœnaſ. Etiam Gellius Noct. lib. XX. cap. 1. extremo eandem referens hiftoriam novum vocat ſupplicium. Porro Ovidius dicit: *Sic primus doluit, qui, pro ille, qui: tunc pro olim.* Sed hæc levia ſunt.

V. Trist. II. 331:

Forſitan & dubitem, numeris levioribus aptus

Sim ſatis, in parvos ſufficiamque modos.

Non dubito aliam, quam nonnulli codices habent, præferre le- ctionem, ſed additis parentheſeos ſignis:

Forſan (& hoc dubitem,) numeris, cætera.

Nimirum parentheſis modeltiæ cauſa infera eſt. Forſan, in- quit, (ſed etiam ea de re dubitare poſſim,) aptus ſatis ſim ad leviora carmina.

VI. Trist. II, 449:

Fallere cuſtodem demum docuiſſe fatetur.

Id demum alienum eſt hoc loco ac videtur natum eſſe ex poſtrè- ma ſyllaba vocis proxime præcedentis *cuſtodem*. Judicent Critici, an hæc lectio ſit vera:

Fallere cuſtodem ſe condociſſe fatetur.

VII. Trist. III. 6, 15 & 16:

Sed mea me in pœnam nimirum fata trahabant:

Omne bonæ claudunt utilitatis iter.

Alter verſus mirum quantum claudicat. Unde Heinſius rurfus cultrum ſtringit, ſcilicet recidens vulnus immedicabile. Sed par- tem trahit ſinceram, cum totum eliminat diſtichon. Priori quip-
pe

Tomi VI. pe versu elegantius nihil est, nihil concinnius. Conabimur pro-
 Supplem. inde & hic pristinæ integritati restituere pentametrum, ita eum
 Sect. II. refingentes:

Omne ò ne claudant [scil. fata mihi] utilitatis iter!

h. e. utinam calamitas mea non sit perpetua, nec nisi morte finien-
 da! Sic & alio loco dixit *iter claudere*, *Heroid. XVIII*, 140.

VIII. *Heroid. epist. XI. v. 19:*

Num minus infestum, funebria munera, ferrum

Feminea teneo, non mea tela, manu?

Canace, cujus nomine hanc scripsit epistolam Ovidius, v. 13. seq.
 queritur, patrem suum, tot imperantem hominibus, suæ impe-
 rare iræ non posse. Porro v. 17 meminit, se stirpe Jovis editam
 esse. Sed quid, inquit, hoc me juvat, cum nimis infestum ferrum
 cogor in mea ipsius viscera immittere? En veram lectionem:

Cum nimis infestum, funebria munera, ferrum

Feminea teneo, non mea tela, manu.

IX. *Heroid. epist. XIII. v. 104:*

Tu mihi luce dolor, tu mihi nocte venis.

Inspida hæc sunt quidem certe, aut ego nil sapio. Relegamus,
 quæ præcedunt, viam ut aperiamus veris ac sinceris *Poetæ ver-*
bis. Jusserat Laodamea maritum Troiam petentem exire nave po-
 stremum, scilicet quia oraculum prædixerat, periturum, qui pri-
 mus Græcorum Troianam terram sit tacturus. E contrario vult
 eadem, ut maritus in reditu celeritatem adhibeat summam. *Cum*
venies, inquit, id est, cum redibis domum, *remoque move velo-*
que carinam, inque tuo (hoc est, Græco) *celerem littore siste gra-*
dum. *Sive latet Phæbus*, (ita pergit,) *seu terris altior exstat*,
 hoc est, sive nox sit sive dies,

Tu mihi luce celer, tu mihi nocte veni,

hoc est, celer & sine mora ad me veni, sive noctu veneris sive die.

X. *Heroid. epist. XIV. v. 82.*

Et queritur, factum sanguinis esse parum.

Quid, quæso, dubitamus sic rescribere:

Et queritur, fustum sanguinis esse parum.

Sed hæc nunc sufficiant.

D. S. S C H M I E D E R I,

A C A D. N A T. C U R. S O C.

Observatio Physica, de Nube arborea, tempestatis mutationem certo indicante.

Phænomenon nostrum licet ex rusticorum, præsertim superioris Saxoniz & Variscorum regionem inhabitantium, Physica petitum, dignum tamen mihi visum est, cujus nunc & *Denominationis Rationem*, & *Materiam*, *Formam*, *Differentiam*, *Magnitudinem*, *Genesin*, *Tempus apparitionis & durationis*, nec non *Plagam*, ubi conspicitur, ac denique *Finem*, in præsentī exponam. Nubis arboreæ nomen gerit Phænomenon nostrum, ideo, quod ad arboris, ingentis sæpe, faciem accedere videatur, ut ex Schematismis *Fig. 1. & 2.* apparet, ubi A. & C. truncum, striæ vero albæ B.B.B. & D.D.D. ac floccinubium E. E. E. ramos atque folia constituunt. *Tab. I. Fig. 1. 2.* Vulgus in vernacula vocat *einen Metter-Baum*, partim ex ratione adducta, partim, quod ex ejus apparitione de mox futura, eaque vel turbulenta vel serena tempestate, & ex qua mundi plaga ista adventura sit, judicium ferat, certissimumque istius prælagium existimet. Materiam constituunt nubes, non vero quælibet, sed istæ tantum albicantes, quæ leves sunt atque steriles dicuntur, omniumque semper supremum in aere obtinent locum. Forma, ut monitum jam fuit, arborea est, duplici quidem ut plurimum sub specie (neutiquam tamen uno eodemque tempore) apparens. Interdum enim truncum arboris ramosum & foliis carentem, *Fig. 1.* alio tempore foliis eundem quasi exornatum *Fig. 2* refert, quæ folia E. E. E. primum nonnihil adhuc informia, nubes discerptæ inque floccos divisæ efformant atque repræsentant. Sunt autem folia hæc, striis istis truncum & arboris ramos nobis sistentibus, quoad colorem candidum paululum obscuriora, procul dubio inde, quod iis quodammodo sint inferiora atque densiora, quo ita superior ventus, flare nunc incipiens, (atque unica nostræ arboris meteoricæ, ut infra audiemus, causa efficiens) ob situm depressiorem ista vel non attingat, vel si ea etiam tangat, ob flatum tamen adhuc leniorem nondum elongare, sed in floccos atque vellera saltem mutare valeat, cujus rei veritatem quotidie fere videmus, quando *Boreas*, præsertim vero *Eurus*, tempestate hætenus nubila ac pluviosa, leniter jam spirare incipit.

Pag. 155.

Tomi VI.
Supplem.
Sect. IV.

Observamus enim hic, quod ab ejus leniori afflatu nubes densæ discerpantur, attenuentur atque in ejusmodi floccos convertantur, quos *Virgilius & Lucanus vellera* vocant. Plebs vellera hæc vocat *Schaffgen*, indiciumque futuræ serenitatis ut plurimum credit. Alibi dicuntur hæc vellera *Rarpsen-Schuppen*, ajuntque, *der Dimmel ist Rarpsen schuppigt, es wird gut Metter merden*, sed hæc ὡς ἐν παρόδῳ. Pergimus nunc ad arboris nostræ meteoricæ magnitudinem, quæ sat notabilis observatur, sed non semper. Interdum enim ea tanta est, ut ingentis etiam ad quercus imaginem accedat, interdum quoque pyri saltem vel pruni faciem refert. Magnitudine perspecta, ad generationem etiam ejusve causam tendimus, ubi potissimum fuerit atque palmarium, nubium ac ventorum, ut ex antea jam dictis luculenter patet, habere rationem, utpote cum quorum flatu istarum motus intime est connexus, dum horum perpetuo legunt vestigia, cursumque eam versus semper dirigunt plagam, quam testorum flabella atque turrium, *die Haus-und Thurm-Jabnen*, ipsis demonstrant. Interim tamen attentum & sedulum ventorum ac nubium observatorem quotidiana docebit experientia, nubes a dicta flabellorum quandoque deflectere via, & nunc alia quadam collateralis, nunc prorsus contraria incedere, vel plane duplici inter se gaudere motu, quando earum quædam in hanc, quædam in aliam vel oppositam moveri videntur plagam, qui motus nubium ultimus causam sensationis arboris nostræ specialem indicat, quæ in nubium & ventorum supra paululum jam indigitata diversitate querenda est, cum ventorum & nubium detur duplex genus, superiorum nempe atque inferiorum. Hæc ventorum autem discrepantia hætenus paucissimis Scriptorum Observationum meteorologicarum nota fuit, & adhuc propemodum ignota est, ut ex erudita *Dn. Wolffi, Prof. Mathes. Halens.* celeberrimi, Dissertatione, de *Hieme proxime præterlapsa*, (hiemem intellige dirissimam anni 1709 elapsi) §. 11. p. m. 7 patet, quando ait: *merito igitur miramur, quo jure, qui hætenus observationes meteorologicas dederunt, ventum nonnisi unicum eumque semper regularem allegent.* Hæc ille. Pergimus in descriptione nostræ arboris nubæ, dicimusque, quod nec quilibet ventus, nec quælibet nubes ad ejus generationem atque efformationem aptæ sint. Nubes enim ac vapores, ex quibus nostrum coalescit meteoron, primum ex sterilius & nonnihil tenacius, deinde venti ex superiorum & leniorum sunt genere. Quando itaque in suprema aeris regione ventus superior leniter spirare incipit, v.g. ex plaga orientali, (spirante adhuc vento inferiori ex plaga v.g. australi) & ejusmodi nubium & vaporum genus offendit, sensim sensimque nimis leviores dissipat, tenaciores ve-

Pag. 156.

ro in longos ejusmodi tractus mutat & strias, & ita colligit, Tomi VI.
quo tandem arboris speciem nostris sistere videantur oculis. Ven- Supplem.
tum vero superiorem verissimam meteori hujus esse causam, du- Sect. IV.

plex habemus argumentum, quorum prius est, quod striæ albi-
cantes. (ββββ) hætenus ductum inferioris venti adhuc spirantis Tab. L
securæ, subito nunc, ob instantem tempestatis mutationem cer- Fig. 3.

tam patiantur affectionem, dum nempe inverti videntur, Fig. 3.
Cum enim ventus superior novus in eas sub (a) incidit, novas
ex iis quasdam strias versus (b) efficit, quod fit, quando brevi-
ter tantum durat, quando vero persistit in suo statu, plane eas
invertit & secundum suum nunc inceptum dirigit motum. Alte-
rum argumentum est, quod brevi post hanc striarum inversio-
nem superior ventus, inferius etiam, ex plaga primum indicata
spirare nunc incipiat. Tempus certum, & ratione partium anni
& ratione horarum diurnarum, nostræ arbori nubæ non assigna-
ri potest, cum omni anni ac diei tempore appareat. Quam diu
duret, itidem certo dici non potest, interdum enim per semi-
horulæ, interdum vero per unius horæ & ultra spatium visum
nostrum delectat: quale indicium quoque esto de plagæ certitu-
dine, qui enim ventorum & nubium motum intelligit, facile
quoque percipit, certam isti non posse adscribi, cum nunc in
orientali nunc in occidentali, mox in meridionali, mox in bo-
reali, mox etiam in collateralis appareat. Ultimum denique finis
arboris nostræ nubæ exponendus restat, qui ex hætenus dictis
nemini amplius obscurus esse potest, cum tempestatis mutationem Pag. 157:
indiceret atque præfagiat. Hoc saltem adhuc notandum, quod,
quando in plaga occidentali conspicitur, ita ut rami versus orien-
tem se extendant, pluviam; quando vero in orientali videtur,
cælum serenum annunciet, ventumque (a ventis enim tempesta-
tes pendent) ex oriente spiraturum, prædicat; ut adeo Vulgus
huic meteoro arboreæ nubis (*eines Metter-Baumes*) nomen non
inapte imposuerit.

Tomi VI.
Supplem.
Sect. IV.
Pag. 178.

LEXICI MINERALOGICI SPECIMEN

a D. JO. JAC. SCHEUCHZERO, Prof. Mathes.

Tiguro transmissum.

ABALKIAKEL. v. Ætites.

ABNODENISCHRA.

ABNODINESCHAR. Chald. } v. Ætites.

ABNODNESCHRE. Syr.

ABRAUM. Germ. Tamm Erde, so uber den gang liget, *Schenberg. Bergm. Redens-art.*

ABSINTHUS. *Alberto M.* lapis est niger rubeis virgulis vel guttulis. Videtur *Asyctos Plinii* corrupto vocabulo. *B. de Boet, Lap. & gemm.* pag. 548.

Pag. 179. ABSTRICH. Germ. die unart, so im treiben von dem werk abgezogen wird. *Schenberg. Red-artb beyrn Schmelztbutten.* Was sic erstlich im treiben von der gläte abgesetzt, wird gewaschen, berechnet und der alte vorrath ganennet. *Kirchmai. Erklar. Bergmann-wort.*

ABU MALEJIO. }

ABU MUAÆ. }

ABU MUE. }

v. Cinis Sampænsis.

ACCIAIO Ital. }

ACCIARUM Lat. }

i. q. Chalybs. v. Ferrum.

ACESIA.

ACESIS. ΑΚΕΣΙΣ. }

ACESTIS. ΑΚΕΣΤΙΣ. }

v. Chrysocolia.

AXAK, ἀξάξ. v. Calx viva.

ACHATES, reperta primum in Sicilia, juxta Flumen ejusdem nominis *Plin. Hist. Nat. Lib. XXXVII. cap. 10.* Hinc nominis origo, derivata post ad alias gentes; Græcis quippe vocatur ΑΧΑΤΗΣ, Germanis ACHAT, AGATH, ACHATSTEIN, AGATHSTEIN, AGSTEIN, quæ vox distinguenda a GAGATE, qui etiam AGSTEIN & AUGSTEIN dicitur, sicuti & vulgo ipse noster ACHATES aliquando hoc nomine *Augstein* venit, Anglis & Gallis AGATE, Italis, Siculis, Hispanis, AGATA, ACHATE.

Note

Notæ Achatis characteristicae & distinctivæ.

Tom. VI.
Supplem.
Sect. IV.

1. Duritie marmor longe superat, ut & politura, hinc inter lapides pretiosos communiter refertur.

2. Plerumque quidem, ut alii hujus generis lapides, superficie externa est asper, & rudis, diffractus tamen insignem lævorem, polituræ & nobilitatis indicium, ostendat.

3. Ab *Onyche* differt, quod onyx zonis & crustis variorum colorum confet; Achates vero lineis & maculis ludat.

4. A Jaspide (quacum confunditur apud *Kentm. de fossil.* p. 51. sub uno Jaspidis titulo) quod Jaspis sit rudior, mollior, magis opaca, & mire confusos plerumque habeat colores, prædominante tamen purpureo vel viridi. In Achate vero colores magis sunt ab invicem distincti, prædominante plerumque albo & nigro.

Worm. Mus. 96. *Calceol. Mus.* p. 246.

Pag. 180.

S P E C I E S.

1. PASSACHATES. *Plin. loc. cit.* legunt alii PHASSACHATES, alii PSAPHACHATES, *Salmasius* autem in *Solin.* p. 92. JASPACHATES. Achates Jaspidi similis.

ΤΑΛΩΤ ΙΑΣΠΙΣ, vitreæ perspicuitatis Jaspis. *Orpb. de lap.* p. 230. *Salm. loc. cit.*

Achate Polombina. Imperat. Hist. Nat. pag. 544.

Achates Palumbum exprimens. Agric. Nat. Foss. Lib. VI. p. 302. male.

Not.

Medius quoad materiæ puritatem & splendorem inter Achatem & Jaspidem, ut ad hanc referri deberet, nisi adesset quædam perspicuitas.

2. CERACHATES. *Plin. l. c.*

Achates cornu exprimens. Agric. Nat. Foss. Lib. VI. pag. 303.

Achate cornea. Imper. l. c.

Not.

Qui Κέρας Græcorum admittunt pro radice vocis, huc referunt, cum *Wormio Mus.* pag. 96, *Agricola loc. cit.* & aliis eum Achatem, qui lineis & maculis cornu refert, figura, quod rarum, vel colore. Qui vero ceram Latinorum, eum qui cerea est facio. *Salmas. in Sol.* p. 94. 95.

3. SARDACHATES. *Plin. l. c.*

Σάρδος αιμαρδής Ἀχάτης. Sardam sanguinei coloris referens Achates. *Orpb. de Lap.* p. 230.

Achate Sarda. Imperat. Hist. Nat. p. 544.

Achates Sarda modo rubens. Agric. de Nat. Foss. Lib. VI. p. 303.

Acha-

Tomi VI. *Achates tota splendida flammæ igneæ rubedinem æmulans*. Calceol. Supplem. Mus. pag. 248.
 Sect. IV. *A reddish semiopaque Flint*. Plot. Nat. Hist. of Staffordshire p. 175.

Not.

Rubens est ad flammam potius quam sanguinem accedens, nunc opacus, nunc semipellucidus.

Pag. 181. 4. HÆMACHATES. Plin. l. c.

Achate sanguinea. Imperat. l. c.

BLUTSTEIN nostratibus Gesn. Fig. Lap. 149.

BELO Chin. Rumph. Amboin Rarit. pag. 287.

Not.

Hoc nomine veniunt, non qui sanguineis maculis irrubescunt, vel rubentibus & albis venis distinguuntur, sed qui toti sunt sanguinei coloris, & non distincti rubentibus & candidis maculis. Salm. in Solin. pag. 94.

5. HÆMACHATES alter, qui sanguineis maculis irrubescit. Solin. Polyh. cap. 5.

Achates sanguineis maculis irrubescens. Salm. in Solin. p. 94.

Achates distinctus rubentibus venis & albis. Plin. l. c.

Achates, quem sanguinea venæ transeunt. Hæmachates. Agric. Nat. Foss. pag. 203.

Achates lineis colorem sanguinis exprimentibus conspersa. Hæmatinilapidi in colore non multum dissimilis, ut merito Hæmachates nuncupari possit. Calceol. Mus. l. c.

Achates niger rubentibus venulis. Spen. Mus. pag. 116.

Achates sanguineis venis in se convolutus & flavis lineis maculisque varius. Cord. Obs. Sylv. pag. 220.

Not.

In hunc censum venire possunt Achatæ quicunque coloris sunt sanguinei, sed non puri, verum aliis coloribus sociati, siue nunc sanguineæ sunt striæ siue bractes integri maculosi.

6. Ἀχάτης Μιλιτοπάρης, *Achates in quo minium*. Orph. de lap. pag. 230.

Achates, quæ unius coloris est invicta Athletis. Plin. l. c. legend. qua minii coloris est. Salm. in Sol. p. 95.

Achates miniaceis maculis lacteo corpori immixtis. Cord. l. c.

Not.

Satura quadam rubedine, a tenui flammeo & sanguineo colore distinguitur Miniaceus, qui si in Achate est obviu, hoc miniacei Achatæ nomen meretur.

7. PERILEUCOS filo ab ore (ora) gemmæ ad radicem usque candido descendente. Plin. l. c.

Pag. 182. Ἀχάτης περιλεύκιος. Salm. in Sol. pag. 92.

Acha-

Achates niger venis obsitus albis. Marbod. Lib. XVI. c. 2.

CROWSTONES blake, streaked white, wich polisht so well, that I have seen them set in rings, and have been taken at least for the black *Achat*, or MELANOLEUCOS of Aldrevand. Mus. Met. Lib. IV. cap. 1.

Tom. VI.
Supplem.
Sect. IV.

Nor.

Hoc nominis meretur, qui lineis candidis & plerumque lacteis vel una vel pluribus est conspicuus, rectis vel circularibus: pro nota characteristica habet Salm. l. c. *circulos in medio lapidis nigros & albos, junctos & variatos*, ad distinctionem sequentis.

8. LEUCACHATES. Plin. l. c.

Achate bianca. Imperat. Hist. Nat. pag. 544.

Achates ob perspicuitatem in candore pulcherrima. Calceol. Mus. pag. 247.

WIDURIS Malab. & Javanensibus quibusdam BELOAR. Rumph. Amb. rar. pag. 287.

Nor.

Sunt hi albi toti, vel albis lineis tractibusque distincti. Salm. l. c. Illi persæpe sunt semipellucidi, albumini ovi similes, hi ad præcedentem quoque speciem possunt referri.

Achates nigra venulis purpureis & albicantibus, in qua vena alba fluvium referens ejus latera cingit. Worm. Mus. 97.

9. *Achates vitreæ perspicuitatis.* Plin. l. c. Solin. l. c.

Ἰάλαω† Ἰάσπις, vitreæ perspicuitatis Jaspis. Orph. de Lapid. pagin. 230, 231.

Ἀχάτης τὸ εἶδος ὑποκυανίζων ἰζωθεὶ περιφέρειαν λευκὴν ἔχων. *Achates coloris subcærulei, extrinsecus circumferentiam habens albam.*

Ita vulgo vertunt, sed male, judicante Salm. in Sol. pag. 94. 95, sum vitream perspicuitatem indigitet, sive cæruleam perspicuitatem, Epiphanius, sicuti etiam vitreum pellucidum & cæruleum interpretatur Philargyrus.

Achates nigra habens in medio circulos nigros & albos similes Hematiti. Isidor. sed falso hic τὸ ὑποκυανίζον Epiphanii sumit pro nigro. Salm. pag. 95.

Nor.

Pag. 183.

Achatæ pellucidi tum Orientales tum Europæi plerumque sunt candidi, vel ὑποκυανίζοντες, subcærulei quid oculis inferentes, a *Leucachate* in eo imprimis differunt, quod hic lactei sit candoris, vel saltem albumini ovi similis, ille vero vitreæ magis perspicuitatis.

10. DENDRACHATES velut arbuscula insignis. Plin. l. c.

ΔΕΝΔΡΑΧΑΤΟΣ Anonym. MSC. de virtutib. Lapid. citatus a Du Fresne Gloss. Græc. App.

ΔΕΝ-

Tomi VI. ΔΕΝΔΡΟΦΥΤΟΣ ΠΕΤΡΗ, *Dendrachates*, ΔΕΝΔΡΗΙΣ ΑΧΑΤΗΣ,
Supplem. *Achates arborescens*. Orph. de Lap. pag. 202, 203. *Achates*, in cu-
Sect. IV. *jus planitie vel arbores delimeata conspiciebantur*. Camill. Leonard.

Spec. Lap. Lib. III. cap. 3.

Achate figurata di Alberi. Imper. l. c.

BOOMTIES ACHATES. Rumph. Amb. Rar. p. 287.

Confundit cum *Dendrachate arbusculas marinas*. Gefn. Fig. Lap. pag. 174. sed male.

Not.

Vitreæ plerumque est perspicuitatis, sed arbusculis nigris *Dendratarum* ad instar insignis, ut *Dendrites Achatinus* commode dici possit.

11. *Achates similes limitum (al. palmitum) floribus*. Plin. loc. cit. Ignotus prorsus.

12. *Achates cum spicis, quas diceret nunc ex tritico excidisse*. Cardan. de subtilit.

13. *Achates in cujus medio herba Rorismarini conspici potest*. In Pinacotheca Lautieri vidit Ol. Borrich. Aët. Hafn. 1677. pag. 206. *Agate*, ou il y a de petits rameaux de feuilles noires. *Moncon. Voyag. Tom. I. 251.*

Not.

Idem est hic, ni vehementer fallor, cum *Dendrachate* N^o. 10, licet forsan foliola sint latiora; varians hæc in ramusculis & foliis latitudo meo judicio non variat speciem, nisi in infinitum velimus multiplicare entia.

14. *Agata Sardonica ripiena di festuche*. Settal. Mus. pag. 89.

Not.

Conferri hic potest cum n^o. 12.

Pag. 184. 15. ANTACHATES, cum uritur, *Myrrham redolens*. Plin. loc. citat. legunt alii ANCHACATES, an potius STACTACHATES, quod factæ odorem, id est myrrhæ habeat. Salm. in Solin. pag. 133.

ANATACHATES & ANTHACHATES. Agric. de Natura Foss. pag. 246. 276.

Not.

Prævio *Agricola* judico, referendum hunc esse ad succinum aliudve bituminosi generis fossile; nihilominus in serie Achatum, *Plinium* secutus, eum adducere volui.

16. CORALLOACHATES guttis aureis *Saphiri* modo distincta. Plin. l. c. *similis Corallo aureis guttis distincta*. id.

CORALLACHATES, qui coralli modo rubet. Worm. Mus. 96. *Achate che somiglia al Corallo*. Imper. l. c.

Coralloachates a Coralli forma. Boot. Hist. Gemm. & Lap. L. II. c. 96.

Acha-

Achates corallo colore similis. Agric. Nat. Foff. Lib. VI. p. 303.

Not.

Tom. VI.
Supplem.
Sect. IV.

Si Corallii modo rubeat, referri potest ad *Hemachaten* No. 5. Si formam habeat Corallii, id est figuram externam, est sui generis Achates, qualem reperiri vix credo, si, quod *Plinius* nominis Autor, guttis aureis *Sapphiri modo*, (vel, ut autumo, lapidis Lazuli instar) est conspersa vel distincta sui est generis, placet altera appellatio Pliniana, quod huc referri debeat Achates similis, colore scilicet, Corallo-aureis guttis distincta.

17. ACHATES, quæ reddunt species fluminum, nemorum & jumentorum etiam effeda (al. ederas) & staticula & equorum ornamenta. Plin. l. c.

Corona di Agata Sardonica, le cui varie spezie per i diversi lineamenti di fiumi, boschi, giumenti, che in molte di esse effigiati, sono dalla natura, e ingemmamenti che seco annesso portano varii nomi le cagionano. Settal. Mus. pag. 89.

Een Achat steen, waarop men in zyn voluomen koleur ziet een onde-raardsche roots, en door de zelve eenige bergen in t' verschiet hebbende boven in t' verwulfsel twe door gebrokene gaten, door welker-seene een stralend licht komt vallen. Rumph. Amb. rar. p. 90.

Achates coloris candidi macula incarnata semidiaphana undis albis cincta & lacum quasi representans aliisque viridibus variegatus. Mus. Tigurin.

Pag. 185.

Not.

Infinitus forsan est Achatum, qui huc referri possunt, numerus, infinite variantibus casu singulari lineis & maculis, quibustamen plerumque possessores vel scriptores plus addunt imaginatione delusi, quam revera iis inest.

18. Cepites, Tuinsteen, een sort van Achaat mit streepen, die geestige fortressen en andere gedaantens verbeelden. Rumph. Amb. Rar. p. 289.

Not.

Affinis hic Achates marmoribus Florentinis referri quoque potest ad n. 17.

19. *Achates leoninae pelli (al. pellis) similes. Plin. l. c.*

ΛΕΟΝΤΟΣΕΡΗΣ ΑΧΑΤΗΣ είδος έχων χρυσοιδόν άμαιμακείοιο λίοντος. LEONTOSERES, Achates colorem habens fulvum indomiti leonis. Orph. de Lap. p. 230. 231.

Notat hic *Salm.* in Sol. p. 95. Λιοντοσέρην Α'χάτην dictum esse Orpheo, non quod Leoninae pelli similis, ut *Plinius* intellexit, nec quod colore Leonis sit, ut voluit *Epiphanius*, sed a virtute & potentia, quam habet sistendi frenandique Leonum & ceterarum ferarum iras & impetus, σερή idem quod σερή vinculum, cingulum, σπρίζω, σπρίζω ligo, frano, vincio.

Tom. V.

K k k

Αχά-

Tomi VI. Ἀχάτης χρώμα ἔχων λέοντος, *Achates Leonis colorem habens*. Epi-
 Supplem. phan. de 12 Gem. p. 6. 10.

Secl. IV. AGAPIS lapis est colore pellis leoninæ, ab ἀγάπη, id est dilectio-
 ne sic dictus, quod ab omnibus diligatur. Facultatem admirandam con-
 tra scorpionum ictus ac viperarum morsus habet, alligatus vulneribus,
 aqua prius madefactus, extemplo dolorem mitigat & sedat. B. de Boot.
 Lib. II. p. 548. ex Lud. Dulce.

Notat de Laet de Gemm. & lap. Lib. II. 195. *Agapis* nomen corru-
 ptum esse ex *Achate*, nam & Plinius l. c. scribit, *Leoninæ pelli si-*
miles potèntiam habere contra scorpiones dicuntur: id quod *Agapi*
 heic tribuitur.

LEONINA, sc. *Achates*. B. de Boot Lib. II. c. 96.

Pag. 186. LEONTIOS, a *Leonis pelle ita dista gemma*. Plin. L. XXXVII. c. 2.
 LEONTODORON, Græcis. Agric. Nat. Foss. Lib. VI. pag. 303.
 Calceol. Mus. 148.

BROCATELLA, Italis. Boot. l. c.

LEONACHATES, recentiorum *Brocatalla* forte vulgo. Calceol.
 Mus. loc. cit.

Not.

Manebimus nos in Pliniana descriptione & *Achatem* hujus nomi-
 nis volumus, qui fulvo Leonis colore est insignis.

20. PARDALIOS, a *Pantheræ pelle ita denominata*. Plin. Lib.
 XXXVII. c. II. Agric. l. c.

Huc referenda forte sequens λεοντοσίρης descriptio Orpheana.

- - - - - κατάσιρκος σπιλάδεσσι

Πυρραΐσιν λευκαῖς τε μελαινομέναις χλοεραῖς τε.

- - - - - distinctus Punctis

Rutilus albisque nigrescentibus viridibusque, p. 230. v. 10. 11.

Achates ob varias maculas *Pantheræ* animalis feri, pelli maculose que
 sunt similes, & quas per totum corpus hinc inde conspersas habet. PAN-
 DALION Græcis dicitur, PANTACHATEM juniores vocant.
 Calceol. Mus. p. 248.

21. *Achates Pyrrhi*, in qua IX Musa & Apollo *Citharam* tenens,
 non arte sed natura sponte ita discurrentibus maculis, ut Musis quo-
 que singulis sua redderentur insignia. Plin. Lib. XXXVII. cap. 1.

Rex Pyrrhus digito gestasse fertur Achatem,

Cujus plana novem signabat pagina Musas,

Et stans in medio Citharam tangebatur Apollo.

Naturæ non artis opus, mirabile dictu. Marbod. de lap. Lib.
 VII. cap. 1.

Not. Mirabile non tam naturæ, ut autumo, quam artis productum,
 quemadmodum hujus generis alia pro naturalibus venditantur &
 hodie, quæ Christum crucifixum aliaque ostentant.

22. Acha-

22. Achatzæ alii ἀνθρωπομόρφοι.

Acbates, in quo Natura Heroïnæ depinxit capillis crispatis, & pedore balteo instructam. Kirch. Mund. subterr. Lib. VIII. p. 30.

Tomi VI.
Supplem.
Sect. IV.

Acbates in qua conspicitur Regium caput diademate ornatum, naturalibus id exprimentibus venis, absque omni artificis manu, conspicitur Venetiis in Ecclesia Divi Marci. Calceol. Mus. p. 21.

Acbates, in quo hominis imago conspicitur coloribus ita eleganter effigiata, vestimenti ita affabre delineata, capiti, collo, brachiis & pedibus, quæ sua respondent textura, ut hominem non sine veloci gressu Pag. 187.

itineri intentum esse prænunties, in augustissimo rerum naturalium conclavio auspicii Seren. Ferd. Gonzagæ erecto, videtur. Calceol. l. c.

Een Achaaat, waarin men de gedaante vaneen biddenden Paus ziet in syn gedaante en verwen. Rumph. Amb. Rar. p. 290.

23. *Acbates, quæ circulum ita exacte fusco colore notatum habet, ut circino perfectior exarari non possit. In circuli medio Episcopi cum mitra effigies exacta apparet. Deinde si paululum inuertatur, alterius imago visitur. Quod si iterum vertatur, duæ imagines apparent, & mulieris & viri, alioque modo inversa adhuc alia.* Boot. L. II. c. 95.

Not.

Potest & hic inter ἀνθρωπομόρφους referri, peculiarem tamen locum propter circulum, quo humanæ figuræ sunt cinctæ, meretur.

24. *Acbates, qui cor & pulmones simul venarum aliquo ductu egregie repræsentat.* In Bibliotheca Francofortensi visitur. Konig. Regn. Miner. pag. 106.

25. *Acbates, in quo medius Onyx oculum referebat, habuit quondam Joh. Ludovicus Guetius, unde Achatem OMMATIAM aut ONYCHOPHTTALMUM vocare lubuit.* Velsch Hecat. I. Observ. 22.

Sunt Achates, inquit Cardan. de subtilit. f. 290, qui referunt avium oculos, alii piscium, quidam humanos oculos, LEUCOPHTHALMI, quidam lupi, LYCOPHTHALMI, quidam capræ, EGO-PHTHALMI vocati.

Agata Sardonica rappresentante un occhio di Cavallo. Settal. Mus. 89. *OPHTHALMIOS, VISCHOOGS-ACHAAT, is buiten an de rand licht hornverwig, darna en Kring van den reder Kolor, en in t'mitten een witten oogappel.* Rumph. Amb. Rar. 289.

Achates grisei coloris in annuli formam arte effigiatus, qui linearum vel tractuum cœrulescentium signatura, oculum bovinum pulchre exprimit. BOOPHTALMOS a me possessore denominatus.

26. *Acbates, quam ipsa rerum natura Christo tanquam DEO ac conditori suo dedicavit hunc in modum* B. XRISTOR. S. XXX. Pag. 188.

K k k 2

hoc

Tomi VI. hoc est ex interpretatione Lambecii, Biblioth. Vindob. L.I. p.25.
 Supplem. BEATORI ORBIS, vel BEATORI GENERIS HUMANI
 Sect. IV. CHRISTO REGI SEMPITERNO TRIUNO CRUCIFIXO,
 extat in Cimeliotheca Cæsarea.

27. *Agata, in cui la natura aprì la scuola di Aritmetica, mentre segnandovi tai numeri 4191, 191, parve che render volesse inarrivabile il di lei prezzo.* Settal. Mus. 81.

28. *Αἴγληϊς σμάραγδος Fulgens Smaragdus.* Orph. Lap. pag. 230. vers. 5.

Not.

Hoc titulo venire potest Achates smaragdi colorem viridem præ se ferens.

29. *Αχάτης ἐν ᾧ καλὸς.* Achates in quo Æs. Orph. Lap. pag. 230. vers. 7.

Not.

Huc pertinent, qui æneas miculas vel Pyritæ ænei particulas repræsentant.

30. *Ἀχάτης, ἐν ᾧ χροὴ ἑσπεριώδης μήλοιο.* Achates in quo verni pomi color. Orph. 230. v. 7.

31. *Achates carnei coloris, in quo Natura Lune corniculatæ effigiem lacteo semicirculo tam perfecte efformavit, ut ne ab arte quidem elegantius pingi potuisset, unde & seleniten aliquando vocavit, sed cum adversa quoque parte attentius inspiceret, Aphrodisium deinceps appellavit, quod Veneris seu Vesperuginis phases exacte referat, quas in Itiner. extat. Kircher. Par. I. Dial. I. produxit. Casp. Schott. Iconism. V. Fig. 3. & 6 p. 133, teste ipso Possessore Velschio. Ephem. Germ. Dec. I. ann. I. Obl. 156. p. 336.*

Agata orientale di ovata figura, in cui scuopresi bellissima una luna, sotto di cui un'altra, come se nell'acqua fosse, si riflette, e sopra alla quale ombreggia un non so che di nuvoloso. Settal. Mus. p. 88.
Achates ἀσποειδής. Kirch. Mund. Subr. Lib. VIII. p. 28.

32. *Achates, in quo natura Hemisphærium pinxit cæli distinctis orbibus, in medio terra rotunda quasi aquæ supereminens, in reliquo hiatus terræ fumum emittere videtur, qui Aerem obumbrat.* Cardan. de subtilit. f. 290.

Pag. 189. *Achates, in quo quinque Orbis perfectissime designati.* In Pinacotheca Lautieri vidit Ol. Borrichius A&H. Hafn. 1677. p. 206.

33. *Achates quatuor coloribus insignis, sed pluribus lineis distinctus, quem ideo ELEMENTARIUM sive ΤΕΤΡΑΣΤΟΙΧΕΙΟΝ nominare placuit: cærulescens enim color Aquæ indicium nobis facere visus, albus Aeris, ex flavo rubescens Ignis, reliquo obscuro fusco & quasi hepatico Terram notari posse existimavimus.* Velsch. Hecat. 4. Qbf. 42. possess.

Acha;

Achates politi continuis variorum colorum venis equali distantia procurrentibus conspicui. Spen. Mus. p. 116.

Tom. VI.
Supplem.
Sect. IV.

Achates tricolor, qui non minus ELEMENTARIUS sed ΠΕΠΙΣΤΟΙΧΕΙΟΣ appellari posset. Nos tamen a linearum miris ductibus ENGRAPHUM potius vocavimus. Velsch. l. c. possessor.

Achates bicolor hepatici coloris obscuri, atris lineis intercurrentibus, & ipse elementarius, ΔΙΣΤΟΙΧΕΙΟΣ dici posset. Velsch. l. c. possessor.

Not.

Observandum & hic & alibi in Mineralogia, non omnia sub eodem numero recensita semper esse synonyma, si in arcto sensu synonymiam consideremus. In tanta colorum, partium, figuræ, situs, variatione laxior significatus locum habet, secus ac id fit in Botanica, ubi eadem species harumque individua ejusdem semper sunt figuræ, coloris, eorundem florum & fructuum. Non exiguam infinita hæc in Mineralibus, in primis coloratis, ut sunt Achates, Jaspides, Marmora, Silices, parit difficultatem, quapropter liberum est cuique ex synonymis id seligere, quod objecto suo videtur adæquatum, vel etiam, ubi necessitas postulat, formare novum.

34. *Achates, quæ ruforum crinium globum graphice expressum exhibet, & omnino conferri potest cum CORSOIDE Plinii, quum κόρση simpliciter capillum significet.* Salm. in Sol. p. 537. possessor.

35. *Achates, in quo minutus forex conspicitur.* In Pinacotheca Lautieri vidit Borrich. Act. Hafn. 1677.

36. *Achates albus nigramusca prægnans.* Rumph. Amb. Rar. p. 287.

37. *Achates pallidi coloris totus innumeris venis veluti capillari-bus nigricantibus cancellatus.* Velsch. l. c. Possessor. Pag. 190.

38. *Achates flavus, sed nigro minutissime punctatus.* Velsch. l. c.

39. *Agata Orientale Sardonica di ovata figura di colore bianchiccio, nel cui midollo risplende una massa di acqua, che volgendola si vede muoversi.* Settal. Mus. p. 80.

Terrestres globi, (COCCOS vocant) in Occidentali India. OVA SOLIS. Nieremberg. Hist. Nat. Lib. XVI. c. l.

COCCUS PARAGUAYANORUM (VENTER CHRYSALLINUS ÆTITES GEMMATA) extra ex rubro impuro & alba mixtus expolitus ejusdem cum optimo Chalcedonio coloris, & in Meditullio vacuus, sponte rumpitur, vacuus & ingentem strepitum edit. Jonston. Notit. Regn. Miner. Tit. 2. cap. 4. art. 2. pag. 44. 45. Bausch de Ætit. pag. 23.

Not.

Ad Ætitem hic quoque referri potest, qua globosus & cavus, & quidem ad Ætitem gemmis prægnantem, potius tamen materiæ, scil. respectu huc pertinet in numerum Achatum.

40. *Agata*

Tom. VI.
Supplem.
Sect. IV.

40. *Agata del Chile, dentro del quale molti Cristalli si veggono a risplendere, e chiamata Cocco da i Chilesi, e quando è maturo, scoppiata come un pezzo di Artiglieria*, Settal. Mus. 53. 88.

Agata nel seno di cui brilla trasparente vaga miniera di berilli, da che i Latini chiamano BERYLLOACHATES. Settal. Mus. 89.

Achates globosus continens in se Chrystalla sexangula, Ætica species. Sibald. Scot. Nat. P. II. Lib. IV. p. 50.

Not.

Non differt hic a præcedente, nisi contento : quod hic est aqua, ibi fluores gemmei. Qui sub eundem numerum lapidem utrumque disponere cupit, ei per me licet, quemadmodum & ego ad eundem titulum redigo Achatas omnes Fluoribus quibusvis, seu gemmei fuerint, seu viliores, CrySTALLINI, prægnantes.

41. *Agata di colore alla pietra ciana o sia Lazulsi consimile, ma trasparente, ritrovato ne pezzi della pietra Lazuli*. Settal. Mus. 89.

Achates serenissimi vernique cæli, a quovis vapore labore expurgati, colorem instar Saphiri referens, SAPHIROACHATES dicta. Calceol. Mus. 248.

Pag. 191. *Achates cinereis ac lividis in cæruleo venis convolutus*. Cord. Sylv. Observ. pag. 220.

Achates cæruleo albus punctis venulisque hepatici coloris densissime interspersis. Spener Mus. 116

Not.

Est hic igitur Achates magis minusve cæruleus : forte non admodum ab eo differt ὁ ὑποχρῶν. n. 9.

42. *Achates ovi columbini magnitudine & figura, variis coloribus laminatim quasi distinctus, cernere etiam licet album, nigrum, fuscum, flavum, griseum, aliosque mira jucunditate junctos*. Worm. Mus. 97.

Achates politus continuis variorum colorum venis equali distantia præcurrentibus conspicui. Spener. Mus. p. 116.

Achates, in quo color cæruleus, candidus, viridis, niger & alii diversi apparent. Calceol. Mus. 248.

Achates crudus coloris ex cæruleo rubro & viridi variegati; roher unvollkommener Agath von unterschiedlichen Farben. Mus. Tigrin.

Achates ovi gallinacei magnitudine coloribus, albo, cæruleo, rubro, fævo pulchre variegatus, in quo stipula pellacent; vidi apud Dn. Salom. Hirz. Præfectum Eglisoviensem.

Not.

Pertinent huc quicumque χολύχρως, quos non facile ad alias species reduceris; coloribus variis ludentes.

43. *Achates Hepatici coloris; Leber Farber Achat*.

44. *Achates purpurei coloris, nigris & albis venulis conspicuus*. Spen. Mus. 116.

45. *Acha-*

45. *Acbates Malachita & Chalcidonio mixtus*. Spener. Mus. 116. Tomi VI. *Acbates Musaicus venis parallelis ex Chalcidonio mixtis*. Id. l. c. Supplem.

46. *Acbates cruce signatus*. Sibbald. Prod. Hist. Nat. Scot. Par. II. Sect. IV. Lib. IV. pag. 50.

47. LAPIS INDICUS *figura nuclei pini, sed oblongior aliquanto, uncie unius longitudine, extremitas altera radicem quasi quandam habet, quæ alteri lapidi inserta fuisse videtur, altera planior, latior, coloribus cum Achate certat. Limbo enim est purpureo, qui vinct violaceum, hic candida linea reliquum separat ad cinereum tendens, natura politus est*. Worm. p. 97.

H. de B. E. M. COGITATIONES DE TITULO MAGNI,

Sect. V.
Pag. 218.

Carolus Imperatoribus ex Francorum linea communi.

I. C N. Pompejum ob præclara gesta *Magnum* appellatum fuisse, constat, & *Maximi* titulum apud Imperatores Constantinopolitanos ultimis temporibus valde in usu fuisse, & ex numismatibus & inscriptionibus apparet. Fl. Valentinianus in Inscriptione in Ponte Cæstio conspicua, quam BARONIUS To. III, Annal. Eccles. ad A. CCCXII. §. 96. p. 95. & BERTIUS Lib. I. Rer. Germ. pag. 104. exhibent, FL. VALENTINIANUS. PIUS. FELIX. MAXIMUS. VICTOR nominatur: Constantinus vero in diversis maximi moduli numismatibus CONSTANTINUS MAX. AUG. audit, apud JOH. VAILLANT de Numismatibus Æreis Imp. Rom. pag. 250, quæ inscriptio in aliis quoque numis apparet: add. SPANHEIMIUS de Usu & Præstant. Numism. Dissertat. VII. pag. 445. Inter recentiores Carolum Francorum Regem potentissimum, postea Romæ *Augustum & Imperatorem* vocatum, *Magni* titulo cognominari, inter multos quidem constat; verum abstinuisse, dum in vivis esset, ab isto titulo *Carolus*, nec ei nisi post multos annos, Aliquorum in primis instinctu, datum fuisse, plurimi credunt. Id enim artis ingeniose exercent, ut alios Principes ad venerationem sui instigent, dum Imperantes, qui propensa in ipsos fuerunt voluntate, avaritiamque istorum largis donationibus demulserunt, splendidis titulis honorant, & pro optimis Principibus, licet id nullo modo promereantur, venditant, illos e contrario, qui simulata animi studia non amarunt,

Tomi VI. runt, pro Tyrannis, impiis & futilibus hominibus habent. Com-
 Supplem. munis quidem hæc Eruditorum sententia atque mens est, inte-
 Sect. V. rim haud credo, quod adeo firma sit, quin contrarium probari
 possit, quod nonnullis exemplis me facturum confido.

II. Quod ad numismata attinet, si OCTAVIO de STRADA si-
 des habenda, statim apparet, in illis Carolum fuisse *Magnum*
 vocatum. Invenitur enim apud eundem Lib. III. de Vitis Ca-
 sarum pag. 367. ætupon aurei numi, in quo Carolus Imperia-
 li corona tectus conspicitur, dextra pomum, cui insistit victo-
 ria, sinistra gladium tenens, cum epiphrafi: CAROLUS MA-
 Pag. 219. GNUS ROMAN. IMPERA. SEM. AUG. Aversa vero pars

R

signum Caroli K A S cum inscriptione METULLO ✱ exhibet.

V

L

Non me quidem fugit, quod magnus ille Polyhistor WAGENSEL-
 LIUS Comment. de S. R. Imp. Lib. Civitate Noribergensi c. 26.
 pag. 249. hunc STRADÆ nummum progenitum agnoscat, dum
 ex illo, tanquam supremo fidei argumento, probare conatur,
 ornatum imperatorium, quem hodiernum Noribergenses custo-
 diunt, a Carolo originem trahere. Sed merito hunc errorem
 agnovit Celeberrimus Halensium Professor Jo. PETR. LUDEWIG
 de Noriberga Insignium Imperial. Turelari cap. VII. pag. 126, qui
 multis iisque gravissimis rationibus ostendit, aut recentioris es-
 se ævi, aut plane a Strada confectum, cujus etiam exigua in
 re numismatica fides esse solet, quod multa falsa pro veris ven-
 ditat. Sola magnitudo ærisque, ex quo conflatum esse dicunt,
 pretium indicia malæ causæ sunt, in eo tamen cum Celeberr. Dn.
 LUDEWIG non consentio, quod Carolus se Magnum non scripse-
 rit, neque vivus nomine hoc appellatus fuerit, quod utrumque
 aliis documentis confellitur.

III. Carolum enim, quum adhuc in vivis esset, Magnum fuisse
 vocatum, ex charta XLVII apud GOLDASTUM Tom. II. Antiquit.
 Alemannicarum pag. 55. apparet, quum ibidem hæc inveniat
 subscriptio: *Facta traditio hæc in 4 Kal. Jun. 6 feria anno quinto, re-
 gnante Domino nostro CAROLO MAGNO IMPERATORE*, nec
 etiam exempla deerunt, quæ comprobant, quod ipse hoc titulo
 fuerit usus. Primum ex MEIBOMII Tom. II. Rer. German. p. 196
 hausi. Ibi enim Erdwinus Erdmannus in Chronico Episcop. Ol-
 denburgensium diploma profert, in quo hæc inveniuntur verba:
Karolus MAGNUS Pacificus. Reliqua doctissimus MABILLONIUS,
 Vir harum literarum peritissimus, suppeditat. Extat enim L. VI.
 de Re Dipl. §. 62. p. 307. *Renovatio testamenti Abbonis Patricii pro*

cano-

canobio Novaliciensi facta per Carolum circa An. 805, quæ sic incipit : *Karolus Imperator, piissimus, a Deo coronatus, MAGNUS*, & quod sequitur Diploma §. 63. pag. 512. pariter orditur : *Karolus serenissimus, Augustus a Deo coronatus, MAGNUS, Pacificus, Romæ gubernans imperium*, & tandem §. 64. pag. 512. præceptum exhibetur pro *Adelberto Saxoniz Duce*, de An. 813. his verbis : *Karolus Serenissimus, Augustus a Deo coronatus, MAGNUS, pacificus, Romanorum gubernans Imperium*. Quinque itaque ostendi exemplis, falli eos, qui putant, Carolum se Magnum neque scripsisse, neque vivum appellatum fuisse.

Tom. VI.
Supplem.
Sect. V.

Pag. 220.

IV. Unde autem cognomen illud acceperit, videndum. Magnus vel ratione corporis, vel ratione virtutum dici potuit. Alexander & Pompejus a rebus præclare gestis Magni dicti: alii a habitu corporis fuerunt cognominati hoc nomine; sic Licinii *Crassi*, Sempronii *Longi* nomina non sunt ignota; add. SIGONIUS & ONUPHRIUS PANVINIUS de Nominibus Rom. ap. GRÆV. To. II. Antiquit. Rom. pag. 1981 & 2006. Quid de Carolo nostro dicendum, dubium est. In ea opinione est WERNERUS ROLEVINCKIUS de Westph. Laudibus Lib. II. cap. II. quod tam ob excellentem factorum magnitudinem, quam ob eximiam corporis formam & modum illud cognomen meruerit. Illa enim excelluisse Carolum, Pseudo-TURPINUS non solum cap. XX. pag. 80. suo testimonio, ubi inquit, *staturam Caroli octo pedum suorum eorumque longissimorum* fuisse, confirmat, cui tamen haud fides est adhibenda; sed id etiam ipse EGINHARDUS fidelissimus scriptor testatur: *Corpore fuit amplo atque robusto, statura eminenti, quæ tamen justam non excederet, nam septem suorum pedum proceritatem ejus constat habuisse mensuram*. Consentit vetus Poeta SAXO, de Vita Caroli Magni Lib. V. vers. 335 apud Illust. LEIBNITIIUM de Script. Brunsvic. Tom. I. pag. 165:

*Egregie procerus, & hoc moderamine justo.
Septem namque suis longus erat pedibus.*

Quod verbosius doctissimus MARQUARDUS FREHERUS in dissert. de statura Caroli Magni explicavit, quam cum suis notis HENR. GUNTHERUS THULEMARIUS illustratam edidit, & Vir. Clariss. JO. HERMANNUS SCHMINCKE in nitidissima sua Eginhardi Editione pag. 220. haud ita pridem apud Batavos recudi fecit. Accedit, quod alii etiam apud Francos a corporis habitu fuerint cognominati: Pipinus enim *Brevis* dicebatur, quod *statura pusillus* esset, ut ODORANNUS Monachus fragmento Chronolog. ad A. 750. Pag. 221.

Tom. V.

L. II

in

Tomi VI. in Annal. Pithœi pag. 214 testatur; ut Carolos *Calvum* & *Crassum* Supplem. taceam: vid. tamen DUFRESNE Voc. *Bevera* pag. 598. Ut proinde a veritate non multum aliena esse videatur eorum conjectura, qui primum ex Francorum linea Imperatorem & ob res præclare gestas, & ob proceram corporis staturam *Magni* nomen promeruisse, sibi persuadent.

V. Sed jam aliorum quoque notandus est error, qui solum Carolum ex Francorum linea Imperatorem primum, *Magni* elogio honoratum fuisse putant, quum eodem titulo etiam ejusdem successores, qui Caroli fuerunt nominati, usos esse sequentibus probavero. Graviter enim labuntur, qui improvide, quum *Magni* cognomen inveniunt, omnia ad Carolum I. referunt, non solum contra Chronologicam computationem multum peccantes, sed etiam historiam pessime confundentes. Observavit illud jam ante me JOACHIMUS VADIANUS Lib. II. pag. 53 de Collegiis Monasteriisque Germaniæ, quem GOLDASTUS Tom. III. Rerum Alemannicarum exhibet. *Observatumque*, sunt illius verba, tam *CALVUM* quam *CRASSUM* *Magni* sibi cognomen usurpasse: ut plane errent, qui non satis expensa temporum supputatione, repente ad Carolum Pipini filium animum adjuiciunt, ubi publicis in tabulis diplomaticis *Magni* cognomen legant. De Calvo quidem non video dubitari, quum se *Magnum* cognominaverit; *Crassi* autem diploma extat San-Galli, nuper a me visum, in cujus sigillo plumbeo ipse Imperator laureatus cernitur, cum hac inscriptione: *CAROLVS M. AVGVSTVS*, & in altera sigilli parte hæc verba itidem laureo sertulo inclusa leguntur: *RENOVATIO REGNI FRANC.* In fine autem Diplomatis hæc verba scripta sunt: *Data Non. Octob. Ann. Incarnationis Domini DCCCLXXXIII, Indictione secunda, Anno vero Imperii Domini Caroli in Italia III, in Francia II, ætatem Papie in Dei nomine feliciter.*

VI. Hæc sunt Vadiani verba, quæ licet longiora sint, ea tamen annotare me non piguit, cum maxime ad declarandam meam quæstionem faciant. De *Calvo* autem non dubitari testatur; quo tamen non obstante, quibusdam exemplis rem reddam clariorem. Suppeditat tale Charta Heligandi Comitis pro ecclesia S. Martini Turonensis apud MABILLONIUM Tom. III. Annal. Ordinis Benedicti. App. document. ad Lib. XXXV. num. 6. pag. 671, in qua sæpius Caroli Magni fit mentio, quare allegatus Autor doctissimus cit. loc. ad Ann. 856. pag. 54 annotavit, quod Charta illa contineat quædam observatione digna, quorsum refert, quod Carolus Magnus Imperator sæpe dicatur, sive id adjective sive pro cognomine accipiat. GRATIANUS Dist. XIX, cap. III. adducit

ducit sententiam , quod tolerandum sit iugum , quod a sancta sede Tomi VI.
imponitur , licet importabile videatur , quæ ex Concilio Caroli M. ci- Supplem.
tatur. NAUCLERUS Vol. II. gen. XXVIII. narrat , quod illud sit Sect. V.
unum ex viginti tribus legum capitulis , quæ Carolus Magnus
ad omnes suas provincias misit ; sed extat in Concilio Triburiensi
cap. XXX , quod sub Carolo Calvo celebratum fuisse constat .
Accedit LUIDBERTI Moguntini Archi-Episcopi auctoritas in Epi-
stola ad Ludovicum Regem Calvi fratrem in Tom. XVI. Bibl.
Patrum Max. pag. 764 ubi postquam Papæ conatus in Francorum
gentem injurios esse ostendit , ut sua jura Imperator defendat ,
monet , additque : *Quapropter necessarium videtur mihi & utile , ut*
religiosus Princeps Carolus frater Vester Legatis atque literis a Vobis
destinatis , super hoc negotio mature conveniatur , ut tam ipse , quam
sacerdotes Regni Ejus , qui hactenus ab hujusmodi sordibus mundi
sunt , Vobis & Vestris Episcopis adjungatur &c. quæ sanæ sunt in-
dicio , edictum tale in Episcoporum conventu esse propositum ,
ut proinde necessaria non fuisse emendatio videatur , in quibus-
dam , recentioribus in primis , Decreti & Corporis Juris Canonici
Editionibus facta , ubi tantummodo ex Capitulis Caroli Impera-
toris citatur .

VII. SUGGERII Abbatis Sancti Dionysii testimonium his su-
peraddendum esse censeo , ex quo petierat Rex Ludovicus , ut in-
ter Sacratissima Sanctæ Trinitatis & SS. Martyrum altaria sepeliri me-
reretur , quod negat SUGGERIUS in Vita Ludovici Grossi , cu-
jus verba sunt : *Occupato loco Caroli MAGNI Francorum Regis ,*
quia nec fas nec consuetudo permittit Reges ex hospitari , quod pro-
posueramus , fieri non potuit . Si autem consideratur accuratius ,
quis ex tribus Carolis , qui Imperio Romano-Francico præfue-
runt , intelligatur , Carolus omnino est , qui Calvus alias dici- Pag. 223.
tur . Carolus enim Pipini filius Aquisgrani in æde Div. Virginis
Mariæ terræ mandatus fuit , vid. EGINHARDUS cap. XXXI. An-
nales PITHÆANI ad Ann. DCCCXIV. pag. 24. MONACHUS EGO-
LISMENSIS pag. 282. *Crassi autem ossa in Augiæ Majoris Mona-*
sterio sepulta fuerunt , teste REGINONE ad An. DCCCLXXXVIII.
& LAMBERTO SCAFNBURGENSE ad h. a. Loquitur itaque Sug-
gerius de Carolo Calvo , qui in Italia obiit , a suis vero depor-
tatus est ; *sed quia sator intolerabilis ex putredine cadaveris baju-*
lantes gravabat , compulit illud terræ mandare , post aliquantos an-
nos ejus ossa translata sunt , & Parisiis in Monasterio Sancti Dio-
nyisi honorifice sepulta , testatur REGINO ad Ann. 877. Consen-
tiant Annales PITHÆANI , item FULDENSES his annis .
Continuator etiam ÆIMONII Lib. V. cap. XXXV. apud FREHE-

Tomi VI. RUM pag. 497 his verbis : *ex Basilica Beati Eusebii Martyris in Civitate Vercellensi, ubi requievit annis VII, per visionem delatus est*
 Supplem. Sect. V. *in Franciam & honorifice sepultus in basilica B. Dionysii Martyris apud Parbyfios.*

VIII. Carolus III, Crassus vulgo dictus, potentissimus & ditissimus fuit Princeps, de quo OTTO FRISINGENSIS Lib. VI. Chronic. Cap. IX. pag. 123 : *Post Carolum Magnum, inquit, inter omnes Reges maximæ fuit potestatis, & postea paucis interjectis: Rex iste, qui in divisione Orientalis Regni, acceperat inter fratres minimam portionem, ad tantum primum venit fastigium, ut tam Orientalia quam Occidentalia Regna cum Romano susciperet Imperio. Promeruisse itaque hunc Carolum Magni titulum omnino videtur, qui eo ornatus fuit, ut ex dictis supra Vadiani verbis constat. His addo verba Appendicis EUTROPII: Eo vero (Ludovicum Italiæ Imperatorem intelligas,) infirmante & ad extremum propinquante, quia non habebat filium, voluit sibi succedere Carolum MAGNUM (Crassus Ludovici German. Regis filius significatur) ad suscipienda Imperialia sceptræ: cum hæc ita geruntur, Romani Pontifices semper per Oratores literas mittebant invitatorias ad Carolum Calvum Regem Francorum, incitantes eum clam . . . Mittitur denique alius missus ab uxore Imperatoris Engelberga, vel a suis primatibus ad Carolum MAGNUM, ostendens ei voia defuncti; & quia longius erat, noluit tam cito venire, ut impedire possit iter Caroli Calvi. ECKEHARDUS junior de Vita Sancti Notkeri, apud GOLDASTUM Antiquit. Alem. Tom. I. Par. II, hunc Carolum sæpius MAGNUM vocat, ex. gr. Cap. XIII. pag. 362. c. XVII. pag. 368, cap. XXIX. pag. 277. & passim, quod etiam Goldastus in notis ad hunc locum pag. 396 recte observat. His exemplis ostendi posse puto, Carolos tres ex Francorum linea Imp. Magni nomen sibi vindicasse: interim hæc, salvo rectius sententium iudicio, dicta sunt.*

Pag. 224

R. P. AUGUSTINI THOMÆ A S. JOSEPHO,

Scholarum piarum Hornæ in Austria Profefs.

SOLUTIO PROBLEMATIS :

*Constituere Triangulum , in quo unus angulus ad basin
sit alterius duplus , latera autem habeant
datam rationem .*

EJus occasio hæc fuit. R. P. Hieronymus Sacherius Societ. Jesu, Neostatica sua & aliis ingeniosis operibus notus, a R. P. Thoma Cerva, ejusdem Societatis apud Mediolanenses Viro celeberrimo, quæsierat, an nosset sequens theorema alicubi demonstratum, subjeceratque quæ sequuntur:

Trifariam Geometricè secatur angulus, cujus opposita in triangulo basis tum bis contineat excessum lateris majoris supra minus, tum etiam portionem quandam, inter quam & latus minus sit medius proportionalis excessus prædictus. Esto triangulum ABC, in quo latus AB sit v.g. 6, latus BC 4 & basis AC 5, adeo ut nimirum bis contineat 2 excessum lateris majoris supra minus & insuper unitatem, inter quam & latus minus BC 4 est medius proportionalis excessus prædictus. Dico angulum ABC trifariam geometricè secari.

Tab. II.
Fig. 1.

Demonstratio. Centro B intervallo BA describatur circulus, ad cujus circumferentiam protrahantur AB in D, AC in D, BC in H, HB in F: tum jungatur DB & in BF sumatur BG æqualis ipsi BC, atque ideo GF æqualis CH. Si ergo in AC sumatur AM dupla ipsius CH, qui est excessus lateris majoris AB supra minus BC, erunt utique ex hypothesi tres continuæ proportionales, latus minus BC, excessus CH & portio residua CM. Quoniam igitur GC est dupla ipsius BC, ut AM ipsius CH, erit GC ad AM ut BC ad CH sive ut CH aut GF ad CM. Quare simul jungendo ita erit tota FC ad totam CA ut CH ad CM. Est autem ut FC ad CA ita DC ad CH, quoniam rectangulum FCH æquale rectangulo DCH. Igitur DC ad CH ut CH ad CM, sive ut BC ad CH. Æquales ergo sunt DC & BC, & sic æquales anguli BDC & DBC. Itaque externus angulus ABC duplus est unius illorum, ut anguli BDC, aut ejus æqualis BAC. Est etiam externus angulus EBC æqualis duobus internis & oppositis ACB, BAC;

Pag. 272.

Tomi-VI. RUM pag. 497 his verbis : *ex Basilica Beati Eusebii Martyris in Civitate Vercellensi, ubi requievit annis VII, per visionem delatus est in Franciam & honorifice sepultus in basilica B. Dionysii Martyris apud Parbyssos.*

VIII. Carolus III, Crassus vulgo dictus, potentissimus & ditissimus fuit Princeps, de quo OTTO FRISINGENSIS Lib. VI. Chronic. Cap. IX. pag. 123 : *Post Carolum Magnum, inquit, inter omnes Reges maximæ fuit potestatis, & postea paucis interjectis: Rex iste, qui in divisione Orientalis Regni, acciperat inter fratres minimam portionem, ad tantum primum venit fastigium, ut tam Orientalia quam Occidentalia Regna cum Romano susciperet Imperio. Promeruisse itaque hunc Carolum Magni titulum omnino videtur, qui eo ornatus fuit, ut ex dictis supra Vadiani verbis constat. His addo verba Appendicis EUTROPII: Eo vero (Ludovicum Italix Imperatorem intelligas,) infirmante & ad extremum propinquante, quia non habebat filium, voluit sibi succedere Carolum MAGNUM (Crassus Ludovici German. Regis filius significatur) ad suscipienda Imperialia sceptrâ : cum hæc ita geruntur, Romani Pontifices semper per Oratores literas mittebant invitatorias ad Carolum Calvum Regem Francorum, incitantes eum clam . . . Mittitur denique alius missus ab uxore Imperatoris Engelberga, vel a suis principibus ad Carolum MAGNUM, ostendens ei vota defuncti; & quia longius erat, noluit tam cito venire, ut impedire possit iter Caroli Calvi. ECKEHARDUS junior de Vita Sancti Notkeri, apud GOLDASTUM Antiquit. Alem. Tom. I. Par. II, hunc Carolum sæpius MAGNUM vocat, ex. gr. Cap. XIII. pag. 362. c. XVII. pag. 368, cap. XXIX. pag. 277. & passim, quod etiam Goldastus in notis ad hunc locum pag. 396 recte observat. His exemplis ostendi posse puto, Carolos tres ex Francorum linea Imp. Magni nomen sibi vindicasse : interim hæc, salvo rectius sententium iudicio, dicta sunt.*

R. P. AUGUSTINI THOMÆ A S. JOSEPHO,

Scholarum piarum Hornæ in Austria Profefs.

SOLUTIO PROBLEMATIS :

*Constituere Triangulum , in quo unus angulus ad basin
sit alterius duplus , latera autem habeant
datam rationem .*

Ejus occasio hæc fuit. R. P. *Hieronymus Sacherius* Societ. Jesu, Neostatica sua & aliis ingeniosis operibus notus, a R. P. *Thoma Cerva*, ejusdem Societatis apud Mediolanenses Viro celeberrimo, quæsierat, an nosset sequens theorema alicubi demonstratum, subjeceratque quæ sequuntur:

Trifariam Geometrice secatur angulus, cujus opposita in triangulo basis tum bis contineat excessum lateris majoris supra minus, tum etiam portionem quandam, inter quam & latus minus sit medius proportionalis excessus prædictus. Esto triangulum ABC, in quo latus AB sit v.g. 6, latus BC 4 & basis AC 5, adeo ut nimirum bis contineat 2 excessum lateris majoris supra minus & insuper unitatem, inter quam & latus minus BC 4 est medius proportionalis excessus prædictus. Dico angulum ABC trifariam geometrice secari.

Tab. II.
Fig. 1.

Demonstratio. Centro B intervallo BA describatur circulus, ad cujus circumferentiam protrahantur AB in D, AC in D, BC in H, HB in F: tum jungatur DB & in BF sumatur BG æqualis ipsi BC, atque ideo GF æqualis CH. Si ergo in AC sumatur AM dupla ipsius CH, qui est excessus lateris majoris AB supra minus BC, erunt utique ex hypothesi tres continuæ proportionales, latus minus BC, excessus CH & portio residua CM. Quoniam igitur GC est dupla ipsius BC, ut AM ipsius CH, erit GC ad AM ut BC ad CH sive ut CH aut GF ad CM. Quare simul jungendo ita erit tota FC ad totam CA ut CH ad CM. Est autem ut FC ad CA ita DC ad CH, quoniam rectangulum FCH æquale rectangulo DCH. Igitur DC ad CH ut CH ad CM, sive ut BC ad CH. Æquales ergo sunt DC & BC, & sic æquales anguli BDC & DBC. Itaque externus angulus ABC duplus est unius illorum, ut anguli BDC, aut ejus æqualis BAC. Est etiam externus angulus EBC æqualis duobus internis & oppositis ACB, BAC;

Tomi VI. BAC : ergo est triplus ipsius BAC aut ejus æqualis DEC . Quare angulus EBC trifariam geometricè secatur, atque adeo trifariam etiam geometricè secabitur datus angulus ABC , qui est ejus complementum ad duos rectos . Q. D. E. Unde sequitur solutio sequentis problematis : *Constituere triangulum, in quo unus angulus ad basin sit alterius duplus, latera autem habeant datam rationem. Debet autem latus minus esse majus dimidio lateris majoris. Data autem sit ratio ut 9 ad 12. Fiat triangulum ABC, in quo latus AB sit 12, latus BC 9, & basis AC 7, composita nempe ex duplo excessu lateris majoris supra latus minus & insuper ex unitate, inter quam & latus minus 9 est medius proportionalis excessus 3. Constat ex præcedenti theoremate, quod angulus BCA ad basin sit duplus reliqui BAC.*

Cum ergo forte elegantes meditationes Geometricæ & Arithmeticæ R. P. Augustini ad R. P. Cevam missæ fuissent, hic problema ex epistola Sacheriana decerptum ei per Dn. Theobaldum Schottelium, Cæsareæ Anticameræ custodem, in numerorum arcanis egregie versatum, & filium hujus Dn. Josephum Schottelium, cum R. P. Ceva litterarium commercium colentem, proposuit: cujus R. P. Augustinus mox talem Solutionem tam syntheticam, quam analyticam dedit, quæque Ceva & Sacherio valde suo merito placuit. Habeat latus majus ad minus rationem, quam habet recta

Tab. II. Fig. 2. AB ad BC, nempe minorem dupla, ut ita ex dictis minor BC sit major dimidio majoris AB. Replicetur AC æqualis ipsi BC, & ex his tribus AB, BC, AC construatür triangulum isosceles ABC, cui circumscribatur circulus & per r. IV. ex puncto B aptetur in eadem recta $bd=bc$ & jungatur ad; erit bd petitum triangulum.

Demonstratio. Propter æquales rectas ex constructione AC, CB, BD, erunt per 18. III. arcus AC, CB & BD æquales, & arcus ACB duplus arcus CB vel BD, idemque etiam per 33. VI. erit angulus BDA subtensus ab arcu ACB duplus anguli BAD subtensi ab arcu BD. Præterea propter æquales ex constructione est per 7. V. AB ad BD ut AB ad BC. Habet proinde Triangulum ABD omnes conditiones in problemate requisitas. Q. E. F.

Pag. 273. Mox idem R. P. Augustinus Hornæ d. 30. Junii Analysis etiam misit talem, simulque monstravit, quomodo problema in numeris rationalibus solvi possit.

Fig. 3. *Analysis.* Supponatur jam constitutum tale triangulum ABC, in quo angulus ACB sit duplus anguli BAC & bisectus per rectam CE: quo pacto erunt tres anguli BCE, ECA & CAB inrer se æquales, & duo triangula ABC, CBC æquiangula, propter æquales angulos BAC, BCE, & communem ad B, ideoque per

4. VI. AB ad BC ut BC ad BE ; & hinc BE tertia proportionalis ad AB & BC . Ex hac manuductione sequitur *Synibesis* seu *Compositio & constructio problematis* . Sit data ratio duorum laterum , quæ est AB ad BD , sitque ex dictis priori solutione minor BD , major dimidio majoris AB & per 11. VI. inveniatur ad AB & BD tertia proportionalis BE . Tunc centro B intervallo BD & centro E intervallo EA describantur duo arcus circulares DCF & ACG secantes se in puncto C , ad quod ex B & A ducantur rectæ BC & AC . Dico , ABC esse quæsitum triangulum .

Demonstratio . Ducatur recta CE . Ex eodem centro B sunt radii BD , BC æquales . Est autem ex constructione ut AB ad BD ita BC ad BE : ergo etiam ut AB ad BC ita BC ad BE , & consequenter per 6. VI. æquiangula sunt triangula ABC , CBE , & angulus BAC æqualis angulo BCE . Atqui angulus BCE æquatur angulo ECA , qui in triangulo isoscele (propter æquales radios EA , EC ex centro E) AEC æquatur angulo EAC . Ergo angulus ACB duplus est tam anguli BCE & anguli ECA , quam anguli EAC seu BAC . Insuper (propter æquales BC , BD) est ut AB ad BD ita AB ad BC . Habet ergo triangulum ABC omnia in problemate requisita . *Q. e. f.*

Lemma . Dictum est in constructione duos arcus DCF , ACG se secare in C : quod ita deducitur . Ex constructione est ut AB ad BD ita BD ad EB . Ergo dividendo ut AB ad DB ita DE ad EB . Atqui AD minor est quam DB (propterea quod ex hypothesis BD sit major quam $\frac{1}{2}$ AB , ideoque residua AD minor quam $\frac{1}{2}$ AB .) Ergo & DE minor quam EB . Proinde AD + DE minores sunt quam DB + EB , hoc est , AE seu EC minor quam EH , ideoque EC vel EI nunquam pertinget ad H , multo minus superabit , ac proinde arcus DCF , ACG secabuntur in G .

Corollarium I.

Ut habeantur singula tria latera in numeris rationalibus , ponamus BA = a & BC = b , eritque ex dictis AB : BC = BC : BE , hoc est , $a : b = b : \frac{b^2}{a}$. Subtrahatur BE = $b^2 : a$ a BA = a , restat BEA = $(a^2 - b^2) : a$. Rursus ex præcedente demonstratione sunt æquales anguli BCE , ECA . Proinde per 3. VI.

$$\begin{array}{l} BE : EA = BC : AC \\ \frac{b^2}{a} : \frac{a^2 - b^2}{a} = b : \frac{a^2 - b^2}{b} \end{array}$$

Atque

Tomi VI. Atque ita a , b & $(a^2 - b^2)$: b in eundem denominatorem
 Supplem. ductis; erunt in integris
 Sect. VI.

$$\left. \begin{array}{l} ab = AB \\ b^2 = BC \\ a^2 - b^2 = AC \end{array} \right\} \text{Canon primus.}$$

In numeris sumatur proportio $a:b$ ad libitum, a major, b minor, dummodo major quam $\frac{1}{2}a$.

Sit $a=3, b=2$ erit $ab=6=AB, b^2=4=BC, a^2-b^2=AC=5$

$=4$	3	12	9	7
$=5$	3	15	9	16
$=7$	4	28	16	33
$=7$	5	35	25	24
$=7$	6	42	36	13

Corollarium II.

Colligitur exinde id, quod olim a *Federico Commandino* apud *Clavium* Prop. 7. lib. 2. *Elem. Euclidis* geometricè demonstratum est, multo potentius analytice, rectam AC hujus Trianguli (quæ supra in Canone primo æquatur $a^2 - b^2$) coalescere ex duplici differentia laterum AB & BC , hoc est, $2ab - 2b^2$, nec non ex quadrato $a - b$, nempe $a^2 - 2ab + b^2$. Hæc enim conjuncta generant $a^2 - b^2$, ut sequitur.

$$\left. \begin{array}{l} AB = ab \\ BC = b^2 \end{array} \right\} \text{ex Canone.}$$

$$\text{Differentia } AB - BC = ab - b^2 \text{ dupla } 2ab - 2b^2 \\ \text{ex } a - b \text{ quadratum } a^2 - 2ab + b^2$$

Summa $a^2 - b^2 = AC$, ut in Canone.

Pag. 275. In numeris $ab=6, b^2=4$, differentia $ab - b^2 = 2$, dupla $2ab - 2b^2 = 4$.
 Adde quadratum $a^2 - 2ab + b^2 = 1$: summa $5 = AC$.

Corollarium III.

Insuper sequitur, latus minus b^2 , differentiam $ab - b^2$ & quadratum $a^2 - 2ab + b^2$ esse continue proportionales in ratione b ad $a - b$. Nam divisus prioribus terminis b^2 & $ab - b^2$ per b , fit quotus $b:a - b$ & posterioribus $ab - b^2$ & $a^2 - 2ab + b^2$ itidem divisus per $a - b$ fit quotus denuo $a - b$, seu quod idem est, productum $a^2 b^2 - 2ab^3 + b^4$ ex primo b^2 in tertium $a^2 - 2ab + b^2$ æquale producto medii $ab - b^2$ in seipsum. Proinde per 17. VI.
 b^2 ,

$b^2, ab - b^2$ & $a^2 - 2ab + b^2$ sunt in proportione continua, quod in numeris patet. Nam posito

Tom. VI.
Supplem.
Sect. VI.

$a=3$ & $b=2$, erit $b^2 = 4$, $ab - b^2 = 2$ & $a^2 - 2ab + b^2 = 1$

$a=5$ $b=3$ 9 6 4

$a=7$ $b=4$ 16 12 9

Corollarium IV.

Hinc nobis via panditur hoc nobilissimum problema sublimius evehendi & inveniendi Triangulum, habens unum angulum duplum alterius, in quo non solum singula latera, verum etiam perpendiculara & tota area exhiberi possint in numeris rationalibus. Resumatur præcedens Canon primus

$$\left. \begin{array}{l} ab = AB \\ b^2 = BC \\ a^2 - b^2 = AC \end{array} \right\} \text{Ex his inquiratur area trianguli, ut sequitur:}$$

Summa $\frac{a^2 + ab}{2}$

dimidia $\frac{a^2 + ab}{2}$. Hinc ablatis singulis lateribus, restabunt

differentiæ $\frac{a^2 - ab}{2}$

$$\frac{a^2 - 2b^2 + ab}{2}$$

$$\frac{-a^2 + 2b^2 + ab}{2}$$

Productum omnium $4a^2b^2 - 9a^4b^4 + 6a^6b^2 = a^8$ æquale quadrato areæ Trianguli. Hæc ut fiat rationalis, dividatur per quadratum $a^2b^4 - 2a^4b^2 + a^6$, nascitur quotus $4b^2 - a^2$ æquandus quadrato $4b^2 = 4bc + c^2$, fit $b = (a^2 + c^2) : 4c$, atque hinc tria latera

$$ab = \frac{a^3 + ac^2}{4c} = \frac{4a^3c + 4ac^3}{16c^2} = AB$$

$$b^2 = \frac{a^4 + 2a^2c^2 + c^4}{16c^2} = BC$$

$$a^2b^2 = \frac{14a^2c^2 - a^4 - c^4}{16c^2} = AC$$

Tom. V.

M m m

Omis.

Tomi VI. Omisso denominatore $16c^2$, emergunt in integris

Supplem.
Sect. VI.

$$\left. \begin{aligned} AB &= 4a^3c + 4ac^3 \\ BC &= a^4 + 3a^2c^2 + c^4 \\ AC &= 14a^2c^2 - a^4 - c^4 \end{aligned} \right\} \text{Canon secundus.}$$

$$\text{Area} = 2a^7c - 30a^5c^3 + 30a^3c^5 - 2ac^7.$$

In numeris sumantur a minor, c major ad libitum, ita tamen ut $a^4 + c^4$ subtrahi possint a $14a^2c^2$.

Sit $a=1$, $c=2$; erit $AB=40$, $BC=25$, $AC=29$, $\text{Area}=468$

1	3	120	100	44	2312
in minimis		30	25	11	132
2	3	312	169	407	24420&c

Corollarium V.

Tab. II. Sequitur ex tertia Figura, tam angulum CBH , quam CBA
Fig. 3. Geometrice trifariam secari. Ducta enim BK parallela EC & KL sextante peripheriæ seu triente semiperipheriæ DCH ; erit externus angulus CBH æqualis duobus internis $BCA + BAC$, ideoque triplus anguli BAC , qui ex præcedentibus ut duplex est anguli BCA . Quapropter & angulus CBH triplus est anguli CBK , cum omnes quatuor BAC , ACE , ECB , CBK inter se sint æquales. Quia igitur tota semiperipheria DCH totius arcus LCK & ablati arcus CKH ablati triplus est, erit & reliquus CLD reliqui CL , hoc est, tam angulus CBH anguli CBK , quam angulus ABC anguli LBC triplus.

Postremo varietatis causa non inutile erit adungi tres alias Solutiones, quas *Dn. J. J. Marignomus*, Cæsareus Mathematicus & Statuum inferioris Austriæ Geometra *R. P. Augustino* misit.

Pag. 277. *Problema*. Constituerè triangulum, in quo unus angulorum ad basin sit alterius duplex, latera autem habeant datam rationem possibilem.

Solutio I.

Fig. 4. 5. Talia sint triangula ABC vel acutangula ad basin, vel obtusangula (triangulum enim rectangulum & isosceles obliquangulum, utpote unius tantummodo casus non considero.) Ex A intervallo minoris lateris AC , fiat arcus secans basin in D , latus vero majus in E , ducaturque AD , quæ æqualis erit recta BD . Nam angulus ADC vel ADD utpote angulo ACB æqualis ponitur duplex anguli B & BAD , ideoque & latera AD , DB æquantur. Non secus ducto arcu intervallo majoris lateris AB , erunt Ad , Cd æquales. Insuper ex natura circuli ut basis BC ad summam laterum ita BE differentia eorundem ad BD , sive

ex probatis ad latus minus, & vicissim. Sint itaque data vel ad libitum sumta latera $AC=m$, $AB=n$, nimirum in ratione data m ad n , basis autem $BC=x$; erit $x:m+n=n-m:m$ & $x=(n^2-m^2):m$. Si vero detur vel statuatur basis $BC=a$, $AC=x$, $AB=nx:m$; erit $x=am^2:(n^2-m^2)$ & inventa BD constructio fuit ex inspectione figuræ.

Tom. VI.
Supplem.
Sect. VI.

Corollarium 1. Quia $BD+DA$ semper majores sunt quam AB , erit ratio AB ad AD vel AC semper dupla minor.

Corollarium 2. Quia anguli B & ACB minores sunt duobus re-
ctis, erit angulus ACB in Fig. 5 semper minor gradibus 120.

Solutio II.

Invento centro d fiat arcus EA locus geometricus omnium triangulorum possibilium verticalis, sitque vel data BC vel sum-
ta sint EC , EB segmenta æqualia datis m & n . Demum ex C intervallo CD fiat arcus secans priorem in A & ducantur AB , AC , fietque triangulum ABC quæsitum. Tab. II.
Fig. 6.

Demonstratio. Ducta AD , quæ æquabitur rectæ AB , erunt anguli B & A æquales. Sunt autem CAD & d æquales: ergo angulus ACB duplus anguli A , duplus quoque anguli B .
Q. E. D.

Aliter. Ex C intervallo CB fiat arcus secans latera in E & F ; ducanturque rectæ BF , CE . Angulus itaque ACd externus duplus est interni FBC & angulus ECF ad centrum duplus quoque anguli EBF ad circumferentiam, cum eidem arcui BF insistant. Ergo totus ACB duplus totius ABC . *Q. e. d.* Fig. 7.

Solutio III.

Fiat ex C intervallo CB semicirculus, sitque ut m ad n , ita BC ad BE . Tum transferatur arcus BE ex A in F & ex C per F , ex B vero per E agantur rectæ concurrentes in A . Vel fiat angulus BCA duplus anguli B . Dico triangulum ABC quæsitum. Fig. 8.
Pag. 278.

Demonstratio. Ducantur EC , EF . Ablato angulo ECF communi, remanent anguli ECB , FCD , uterque æqualis utrique CEF & CFE . Ergo rectæ BC , EF parallelæ & triangula AEF , ABC similia. Sed per constructionem CB vel CF ad BE ut m ad n : ergo etiam AC ad AB ut m ad n , angulus vero ECd duplus anguli B . Ergo etiam FCB duplus anguli B . *Q. e. d.*

Corollarium. Patet BE minorem esse non posse ipsa BC , nec æqualem: sed nec majorem diagonali quadrati super eadem BC descripti.

Tomi VI. Omisso denominatore $16c^2$, emergunt in integris
 Supplem.
 Sect. VI.

$$\left. \begin{aligned} AB &= 4a^3c + 4ac^3 \\ BC &= a^4 + 2a^2c^2 + c^4 \\ AC &= 14a^2c^2 - a^4 - c^4 \end{aligned} \right\} \text{Canon secundus.}$$

$$\text{Area} = 2a^7c - 30a^5c^3 + 30a^3c^5 - 2ac^7.$$

In numeris sumantur a minor, c major ad libitum, ita tamen ut $a^4 + c^4$ subtrahi possint a $14a^2c^2$.

Sit $a=1, c=2$; erit $AB=40, BC=25, AC=29, \text{Area}=468$

1	3	120	100	44	2112
in minimis		30	25	11	132
2	3	312	169	407	244800

Corollarium V.

Tab. II. Sequitur ex tertia Figura, tam angulum CBH, quam CBA
 Fig. 3. Geometrice trifariam secari. Ducta enim BK parallela EC & KL sextante peripheriæ seu triente semiperipheriæ DCH; erit externus angulus CBH æqualis duobus internis BCA + BAC, ideoque triplus anguli BAC, qui ex præcedentibus ut duplus est anguli BCA. Quapropter & angulus CBH triplus est anguli CBK, cum omnes quatuor BAC, ACE, ECB, CBK inter se sint æquales. Quia igitur tota semiperipheria DCH totius arcus LCK & ablati arcus CKH ablati triplus est, erit & reliquus CLD reliqui CL, hoc est, tam angulus CBH anguli CBK, quam angulus ABC anguli LBC triplus.

Postremo varietatis causa non inutile erit adjungi tres alias Solutiones, quas Dn. J. J. Marignonus, Cæsareus Mathematicus & Statuum inferioris Austriæ, Geometra R. P. Augustino misit.

Pag. 277. *Problema.* Constituerè triangulū, in quo unus angulorum ad basin sit alterius duplus, latera autem habeant datam rationem possibilem.

Solutio I.

Fig. 4. 5. Talia sint triangula ABC vel acutangula ad basin, vel obtusangula (triangulum enim rectangulum & isosceles obliquangulum, utpote unius tantummodo casus non considero.) Ex A intervallo minoris lateris AC, fiat arcus secans basin in D, latus vero majus in E, ducaturque AD, quæ æqualis erit recta BD. Nam angulus ADC vel ADd utpote angulo ACB æqualis ponitur duplus anguli B & BAD, ideoque & latera AD, DB æquantur. Non secus ducto arcu intervallo majoris lateris AB, erunt Ad, Cd æquales. Insuper ex natura circuli ut basis BC ad summam laterum ita BE differentia eorundem ad BD, sive

ex

ex probatis ad latus minus, & vicissim. Sint itaque data vel ad libitum sumta latera $AC=m$, $AB=n$, nimirum in ratione data m ad n , basis autem $BC=x$; erit $x:m+n=n-m:m$ & $x=(n^2-m^2):m$. Si vero detur vel statuatur basis $BC=n$, $AC=x$, $AB=nx:m$; erit $x=am^2:(n^2-m^2)$ & inventa BD constructio fuit ex inspectione figuræ.

Corollarium 1. Quia $BD+DA$ semper majores sunt quam AB , erit ratio AB ad AD vel AC semper dupla minor.

Corollarium 2. Quia anguli B & ACB minores sunt duobus re-
ctis, erit angulus ACB in Fig. 5 semper minor gradibus 120.

Solutio II.

Invento centro d fiat arcus EA locus geometricus omnium triangulorum possibilium verticalis, sitque vel data BC vel sum-
ta sint EC , EB segmenta æqualia datis m & n . Demum ex C intervallo CD fiat arcus secans priorem in A & ducantur AB , AC , fietque triangulum ABC quæsitum. Tab. II. Fig. 6.

Demonstratio. Ducta AD , quæ æquabitur rectæ AB , erunt anguli B & A æquales. Sunt autem CAD & d æquales: ergo angulus ACB duplus anguli A , duplus quoque anguli B . *Q. E. D.*

Aliter. Ex C intervallo CB fiat arcus secans latera in E & F ; ducanturque rectæ BF , CE . Angulus itaque ACd externus duplus est interni FBC & angulus ECF ad centrum duplus quoque anguli EBF ad circumferentiam, cum eidem arcui BF insistant. Ergo totus ACB duplus totius ABC . *Q. e. d.* Fig. 7.

Solutio III.

Fiat ex C intervallo CB semicirculus, sitque ut m ad n , ita BC ad BE . Tum transferatur arcus BE ex A in F & ex C per F , ex B vero per E agantur rectæ concurrentes in A . Vel fiat angulus BCA duplus anguli B . Dico triangulum ABC quæsitum. Fig. 8. Pag. 278.

Demonstratio. Ducantur EC , EF . Ablato angulo ECF communi, remanent anguli ECB , FCD , uterque æqualis utrique CEF & CFE . Ergo rectæ BC , EF parallelæ & triangula AEF , ABC similia. Sed per constructionem CB vel CF ad BE ut m ad n : ergo etiam AC ad AB ut m ad n , angulus vero ECd duplus anguli B . Ergo etiam FCB duplus anguli B . *Q. e. d.*

Corollarium. Patet BE minorem esse non posse ipsa BC , nec æqualem: sed nec majorem diagonali quadrati super eadem BC descripti.

Tomi VI.
Supplem.
Sect. VII.
Pag. 296.

INDEX EXPURGATORIUS

ad SENECAE Αποκολοκύντωσιν, confectus a C.A.H.

Indicem exhibeo locorum in satyra *Senecæ* longe ingeniosissima depravatorum, ac simul medicinam iis, non empiricam, non temerariam, sed methodicam, sed logicam adhibeo. Videant majorum gentium Critici, ubi recte viderim, ubi (nam in lubrico versatur loco critica industria,) lapsus sim. Vitam Germaniæ nostræ debet hic *Senecæ* libellus, *Erasmo* teste *Cbil. I. cent. 3. n. 1.* Facite, quæso, Critici meæ gentis, mecum, ut idem sanitatem debere Germaniæ jure judicetur. Quo autem faciliora inventu sint, quæ pertractabo, loca, sciant velim lectores, me & paginas & versus indicaturum illius *Senecæ*, qui Lipsiæ *Frischii* sumtu in orbem prodiit anno ejus, quod nunc agimus, sæculi secundo.

I.

Pag. 806. v. 10. par verborum: *quid viderit*, expungo. Glossæ hoc tam est manifestum, ut neminem sperem dissensurum. Audiamus *Senecam*: Nam ex quo in senatu juravit, se *Drusillam* vidisse calum adscendentem, & illi pro tam bono nuntio nemo credidit, (hoc loco ineptus quispiam interpretes asseverat illud *quid viderit*) verbis conceptis affirmavit, se non indicaturum, etiamsi in medio fore hominem vidisset occisum.

II.

P. 806. v. 13. & 14. ita rescribo: Ab hoc ego quæcunque audiui, certa & clara (hoc est, non involuto & ænigmatico sermone testis,) afferro: ita ille me saluum & felicem habeat! Certa & clara jam restituit *Gronovius* conjectura certa & clara. Postrema verba sunt jusjurandum joculare, quo per illum nugatorem (a quo se hæc accepisse, quæ narraturus sit, simulat) jurat *Seneca*, haud secus ac olim *Socrates* per canem perque anserem jurasse legitur.

III.

P. 807. v. 8. & 9. *Gronovius* infelix hic fuit medicus. Facilia erunt omnia, si pro oneri rescripseris operi, & insistant pro acquiescant. Nimis rustice, inquit, insistant operi poeta, non contenti ortus & occasus describere, ut etiam medium diem inquietent. Nimis rustice, hoc est, nimis ex more rusticorum, qui ne medio quidem die ab opere cessant.

IV.

P. 807. v. 17. Unam de tribus *Parcis* seducit. Ita lego cum *Gronovio*
Certa

Certa hæc est & clara lectio, errore scribæ inde orto, quod præcedentis vocis litera postrema primam sequentis evanescente sono absorpsit. Tomi VI.
Supplem.
Sect. VII.

V.

P.810.v.5. Deleo inficetum illud *fecit*, quod veram *Seneca* sententiam corrumpit. Nam *Q*, hoc loco posita sunt pro *tum*, *tum*.

VI.

P.810.v.7. Non dubito, quin primo casu *Seneca* scripserit: χαλπορτες, θυρημύρτες, ἐπιμύρτες, δόμων. Est autem versus Senarius nescio unde depromptus:

VII.

P.810.v.13. *Væ me*, grave est Latinis auribus. Levi mutatione ne scribo: *Væ mi*, id est, mihi.

VIII.

P.810.v.17. Pro *impresserunt* Gronovius reposuit *impressit*. Quæ correctio tam plana, ut non in margine adscribenda, sed *Seneca* ipse emendandus sit & peccatum scribæ e medio tollendum.

IX.

P.811.v.8. vulgaris hæc est lectio: *Tum Hercules primo adpectu sane perturbatus est, ut qui etiam non omnia monstra timuerit: ut vidit Qc.* Sanavit huncce locum feliciter *Gronovius*, sed non persanavit. Scribit enim ita: *utcumque etiam Junonia monstra domuerit.* Mihi sic legendum post diligentem contemplationem visum est: *Tum Hercules p. a. f. perturbatus, qui tamen Junonia monstra domuerat, ut vidit Qc.* Pag. 298.

X.

P.812.v.5. Pro *Marci* substituit *Planci* *Gronovius*, non levi innixus conjecturæ, sed exploratæ historiæ. Quare ne dubites.

XI.

P.812.v.16. ita scribi oportere, res ipsa loquitur: *Ille autem Ferbrim duci jubebat, illo gestu elata (vulgo legitur soluta,) manus, Q ad hoc unum satis firmæ, quod decollare (id est, decollandos significare) homines solebat.*

XII.

P.812.v.ult. & p.813.v.1. En vulgaris scriptura: *Tum Hercules: Audi me, inquit, tu, Q desine fatuari: Venisti hac, ubi mures ferrum rodunt. Citius mihi verum, ne tibi alogias excutiam.* Languidus vero sermo, & ab Herculis si non furore, saltem ira & ardore, prorsus alienus. Optime respondebunt, credo, loquentis affectui hæc verba, quæ proinde *Senecæ* esse mihi persuasi: *Audi me-fatuari. Unde venis? Cedo mihi verum, ne tibi Qc.* Ex cædo errans librarii vel manus vel aures fecit primum *cito*, deinde *citius*. *Mures ferrum rodentas*, terribiles scilicet bestiolæ, & in Gyaro insula, teste *Plinio*, olim repertæ, unde irrepsent, si quæras, dixerim, enatos eos esse partim ex glossemate, partim ex varianti lectione. Nimirum

ad

Tomi VI. ad τὸ *fatuari* nonnemo adscripsisse videtur τὸ *morus*, id est, *stultus*: & pro *verum* alia lectio *ferrum* habuit, nisi fallor.

Supplem.
Sect. VII.

XIII.

P.814. v.13. omisam fortè parenthesin restituo. Jam sic scribas velim: *Est aliquid in eo Stoici dei: (jam video) nec cor, nec caput habet.*

XIV.

P.814. v.14. 16. & p.815. v.1. corruptissime hæc legantur: *Simebercules a Saturno petisset hoc beneficium, cujus mensẽ tota anno celebravit Saturnalia ejus princeps, non tulisset. Illum Deum ab Jove &c.* Pag. 299. Tollam τὰ ἐμβεβλημένα, & suum cuique reddam, glossemata margini, sanata verba *Seneca*. Deleo igitur sine ulla hæsitatio-
ne duo illa verba: *Saturnalia ejus*, tanquam manifestam ἐξήγησιν
istis verbis: *cujus (Saturni) mensẽ*, adscripta in margine. Deleo etiam τὸ *princeps*. Pariter quippe ex ora irrepsit in orationem *Seneca*. Cum enim *Seneca* personam, de qua sermo hic est, non nominasset, sed e superioribus subaudisset, memoriz subventurus quispiam adscripsit *princeps*, innuens, de Claudio Imp. sermonem fieri. Cetera quo pacto huc sint illata, nondum clare video. Hoc video, aliena esse, atque ita oportere rescribi: *Sed (non si) mebercules a Saturno petisset* (hoc est, *petare debuisset*, elegantissima dicendi ratione,) *hoc beneficium, cujus mensẽ tota anno celebravit, non ab Jove, &c.* Lege porro, quæ subsequuntur, & magis in hac lectione confirmaberis.

XV.

P.815. v.6. 7. 8. 9. 10. Quot versus, tot errores scripturæ, additis insuper tribus falsis interpunctionibus. Ego veram scripturam illico exhibeo, corruptelarum causas posthac indicaturus. Sic igitur, me iudice, *Seneca* scripserat: *Quare, quero enim, sorem suam stultum sit ducere? Athenis dimidium licet Alexandria totum. Quia Romani, inquit, (scilicet Claudius Imp.) mores negant. Hic (obserua, Lector, ironiam!) nobis curva corrigit! Ex sit ducere factum fuerat studere: ex Romani Romæ: ex negant lingunt: ex corrigit corrigit: ex mores mures: denique ex diversa lectione τὸ mores irreplebat τὸ molas. Negant eleganter dixit pro vetant, quem eundem in modum *Ovidius*:*

Nisi ius in vetitum semper cupimusque NEGATA.

XVI.

P.816. v.1. scias velim, interrogationem hanc esse, ac proinde ita scribendum: *orant?* Græca, quæ sequuntur, nec lego nec intelligo. Repertus incorruptior codex plus lucis huc inferre, quam ingenium, poterit. Id quod etiam iudico de magno illo hiatus p.814. v.7. qui nec ipse, nisi ex antiquo aliquo libro, expleri potest.

XVII.

XVII.

P.816. v.15. *Olim, inquit, magna res erat, Deum fieri: jam nimium facile est. Sic equidem scribo. Vulgo posteriora ita exhibentur: jam fama nimium fecisti. Fama irrepsit ex diversa lectione rû jam. Ex facile est ortum est ineptissimum illud fecisti.*

Tom. VI.
Supplem.
Sect. VII.
Pag. 300.

XVIII.

P.818. v.2. *Si quid volueris, in vicem faciam. Vulgo scriptum est una voce invicem, quod erratum sæpe quoque occurrit in Gursia.*

XIX.

P.818. v.19.20.21. *Etiamsi... senescit. Quid hæc sibi velint, ego quidem certe nescio. Illud scire mihi videor, non corrigenda ea, sed ejicienda prorsus esse. Nam ista Augusti Imp. verba: Itaque illa (publica) omittam, hæc (domestica) referam. Iste, quem videtis, per tot annos sub meo nomine latens, hanc mihi gratiam retulit, ut duas Julias, proneptes meas, occideret, &c. Hæc, inquam, verba tam arcte inter se cohærent, nihil ut interjici debeat. Ast unde, inquires, duo illi versus? Dicam, quod assecutus conjectura sum, relicta spe fontem erroris clarius detegendi melioribus ingeniis ac felicioribus. Scilicet Græca, quæ hic apparet, vox corrupta videtur ex inscriptione hujus libelli: ΑΠΟΚΟΛΟΚΤΝΤΩΣΙΣ. Hanc in suspicionem me adduxit figuræ vicinitas. Porro Phormea Græce narum mihi videtur esse ex forma Græcæ: senescit ex ce (altera syllaba vocis Græcæ,) nescit, quod præcedit. Reliquas dubitationes certissime sustulerit liber aliquis antiquus notæ melioris*

XX.

P.819. v.2.3. *Videris, Jupiter, an in causa nulla, certe in tua. Is (vulgo: tua, si) hic inter nos futurus est? Facile persuaserim, hanc fuisse veram Senecæ ipsius scripturam: id quod ante me jam in mentem venerat Gronovio.*

XXI.

P.820. v.3. *Hunc (sic scribo,) Deum facere vultis? Vulgaris scriptura: Hunc nunc. Sed quid verbis opus est, cum erroris origo in aprico sit?*

XXII.

P.823. v.1. Gronovius delet τὸ nuntius, & sic legit: Talthybius Deorum. Recte illam vocem ab eo in exilium ejectam, ecquis dubitet, nisi cæcus sit & excors?

Pag. 301.

XXIII.

P.825. v.10.11. Sic habet vulgaris editio: Erant, qui dicerent, si uni Dii laturam fecissent, Tantalum siti periturum, nisi illi succurreretur: non unquam Sisyphum onere relevari. Non mediocriter me locus hic exercuit, alio tempore aliis conjecturis animum subeunti.

Tomi VI. euntibus. Tandem reperisse mihi sum visus, ubi pedem figerem.
 Supplem. Nam ille error, qui tot mendas peperit; videlicet cum varians
 Sect. VII. lectio e margine translata in ipsam orationem fuit, hoc quoque

loco a me post diuturnam & acrem curam observatus tenebras disiecit omnes. Antea vero, quam verum *Senecam* inducam loquentem, *Mureti* huc congruentia verba & afferre mihi, & inspicere lectori, volupe fuerit. *Inter cetera sane multa genera depravationum*, inquit ille *Var. lect. lib. XV. cap. 16. animadverti, librarius, si quando scripturam satis liquido perspicere non poterant, dubitabantque, hoc an illo modo scriptum foret, aut si quando aliud in aliis exemplaribus scriptum reperiebant, solitos esse UTRUMQUE ponere, & lectorum judicio permittere, utrum verius videretur. Eo modo vix credibile est, quam multa in optimis scriptoribus mutilata sint. Hæc Muretus*. Ejusdem originis corruptelarum exempla *Scioppius* & *Robertellus* afferunt plura: ille in sua *Arte Critica* p. 80. hic in *Disputatione de ratione corrigendi antiquorum libros* p. 109. His expensis facile mihi, credo, assentientur lectores, veram incorruptamque hanc esse scripturam: *Erant, qui siti perituum dicerent Tantalum, nisi illi succurreretur: non (pro annon) unquam Sisyphum onere relevari? aliquando Ixionis miseri rotam sufflaminandam. Sic & integritatem suam & vehementiam debitam huic orationi reddidi. Scilicet librarius bis scripserat rō siti perituum, semel ante Tantalum, iterum post eum. Pari lapsu rō dicerent iteraverat. Itaque ex altero dicerent ad ultimum evasit fecissent, & ex priori siti perituum factum est si uni Diī laturam. Adeo error errorem trudit. Sed iterum audiamus Muretum lib. cit. cap. IX. ita fatum: Solebant homines imperiti, qui vultum sibi describendis libris quæritabant, quæ perperam scripserant, non delere, ne libros suos multis lituris deformatos minus vendibiles redderent, sed iis, ut erant, omissis cetera persequi. Sustuli nunc ego, quod tollere librarius noluit, ne suæ ipsæ operæ pretium minueret. Atque ad hunc quidem Senecæ libellum hæc jam animadversa sunt.*

Pag. 302.

JO. ADOLPHI WEDELI I,
MED. DOCT. ET PROF.

Tomi VI.
Supplem.
Sect. VII.
Pag. 314.

Observatio de Embolo Hydraulico novo.

Paretur cylindrus solidus ex ligno ita præparato, ne ab aqua intumescat, nec exsiccatu detumescat, qui exacte cylindro cavo (quem melioris distinctionis gratia cum *Vitruvio* modiolum vocabimus) respondet, ita ut huic immixtus liberrime ultro citroque induci & reduci queat.

In hujus ima parte, relicto a basi unius circiter digiti spatio integro, torno insculpatur circularis cavitas quatuor digitos longa & duas circiter lineas profunda, ita ut in hac parte imminutum seu minorem cylindrum exhibeat.

In cylindri hujus imminuti utraque extremitate denuo cavitates circulares torno fiant, quarum latitudo sit quatuor linearum, profunditas vero duarum. In medio ejusdem cylindri imminuti torno excavetur itidem circulare spatium quinque lineas latum, & duas profundum.

Hoc ita parato corium vitulinum bene præparatum instar fasciæ scindatur, ut ejus latitudo æqualis sit longitudini cylindri dicti imminuti, longitudo autem ea sit, ut circumferentiæ modioli internæ & insuper tribus digitis respondeat. Per corii hujus utraque latera longiora in extremitate filum robustius paulo & incertum exiguis intervallis acu mediante trajiciatur, ita ut quodlibet latus longius totum in plicaturas minimas pro lubitu contrahi possit. Pag. 315.

Notata in corio illa longitudine, quæ circumferentiæ modioli internæ respondet, latera ejus longiora fili trajecti beneficio in plicaturas minimas in tantum constringantur, ut, si cylindro imminuto circumdetur corium, cavitates illas circulares extremas cylindri imminuti exacte cingant, latera vero corii breviora sibi invicem ita incumbant, ut altera extremitas notam longitudinis circumferentiæ dictam fere attingat. Illa vero corii superficies, in qua pili hæserunt, respiciat cylindrum circumdatum.

Hoc facto corium utrinque cavitati circulari cylindri imminuti mediante filo plicato, quali sutores utuntur, aliquoties circumvoluto nodoque sufficienter munito firmetur, cavendo tamen, ne nimis crebra circumvolutione filum circumductum ultra superficiem

Tomi VI. ficiem cylindri minoris corio testi emineat. Utile etiam est, pic-
Supplem. paulo molliori, tenaci tamen, illam corii particulam illinire, qua
Sect. VII. cavitati circulari inhæret & filo constringitur, ut ea parte adhuc
 firmitus connectatur.

Longioribus corii lateribus utrinque sic firmatis, interjecta ejus
 pars laxior paulo est, ut a cylindri imminuti superficie recedat &
 distensa undique modioli superficiem internam contingere queat.
 Tandem in corii hujus medio, cui circularis cavitas media cylin-
 dri imminuti subjacet, fiant circumcirca foramina circularia uno
 circiter digito a se invicem distantia, quorum diameter æqualis sit
 sex lineis.

Corium ut molliorem suam servet, unguento, alia occasione
 describendo, inungatur, & sic confectus erit embolus usum supe-
 rius dictum præstans. Notandum autem, longitudinem corii, si
 modiolum inæqualis sit amplitudinis, amplissimæ modioli circum-
 ferentiæ respondere debere.

Ut vero appareat, quomodo hic embolus aquæ transitum per
 interstitium impediatur, notandum est, quod corium ita eidem ap-
 tatum valvulam circularem duplicem constituat, *superiorem* &
inferiorem, quarum termini sunt foramina corio *inseculpta*.

Pag. 316. Dum itaque embolus extrahitur, aqua inferiorem valvulam
 replens distendit, ut undique affigatur internæ modioli superfi-
 ciei, nec aeri exterius incumbenti ingressum concedat, quo ma-
 gis enim aer intrare nititur, eo magis aquam valvulæ inhæren-
 tem premit, & firmitus lateribus valvulam applicat, sibi que ipsi
 viam claudit.

Si vero intrudatur embolus, tunc aqua in modiolulo hærens
 exire hoc loco etiam gestiens inferiorem valvulam comprimit,
 superiorem vero expandit, ac eodem modo exitum sibi ipsi præ-
 cludit, unde, quo fortius intrudatur embolus, eo minus aqua ex-
 ire hoc loco potest, cum valvulam magis adhuc & firmitus ex-
 pandat.

Frictio autem exigua & remoram fere nullam præstans hic
 reperitur, quia aqua ipsa elateris vicem subit, &, si cedere co-
 gatur, in tubo, per quem exire debet, velocitatem vel vim aquæ
 propulsæ auget.

Potest etiam similem in modum embolus fieri simplici tantum
 valvula instructus, si in extractione tantum emboli, non vero in
 intrusione, aquæ transitus impediendus est, ut in antliis attracti-
 vis requiritur, ubi solo ejusmodi valvula ornato embolo, aliam
 tamen circumferentiæ proportionem habente, aqua facillime in
 altum elevari potest.

Embolus hoc modo paratus in machinis talibus, quæ certis tan-
 tam

tum temporibus in usum vocantur, semper officium suum præstat, si tantum id observetur, ut corium exsiccatum unguento tacto iterum inficiatur, & si vel maxime post aliquot annos demum machina ejusmodi exerceatur, statim respondebit voto. Remota se habere, præter rationem dictam, confirmat experientia, sine qua in ejusmodi rebus nunquam ratiocinationi soli fidere debemus.

Tomi VI.
Supplem.
Sect. VII.

EXCERPTA E LITERIS

M. PETRI KOLBII REDWIZII

d. 27. Apr. 1716. ad Collectores Act. Erud. datis,

de aquis Capitis Bonæ Spei.

CUM nuper forte in Actis Erudit. An. 1683. M. Dec. p. 191. Pag. 317. in Observationem Medici Lugdunensis de aquis Rhodani incidissem, non ingratum futurum existimaui ea paulum expendere, quæ de aquis Capitis Bonæ Spei, quas longo satis tempore gustavi, probavi, examinavi, observata habeo.

Nam omnia, quæ doctissimus hujus Observationis Autor de aquis Rhodani profert, tantum declarare videntur, quod sanæ illæ sint, & quod, post defæcationem in urnis figulinis maximis factam, in illis quam optime non tantum plurimos menses, sed etiam plures annos, immo integrum Seculum incorruptæ conservari possint. Addit porro, quod etiam supra mare transportatæ, & in figulinis hisce urnis reservatæ, incorruptæ permaneant; in doliis vero ligneis mox corrumpantur; post aliquod deinde temporis spatium rursus depuratæ, & potabiles, ut antea, evadant.

Has denique proprietates soli Rhodano haud quaquam competere ipse circa finem addit, sed alios adhuc reperiri fluvios statuit, de quibus idem fere decantetur; plures vero magnorum præcipue fluviorum esse autumat, quorum aquæ sub experientiæ examen vocatæ idem omnino præstaturæ sint, persuasum sibi habet. Inter magnorum vero illorum fluminum Danubii atque Rhæni Germanorum aquas hic mihi etiam reposuisse videtur aquas Thamisios, quæ in Actis Anglicanis Observ. VI. mensium Julii, Augusti & Septembris p. 400. adeo extolluntur, ut, putredine neglecta vel potius deposita aliquid tamen spirituosum ostendant, &

Tomi VI. e doliis emissæ flammæ sibi proximas arripiant . Sic quoque ean-
 Supplem. dem ob causam Galenus lib. I. de simplicium Medicam. facult. &
 Sect. II. lib. 6. Epidemicor. teste Celeb. Vossio, Nili aquas depuratas laudat, easque sanas esse judicat; cui Dapperus in descriptione Africæ fol. 131. idem sentiendo accedit.

Hæc ipsa, inquam, observatio admodum rara mentem ad Caput Bonæ Spei, ubi plures annos continua serie vixi, revocavit, & aquas ipsius paulo altius examinandas proposuit: quippe quæ omnibus omnium nationum nautis innotescunt non tantum bonitatis, sed etiam ipso sanitatis nomine. Decurrunt enim hæc Capitis Bonæ Spei aquæ dulces a monte Tabularum, & vallem, Capitis Bonæ Spei nomine claram percurrunt, quemadmodum & plures aliæ, e summis montium cacuminibus adeo copiose fluunt, ut molas fere omnes celerrimo cursu circumagant, & tam celeri profluxu, ut etiam lapillos, silices vocatos, supra quos decurrunt, dimoveant, & secum alio avehant.

Pag. 318.

Hinc, si sabuli particulam, quam ventorum fortissima agitatio illis immiscet, excipias, sedimento omni carent, ut potius claræ non tantum sint admodum, sed etiam puræ, pellucidæ, tenues, inodoræ, & quam minimum secundis qualitatibus dotatæ, uno verbo, sanæ. Neque enim ægrotis illuc advectis, aut etiam in loco ipso jam degentibus, quocunque etiam morbo laborarent, vel unquam nocent, utut largiores de illis sæpe haustus trahant; sed Chirurgi ipsi, (Medicos enim aliosque Doctores, & experientia claros viros illic haud reperire datur) ægrotis consilio subvenientes suo, ordinant, ut loco vini, ceteroquin optimi, dulcissimi & generosissimi, quale nempe Terra ipsius Capitis Bonæ Spei ubertim largitur, hanc aquam in potu habeant: id quod etiam citra omne sanitatis incommodum faciunt, ut potius amissam tanto facilius recuperent, prouti quotidiana experientia satis superque declarat; ego vero jam olim in epistola quadam ad Excellentissimum Archiatrum & Consiliarium intimum Badenæ Badensium Principum, Doctissimum atque Expertissimum Dominum Doctorem Christianum Ludovicum Gæckelium, de morbis incolarum & advenarum Capitis Bonæ Spei data, pluribus exposui.

Quod vero & in doliis ligneis, contra naturam si non omnium, plurimarum tamen aquarum simplicium, nobis præcipue Europæis cognitarum, bonæ & incorruptæ conservari possint istæ aquæ, propriam, si vel aliorum experientiam sicco pede præterirem, in medium vocare possum. Nam Anno 1713, die 10 Aprilis Caput Bonæ Spei relinquentes Europam petivimus; mensibus vero antecedentibus Februarii & Martii, dolia nostra, ceteroquin jam male

male olentia, & foetore aquæ Indicæ, quin & carnis lardique fale Tomi VI.
conditi infecta, implevimus: at vero ea ipsa aqua foetorem cum Supplem.
omni reliqua impuritate extrahere studuimus; id quod etiam, Sect. VII.
experientia fere quotidiana probatum, feliciter successit. Postea
enim quam plena hæc dolia aeri libero exposita reliquimus, &
quotidiana circumrotatione aquæ particulas movimus, quicquid Pag. 319.
impuritatis infuit, quicquid foetoris nocumento esse potuit, non
tantum aquæ sese immiscuit, sed etiam, deducendo hanc aquam
dolia nostra reliquit, ita, ut hac ratione purgata hæc dolia, de
novo tantum implenda rursus hac aqua fuerint.

Atque sic hac aqua denuo repleta nobiscum die supra dicto ave-
ximur dolia, & toto itineris tempore, quod ad 22 Augusti usque
duravit (Itinera Indica nunquam tamdiu durant, quoniam ex Ca-
pite Bonæ Spei ad Bataviam vel Candiam Ceylonensium civitatem,
ad summum trium spatium Mensium trajiciunt, eaque propter nul-
lam eorum mentionem facere volui: qui vero ex India redeuntes
ad Caput Bonæ Spei appellant, aqua hac non sunt instructi) nul-
lam, nisi sub Zona torrida, quam permeare cogebamur, perexi-
guam mutationem sensimus.

Hanc vero non aquæ aut doliis adscribendam esse duco, alias
etiam in aliis Oceani partibus, vel potius Climatibus semel infe-
cta, mutationem hanc in pejus vergentem non tam amisisset,
quam potius indies indiesque sensibiliorem tenuisset, & gustandam
præbuisset: sed ardori Solis nimio adjudicandam eam esse autumo,
quoniam radiis vel perpendicularibus, vel paululum tantum in-
clinatis, & superficiem maris, & navem illic navigantem premit,
adeo, ut præ nimio sæpissime calore vix quisquam sciat, quem in
navis angulum sese abscondat, quo vel paululum defatigata &
lassa corporis membra refocillare possit.

Dicet forte quispiam, inferiorem navis partem, ubi aqua &
reliqua esculenta, quin & cuncta alia ad rem nauticam pertinen-
tia, cum ipso onere navibus imposito & rei bellicæ necessariis re-
quisitis, asservantur, adeo non calere, ut in superiori navis par-
te: ad hæc respondeo, quod, qui hæc obijcere studet, vel nun-
quam navem, Zonam torridam permeantem, frequentaverit; vel
quod idem mihi dixisse videatur, ac si probatum vellet dare, hy-
pocaustum vel leviter calefactum æque calidum esse atque bal-
neum, igne fortiori coactum & obrutum. Nam in superiori
navium parte, si vel maxime radii solares intensissimæ sint for-
titudinis & penetrationis, levis tamen quælibet aeris motio, vel
venti perexigua agitatio, vim illorum penetrantissimam lenit, Pag. 320.
ita, ut facile illis, in superiori navis parte positis levamen affe-
ratur:

Tom. VI. ratur: hinc nautæ & nacleri, cum ceteris directioni navium præ-
 Supplem. positis, velum expandunt, illudque funibus malo tum posteriori
 Sect. VII. cum medio alligant, ut sub ejus tegmine positi, solarium radiorum
 vim tantam non sentiant, quantam milites remigesque ceteri ex-
 periuntur, qui, quo sudoris acrimonia e corporibus suis non im-
 pedita defluat, nec quicquam impedimenti illis creet, aut noxæ,
 nudi communiter incedunt, pudenda solum braccis suis tumentibus
 lineis tegentes, tergum vero & reliqua membra soli exponentes,
 ut tosta fere videantur, aut flagellis cæsa.

Quod si vero quis vel sponte, vel officii causa coactus infe-
 riora navis petit, aut descendere jubetur, non tantum primo suo
 accessu sudorem guttatim ebullientem animadvertit, & undique
 madefactus, etiamsi spatio duorum tantum minorum ibidem
 perseverat, redit; sed etiam cordis palpitationes, quas onus im-
 positum, præcipue aromata augent, sentit, respiratio difficilli-
 ma ipsi redditur, & nescio quæ plura incommoda eum deterrent,
 quo minus loca navium inferiora petere amet. Quid? quod nau-
 cleri, quando, officio suo satisfacientes, in maximo necessitatis
 casu descendere coguntur, & a Capitaneis suis, ne hoc vel illud
 impositi oneris pereat, aut deperditum pepitus eat, jubentur, se
 invicem alloquentes, & exhortantes rogant, ut alter alteri auxi-
 lio sit, & mox alius illum, qui primus descenderit, liberet, eum-
 que rursus ascendere sinat.

Exinde itaque satis superque patet, ut arbitror, inferiorem
 navium, præcipue Zonam torridam trajicientium, partem, ubi
 inter alia & aqua nostra reposita asservatur, multo calidiorem
 esse superiori: sponte quoque sua inde fluit, aquam hanc tan-
 to facilius corruptioni obnoxiam esse; id quod aliæ aquæ, quas
 tum ex Europa, tum ex insula Sancti Jacobi, (maxima illa est
 insularum Capitis viridis, quam Ann. 1705. die 14. Martii eam
 ob causam accessimus, ut aquæ dulcis penuriam hujus insulæ aquæ
 Pag. 321. dulci expelleremus, & iter ad Caput Bonæ Spei aggressum fe-
 liciter prosequi possemus) nobiscum abstulimus, Sole clarius os-
 tendere. Vix enim obiduo & quod excedit præterlapso, facta
 illæ non tam infectæ, quam statim post penitus imbure fuerunt,
 tantopere quidem, ut viva etiam animalia, vermes nimirum al-
 bi coloris, & rubro capite præditi, semissem fere digiti longi, in
 illa copiosissime creverint.

Manet ergo aquis Capitis Bonæ Spei sua præstantia, suusque ho-
 nor & dignissima laus, qua omnino non tantum excedit aquas Rho-
 dani a Doctore isto celeberrimo expertissimoque merito decanta-
 tas, verum etiam illas, quin & plures alias multis parafangis
 supe-

superat. Quod si vero illa non tam indolis, quam in figulinis ut-
 nis asservaretur, quid iudicandum censeretis, de illius bonitate
 & incorruptibilitate? Persuasum mihi omnino habeo, illam vel
 per mediam Zonam torridam sine ulla etiam levissima mutatio-
 ne posse conservari, & navibus avehi: nam cum in doliis li-
 gneis incorrupta vere maneat, nec nisi levissime alteretur, in
 urnis certe figulinis multo potius eandem qualitatem, quam
 primum habuit, servare. Hinc facite credo, quod ex ore Ca-
 pitaneorum, aliorumque iter facientium Danorum sapissime au-
 divi, hanc aquam potentissimum Danorum Regem in deliciis
 habere, quoniam hi ipsi navium Rectores narrant, se, quan-
 docunque ad littora Capitis Bonæ Spei appellant, obstrictos es-
 se, dolium quatuor amphorarum hac aqua plenum secum aufe-
 re, & pro ipso Rege suo Gloriosissimo in Daniam asportare.

Quod si nunc descenderem ad alias etiam aquarum Capitis Bo-
 næ Spei proprietates, amplissimum non solum tempus omnes
 dicti loci Colonias lustrandi apertum mihi viderem, sed etiam
 multa rara & insolita aquarum harum experimenta lucidius pau-
 lo & fusius explicanda mihi venirent. Sed præterquam quod hæc
 & alia plura epistolæ formam excederent, etiam verendum mi-
 hi esset, ne gravioribus meditationibus vestris impedimento es-
 sem. Nam si vel semel aquarum, quam ibidem inveni & ex-
 pertus sum, distinctionem aggrederer, pluribus utique dicendum
 esset, ut illæ & ratione coloris, & ratione saporis, denique &
 ratione caloris differant.

Etenim quod primam distinctionem, nempe colorem concer-
 nit, inveni omnes fere ex summis montium cacuminibus de-
 fluentes aquas albo colore esse præditas, & quia ut plurimum præ-
 cipites in valles adjacentes ruunt, supraque silices aut alios lapi-
 des substratos decurrunt, limpidas atque puras, uno verbo, sa-
 nas: alias vero, quarum origo seu fons non est in ipso cacu-
 mine montis, aut quæ lapides substratos non habent, coloris ru-
 bri vel subrubri esse deprehendi; hoc colore tinctus est rivu-
 lus vallis Taurorum sylvestrium, vulgo *die Vuffels-Balley*: aliæ
 porro sunt nigri coloris, vel, ut rectius loquar, limo tinctæ,
 ut rivulus ille, qui supra pagum Stellenbosch flumen istius no-
 minis incurrit, & qui inferius paulo sese huic ingerit, Motter-
 gattensis.

Quod secundam distinctionem, saporem nempe, attinet, &
 hic quoque maxima inter illas differentia deprehenditur; quo-
 niam aliæ dulces sunt & manent, ut in superioribus jam fusius
 dixi; aliæ vero dulcedinem suam mutant, & salsedinem inducunt,
 & qui-

Tom. VI.
 Suppleth.
 Sect. VII.

Pag. 322.

• Tomi VI. & quidem tantam , ut ipsum sal ex hac aqua dulci eaque pluvia-
 Supplem. tili (hanc enim dulcem esse , facile , credo , concedetis) sine ul-
 Sect. VII. lius hominis ministerio vel auxilio in superficie terræ generetur
 & remaneat , ut suo aliquando tempore luculentius & ex professo
 dicam : aliæ porro falsedine imbutæ propullulant , eaque exigua ,
 ut potui tamen & culinaribus usibus , quin & pecoribus nutriendis
 potandisque inservire possint ; quales sunt aquæ seu fontes val-
 lium istarum , quæ montibus Tigridum , Castello Ribbecciano ,
 & plurimis aliis sunt inspersæ ; quæ tamen omnes , si ab insuetis
 novitiis & advenis octiduo tantum non interrupta serie bibuntur ,
 vim habent & purgandi , & scabiem excitandi : quando vero ab
 indigenis horum locorum bibuntur , illi nullo plane incommodo
 ab his aquis affliguntur : aliæ denique , præcipue hæ ultimæ in do-
 liis asservatæ apertis , non clausis , putrescunt , ob nimiam credo
 limi abundantiam .

Pag. 323. Tertiam denique distinctionem , nempe calorem quod spectat ,
 aliæ reperiuntur frigida , præcipue illæ , quæ ex montium ca-
 cuminibus decurrentes angustas convalles , easque arboribus ob-
 septas percurrunt quales sunt fere omnes supra dictæ , quæ matu-
 tino præcipue tempore , quando solares radii vim tantam non
 exercent , quantam pomeridianis horis , adeo frigent , ut vel den-
 tibus percipi frigus quoddam possit : aliæ plane sunt calida , ut
 thermæ Africanæ Capitis Bonæ Spei , quarum duas innoscere
 Europæis & a me lustratas , quin & alteras frequentatas esse , te-
 stari possum .

Quartam distinctionem , nempe quantitatem , non possum ad-
 dere , quia necessariis ad hanc examinandam requisitis destituito ,
 haud dicere licet , quænam sit gravis , quænam lævis : hoc vero ,
 quod circa extraordinarium fluxum & refluxum maris , septies dua-
 rum spatium horarum repetitum & observatum habeo , alia occasio-
 ne vobiscum communicari poterit .

MAG. PETRI HORREBOWII,

In Regia Universitate Havniensi Astronomiæ
Professoris Ordinarii.*Ἀνγλία Kepleriana Ἑρριχτος.*

DEmonstravit quondam divini ingenii Astronomus Johannes Keplerus, & post eum alii non minori pollentes iudicii dexteritate, Planetas in ellipsis suis circa Solem in ellipseos foco primario constitutum hoc modo moveri, ut, quemadmodum se habet tempus integræ periodi, qua centrum Planetæ ab Aphelio ad idem punctum restituitur, ad tempus, quo Planeta ab Aphelio descendit in certum aliquod ellipseos punctum; sic sese habeat totius ellipseos area, ad partem ejusdem areæ, quam radius vector, vel linea recta a centro Solis ducta ad centrum Planetæ interea verrit; adeo, ut tempora, quibus Planeta progreditur, & areæ, quas interim radius vector pertranscundo verrit, habeant eandem semper rationem utraque ad sua integra.

Cum autem methodum invenire non posset Keplerus, qua ex data anomalia media Planetæ in cognitionem anomaliz cœquatz directe pervenire liceret, problema aliis solvendum proposuit, quod tamen ipse æstimavit insolubile, & rem methodo indirecta aggressus est.

Habuit quidem ex illo tempore multos eximios Mathematicos sollicitos hoc problema adeo necessarium, sed, quantum ego scio, nemo hactenus monstravit directam methodum, quæ per datam anomaliæ mediam & eccentricitatem Planetæ ad anomaliæ cœquatham ipso opere perduceret; quare operæ pretium me facturum esse existimaui, si methodum meam directam cum Astronomis communicarem, eamque aliis meis inventis & observatis quasi prodromum præmitterem. Liberum interea cuique relinquo, quo eam loco habere voluerint, nihilominus certus, memet hunc nodum, si non solvisse, saltem secuisse: ipsam ergo calculi seriem, missis ambagibus, exponam, in qua retineo regulas omnes, quas licet simul & expedit, ipsius Kepleri. Interim ipsam Theoriam antea breviter perlustrasse non pœnitebit.

Centro B foco secundo, radio ipsius eccentrici describitur circulus IEK, in quo circa punctum B numeratur anomalia media IBE: Tab. II. Circa centrum eccentrici C in ipso eccentrico numeratur anomalia: Fig. 9.

Tom. V.

O o o

lia

• Tomi VI. & quidem tantam, ut ipsum sal ex hac aqua dulci eaque pluvia-
 Supplem. tili (hanc enim dulcem esse, facile, credo, concedetis) sine ul-
 Sect. VII. lius hominis ministerio vel auxilio in superficie terræ generetur
 & remaneat, ut suo aliquando tempore luculentius & ex professo
 dicam: aliæ porro falsedine imbutæ propullulant, eaque exigua,
 ut potui tamen & culinaribus usibus, quin & pecoribus nutriendis
 potandisque inservire possint; quales sunt aquæ seu fontes val-
 lium istarum, quæ montibus Tigridum, Castello Ribbecciano,
 & plurimis aliis sunt inspersæ; quæ tamen omnes, si ab insuetis
 novitiis & advenis octiduo tantum non interrupta serie bibuntur,
 vim habent & purgandi, & scabiem excitandi: quando vero ab
 indigenis horum locorum bibuntur, illi nullo plane incommodo
 ab his aquis affliguntur: aliæ denique, præcipue hæ ultimæ in do-
 liis asservatæ apertis, non clausis, putrescunt, ob nimiam credo
 limi abundantiam.

Pag. 323. Tertiā denique distinctionem, nempe calorem quod spectat,
 aliæ reperiuntur frigidæ, præcipuè illæ, quæ ex montium cu-
 cumminibus decurrentes angustas convalles, easque arboribus ob-
 septas percurrunt quales sunt fere omnes supra dictæ, quæ matu-
 tino præcipue tempore, quando solares radii vim tantam non
 exercent, quantam pomeridianis horis, adeo frigent, ut vel den-
 tibus percipi frigus quoddam possit: aliæ plane sunt calidæ, ut
 thermæ Africanæ Capitis Bonæ Spei, quarum duas innotescere
 Europæis & a me lustratas, quin & alteras frequentatas esse, te-
 stari possum.

Quartā distinctionem, nempe quantitatem, non possum ad-
 dere, quia necessariis ad hanc examinandam requisitis destituito,
 haud dicere licet, quænam sit gravis, quænam lævis: hoc vero,
 quod circa extraordinarium fluxum & refluxum maris, septies dua-
 rum spatium horarum repetitum & observatum habeo, alia occasio-
 ne vobiscum communicari poterit.

MAG. PETRI HORREBOWII,

In Regia Universitate Havniensi Astronomiæ
Professoris Ordinarii.

Ἀνχλία Kepleriana Ἐπὶ χροῶς.

DEmonstravit quondam divini ingenii Astronomus Johannes Keplerus, & post eum alii non minori pollentes iudicii dexteritate, Planetas in ellipsis suis circa Solem in ellipseos foco primario constitutum hoc modo moveri, ut, quemadmodum se habet tempus integræ periodi, qua centrum Planetæ ab Aphelio ad idem punctum restituitur, ad tempus, quo Planeta ab Aphelio descendit in certum aliquod ellipseos punctum; sic sese habeat totius ellipseos area, ad partem ejusdem arcæ, quam radius vector, vel linea recta a centro Solis ducta ad centrum Planetæ interea verrit; adeo ut tempora, quibus Planeta progreditur, & arcæ, quas interim radius vector pertranscundo verit, habeant eandem semper rationem utraque ad sua integra.

Cum autem methodum invenire non posset Keplerus, qua ex data anomalia media Planetæ in cognitionem anomaliz corquatz directe pervenire liceret, problema aliis solvendum proposuit, quod tamen ipse æstimavit insolubile, & rem methodo indirecta aggressus est.

Habuit quidem ex illo tempore multos eximios Mathematicos sollicitos hoc problema adeo necessarium, sed, quantum ego scio, nemo hactenus monstravit directam methodum, quæ per datam anomaliæ mediam & eccentricitatem Planetæ ad anomaliæ corquatam ipso opere perduceret; quare operæ pretium me facturum esse existimaui, si methodum meam directam cum Astronomis communicarem, eamque aliis meis inventis & observatis quasi prodromum præmitterem. Liberum interea cuique relinquo, quo eam loco habere voluerint, nihilominus certus, memet hunc nodum, si non solvisse, saltem secuisse: ipsam ergo calculi seriem, missis ambagibus, exponam, in qua retineo regulas omnes, quas licet simul & expedit, ipsius Kepleri. Interim ipsam Theoriam antea breviter perlustrasse non poenitebit.

Centro B foco secundo, radio ipsius eccentrici describitur circulus IEK, in quo circa punctum B numeratur anomalia media IBE: Circa centrum eccentrici C in ipso eccentrico numeratur anomalia

Pag. 367.
Tab. II.
Fig. 9.

Tom. V.

O o o

lia

Tomi VI. lia eccentrici ACF : tandem circa ipsum Solem numeratur an-
Supplem. malia vera five coequata DOL.
Sect. VIII. Series Calculi in hac Theoria.

Primo omnium habenda est eccentricitas Planetæ OC in par-
tibus radii 100000, quæ in Theoria Telluris est 1688.

Secundo ex data eccentricitate OC 1688 & media Planetæ a So-
le distantia OH. 100000 quæritur in triangulo rectangulo OCH
latus CH. 99986, quæ est ordinate applicatarum maxima, five
maxima latitudo ellipseos.

Pag. 368. Tertio quærenda est prosthaphæresis physica maxima, five area
trianguli OCG in gradibus & partibus graduum æstimata; id
quod fit methodo Kepleriana ut sequitur, Radius eccentrici CG
100000 ducitur in semissem eccentricitatis 844, proditque area
trianguli in partibus quadratis 84400000. Diameter circuli ad
peripheriam est ut 1000000000 ad 31415926536, ergo in mi-
noribus numeris, si radius sit 100000, erit semiperipheria in is-
dem partibus 314159 $\frac{26136}{100000}$, nam ut totum ad totum, sic semissa
ad semissem. Dueatur ergo hic radius in hanc semicircumfere-
tiam, sitque area totius circuli in partibus quadratis 31415926536.
Dico jam: ut area circuli in partibus quadratis 31415926536,
ad aream circuli in minutis secundis 1296000; sic quoque area
trianguli prosthaphæretici maximi in partibus quadratis 84400000,
ad idem triangulum in scrupulis secundis graduum 3481, idest
38'. 2". hæc ergo est maxima prosthaphæresis physica in Theo-
ria Telluris.

Idem vero triangulum faciliiori invenietur opera sic inferen-
do: ut Radius 100000, ad numerum 412529 $\frac{1}{2}$ in ordini Planetæ;
sic semissis eccentricitatis 844, ad ipsam triangulatam in scrupulis
secundis graduum 3481 idest 38'. 2". ut apertè.

Quarto sumitur anomalia media IBE exempli causa 80 gra-
duum, & datur latus constans BE 100000, quemadmodum &
latus BC 1688; quæritur hinc in triangulo CBE angulus BCE
hac methodo: Ut summa duorum laterum EB + BC 101688,
ad eorundem differentiam EB - BC. 98312; sic tangens semis-
sis anomalie mediæ 30°. 57735, ad tangens semissis diff. angul.
incogn. 29°. 10'. 9". 55818. Ubi autem hic semissis inventus ad-
jectus fuerit semissi anomalie mediæ, fit anomalia eccentrici si-
ta 59°. 10'. 9".

Quinto ut habeatur exacta anomalia eccentrici, invenendus est
valor trianguli prosthaphæretici physici COF per hanc analogiam:
ut radius GC 100000, ad triangulum prosthaphæreticum maxi-
mum 3481; sic sinus anguli supra inventi 59°. 10'. 9". FD. 85868,
ad triangulum COF in scrupulis secundis 2989; 0°. 49'. 49". qui-
bus

bus a data anomalia media subtractis, relinquitur correcta & vera anomalia eccentrici $59^{\circ}.10'.11''$. Ubi tamen nota: quando magna est eccentricitas, iteranda est hæc correctio, quandiu aliqua exsurgit inter anomaliam eccentrici nuper & nunc correctam differentia, quæ in Theoria Mercurii, ubi maxima est eccentricitas, nunquam extra tertiam vicem extenditur.

Tom. VI.
Supplem.
Sect. VIII.
Pag. 369.

Sexto indaganda est distantia Planetæ a Sole $\odot L$ tali ratiocinio: Ut radius 100000, ad eccentricitatem Planetæ 1688; sic sinus complementi anomalix eccentrici 51249, (qui in secundo quadrante est ipse sinus excessus ejus supra quadrantem) ad numerum 865 radio addendum (in secundo quadrante subtrahendum) ut efficiatur vera distantia $\odot L$ 100865.

Septimo in proclivi est datæ anomalix mediæ 60° competentem anomaliam coæquatam invenire: est enim ut distantia vera Planetæ a foco primario 100865, ad maximam latitudinem ellipseos 99986; sic sinus anomalix eccentrici inventæ 85868, ad sinum anomalix coæquatæ $58^{\circ}.20'32''$ 85119. namque
 $GC. 100000 (a) : HC. 99986 (b) = FD. 85868 (c) : LD (x)$
 $\odot L. 100865 (d) : \odot L. 100000 (a) = LD. (x) \text{ ad sinum } LD (z)$
 Ergo $bc = ax$. & $dz = ax$. ergo etiam $dz = bc$. unde sequitur esse
 $d : b = c : z$. Q. E. D.

Pro construendis tabulis prosthaphæreticis, subtrahitur anomalia coæquata inventa ab anomalia media data, residuum est prosthaphæresis absoluta tabulæ æquationum inferenda: pro distantibus autem inventis tabulæ distantiarum Planetæ a foco primario inferuntur Logarithmi iplis distantibus convenientes; atque hæc methodo unius diei curriculo inter observandum computari duas tabulas sequentes.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Tabula Prosthaphæreseon Telluris

apom. med.	Sign. o. Subtr.	S.1.Subtr.	S.2.Subtr.	S.3.Subtr.	S.4.Subtr.	S.5.Subtr.	an. med.
0	o. o. o	o. 56. 58	1. 39. 29	1. 56. 2	1. 41. 31	o. 59. 7	30
1	o. 2. o	o. 58. 41	1. 40. 30	1. 56. 4	1. 40. 31	o. 57. 19	29
2	o. 4. o	1. o. 23	1. 41. 29	1. 56. 4	1. 39. 29	o. 55. 30	28
3	o. 5. 59	1. 2. 4	1. 42. 26	1. 56. 1	1. 38. 26	o. 53. 40	27
4	o. 7. 58	1. 3. 44	1. 43. 22	1. 55. 56	1. 37. 21	o. 51. 50	26
5	o. 9. 57	1. 5. 23	1. 44. 16	1. 55. 49	1. 36. 15	o. 49. 59	25
6	o. 11. 56	1. 7. 1	1. 45. 8	1. 55. 40	1. 35. 7	o. 48. 7	24
7	o. 13. 54	1. 8. 39	1. 45. 58	1. 55. 30	1. 33. 56	o. 46. 14	23
8	o. 15. 52	1. 10. 15	1. 46. 46	1. 55. 18	1. 32. 42	o. 44. 29	22
9	o. 17. 50	1. 11. 50	1. 47. 32	1. 55. 4	1. 31. 26	o. 42. 25	21
10	o. 19. 47	1. 13. 23	1. 48. 17	1. 54. 47	1. 30. 8	o. 40. 29	20
11	o. 21. 44	1. 14. 54	1. 49. 1	1. 54. 28	1. 28. 48	o. 38. 33	19
12	o. 23. 40	1. 16. 23	1. 49. 43	1. 54. 7	1. 27. 27	o. 36. 36	18
13	o. 25. 36	1. 17. 51	1. 50. 23	1. 53. 43	1. 26. 5	o. 34. 38	17
14	o. 27. 31	1. 19. 18	1. 51. 1	1. 53. 16	1. 24. 42	o. 32. 39	16
15	o. 29. 26	1. 20. 44	1. 51. 37	1. 52. 47	1. 23. 17	o. 30. 40	15
16	o. 31. 20	1. 22. 9	1. 52. 11	1. 52. 16	1. 21. 50	o. 28. 49	14
17	o. 33. 14	1. 23. 33	1. 52. 42	1. 51. 42	1. 20. 22	o. 26. 49	13
18	o. 35. 7	1. 24. 56	1. 53. 10	1. 51. 6	1. 18. 52	o. 24. 39	12
19	o. 37. o	1. 26. 19	1. 53. 37	1. 50. 28	1. 17. 21	o. 22. 37	11
20	o. 38. 53	1. 27. 41	1. 54. 2	1. 49. 48	1. 15. 49	o. 20. 38	10
21	o. 40. 45	1. 29. 1	1. 54. 25	1. 49. 5	1. 14. 16	o. 18. 33	9
22	o. 42. 36	1. 30. 19	1. 54. 45	1. 48. 21	1. 12. 42	o. 16. 30	8
23	o. 44. 27	1. 31. 35	1. 55. 3	1. 47. 36	1. 11. 6	o. 14. 27	7
24	o. 46. 17	1. 32. 49	1. 55. 19	1. 46. 49	1. 9. 28	o. 12. 24	6
25	o. 48. 6	1. 34. 1	1. 55. 33	1. 46. 1	1. 7. 48	o. 10. 20	5
26	o. 49. 54	1. 35. 11	1. 55. 44	1. 45. 11	1. 6. 7	o. 8. 16	4
27	o. 51. 41	1. 36. 19	1. 55. 52	1. 44. 19	1. 4. 24	o. 6. 12	3
28	o. 53. 28	1. 37. 25	1. 55. 57	1. 43. 25	1. 2. 40	o. 4. 8	2
29	o. 55. 14	1. 38. 28	1. 56. o	1. 42. 29	1. o. 54	o. 2. 4	1
30	o. 56. 58	1. 39. 29	1. 56. 2	1. 41. 31	o. 59. 7	o. o. o	o
an. med.	S.11. adde	S.10. adde	S.9. adde	S.8. adde	S.7. adde	S.6. adde	an. med.

Logarithmi Distantiarum Telluris a Sole.

anom. med.	Sign. 0.	Sign. 1.	Sign. 2.	Sign. 3.	Sign. 4.	Sign. 5.	an. med.
0	5.007270	5.006333	5.003740	5.000121	4.996414	4.993640	30
1	5.007269	5.006271	5.003631	4.999994	4.996302	4.993574	29
2	5.007266	5.006207	5.003521	4.999867	4.996191	4.993510	28
3	5.007261	5.006142	5.003410	4.999740	4.996081	4.993448	27
4	5.007253	5.006075	5.003298	4.999612	4.995972	4.993388	26
5	5.007243	5.006006	5.003185	4.999484	4.995864	4.993330	25
6	5.007231	5.005935	5.003071	4.999356	4.995757	4.993274	24
7	5.007217	5.005862	5.002956	4.999228	4.995651	4.993220	23
8	5.007201	5.005787	5.002840	4.999100	4.995546	4.993168	22
9	5.007183	5.005710	5.002723	4.998973	4.995441	4.993118	21
10	5.007163	5.005631	5.002606	4.998846	4.995337	4.993070	20
11	5.007141	5.005551	5.002488	4.998720	4.995235	4.993025	19
12	5.007117	5.005469	5.002369	4.998594	4.995135	4.992982	18
13	5.007091	5.005385	5.002249	4.998468	4.995036	4.992942	17
14	5.007063	5.005300	5.002129	4.998343	4.994939	4.992904	16
15	5.007032	5.005213	5.002008	4.998218	4.994844	4.992868	15
16	5.006999	5.005125	5.001887	4.998093	4.994751	4.992834	14
17	5.006964	5.005035	5.001764	4.997968	4.994660	4.992802	13
18	5.006927	5.004943	5.001640	4.997844	4.994571	4.992773	12
19	5.006888	5.004850	5.001515	4.997720	4.994485	4.992746	11
20	5.006847	5.004755	5.001390	4.997596	4.994401	4.992721	10
21	5.006804	5.004659	5.001264	4.997473	4.994318	4.992699	9
22	5.006759	5.004562	5.001137	4.997351	4.994236	4.992679	8
23	5.006712	5.004463	5.001010	4.997230	4.994156	4.992662	7
24	5.006663	5.004363	5.000883	4.997110	4.994077	4.992647	6
25	5.006613	5.004262	5.000756	4.996991	4.994000	4.992635	5
26	5.006561	5.004160	5.000629	4.996878	4.993924	4.992625	4
27	5.006507	5.004057	5.000502	4.996756	4.993850	4.992617	3
28	5.006451	5.003953	5.000375	4.996641	4.993778	4.992611	2
29	5.006393	5.003847	5.000244	4.996527	4.993708	4.992608	1
30	5.006333	5.003740	5.000121	4.996414	4.993640	4.992607	0
an. med.	Sign. 11.	Sign. 12.	Sign. 9.	Sign. 8.	Sign. 7.	Sign. 6.	an. med.

Tomi VL.
Supplem.
Sect. VIII.
Pag. 372.

Adornatis jam tabulis prosthaphæreseon & distantiarum Telluris a Sole, non ingratum fore spero & hic reliqua, quæ meo iudicio ad restituendos motus Telluris pertinent, breviter attexere. Ergo motus medios, & radices æqualium motuum ab æquinoctio Keplerianas retineo. Locum apogæi pro currente anno 1700 Sr. nov. constituo $35.7^{\circ}.24'0''$. cui pro singulis annis sequentibus adjicio pro præcessionem æquinoctiorum $50''.483.304$ & præterea pro vero progressu apogæi $5''.433.384$, quem apogæi progressum annum certa ratione demonstro, summa est $56''.32384$. annua progressio apogæi ab æquinoctio. Diametri Solares De la Hire cum observationibus exacte congruunt, aut certe ab iisdem non multum discrepant. Parallaxin Solis horizontalem in media distantia peculiari ratione demonstro $26''$ quam & alias demonstrationes hac occasione pandere non possum, antequam Theoriam meam Lunarem publici juris facio. Maximam Solis declinationem ad $23^{\circ}.29'.30''$. extendere non potui, nec ad $23^{\circ}.29'10''$. minuere, quam ergo, collatis quam plurimis tum aliorum, tum meis observationibus, concludo $23^{\circ}.29'20''$. ad quam obliquitatem eclipticæ computavi tabulam declinationum ad quintum quodque minutum primum, & tabulam ascensionum Rectarum ad singula minuta prima tum in arcu, tum in tempore. Si hæc æqui bonique consulueris benevolus Lector, propediem majora polliceor; & omnes ac singulos rogatos volo, corrigant me potius, quam carpent, minime dubitantes, quin veritatis multo sim amantior, quam laudis.

Sect. IX.
Pag. 422.

JOANNIS SIGISMUNDI STENDERI, ÆGYPTO-SEMIGALLI,

*Theoremata quædam singularia ad majorem Astronomiæ
Geometrico-Physicæ perfectionem facientia.*

THEOREMA I.

AXES transversæ orbium Planetarum primariorum sunt inter se in ratione composita ex ratione sexquialtera ipsorum temporum periodicorum circa Solem directæ, & ex ratione subtriplicata proportionum singularum, quæ oriuntur ex comparatione corporis solaris ad respectivam quamlibet proportionem summæ corporis solaris & corporis cujusvis Planetæ primarii directæ. Et contra: Tem-
para

pora periodica planetarum primariorum circa Solem sunt inter se in ratione composita ex ratione sexquuplicata axium transversorum ipsorum orbium directe, & ex ratione subduplicata proportionum singularum, quæ oriuntur ex comparatione corporis solaris ad respectivam quantitatē proportionem summæ corporis solaris & corporis cujusvis planetæ primarii inverse.

Tom. VI.
Supplem.
Sect. IX.

Scholion.

Obrinent hæ rationes etiam in *Systematibus Saturni & Jovis* tam quoad tempora periodica secundariorum circa suos competentes primarios, quam quoad proportionem axium transversorum eorundem orbitalium, in quibus circa suos primarios moventur, uti ex observationibus Flamstedii & Cassini constat. Ob causas vero aliunde Astronomis notas Theorema hoc peculiari demonstratione non indiget.

THEOREMA II.

Tempus periodicum satellitis primarii cujusvis circa suum competentem primum, est ad tempus periodicum proprii ejusdem primarii circa Solem, in ratione composita ex ratione sexquuplicata axis transversus orbitæ satellitis ad axem transversum orbis competentis ipsius primarii directe, & ex ratione subduplicata, summæ corporis satellitis & corporis proprie sibi competentis primarii, ad summam corporis competentis primarii & corporis Solis inverse. Et vice versa: *Axis transversus orbitæ secundarii cujusvis est ad axem transversum orbis proprie sibi competentis primarii in ratione composita, ex ratione sexquialtera temporis periodici secundarii circa suum primum ad tempus periodicum competentis ejusdem primarii circa Solem directe; & ex ratione subtriplicata summæ corporum satellitis atque ejusdem primarii ad summam corporum competentis ejusdem primarii ac Solis directe.*

Pag. 423.

THEOREMA III.

Ratio proportionis diametri planetæ primarii cujusvis ad proportionem axis transversus orbitæ competentis ejusdem secundarii sive satellitis est ad rationem proportionis diametri alterius cujusvis primarii ad axem transversum orbitæ proprie sibi competentis secundarii sive satellitis, in ratione composita, ex ratione sexquialtera temporum periodicorum alienigenarum satellitum circa suos competentes primarios directe; & ex subduplicata ratione rationis duplicata temporum periodicorum proprie ipsis competentium primariorum circa Solem inverse. (hoc est ex ratione subtriplicata densitatum ipsorum primariorum directe; & ex ratione subtriplicata, summæ corporum satellitis atque ejusdem competentis primarii

rii

Tomi VI. rii ad summam corporum alienigenæ satellitis & proprie sibi com-
 Supplem. petentis primarii *directe*.) Et vice versa : *Tempus periodicum sa-*
 Secto LX. *tellitæ cujusvis primarii circa suum primum*, est ad tempus perio-
dicum alienigenæ satellitis alterius cujusvis primarii circa suum
competentem primum in ratione composita ex ratione sexquuplica-
ta rationum, quæ oriuntur ex comparatione diametrorum prima-
 riorum ad axes transversos orbitarum proprie cuilibet competen-
 tium secundariorum *directe* ; & ex ratione *subtriplicata* temporum
 periodicorum ipsorum primariorum circa Solem *directe*. (hoc est
 ex ratione *subduplicata* densitatum horum primariorum *inverse*, &
 ex ratione *subduplicata* summæ corporum satellitis atque ejusdem
 primarii ad summam corporum alienigenæ satellitis & proprie
 sibi competentis primarii *inverse*.) Hinc demum fluit egregium
 illud NEWTONIANUM.

Pag. 424.

THEOREMA IV.

Pondera corporum in Solem & quoslibet primarios sunt inter se ut
radii circulatorum, in quibus circa illos revolvuntur *directe* & qua-
 drata temporum periodicorum *inverse*. Et quia pondera corporum
 quantitati materiæ in singulis sunt proportionalia, hoc est eorum
 massis æqualia : liquet exinde sequens

THEOREMA V.

Densitates Planetarum primariorum esse inter se præcise in sexqui-
altera ratione ipsorum temporum periodicorum circa Solem inver-
se. Inde autem evidentissime patet porro sequens

THEOREMA VI.

Densitatem Solis esse ad densitatem cujuslibet planetæ secundarii
in sexquialtera ratione temporis periodici secundarii circa suum com-
petentem primum, ad tempus periodicum proprie sibi compe-
 tentis primarii circa Solem *directe*.

Scholion I.

Per *sexquialteram rationem* significatur: quadratum cognitæ pro-
 portionis respondere cubo proportionis quæsitæ : Per *sexquuplica-*
tam vero rationem indicatur : Cubum cognitæ proportionis respon-
 dere quadrato proportionis desideratæ.

Scholion II.

Ut igitur veritas theorematum præcedentium eo magis elu-
 ceat, libet demonstrationum loco nonnullis phænomenorum ex-
 emplis in medium productis, rem totam singulis, quorum inter-
 est, reddere manifestam.

Exem-

Exemplum I.

Tom. VI.
Supplem.
Sect. IX.

Tempus periodicum quarti satellitis Jovis circa suum competentem primum, est ad tempus periodicum Lunæ circa terram respectu fixarum ut 1 ad $1 \frac{6371}{100000}$ quam proxime. Hujus igitur quadrati $= 2 \frac{6921}{100000}$ radix cubica definirer, quanto pauciores semidiametros Jovis distantia media extimi Circumjovialis a centro primarii ejus contineret, quam semidiametros terræ distantia media Lunæ continet a centro terræ; si nimirum corpus Jovis & corpus telluris nostræ æqualis essent densitatis: Sed quia telluris nostræ corpus $5 \frac{29116}{1000000}$ vicibus densius est ipso corpore Jovis, nimirum præcise in æqualtera ratione temporis periodici terræ circa Solem ad tempus periodicum Jovis circa Solem, (quod est in simplici ratione ut. 1 ad $11 \frac{3611}{100000}$) inversa; augeatur proportio ista $= 2 \frac{6801}{100000}$ per proportionem $= 5 \frac{29116}{1000000}$ & fiet proportio aucta $= 13 \frac{712632}{10000000}$ cujus radice cubica $= 2 \frac{408122}{10000000}$ tandem definitur, quot paucioribus semidiametris Jovis quantum sive extremum ejusdem satellitem a centro primarii ejus distare mediocriter oporteat, quam distat mediocriter Luna in semidiametris terræ a centro telluris. Distaret jam luna a centro terræ mediocriter 60 $\frac{947531}{1000000}$ semidiametris terræ; si nimirum corpus Lunæ infinities minus corpore terræ ratione massarum corporum reputetur: quare quartus circumjovialis a centro primarii sui hac definitione distaret $25 \frac{3731}{100000}$ semidiametros Jovis; si nim. & corpus ejus infinities minus ipso Jovis corpore æstimetur. At, quia quantitas materiæ quarti satellitis est ad quantitatem materiæ ipsius Jovis ut 1 ad 1656, hujus triplo $= \frac{25}{4770}$ indicatur pars totius, quæ distantia quarti satellitis modo definitæ addita eandem paulo auctiorem facit. Quare distantia centrorum quarti satellitis & ipsius Jovis hac ratione perfecte limitata evadet $25 \frac{37245}{1000000}$ semidd. jovialium, qua cum definitione & Flamstedii observationes satis amice conspirant, quippe eandem distantiam $25 \frac{1}{4}$ semidiametrorum jovialium determinantes; adeoque superiores rationes quam optime confirmantes.

Exemplum II.

Tempus periodicum Lunæ circa terram est, ad tempus periodicum quinti satellitis Saturni circa suum primum, ut 1 ad $1 \frac{25111}{1000000}$. Hujus proportionis quadratum $= 8 \frac{125403}{10000000}$ responderet cubo proportionis illius, qua determinaretur, quanto plures semidiametros Saturni quantos ejus satelites a centro primarii distare deberet, quam semidiametros terræ centra Lunæ & terræ a se invicem mediocriter distant; si nim. corpus terræ & corpus

Pag. 425.

Tom. VI. Saturni æqualis essent densitatis. At, quia corpus telluris corpo-
 Supplem. re Saturni densius est vicibus $9 \frac{13806}{100000}$, nimirum præcise in sex.
 Sect. IX. *qualtera ratione* temporis periodici terræ circa Solem, ad tem-
 Pag. 426. pus peripodicum Saturni circa Solem *inverse*, cujus simplex ratio

est ut 1 ad 29 $\frac{457106}{1000000}$ diminuaturs proportio $= 9 \frac{13806}{100000}$ in ratione
 proportionis præcedentis $= 8 \frac{116401}{1000000}$ & facto hoc fiet $= 1 \frac{1147371}{10000000}$
 cujus radice cubica $= 1 \frac{0368668}{10000000}$ vicissim determinatur, quanto
 nunc pauciores semidiametros \mathcal{H} , distantia media centrorum \mathcal{H} ,
 & quinti ejus satellitis continere teneatur, quam semidiametros
 terræ distantia media \mathcal{D} a centro terræ continet. Sunt autem
 centrum \mathcal{D} & centrum \mathcal{H} in mediocri distantia vere quidem a se
 invicem remota 61 $\frac{1811011}{10000000}$ semidd. terræ. Sed si corpus Lunæ ra-
 tione quantitatis materiæ reputetur infinites minus corpore ter-
 ræ, & cum ex ratione quadam aliunde desumpta constet, quanti-
 tatem materiæ in \mathcal{D} esse ad quantitatem materiæ in terræ ut 1
 ad 31 $\frac{7285583}{10000000}$, adeoque corpus terræ sit ad summam corporis Lu-
 næ & corporis terræ ut 1 ad $1 \frac{03111705}{100000000}$ (hoc est ut 31 $\frac{7285583}{10000000}$ ad
 $32 \frac{7285583}{10000000}$) oportebit in ejusdem proportionis ratione subtripli-
 cata $= 1 \frac{010196}{1000000}$ diminutio fieri, pro determinanda distantia me-
 diocri centri \mathcal{D} a centro \mathcal{H} in semidiametris \mathcal{H} 60 $\frac{147111}{1000000}$, quato-
 nus corpus \mathcal{D} ipso corpore \mathcal{H} infinites minus sit ceptendum.
 Hinc per superius determinatam rationem erit distantia medio-
 cris quinti satellitis \mathcal{H} a centro sui primarii 58 $\frac{710481}{1000000}$ semidd. \mathcal{H} .
 Porro, quia quantitas materiæ in quinto Comite \mathcal{H} ad quanti-
 tatem materiæ in ipso \mathcal{H} est ut 1 ad 690. circiter: inde liquet
 proportionem corporis \mathcal{H} esse ad proportionem summe corporis
 ejusdem & corporis extimi ejus sive quinti satellitis, ut 1 ad
 $1 \frac{001440}{1000000}$ augeatur per ejuandem proportionem radicem cubicam
 $= 1 \frac{000481}{1000000}$ proportio superius determinata $= 58 \frac{710481}{1000000}$, & sic
 $= 58 \frac{8087}{10000}$ qua tandem limicata est distantia media quinti satellit-
 is \mathcal{H} a centro sui primarii in semidd. \mathcal{H} . Et quia diameter \mathcal{H} est
 ad diametrum annuli \mathcal{H} ut pars minor linea media atque extre-
 ma ratione scilicet ad lineam totam: erit distantia media quinti
 satellitis \mathcal{H} a centro primarii $11 \frac{21416}{100000}$ diametrorum \mathcal{H} . Cum vero
 Pag. 427. eadem nunc determinata distantia adhuc sit nonnihil augenda in
subtriplicata ratione corporis \mathcal{H} ad summam corporis ejusdem &
 corporis annuli ejus, quod est ut 6 ad 7 hoc est ut 1 ad $1 \frac{1}{6}$, (cuius
 radix cubica $= 1 \frac{1}{3}$ circiter), evadet ista proxime definita cen-
 trorum Saturni & quinti ejus satellitis distantia quasi 10. diam-
 etrorum annuli; prorsus uti Cassini observatio istam determin-
 tionem requirit.

Exemplum III.

Tom. VI.
Supplem.
Sect. IX.

Tempus periodicum quarti satellitis Saturni est ad tempus periodicum quinti ut 1 ad $5 \frac{913111}{1000000}$, hujus quadratum = $25 \frac{121617}{1000000}$ respondet cubo proportionis = $2 \frac{927111}{1000000}$ qua determinatur, quanto proximior sit centro Saturni quartus ejusdem satelles, quam quintus, si nim. utriusque satellitis corpora infinitas minora ipso corpore h. reputentur. Atque hac ratione foret distantia media satellitis Hugeniiani a centro h. = $20 \frac{67014}{100000}$ semidiam. h. At, cum quantitas materiæ in quarto satellite sit ad quantitatem materiæ in Saturni ut 1 ad 5900 circiter, hujus proportionis triplo = $\frac{1}{17700}$ autem ea pars totius indicatur, qua distantia limitanda per additionem est augenda; erit eadem distantia media a centro Saturni $20 \frac{67127}{100000}$ semidd. Saturni & quum diameter Saturni sit ad diametrum annuli ejus ut 1 ad $2 \frac{618034}{1000000}$, erit eadem quarti satellitis a centro Saturni distantia $3 \frac{813271}{1000000}$ diametrorum annuli ejus, quam eandem distantiam Cassini & Flamstedius cum ipso Hugenio quatuor integrarum diametrorum annuli definiverunt, adeoque vigesimam saltem totius partem ab ista determinatione differentes; cujus causa est, quod in ratione subtriplicata corporis Saturni ad summam ejusdem corporis & corporis annuli ejus distantia quarti satellitis Saturni a centro primarii est augenda, qua ratione eadem evadet quatuor diamet. annuli quam proxime. Unde liquet, quantitatem materiæ in annulo esse ad quantitatem materiæ in ipso Saturno ut 1 ad 6, licet de densitate ejusdem annuli adhuc nihil certi constare queat. Quod vero ipsam quantitatem diametri annuli attinet, Flamstedius quidem ex suis observationibus ad eandem, Saturni diametrum æstimat ut 4 ad 9 (hoc est ut 1 ad $2 \frac{1}{2}$.) At quia per radios Luminis reflectentes diameter Saturni ad sextam fere ejus partem dilatatur, erit iusta ipsius ad diametrum annuli proportio ut 1 ad $2 \frac{618034}{1000000}$ hoc est ut pars minor lineæ media atque extrema ratione sectæ ad lineam totam. Pag. 428.

THEOREMA VII.

Tempora periodica conversionum Planetarum circa proprios axes respectu fixarum sunt inter se in ratione composita ex ratione subsexuplicata quantitatis materiæ in singulis directe, & ex ratione subquadruplicata soliditatum ipsorum sphaerarum inverse. Hinc sequitur: diametros veras planetarum primariorum esse inter se in ratione composita ex ratione sexquialtera densitatum ipsorum directe, (hoc est ex ratione subnonuplicata quadruplicata rationis temporum

Ppp 2

ipso-

Tomi VI. ipsorum periodicorum circa Solem *inverse*;) & ex ratione quadruplicata temporum ipsorum periodicorum (siderearum scil. eorundem conversionum) circa proprios axes *inverse*.

Supplem.
Sect. IX.

Demonstratio ex nonnullis Phenomenis.

Phenom. I.

Cassini primum ex revolutionibus macularum in corpore Jovis animadvertit, periodum unam conversionis Jovis resp. fixarum circa propriam axem esse ad periodum unam conversionis fidere terre circa suum axem ut 1 ad $2\frac{412}{1000}$. Hujus igitur Biquadratum $= 33\frac{2477}{10000}$ determinaret quanto major sit diametro terre ipsa diameter $\frac{7}{8}$ si nimirum terra & Jupiter æqualis essent densitatis: At cum densitas Jovis ad densitatem terre habeat rationem quam 1 ad $5\frac{20116}{100000}$ nimirum *sexquialteram illam* temporis periodici terre circa Solem ad tempus periodicum Jovis circa Solem *inversam* cujus *sexquialtera ratio* vicissim est $= 3\frac{00176}{100000}$, per hanc minuatur ratio $= 33\frac{2477}{10000}$, & innotescet vera proportio diametri terre ad diametrum Jovis ut 1 ad $11\frac{271}{2000}$. Porro cum distantia media terre a Sole sit ad distantiam mediam Jovis a Sole ut 1 ad $5\frac{2032}{10000}$, & Terra a centro Solis distet 22710 Semidiametris terre; quia scil. media parallaxis Solis est tantummodo $9''$, $5''$; erit distantia Jovis a centro Solis media 10478 semidiametrorum Jovialium. Hinc oritur semidiameter Jovis mediocriter apparens e Sole visa $19''\frac{2}{3}$. Jam ipse Flamstedius elongationem maximam quarti satellitis Jovis a centro sui primarii solertissime inquirendo, eandem in distantia Jovis a terra media deprehendit $3\frac{1}{2}$ minutorum circiter, & quum idem satelles a centro sui primarii distet $25\frac{1}{2}$ semidiametrorum Jovialium: erit diameter Jovis mediocriter apparens ex Flamstedii observatione $19''$, $48''$, atque ita cum determinatione superiori quam optime conveniens.

Pag. 429.

Phenom. II.

Ita etiam quod attinet, idem Cassini ex revolutione macularum in eodem deprehendit, periodum unam revolutionis vertiginis ejus esse ad periodum unam revolutionis vertiginis terre respectu fixarum ut 1 ad $1\frac{02905}{100000}$. Hujus igitur Biquadrato $= 1\frac{12133}{100000}$ proportio diametri Martis ad diametrum terre posset definiri, dummodo terra & Mars æqualis essent densitatis: At cum densitas $\frac{7}{8}$ ad densitatem terre, per Theorema V, sit ut 1 ad $1\frac{12162}{100000}$. Hujus igitur *sexquialtera ratione* $= 1\frac{12411}{100000}$, per Theo:

Theorema VII augeatur ratio $\approx 1 \frac{12111}{100000}$ & innotescet vera proportio diametri Martis ad diametrum terræ, quæ est ut 1 ad $1 \frac{4842}{10000}$, & quia distantia media terræ a Sole est ad distantiam mediam Martis a Sole ut 1 ad $1 \frac{12162}{100000}$, distabit mars a Sole 51378 semidiametrorum Martis. Quare diameter Martis apparet mediocriter e Sole visa est $8''.1\frac{1}{4}$, quam Cassini & aliorum observationes egregie confirmant.

Tom. VI.
Supplem.
Sect. X.

Phenom. III.

Ita etiam, si statuatur Venerem circa suum axem revolvi heliocentrice vel respectu Solis, spatio 23 horarum integrarum calculum ineundo inveni, diametrum ejus mediocriter apparentem e Sole visam esse $35''$ circiter, quam eandem ex Horocci observatione Veneris in Sole visæ alii $28''$ definiunt, cujus differentię causa est refractio radiorum solarium in & atmosphæra, per quam fieri potest, ut & diameter non iusta quantitate, sed quintam ejus fere partem nobis in ☉ ecliplando diminutior appareat. Si autem motus vertiginis Veneris motui vertiginis Martis reputetur æqualis, uti Cassini fortiter ex nonnullis ipsius observationibus conjectavit, evadet Veneris diameter apprens e Sole visa in *quadruplicata ratione* majoris periodi temporis conversionis ejus circa axem minor, atque adeo ad $28''$ proxime accedens. Hinc concludendum, Venerem respectu Solis circa suum axem revolvi non minori quam 23 horarum temporis spatio, nec majori quam $24\frac{2}{3}$.

Pag. 420.

Phenom. IV.

Ex Flamstedii observatione *Elongatio maxima Satellitis Hugemiani a centro Saturni* deprehensa est $3', 20''$, in distantia nimirum Saturni media a centro terræ. Quare, cum idem satelles a centro Saturni mediocriter distans 21 circiter semidiametrorum Saturni ab eodem sit remotus: hinc innotescit diametrum Saturni apparentem e Sole visam esse $19''$ circiter. Quare diameter terræ est ad diametrum Saturni ut 1 ad $10 \frac{224}{10000}$. Hujus igitur Radice Biquadrata $\approx 1 \frac{72114}{100000}$ definiri posset, quanto velocius Saturni respectu fixarum circa proprium axem revolveretur, quam terra; si saltem densitates corporis utriusque essent æquales. At cum per Theorema V densitas Saturni sit ad densitatem $\frac{1}{8}$ ut 1 ad $9 \frac{111}{1000}$. Hujus igitur ratione sextuplicata scilicet radice quadrato-cubica $\approx 1 \frac{41624}{100000}$ augeatur ratio prior $\approx 1 \frac{72114}{100000}$, & statim innotescet, tempus conversionis Saturni circa

Tomi VI. circa proprium axem esse ad tempus periodicum vertiginis terræ ut 1 ad 2 $\frac{5000}{10000}$ respectu fixarum. Quare Saturnus respectu Solis circa proprium axem revolvitur spatio temporis 9 horarum & 10 $\frac{1}{2}$ minutorum circiter, adeoque tres quadrantes unius horæ circiter dies naturalis in Saturno brevior est die naturali in Jove quod autem Saturnus tam brevi temporis spatio circa suum axem revolvatur, inde dubitare non licet: quia tam exiguo spatio temporum periodicorum quorundam satellitum circa eum, intimi præsertim ejusdem satellitis, qui 45 horarum intervallo circa eum revolvitur, magis convenit, ut Saturnus aliquoties, hoc est ad minimum quater suas revolutiones circa proprium axem interim exercent, donec una revolutio intimi satellitis ejus circa eum in orbita absolvatur, quemadmodum hoc ex analogia systematis Jovis facile colligi potest.

Corollarium I.

Tempus periodicum revolutionis vertiginis Jovis est ad tempus periodicum vertiginis terræ respectu Solis, ut triangulum æquilaterum circulo inscriptum ad ipsum circulum, hoc est ut 1 ad 2 $\frac{5154}{10000}$.

Corollarium II.

Pag. 431. Tempus periodicum vertiginis terræ est ad tempus periodicum vertiginis Saturni respectu ☉ ut quadratum partis majoris ad quadratum partis minoris lineæ media atque extrema ratione sectæ, hoc est ut linea ista tota ad partem minorem scilicet ut 1 ad 2 $\frac{612014}{1000000}$.

THEOREMA VIII.

Densitates Planetarum primariorum minuuntur non nihil quanto propius ad Solem accedunt: quia tunc per majorem vim caloris ipsorum pori dilatantur, adeoque corpora nonnihil rariora redduntur, & vicissim contrahuntur vel condensantur, quando remotius a Sole feruntur: idquod semper fit in subdecuplicata ratione distantiarum a centro Solis. Unde evenit, ut deficientibus aut decrescantibus Planetarum densitatibus, soliditates ipsorum sphaerarum interea crescant: crescentibus autem eorum densitatibus, soliditates sphaerarum decrescant. Unde oritur sequens

THEOREMA IX.

Velocitates motuum vertiginis planetarum primariorum respectu fixarum,

zarum, quamvis diurnæ istæ ipsorum revolutiones magis sibi ipsis sint propriæ; nihilominus tamen *non omni tempore sunt æquabiles*, sed pro illarum majori vel minori a Sole distantia remittuntur aut intenduntur, *in subsexagequadruplicata ratione* discessum eorum a Sole, aut eorundem accessuum ad eundem, hoc est motus vertiginis planetarum in jam significata ratione segiores deprehenduntur in eorum apheliis, quam in periheliis & contra: quia semper in majori a Sole distantia propter remissionem caloris præi corporum ipsorum sive particule minimæ coherentes arctius nonnihil contrahuntur, adeoque ipsa corpora densiora evadunt, ac proinde minori tunc soliditate potiuntur. Patet hoc ex observationibus Cassini in Jovis, quippe in quo animadvertit maculam quandam periodum revolutionis suæ absolvisse hor. 9. 36', dum Jupiter in aphelio versabatur; contra periodum istam revolutionis maculæ istius uno circiter minuto primo breviorum 9. hor. 35', extitisse Jove in perihelio versante. Patet etiam ex inæqualitate quadam motus: siquidem recentiores Astronomi crebris iisque accuratissimis observationum experienciis edocti sunt, Lunam plenam circa æquinotiale tempus 24' horariis serius juxta tempus apparens in umbram terræ immergere tempore veris; tempore autem autumnali totidem minutis citius, quam calculus ex hypothesi æquabilis motus vertiginis terræ respectu fixarum cæterisparibus indicare solet. Unde etiam *æquatio physica temporis* necessario oritur; de qua quidem non admittenda nonnulli iique celeberrimi viri etiamnum fatagunt; nihilominus tamen ipsi eandem produunt, dum rebus sic suadentibus coguntur confiteri, tempus periodicum Lunæ circa terram in distantia terræ a Sole maxima superari a tempore periodico Lunæ circa terram, dum terra in perihelio scilicet distantia ejus minima a centro Solis versatur: cum tamen hæc temporis periodici in Luna inæqualitas non sit vera, sed saltem apparens, adeoque non ipsi Lunæ motui, sed potius motui vertiginis terræ tribuenda. Nam dum punctum quoddam superficiæ terræ tempore solstitii brumalis prius ad meridianum stellæ cujusdam fixæ redit, quam tempore vernali, Luna hoc pacto tempore apparenti locum illum nondum videtur occupare, quem assequi debet tempore æquali, & contra tempore æstivali tempore diei apparenti Luna locum istum jam videtur præterisse, quem obtinere illum oportet tempore æquali. Hinc fit ut Luna motus nunc tardior nunc velocior nobis tantum appareat.

Pag. 422.

Tomi VI.
Supplem.
Sect. IX.

THEOREMA X.

Centrum eccentricum orbis Lunæ juxta recentissimas easque accuratissimas Astronomorum observationes movetur respectu Solis in antecedentia in orbita quadam elliptica telluris centroconcentrica, cujus axis major perpetuo in syzygiarum linea, axis minor autem constanter hæret in quadraturis a Sole. In ista orbita elliptica centrum eccentricum orbis Lunæ ab axibus minoris istius orbitæ vel a Sole in antecedentia regrediendo, motu hoc suo regressivo describit aream motui apparenti veri loci Solis ab apogæi Lunæ loco medio proportionalem. Patet hoc exinde, quod ab Astronomis modernis sit observatum, Lunam apogæam in σ & ρ ☉ magis, perigæam vero minus a centro terræ distare, quam eadem apogæa aut perigæa a centro terræ distat, dum in quadraturis Solis versatur; indeque evidenter colligi possit, eccentricitatem Lunæ tum semper crescere, dum apogæam Lunæ a quadraturis pergit ad syzygiæ Solis; decrescere autem dum idem apogæum Lunæ vicissim a syzygiis ad quadraturas revertitur. Hinc evenit, ut motus apogæi Lunæ in ejus syzygiis modo retrogradus, modo circa obstantes a Sole respectu fixarum denuo fiat directus, adeoque semper sit variabilis.

Pag. 433.

THEOREMA XI.

Quadratum axis minoris orbitæ istius ellipticæ centro telluris concentricæ, in qua centrum eccentricum majoris orbis Lunæ respectu minoris istius orbitæ axium vel etiam Solis in antecedentiis movetur, est ad quadratum axis majoris ejusdem orbitæ, ut cubus talis minor A ad cubum talem majorem B, ubi latus cubi minoris A est ad idem latus junctum cum latere cubi majoris B, ut ipse cubus minor A ad ipsum cubum majorem B.

Demonstratio.

Sit latus cubi minoris $A=1$, erit latus majoris $B=1 \frac{324717957244}{100000000000}$
 adeoque summa laterum cubi utriusque $A \& B = 2 \frac{324717957244}{100000000000}$.
 Jam vero & ipse cubus minor A ad cubum majorem B eandem
 habet proportionem in ratione aym. ut 1 ad 2 $\frac{324717957244}{100000000000}$.
 Hujus igitur radice quadrata $= 1 \frac{52470258}{100000000}$ determinanda
 est

est proportio eccentricitatis orbis Lunæ minimæ, quando Apogæum ejus in quadraturis versatur, ad eccentricitatem orbis Lunæ maximam, quando apogæum Lunæ in syzygiis incidit. Cujus rei veritas eo melius exinde elucescet, quia ex Astronomicis observationibus constat, *equationem maximam Lunæ* in ejusdem syzygiis esse quinque graduum, in quadraturis Lunæ autem septem graduum $37\frac{1}{2}$ minutorum. Unde elicitur *eccentricitas Lunæ minima* 436000 partium valium, *qualiam distantia* ☽ a centro terræ media est 10000000, *eccentricitas vero Lunæ maxima* 664770 earundem partium, ex quo satis perspicuum, eccentricitatem ☽ minimam esse ad maximam ut 1 ad $\frac{52470258}{100000000}$: Quare quadratum eccentricitatis minimæ est ad quadratum eccentricitatis Lunæ maximæ ut 1 ad $\frac{324717957244}{1000000000000}$, hoc est ut cubus ille minor A ad cubum illum majorem B, ubi latus cubi minoris A est ad latus ejusdem cubi minoris junctum cum latere cubi majoris B, ut soliditas cubi minoris A ad soliditatem cubi majoris B. Q. E. D.

Corollarium I.

Densitas ☿ est ad densitatem Solis ut latus supra descripti cubi minoris A ad latus ibidem descripti cubi majoris B, hoc est, ut 1 ad $\frac{324717957244}{1000000000000}$; si igitur corpus quoddam circa Solem revolvitur, *cujus densitas esset densitati Solis æqualis*, dico: quadratum temporis periodici corporis illius circa Solem fore ad quadratum temporis periodici Jovis circa Solem in ea ratione ut est cubus minor A ad majorem B, hoc est tempus periodicum suppositi corporis foret ad tempus periodicum Jovis ut 1 ad $\frac{52470258}{1000000000}$, quorum quadrata ad invicem sunt ut 1 ad $\frac{324717957244}{1000000000000}$.

Corollarium II.

Quadratum diametri circuli est ad quadratum Tangentis complementi arcus obliquitatis eclipticæ ut latus supra descripti cubi minoris A ad latus ibidem descripti cubi majoris B. Unde liquet *obliquitatem Eclipticæ* esse $23^{\circ}, 28', 51'', 41'''$. Cassini eandem obliquitatem ex suis observationibus definit $23^{\circ}, 28', 54\frac{1}{2}''$.

Tomi VI.
Supplem.
Sect. X.

tionem possibilem non exhibere quadratum; quæ observatio placere videbatur Nicolao Bernoullio tum præfati, & quem huius interventu amicum habui, sagacissimo Moivrezo, & sufficit ad efficiendum id quod desideravi meis ultimis pollicitus eram. Jam vero plus dare possum, quam tum ipse noveram. Sit datus numerus quicumque 3 8 6 4 4 9 5 3 9 9 7 2 6 2 4 4, dataque in eo mutanda nota ultima 4; si illam mutavero in 3, dicam transpositionem quamcumque numeri sic mutati nullam continere radicem quadratam, (quod tunc inveneram) sed nec ullam (quod nunc addo) alius ulterioris potestatis, hoc est, omnia ejus latera $\sqrt{} \sqrt{} \sqrt{} \sqrt{} \sqrt{}$ &c. in infinitum furda esse. Totum autem mysterium, ut verum fatear, huc redit: numerum in se ductum vicibus quibuscunque nunquam producere multipulum, qui sublatis omnibus novenariis relinquit 3 vel 6; unde contra sequitur, numerum, qui sublatis omnibus novenariis relinquit 3 vel 6, nullas admittere radices cujuscunque potestatis in numeris rationalibus. In exemplo numerus assumptus sublatis omnibus 9 relinquit 4, quare minuendus erat unitate, ut relinqueret 3 ad præstandum quod quærebatur. Et generatim

omnes numeri qui habent
radices rationales pote-
statis. subductis omnibus nove-
nariis relinquant unum
ex his

has vix has mas

2. 8. 14. 20. 26. 32. 38. &c. in infin.	}	0. 1. 4. 7.
4. 10. 16. 22. 28. 34. 40. &c.		0. 1. 8.
3. 9. 15. 21. 27. 33. 39. &c.	}	0. 1. 4. 7. 8.
5. 11. 17. 23. 29. 35. 41. &c. in infin.		0. 1.
7. 13. 19. 25. 31. 37. 43. &c.	}	0. 1.
6. 12. 18. 24. 30. 36. 42. &c. - - -		0. 1.

(progressiones continuo crescunt per 6) &c.

J. W. ZEHENDMEYER

*Solutio Problematum quorundam ab Illustriss. FERDIN.
ERN. Comite ab HERBERSTEIN in Actis A. 1716.
mens. Jun. pag. 328. & seqq. Mathematicum Cultoribus
propositarum.*

QUÆ proposuit nuper illustrissimus Comes ab Herberstein problemata, facili opera solvi posse autumo problemate in hoc negotio generali, scilicet: Datis tribus lateribus Trianguli sive rectanguli, sive obliquanguli, invenire numeros angulis inscribendos, quorum duo semper lateris interjacentis quantitati æquales existant. Addantur omnia tria latera, atque a dimidio summae subtrahantur singula latera, residuum semper dabit numerum Angulo opposito inscribendum. Sic quoad problema secundum data soliditate coni 12936 inter alia Triangula sua circumvolutione hunc generantia esse poterit Rectangulum fig. A, servata scilicet proportionem diametri ad peripheriam ut 1 ad $3\frac{1}{2}$, quæ si displicet, ad quantitates abstractas tota operatio referenda est. Problema octavum dabit Triangulum rectangulum, cujus perpendicularis est Sinus Rect. datæ Elevationis poli, Basis hujus complementum & Hypotenusa Sin. Tot. verbi gratia, hic Lipsiæ Elevationis $51^{\circ}, 22'$ sistet Triangulum desideratum fig. B. In problemate nono sit Basis a Christo nato, usque ad Carolum Magnum 800, Crus alterum a Carolo Magno, usque ad Carolum V. 719, ab hoc usque ad annum in problemate propositum 197 crus alterum, & emerget Triang. fig. C. Hæc si tali modo ad palatium Illustrissimi Comitis soluta fuerint, ceterorum solutio proxime sequetur; sin minus, dubia benevole communicet, rogatur.

Tab. II.

Tomi VI.
Supplem.
Sect. X.
Pag. 474.

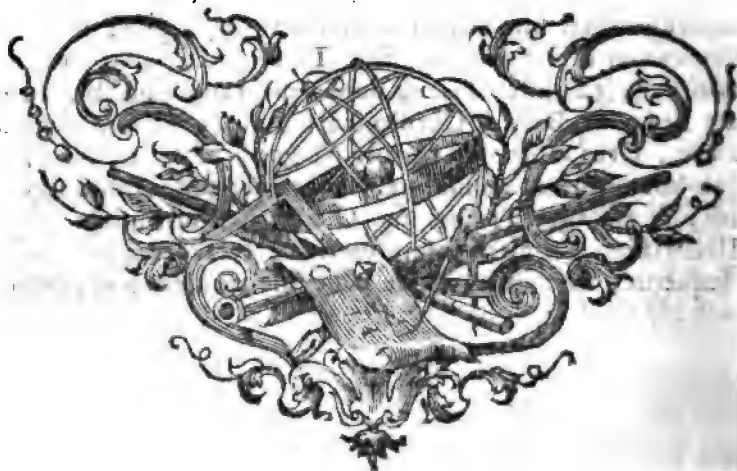
EXCERPTA E LITTERIS.

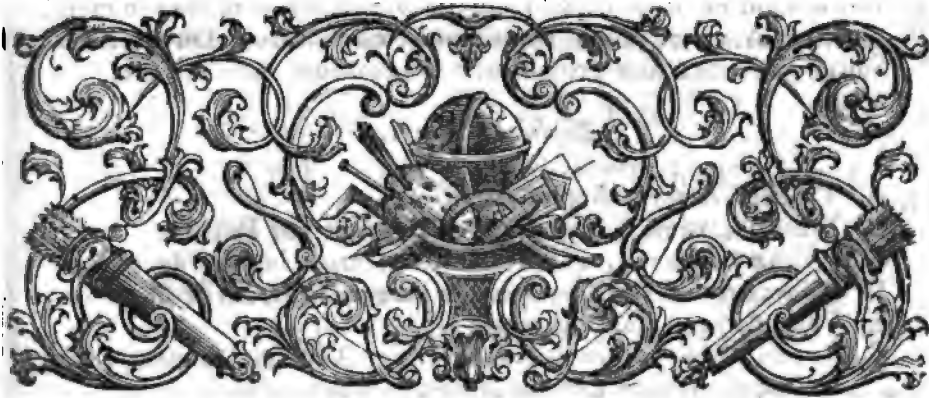
Illustrissimæ FERDINANDI ERNESTI

Comitis ab HERBERSTEIN,

*de solutione Problematum suorum, datis Praga
die 7. Martii Anni 1717.*

Ingeniosæ sunt acutissimi Zehendmayeri solutiones, sed particulares, solique triangulo affixæ; operæ proinde pretium foret, juxta conditiones Problematis inter proposita primi, species possibiles figurarum rectilinearum universaliter determinare, atque hujus determinationis beneficium reliqua pari universalitate expedire.





E X C E R P T A
EX ACTIS ERUDITORUM
L I P S I E N S I B U S

A N N I 1718.

D E S C R I P T I O

ac delineatio singularis & stupendi Ductus thoracici,
ex Differtatione inaugurali,

quam EDUARDUS PETRUS WIUM de via alimentorum
Cbyli, sub praesidio GEORGII FRIDER. FRANCI
DE FRANKENAU, M. D. P. P. Regii C. Hafnia
d. 29. Aprilis Anni 1717 habuit, excerpta.



Uamvis *Acta* alias nostra Disputationibus Academi-
cia vacare soleant, in laudata tamen *Differtatione*
inaugurali notabilem plane ac stupendum canalem
thoracicum, in cadavere humano Parisiis ante bien-
nium ab *Autore* observatum & in *Figura*, quæ nobis
secunda existit, delineatum tanto minus nunc negli-
gere potuimus, quanto commodiorem una nobis præberet an-
sertum nostrum ingenue aperiendi, quod *Sulzermanni* ductum
tho-

Act. Erud.
An. 1718.
M. Jan.
Pag. 9. 10.

Act. Erud. thoracicum ex Mich. Bernb. Valentini Medicina nov-antiqua in mens.
An. 1718. Octobri A. 1717. p. 451 translatum, ob defectum Disputationis
M. Jan. Sultzmannianæ, non pro humano, sed canino, habuerimus.

Explicatio Fig. 1.

Tab. I. A. Truncus Arteriæ Aortæ abscissus.

Fig. 1. B. Truncus, venæ Cavæ ascendentis prope cor abscissus.

CC. Venæ subclaviæ, quarum sinistra semper longior dextra.

D. Bifurcatio canalis Thoracici in ramum dextrum & sinistrum.

E. Vena Azygos hic satis ampla.

F. Ramus venæ Azygos supra Arteriam Aortam scandens, Venamque Azygos alterius lateris G. constituens.

H. Canalis Thoracici sub venâ Azygos ascensus.

I. Ramus canalis thoracici supra aortam reflexus atque circumlatus constituens.

K. Canalis Thoracicus unico ramo infra portam ascendens, antequam vero se sub Aorta abscondit, ramum circumlatus I. constituentem emittit.

LL. Rami duo lymphatici in ramum canalis thoracici dextrum abeuntes hic abscissi.

M. M. M. Rami lymphatici sinistri ductus.

N. N. Varie lymphaticorum distributiones.

O. O. Duplex insertio ductus Thoracici, sinistra in venâ jugulari, & dextra in subclaviâ, ubi jugularem dextram emittit.

P. Curvatura canalis Thoracici, quæ supra costas dextri lateris inferioris erat reflexa.

Q. Q. Canaliculi circumvolutiones atque gyri inter se communicantes canaliculi ductus thoracici supra aortam dispersi, & a productione majorum ejusdem ramorum venientes.

Pag. 11. R. Rami alterius N. & Canalis Thoracici, sub Aorta emergentes, postquam duos ramos, pro efformandis gyris illis, & notatis Q. Q. concesserunt, ascendentes ulque ad S.

S. Rami R. extremitas, quam postquam ad spinam dorsii profectus fueram oculis, nescio quo dein evanuit.

T. Rami N. & sub aorta ascensus.

V. V. Rami duo abscissi a T. sub aorta producti.

X. Rami canalis thoracici; N. 1. in duos divisio, quorum minor ascendit pro circumvolutione Q. superiore formanda, major autem ramum P. constituit.

YY. Rami majoris N. 1. divisio in duos, quorum Y inferior recta ascendit, superior major circumflectitur, atque dilatatus cum altero rursus coit in unum.

Z. Ra-

Z. Ramorum N. 3. 4. coalitus in unum.

N. 1. Ramus major hoc receptaculum formans.

N. 2. Ramus hic secundus etiam dilatatus veluti receptaculum alterum formabat.

N. 3. 4. Duo Rami postea coalescentes in Z. hic autem abscissi & forsan dilacerati, quia, priusquam ductum præsentem in hoc cadavere examinarem, viscera cum Mesenterio a Lumbis liberando extraxeram.

a. a. a. Tres glandulæ, quas non dubito asserere esse lacteas Lumbares Cl. Thom. Bartholini.

b. b. b. b. Vasa lactea secundi generis ad receptaculum N. 2 tendentia.

c. c. c. Lactea vasa abscissa receptaculis & glandulis a. a. a. adhaerentia.

Act. Erud.
An. 1718.
M. Jan.

J O H. B E R N O U L L I

Pag. 15.

De solutionibus quæ extant Problematum isoperimetriorum, ejusque nova eorundem problematum, aliorumque cognatorum citra calculum solvendorum methodus brevis plana & facilis.

Pag. 16.

Confer. Act. Lips. annor. 1700 pag. 513; 1701 pag. 30; Commentar. Acad. Reg. Scient. anni 1706 pag. 235; Taylori Method. Inqum. direct. & invers. pag. 67.

Materiam de isoperimetris quam meus Frater b. m. ex occasione problematis brachystochroni a me propositi in scenam produxit, diu multumque a viginti retro annis inter nos ambos agitatam fuisse, meminerint illi quorum interest sublimioris Geometriæ promotæ Historiam cognoscere.

Solutio mea cum duplici solvendi methodo per aliquot annos certis de causis suppressa neminique statim nisi Illustris. Leibnitio (cujus suprema fata etiamnum luget orbis eruditus) communicata & probata, quod ipse alicubi testatur, missa fuit ad Acad. Reg. Scient. Gall. ineunte anno 1701 atque publicata demum in Commentariis Parisiens. 1706. Dilationis causa exponitur in Historia Commentariis istis singulis annis præfigi solita a Celeberr. Fontenellio.

Monitus vero non ita pridem a singulari quodam Amico, esse

Tom. V.

R r r

non-

Act. Erud. nonneminem cui ego videar quasi solutiones meas erroris suspē-
 Am. 1718. ctas vivente Fratre meo edere non ausus fuerim, credidi e nostra
 M. Jan. re futurum, si male fundatam istam & candori meo minus favem-
 tem suspicionem quantocyus amolirer, quam nunc per ea quæ in
 præfata història habentur penitus sublatam spero: Tamen præ-
 terea non putem me cuiquam tam male sanum videri posse, ut
 scriptum meum in quo aliquem errorem esse cognovissem, vel
 quod saltem erroris suspectum habuissem, in lucem protrudere ve-
 ritus non fuerim, cum sit ab omni ratione alienissimum, ut quis
 suam quam videt infirmitatem quamque tegere posset sponte pa-
 refaciat.

Interim amicæ admonitioni locum cedens pro more meo, ani-
 mùm protinus applicui ad solutionum revisionem, atque omnia
 dudum seposita accurate rursus excutiendo ad severi examinstru-
 tinam revocavi. Quo factum est ut reapse alicubi lapsus aliquem
 Pag. 17. antea inobservatum deprehenderim, quod veritatis amore candi-
 de fateri usque adeo non erubesco, ut potius lætus confidam,
 publicum ei gratiam habiturum, quod occasio mihi extiterit, ta-
 lia nunc divulgandi, quæ forte cum multis aliis in schedis meis
 perpetuo mansissent sepulta, quamvis reconditæ *Geometriæ finis*
 non parum prolatura.

Notandum autem solutionem primi problematis in schediasma-
 te meo Commentariis Academ. pag. 235 inserto, rectissime se
 habere, & ne in minimis quidem abluere ab illa quam Frater
 meus pro legitima agnoverat: sed sciendum, quod isto succes-
 su contentus ac methodi universalitati nimis confusus ex inadver-
 tentia non attenderim ad certam quandam circumstantiam, quæ
 prohibet, quo minus sine aliqua modificatione applicari queat
 ad problema secundum pag. 239 propositum, ubi nempe quæri-
 tur curva ex Isoperimetris cujus arcuum functiones aliquod *Ma-
 ximum* vel *Minimum* præstent: quod leve paròrama ad effecit
 pag. 240, ut inciderim in æquationem $\frac{adt^2ddy}{dx^2} = dv$, loco hujus

$\frac{adt^2ddy}{dx^3} = dv$, quæ genuina est æquatio, & nihil omnino differ-
 re deprehenderetur ab illa quam Frater meus invenit in Actis Lips.
 1701 p. 40. Observando tantum, quod quæ fratri fuerunt z & q ,
 mihi nominata sint t & v . Nam quia dt mihi constansupponitur,
 erit $\frac{adt^2ddy}{dx^3}$ integrabile, datque ideo post integrationem sitæ

institutam, $\frac{ady}{dx} = q \pm e$, quæ æquatio, ut infra patebit, æqui-
 valet

valet fraternæ, & ab illa, nisi quod mea in expressione sit simplicior, re ipsa non discrepat.

Act. Erud.
An. 1718.
M. Jan.

Verum enim vero quod ibi ex incuria prætervisum, reparabo hic novo solvendi modo, qui singulari facilitate expedit problemata non tantum omnia, quæ de Isoperimetris proposuerat Frater, sed & innumera alia illis affinia; utar pro hoc, ut ipse fecit in sua Analyti, contemplatione arcu minimi curvæ quæsitæ tanquam compositi ex tribus lineolis rectis elementaribus: atque tum ope cujusdam principii ab uniformitatis lege, quam nemo hucusque observavit, petiti, ex sola Figuræ inspectione, ac sine ullo pene calculo æquationes pro curvis quæsitis sponte velut se offerentes statim eliciam. Nullos hic offender Lector scopulos, quos objicit operosa Fratris analysis, atque differentiarum tertiarum tricas ac spinas, quibus undique obseptam ibi sentit viam, in hac nostra methodo nullas percipiet.

Pag. 18.

Taylorus Geometra insignis & acutus, qui ad profundiora nostra feliciter penetravit, teste ipsius libro de *Methodo incrementorum* probe sentiens impeditam nimis Analyseos fraternæ prolixitatem, eamque in compendium contrahere ac simul generaliore nonnihil reddere volens, tantam rei affudit obscuritatem (qua in aliis quoque brevitate affectans impense delectari videtur) ut dubitem quemquam fore etiam inter perspicaciores, qui ubique & hic in primis mentem viri assequatur, imo etiam si prius aliunde rem cognitam habeat. Ut jam nihil dicam de ipso calculo, pro more ejus, conciso quidem & contracto, satis tamen adhuc longo & intricato, si quis singula ejus capita minutim persequi velis, præterquamquod cum Fratre meo ad tertias quoque fluxiones excurrat.

Has igitur aliasque ob rationes, quas omnes dicere non attinet, actum agere minime videbor, si in hoc argumento per se difficili viam monstrem & rationem brevem, planam, claram & facilem, qua quisque mediocri quoque ingenio præditus ad veritates illas abstrusiores (non fide aliorum, sed) propriis oculis spectandas pervenire possit, ita nempe, ut nec Fratris calculi prolixitatem, nec Taylori obscuritatem æque ingratam ac molestant sibi metuentiam habeat. En igitur sequentia.

LEMMA I.

Lineæ aq & eq (Fig. 2) angulum rectum q facientes sunt positione datæ; inque iis data puncta a & e ; ut & rectæ parallelæ ipsi q indatis intervallis af , fp , pq . Ad puncta quælibet b & c in rectis fb , pc , a punctis a & e inflectuntur tres rectæ ab , bc & ce ; & ad puncta g & i prioribus infinite propinqua, tres aliæ ag , gi & ie ,

Tab. I.
Fig. 2.

Pag. 19.

Rrr 2

fed

An. Erud. sed ita ut summa priorum sit æqualis summæ posteriorum (ab
An. 1718. $+bc+ce=ag+gi+ie$.) Determinatur relatio lineolarum bg &
M. Jan. ci in hunc modum sine calculo:

Ductis ex quatuor punctis $b, g, c \& i$, quatuor lineolis perpen-
dicularibus bm, gn, io, cb ; ut & rectis $bk \& cl$ parallelis aq : habe-
buntur quatuor paria triangulorum similium $gmb \& bfa$; $bn g$

& ekb ; $coi \& ckb$; $ibc \& cle$; unde $gm = \frac{fb \times bg}{ab}$, $bn = \frac{kc \times bg}{bc}$,

$co = \frac{kc \times ic}{bc}$, & $ib = \frac{le \times ic}{ce}$. Quia vero $ag + gi + ie = ab + bc$

$+ce$; adeoque $ag - ab + gi - bc + ie - ce = 0$; hoc est $gm - bn$
 $- co + ib = 0$, erit $gm - bn = co - ib$, & substitutis valoribus,

$$\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc} \times bg = \frac{kc}{bc} - \frac{le}{ce} \times ic.$$

Corollarium.

Hinc $bg.ic :: \frac{kc}{bc} - \frac{le}{ce} . \frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc} ::$ (ducendo in $ab \times bc$
 $\times ce$) $ab \times ce \times kc - ab \times bc \times le . bc \times ce \times fb - ab \times ce \times kc$; quod ipsissi-
mum est Theorema præliminare a fratre non sine longo satis
calculo stabilitum. vid. Acta Lips. 1701 p. 31. Sed præstat ut re-
tineamus theorema in forma æquationis nostræ (quam deinceps

fundamentalem nuncupabimus) $\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc} \times bg = \frac{kc}{bc} - \frac{le}{ce} \times ic$;

idque propter uniformitatem quantitarum quibus bg & ic affi-
ciuntur respectu ordinis trium linearum ab, bc, ce , triumque
ipsis respondentium fb, kc, le , ipsarumque trium fractionum
 $\frac{fb}{ab}, \frac{kc}{bc}, \frac{le}{ce}$: Habetur quippe ab una parte bg ductum in diffe-

Pag. 20. rentiam primæ & secundæ, sicuti ab altera ic ductum in diffe-
rentiam secundæ & tertiæ. Hæc autem uniformitas, ut mox pa-
tebit, mirum quantum contribuit ad definiendas uno quasi in-
tuitu & sine ulla prævia analysi æquationes respondentes singulis,
quæ mox aggredimur problematibus.

LEMMA II.

Tab. I. Lineæ aq & eq (Fig. 5) angulum rectum q facientes sunt po-
Fig. 5. sitione datæ, inque iis data puncta a & e : quibus tanquam
centris, datisque intervallis descripti sunt circuli $D\delta E$, & $F\phi G$.

Ad

Ad puncta quælibet in illis inflectuntur tres rectæ ab , bc & ce ; & ad puncta g & i prioribus vicinissima tres aliæ ag , gi & ie , sed ita ut summa priorum sit æqualis summæ posteriorum ($ab + bc + ce = ag + gi + ie$). Quod si jam ex punctis b & c ductæ intelligentur ipsi eq parallelæ bf , & cp ; quarum illa (migrantibus punctis b & c in g & i) crescit particula bn , hæc decrescit particula co , ductis nempe lineolis gn , io ipsi aq parallelis; determinatur relatio particularum bn & co sequenti modo:

Actis ut ante bk , cl parallelis ipsi ag , erit ob angulum k rectum $bk^2 + kc^2 = bc^2 =$ (per hypoth.) $gi^2 = \overline{bk + gn + oi}^2 + kc - co - bn^2$; adeoque $\overline{bk + gn + oi}^2 - bk^2 (2bk \times gn + oi) = kc^2 - kc - co - bn^2 (2kc \times co + bn)$, hinc $bk.kc :: bn + co.gn + io$: Est vero ob triangula similia afb , gbn , ut & cle , coi ; $bn.gm :: af.fb$, & $co.io :: cl.le$, unde $gn = \frac{bn \times fb}{af}$, & $io = \frac{co \times le}{cl}$; adeoque $bk.kc :: bn + co. \frac{bn \times fb}{af} + \frac{co \times le}{cl}$: Per multiplicationem extremorum

& mediorum, habetur æqualitas, quæ si ita reducat ut quæ afficiunt bn ad unam partem veniant & quæ co ad alteram; tumque convertatur iterum in analogiam, prodibit Theorema III. Fratris p. 32 demonstratum per calculum differentialem: sed commodius pro scopo nostro redigitur ad hanc æquationem fundamentalem

$\frac{fb}{af} - \frac{kc}{bk} \times bn = \frac{kc}{bk} - \frac{le}{cl} \times co$, in qua pariter terminorum uniformitas observatur.

Corollarium.

Ut particularum gn & oi relatio determinetur, iisdem vestigiis insistendo reperietur pro æquatione fundamentali, hæc

$-\frac{af}{fb} + \frac{bk}{kc} \times gn = -\frac{bk}{kc} + \frac{cl}{le} \times oi$. quæ simili gaudet uniformitate.

Problema I.

Invenire naturam curvæ $BacC$ (Fig. 4) quæ inter infinitas alias ejusdem longitudinis inter eadem puncta B & C constitutæ hæc gaudet prerogativa, ut quævis data functiones (per functionem intelligo quantitatem utcumque compositam ex indeterminata quadam & determinatis, secundum legem datam) applicata-

AA. Erud.
An. 1718.
M. Jan.

Tab. I.
Fig. 4.

Act. Erud. catarum aN, eS, CT , faciant *Maximum Minimumque*, hoc est, ut
 An. 1718. area BMLET quæ fit producendo aN, eS, CT &c. ad M, L, E &c.
 M. Jan. ita ut NM, SL, TE &c. simili modo componantur ex alteris respec-
 tive sumtis applicatis Na, Se, TC &c. & ex constantibus, ut in-
 quam area BMLET, fit omnium quæ hoc modo fieri possunt ma-
 xima vel minima.

Solutio.

Manifestum est, quamlibet curvæ portionem ae , eandem condi-
 tionem *Maximi* vel *Minimi* præstare quam præstat tota $BaeC$;
 concipiat ergo curvæ portiuncula minima ae composita ex tri-
 bus lineolis rectis (Fig. 2) ab, bc, ce , tanquam curvæ elementis
 contiguis, quibus respondeant tria abscissæ elementa (quæ suppo-
 nam æqualia) NP, PR, RS , vel af, bk, cl ; atque tria applica-
 rum elementa fb, kc, le . Intelligamus nunc portiunculam $abce$,
 manentibus punctis a & e , sed fluentibus b & c per intervallula mi-
 nima in g & i , mutari in aliam portiunculam ejusdem longitudinis
agie. Erit itaque ex conditione *Maximi* vel *Minimi*, summa fun-
 ctionum Pb & Rc , æqualis summæ similium functionum Pg & Ri ,
 hinc differentia functionum Pg & Pb æqualis differentiæ functionum
 Rc & Ri : Habentur autem differentiæ istæ, differentiando simpli-
 citer functiones applicatarum Pb, Rc , & quod provenit (omissa
 quantitate differentiali multiplicando per bg & ci , sicuti docui in
 Commentar. Acad. Scient. an. 1706 pag. 237 Edit. Paris. Functiones
 Pag. 22. hoc modo differentiatæ applicatarum Pb & Rc vocentur, ut ibi
 feci, $\Delta Pb \times bg$, & $\Delta Rc \times ci$; erit $\Delta Pb \times bg = \Delta Rc \times ci$; adeoque bg .

$ci :: \Delta Rc : \Delta Pb :: \frac{1}{\Delta Pb} \cdot \frac{1}{\Delta Rc}$: Refumatur nunc æquatio fundamen-

talis Lem. I. $\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc} \times bg = \frac{kc}{bc} - \frac{le}{ce} \times ci$; in qua prob bg & ci

ponantur eorum proportionales modo inventæ $\frac{1}{\Delta Pb}$ & $\frac{1}{\Delta Rc}$; orie-

tur inde æquatio nova quam *specificam* appellare liceat $\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}$

$\times \frac{1}{\Delta Pb} = \frac{kc}{bc} - \frac{le}{ce} \times \frac{1}{\Delta Rc}$; Ex hac enim conditur æquatio dif-
 ferentialis, speciem curvæ finaliter determinans: Quod ut com-
 mode fiat, observetur: uniformem esse utriusque membri con-
 stitutionem quoad lineas ab, bc, ce ; fb, kc, le ut & $\Delta Pb, \Delta Rc$;
 quod

quod enim in priori membro est ab , id in altero est be ; & quod in priori est bc , in altero est ce ; item quod in priori sunt fb , ke ; in altero sunt kc , le tandemque quod in priori est ΔPb , in altero est ΔRc . Unde statim video, curvam quaesitam ejus oportere esse indolis, ut (suppositis abscissarum elementis æqualibus.)

$\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc} \times \frac{1}{\Delta Pb}$ faciat ubique quantitatem constantem :

Liquet autem $\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}$ nihil aliud esse quam differentiale negative sumtum fractionis alicujus, quæ pro numeratore habet elementum applicatæ, & pro denominatore elementum curvæ.

Sit itaque (Fig. 4) BN, y ; Na, x ; Ba, z ; æquatio specifica Tab. I. abit in hanc $-d \frac{dx}{dz} \times \frac{1}{\Delta x} =$ quantitati constanti homogeneæ Fig. 4.

$\frac{dy}{a}$, adeoque $-d \frac{dx}{dz}$ hoc est $\frac{-dzddx + dxddz}{dz^2} = \frac{dy\Delta x}{a}$; multi. Pag. 23.

plicetur utrumque membrum per dx , ut integrari possit, erit enim $\frac{-dzdxddx + dx^2ddz}{dz^2}$ hoc est (ob $dx^2 = dz^2 - dy^2$ ideoque

$dxddx = dzddz$) $\frac{-dy^2ddz}{dz^2} = \frac{dy\Delta x \times dx}{a}$, seu per dy dividendo,

$\frac{-dyddz}{dz^2} = \frac{\Delta x \times dx}{a}$, quæ æquatio, quia $\Delta x \times dx$ est functio differentiata ipsius x , cujus functio ipsa vocetur X , per integra-

tionem ordinariam dat $\frac{dy}{dz} = \frac{X+c}{a}$: hinc $ady = \overline{X+c} dz$; qua-

drando erit $aady^2 = \overline{X+c}^2 dz^2 = \overline{X+c}^2 \times dx^2 + dy^2$, unde aa

$-\overline{X+c}^2 \times dy^2 = \overline{X+c}^2 \times dx^2$, adeoque $dy^2 = \frac{\overline{X+c}^2 dx^2}{aa - \overline{X+c}^2}$,

& $dy = \frac{\overline{X+c} \times dx}{\sqrt{aa - \overline{X+c}^2}}$, tandemque $y = \int \frac{\overline{X+c} \times dx}{\sqrt{aa - \overline{X+c}^2}}$, vel

posita arbitraria $c = 0$, habetur pro casu simplicissimo, y

$= \int \frac{X dx}{\sqrt{aa - XX}}$. Quæ duæ æquationes consonæ sunt illis, quas

olim

Act. Erud.
An. 1718.
M. Jan.

A&T. Erud. olim inveneram, vid. loc. cit. ex Commentar. Paris. p. 239, ut & An. 1718. postremæ ei, quam Frater per operosissimam suam analysin elicuit, M. Jan. vid. A&T. Lipf. 1701 p. 37, hoc tantum discrimine quod ille vocet p , quod mihi est X .

Ne quis causetur etiā calculum aliquem ingredi hanc solutionem, ecce alium solvendi modum omni calculo prorsus carentem:

Pag. 24. Ducatur ad BS (Fig. 3) normalis BQ, cui ex punctis a, b, i, e
 Tab. I. ductæ occurrant aG, bH, iP, eQ parallelæ eidem BS, atque æqua-
 Fig. 3. libus intervallis GH, HP, PQ a se invicem distantes. Sint quoque af, bk, cl ipsi BQ parallelæ. Fluant nunc puncta b & c in lineis Hb, Pc veniantque in loca proxima g & i , sed hac lege, ut summa linearum ag, gi, ie sit æqualis summæ linearum ab, bc, ce . Ex quatuor punctis b, g, c & i ductæ quoque intelligantur quatuor lineolæ perpendiculares bm, gn, io, cb ; atque gp, iq , ipsis bk, cl parallelæ.

Ex processu in Lemmate I. adhibito apparet hic iterum pro

æquatione fundamentali haberi $-\frac{fb}{ab} + \frac{kc}{bc} \times bg = -\frac{kc}{bc} + \frac{le}{ce} \times ic$,

sed signa mutantur ob $\frac{fb}{ab} < \frac{kc}{bc} < \frac{le}{ce}$, cum ibi fuerit $\frac{fb}{ab} > \frac{kc}{bc} > \frac{le}{ce}$.

Ut vero æquatio specifica inveniatur; nulla jam opus est differentiatione functionum, sed quia ex natura *Maximi* vel *Minimi* summam functionum ipsarum BH, BP, BQ respective ductarum in fb, kc, le æquandam esse video summæ earundem functionum ductarum in fg, pi, qe ; erit (sumto ϕ pro signo functionis) $\phi BH \times fb + \phi BP \times kc + \phi BQ \times le = \phi BH \times fg + \phi BP \times pi + \phi BQ \times qe$, demtisque hinc inde æqualibus, manebit $-\phi BH \times bg + \phi BP \times bc = -\phi BP \times ci + \phi BQ \times ce$, unde $bg \cdot ci :: -\phi BP + \phi BQ$.

$-\phi BH + \phi BP :: \frac{-\phi BH + \phi BP}{-\phi BP + \phi BQ}$: substitu-

tis itaque in æquatione fundamentali pro bg & ci , eorum pro-

portionalibus, obtinebimus æquationem specificam $-\frac{fb}{ab} + \frac{kc}{bc}$

$\times \frac{-\phi BH + \phi BP}{-\phi BP + \phi BQ} = -\frac{kc}{bc} + \frac{le}{ce} \times \frac{-\phi BP + \phi BQ}{-\phi BP + \phi BQ}$, ubi propter

uniformitatem utriusque membri video faciendum esse (quia $\frac{kc}{bc} - \frac{fb}{ab}$ nihil

nihil aliud est quam differentiale fractionis $\frac{dy}{dZ}$, & $\phi BP - \phi BM$

Act. Erud.
An. 1718,
M. Jan.
Pag. 25.

nihil quoque aliud quam differentiale functionis x $d\frac{dy}{dZ} \propto \frac{1}{d\phi x}$

= constanti homogeneo $\frac{1}{a}$, adeoque $d\frac{dy}{dZ} = \frac{d\phi x}{a}$; id quod ult-

tro integratur neglecto tantum signo differentiali d , & pro mo-

re addita vel dempta quadam constante $\frac{c}{a}$ sic enim provenit $\frac{dy}{dZ}$
 $= \frac{\phi x}{a} + \frac{c}{a}$, vel (multiplicando per crucem & scribendo X pro
 ϕx per quod illud denotatur) $ady = X + c \times dZ$, æquatio eadem
 cum illa, quam precedenti modo inveni.

Problem. II.

Positis quæ prius (Fig. 4) sed ita ut NM, SL, TE &c. ex Tab. I.
 primant functiones non applicatarum, sed arcuum respective Fig. 4.
 sumtorum Ba, Be, BC; quaeritur natura curvæ BæcC, inter
 omnes isoperimetras hoc modo maximam aream BMLET pro-
 ducentis.

Solutio.

Supponimus servemusque omnia, quæ in præcedentibus quan-
 tum ad schematis præparationem & quantitatum appellationem.

(Fig. 2) Et ita manebit etiam hic æquatio fundamentalis $\frac{fb}{ab} - \frac{ke}{bc}$

$\times bg = \frac{kc}{bc} - \frac{le}{ce} \times ic$: Ut autem æquatio specifica eruatur, con-

sideremus quod ob puncta a & e fixa manentia dum b & c fluunt
 in g & i , summa functionum arcuum Bab & Babc æquari debeat
 summa functionum Bag & Bagi; hic & differentia functionum
 Bag & Bab æqualis differentia functionum Babc & Bagi: Est
 autem hic etiam differentia functionum Bag & Bab exprimen-
 da per $\Delta Bag \times mg$; & differentia functionum Babc & Bagi per
 $\Delta Babc \times (Babc - Bagi)$ hoc est (quia $abce = agie$, adeoque
 $Babc - Bagi = ib$) per $\Delta Babc \times ib$. Scribendo pro mg & ib eorum

valores supra inventos: (vid. Lem. I.) $\frac{fb \times bg}{ab}$ & $\frac{le \times ic}{ce}$, & æquan- Pag. 26.

do, postea duas illas differentias functionum, prodibit ΔBag
 Tem. V. Sss $\times fb$

Act. Erud. An. 1718. M. Jan. $\times \frac{fb \times bg}{ab} = \Delta Babc \times \frac{lc \times ic}{ce}$, unde $bg. ic. :: \frac{lc}{ce} \Delta Babc. \frac{fb}{ab} \Delta Bbg$

$\therefore \frac{ab}{fb \times \Delta Bbg} = \frac{ce}{lc \times \Delta Babc}$. Quod si igitur in æquatione funda-

mentali $(\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}) \times bg = (\frac{kc}{bc} - \frac{lc}{ce}) \times ic$, loco bg & ic po-

nantur eorum proportionales modo inventi, degenerabit illa in

hanc æquationem specificam $\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc} \times \frac{ab}{fb \times \Delta Bbg} = \frac{kc}{bc} - \frac{lc}{ce}$

$\times \frac{ce}{lc \times \Delta Babc}$; in hac vero æquatione nondum est omnimoda u-

niformitas utriusque membri propter quam liceat transire a qua-
libet curvæ particula ab ad proxime sequentem bc , simili modo
ut illa affectam, atque ab hac ad tertiam ce , hinc ad quartam &
ita porro, & inde concludi possit membrum utrumque æquatio-

nis specificæ constans quid efficere; nam et si $\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}$ in uno

& $\frac{kc}{bc} - \frac{lc}{ce}$ in altero membro, ut & ΔBbg in uno & $\Delta Babc$ in

altero membro pro elementis curvæ binis contiguas ab & bc simi-
lem inter se situm observent, atque ita uniforme præstent offi-
cium, video tamen idem dici non posse de $\frac{ab}{fb}$ & $\frac{ce}{lc}$, utpote

quod ob hiatum inter utrumque (deficiente scilicet $\frac{bc}{kc}$) transi-

tus iste ab uno ad alterum per contigua interruptitur atque ita

uniformitas turbatur; quare id curandum est, ut hiatu sublato

pag. 27. partes reddantur continuæ, quod fit multiplicando utrumque

membrum per id quod deficit, & hic quidem per $\frac{bc}{kc}$; provenit

enim $(\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}) \times \frac{ab \times bc}{fb \times kc \times \Delta Bbg} = (\frac{kc}{bc} - \frac{lc}{ce}) \times \frac{bc \times ce}{kc \times lc \times \Delta Bbc}$

ubi jam manifesta deprehenditur uniformitas inter partes con-
nectentes, quo enim pacto particula prima ab & secunda bc
cum reliquis ad illas pertinentibus connexæ sunt, pari modo &
ipsa secunda bc atque tertia ce cum suis quæque reliquis con-
nectuntur: Ex quo igitur colligendum, curvam quæ sitam talem ef-

Act. Erud.
An. 1710
M. Jan.

se ut $\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc} \times \frac{ab \times bc}{fb \times kc \times \Delta Bag}$, vel (quia $\frac{ab}{fb}$ & $\frac{bc}{kc}$ ut pote
quæ nonnisi quantitate infinites se minori differunt, æquales

veniri possunt) $\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc} \times \frac{ab^2}{fb^2 \times \Delta Bag}$, quovis in loco æquet

quantitatem constantem suppositis nempe abscissarum elementis
æqualibus inter se; id quod iisdem servatis litteris quæ prius,

hanc suppeditat æquationem $-d \frac{dx}{dZ} \times \frac{dz^2}{dx^2 \times \Delta Z} =$ homogeneo

constanti $\frac{dy}{a}$, proinde $-d \frac{dx}{dZ}$, id est $\frac{-dZ ddx + dx ddZ}{dZ^2}$

$= \frac{dy dz^2 \times \Delta Z}{adZ^2}$ vel per $\frac{dz^2}{dx^2}$ multiplicando $\frac{-dZ ddx + dx ddZ}{dx^2} = \frac{dy \Delta Z}{a}$;

ut integrari possit multiplicandum porro est per dZ , provenit

namque $\frac{-dZ^2 ddx + dx dZ ddZ}{dx^2}$ h. e. (ob $dz^2 - dx^2 = dy^2$ & $dZ ddZ$

$= dx ddx$) $\frac{-dy^2 ddx}{dx^2} = \frac{dy \Delta Z \times dZ}{a}$; vel per dy diviso $\frac{-dy ddx}{dx^2}$ Pag. 28:

$= \frac{\Delta Z \times dZ}{a}$; jam vero cum $\Delta Z \times dZ$ sit functio differentiatæ ipsius

z , cujus functio ipsa dicatur Z ; habebimus per communem in-

tegrandi viam $\frac{dy}{dx} = \frac{Z + c}{a}$; adeoque $ady = Z + c \times dx$; hinc po-

sita arbitraria $c=0$, erit $ady = Z dx$, æquatio simplicissima natu-
ram exprimens curvæ desideratæ.

Aliter, simplicius & sine ullo calculo solvitur hoc problema II.
Coroll. Lemmatis II. adhibita Fig. 5, ubi pro æquatione fun-

Tab. I.
Fig. 5.

damentali invenimus hanc $-\frac{af}{fb} + \frac{bk}{kc} \times gn = -\frac{bk}{kc} + \frac{cl}{le} \times oi$.

Æquatio vero specifica huc faciens reperitur pariter sine diffe-
rentiatione functionum: est enim ex lege *Maximi* vel *Minimi*,

$\phi Bab \times af + \phi Babc \times bk + \phi Babce \times cl = \phi Bag \times af - gn + \phi Bagi$

$\times bk + gn + oi + \phi Bagie \times cl - oi$. Erit subductis hinc inde æqua-
libus (notando interim quod propter ab, bc, ce iplis ag, gi, ie

æquales; etiam $Bab, Babc, Babce$ iplis $Bag, Bagi, Bagie$, ad-

Ast. Erud. eoque functiones functionibus æquales sint.) — $\phi B ab \times gn + \phi B abc$
 An. 1712. $\times gn = -\phi B abc \times ei + \phi B abce \times ei$; Hinc ergo $gn. ei = -\phi B abc$
 M. Jan.

$$+ \phi B abce. - Bab + \phi B abc :: \frac{-\phi B ab + \phi B abc}{-\phi B abc + \phi B abce};$$

scribantur pñc in æquatione fundamen-
 tali loco gn & ei , eorum proportionales, emerget æquatio spe-
 cifica — $\frac{af}{fb} + \frac{bk}{kc} \times \frac{1}{-\phi B ab + \phi B abc} = -\frac{bk}{kc} + \frac{cl}{lc}$

Pag. 29. $\times \frac{1}{-\phi B abc + \phi B abce}$: Quæ utrobique perfectam habet unifor-

mitatem, est autem $\frac{bk}{kc} - \frac{af}{fb}$ differentiale fractionis $\frac{dy}{dx}$, fieri
 ti $\phi B abc - \phi B ab$ est differentiale functionis curvæ Z ; oportet
 itaque ut $d \frac{dy}{dx} \times \frac{1}{d\phi Z}$ sit = constanti homogeneo $\frac{1}{a}$; proinde
 $d \frac{dy}{dx} = \frac{d\phi Z}{a}$; Integratione peracta quæ sponte se offert abje-
 cta tantum littera d , additaque ut moris est vel dempta quanti-
 tate quavis constante $\frac{c}{a}$, oritur $\frac{dy}{dx} = \frac{\phi Z}{a} + \frac{c}{a}$ vel (multiplica-
 do per crucem atque pro ϕZ ponendo Z quod per illud indigita-
 tur) $ady = Z + c \times dx$. Quæ est omnino eadem æquatio, quam
 per præcedentem solutionem invenimus.

Scholium I.

Mirabitur hic forte quispiam diferimen inter hanc nostram
 æquationem (posito $c=0$) $ady = Zdx$, atque eam quam Frater

ex scabrosis suis salebris elicit $dy = \frac{qdZ}{\sqrt{aa + qq}}$ vid. Ast. Lips.

1702 p. 39, putabitque nos in diversum abire. Sed sciat velim ni-
 hil illas differre nisi in expressione, quod enim reipsa convenient

ita facile demonstro: Ob $dx = \sqrt{dZ^2 - dy^2}$, erit $ady = Z\sqrt{dZ^2 - dy^2}$;
 quadrando, $aadyZ^2 = ZZ d^2 - ZZ dy^2$; transponendo, $(aa + ZZ)$

$\times dy^2 = ZZ dZ^2$, dividendo, $dy^2 = \frac{ZZ dZ^2}{aa + ZZ}$; radices extrahendo
 dy

$dy = \frac{qdx}{\sqrt{aa + ZZ}} = (\text{scribendo } q \text{ pro } Z) \frac{qdx}{\sqrt{aa + qq}}$. Ego vero
 Act. Erud.
 An. 1718.
 M. Jan.

vicissim miror, quod frater, qui eandem identitatem demon-
 strat in Act. An. 1700 pag. 517, sed inverso ordine meam æqua-
 tionem ex sua deducendo, ubi scilicet ostendit ex æquatione dy

$= qdx : \sqrt{aa + qq}$, fluere hanc $ndy \pm qdx$, h. e. $ady = Z dx$, quod
 inquam non statim & immediate ad hanc ipsam pervenerit, eaque
 ceu simpliciore atque curvæ ideam faciliorem reddente, non po-
 tius quam altera illa longiore $dy = qdx : \sqrt{aa + qq}$ Tabulam suam
 pag. 513 & seq. exornaverit.

Problema III.

Determinare Naturam curvæ $BaeC$ (Fig. 6) quæ inter omnes
 alias ejusdem longitudinis inter eadem puncta B & C constitutas
 hoc gaudeat privilegio, ut descripta nova curva $BHKQ$, cujus
 abscissis BL experimentibus quamlibet functionem datam arcuum
 Ba , applicatæ LH sint æquales applicatis Na , ut inquam area
 BQO omnium, quæ hoc pacto produci possunt, fiat, maxima
 vel minima. Patet autem, curvam $BaeC$ fore tunc Catenariam,
 quam scilicet induit filum flexile ipsi BaC æquale, quod in quo-
 libet puncto a gravatum supponitur pondere proportionali datæ
 functioni differentiatæ arcus correspondentis Ba , quodque su-
 pensum est inter puncta B & C . Requisit enim (quod jam pri-
 dem notavi in prima mea hujus problematis solutione edita in
 Actis Lips. 1691 pag. 275 num. 13, sed & ex alio principio pe-
 tita) maximus communis centri gravitatis ponderum in se mutuo
 agentium descensus, ut area BQO sit vel maxima vel minima,
 prout nempe axis BT ejus vel concavitatem vel convexitatem
 respicit.

Tab. I.
 Fig. 6.

Solutio.

Ad imitationem superiorum solutionum consideremus hic ite-
 rum portiunculam curvæ minimam ae (Fig. 5) tanquam conflu-
 tam ex tribus particulis æqualibus ab, bc, ce ; atque concipiamus
 extremas ab & ce , circa centra a & e , paululum moveri punctis
 b & c in g & i migrantibus, sed ita ut gi ipsi bc totaque proin $agie$ ipsi
 $abce$ maneat æqualis. Quo fiet, ut ob maximum quoque descen-
 sum centri communis gravitatis trium pondusculorum ab, bc, ce ,
 eorum momenta in situ $abce$ simul sumta sint æqualia eorundem
 momentis simul sumtis in situ proximo $agie$; hoc est, ut $\Delta B ab$
 $\times Pb$

Act. Erud. $\times Pb + \Delta Babc \times Re + \Delta Babce \times Se$ fit $= \Delta Bag \times Pn + \Delta Bagi \times Ro$
 An. 1712. $+ \Delta Bagie \times Se$, sed quia ag, gi, ie ipsæ ab, bc, ce æquantur, erunt
 M. Jan. etiam $\Delta Bag, \Delta Bagi, \Delta Bagie$ æquales ipsis $\Delta Bab, \Delta Babc, \Delta Babce$
 Pag. 31. adeoq; hincinde demptis æqualibus, prodibit $\Delta Bab \times bn = \Delta Bab$

$\times ce$; hoc est, $bn. ce :: \Delta Babc. \Delta Bab :: \frac{1}{\Delta Bab} \cdot \frac{1}{\Delta Babc}$;
 Scribantur itaque in æquatione fundamentali in Lem. II. inven-

ta $\frac{fb}{af} - \frac{kc}{bk} \times bn = \frac{kc}{bk} - \frac{lc}{cl} \times ce$, pro bn & ce eorum proportio-

nales, emerget inde hæc æquatio specifica $\frac{fb}{af} - \frac{kc}{bk} \times \frac{1}{\Delta Bab}$
 $= \frac{kc}{bk} - \frac{lc}{cl} \times \frac{1}{\Delta Babc}$; in qua nihil desideratur, ut liquet, ad
 omnimodam utriusque membri uniformitatem; quare statim con-

cludo, hanc esse naturam curvæ quæ sitæ ut $\frac{fb}{af} - \frac{kc}{bk} \times \frac{1}{\Delta Bab}$
 ubique efficiat quantitatem constantem: Adhibitis itaque sym-
 bolis, habebimus $-d\frac{dx}{dy} \times \frac{1}{\Delta Z} = \text{homogeneo constanti} \frac{dZ}{a}$, hinc

$-d\frac{dx}{dy} = \frac{\Delta Z \times dZ}{a}$, quod sine ulteriore præparatione sponte in-
 tegratur omiffis tantum signis differentiationis, ita namque e-
 rit $\frac{-dx}{dy} = \frac{Z + c}{a}$, seu $-adx = \overline{Z + c} \times dy$, & posita arbitraria

$c=0$) $-adx = Zdy$, quæ est æquatio pro curvâ optata, simpli-
 cior etiam quam quæ a Fratre inventa loco citato Act. A. 1701
 pag. 40 habetur: apparet quoque similem illam esse æquationi
 nostræ $ady = Zdx$ pro curvis problematis præcedentis, quæ maxi-
 mum minimumve $\int qdy$ præstant, nisi quod hic & ibi coordina-
 tæ in se invicem permutantur; quod quidem a Fratre quoque ob-
 servatum video pag. 40 quamvis istam identitatem utriusque gene-
 ris curvarum ex sola collatione suarum æquationum utpote in
 expressione discrepantium colligere non potuerit.

Reliqua hujus schediasmatis proximo mense exhibebuntur.

JACOBI HERMANNI

Methodus nova solvendi Problemata,

quæ circa figuras Isoperimétras aliasque proponi possunt.

ET si analyfis, qua C. Jac. Bernoullius Problema a se olim circa figuras Isoperimétras propositum in dissertatione peculiari anno 1701 Basileæ edita, & postea in Menscm Majum Actorum Eruditorum ejusdem anni translata, solutum dedit, nonnullis non satis placuisse videtur a prolixitate calculi, negari tamen non potest, peringeniosam illam & Autore suo Celeberrimæ dignam esse. Non cujusvis enim erat per tantas calculi salebras & anfractus tuto procedere, & quod eximius Vir fecit, citra lapsum ad liquidam penetrare veritatem, sed Geomètras tantum in Analyticis versatissimi. Profusior autem calculus Bernoullianus inde venire videtur, quod fere citra figuræ contemplationem Theoremata sua secundum & tertium calculo eliceret, quo quidem rationem fluxionis momentaneum incrementive (vel decrementi) lineæ KF (vid. Tab. III. fig. 1. pag. 31 Actor. Eruditorum 1701) ad fluxionem seu decrementum (incrementum) lineæ LG invenit, sed quantitatibus nonnihil compositis expressam. Verum si Vir eximius attentionem suam in figuram geometricam defigere in animum suum induxisset, reperturus fuisset, non solum præfata duo theorematà multo simplicius enuntiari & brevius demonstrari posse, sed etiam ex reliquis suis theorematibus primum, quartum & quintum, in quibus tamen demonstrandis & deinceps casibus singulis debite applicandis maxima calculi moles consistit, inutilia evadere & superflua. Sed ne hoc gratis dixisse videar, non gravabor hoc loco assertum probare, ab Amico rogatus, posteaquam a me intellexisset, me jam ante plures annos cum Patavii adhuc mathemata publice prosterer, in methodum facilem & brevem solvendi problematis Isoperimetricam incidisse & eam amicis nonnullis communicasse. Sed ut id commodius fiat omnisque verborum circuitus vitetur, præmittendæ sunt nonnullæ definitiones.

1. *Flexilineam* voco lineam BCDE (Fig. 8 & 9) tribus partibus BC, CD, & DE compositam, quarum duæ quæque continet unum angulum BCD vel CDE continent.

2. Vertices C, D angulorum illorum BCD & CDE *flexuras* deinceps nominabo.

3. Si

Act. Erud. 3. Si per puncta flexilineæ B, C, D, E ad rectam positione datam AI perpendicularares demittantur BF, GC, DH, EI, & per B, C, D parallelæ agantur rectæ AI, ut, BP, CQ, & DR, anguli inde nascentes PBC, QCD & RDE simpliciter literis B, C, D quæ verticibus eorum adscriptæ conspiciuntur, insigniuntur.

An. 1718.
M. Jan.

4. Sinus, & tangentes angulorum B, C, D exprimentur per $\sin B$, $\sin C$, & $\sin D$ ac per $\tan B$, $\tan C$ & $\tan D$ præfigendo angulis notam sinus \sin vel tangentis \tan . Radius seu sinus totus dicatur ubique 1.

Sinus & Tangentes Complementi, *Cosinus* & *Co-tangentes* alii dicti denotabuntur literis græcis ϕ & θ , angulis præpositis; sic ϕB & ϕC significabunt, cosinus angulorum B, & C, & θB , θC eorundem Cotangentes.

5. Differentias sinuum tangentiumve per ds , dt angulorum nominibus præfixas indicabimus; propterea $ds B$ erit $= \sin C - \sin B$ & $dt B = \tan C - \tan B$; item $ds C = \sin D - \sin C$, & $dt C = \tan D - \tan C$. Et sic deinceps.

6. Si subducto calculo ad æquationem perventum fuerit in qua aliud quam $\sin B$ & $\sin C$ aut $\tan B$ & $\tan C$ aliis quantitativis permixta occurrant, omitti potest nomen anguli B, utpote subintellectum, & scribi simpliciter \sin & \tan pro $\sin B$ & $\sin C$, item ds & dt pro $ds B$ & $ds C$; necnon ϕ & θ pro ϕB , & θB ; nam hoc casu nulla amplius ambiguitas locum habere potest.

LEMMA I.

Tab. I.
Fig. 8.

Si punctis extremis B, & E (Fig. 8) flexilineæ BCDE immotis manentibus (quod etiam in sequenti Lemmate subintelligendum) flexura ejus C & D in rectis positione datis GP, HQ sita moveantur, ut eadem maneat flexilineæ longitudo seu BCDE = Bc d E, ubi in novum hunc situm pervenerit, erit Incrementum (decrementum) Cc resida GC ad Decrementum (incrementum) Dd alterius HD, ut differentia sinuum angulorum QCD & RDE ad differentiam sinuum angulorum PBC & QCD.

Ostendi debet, quod $Cc : Dd = ds C : ds B$.

Lem. Quod pars media ad flexilineæ in situ post motum alicubi secare debeat, ut in o, partem ejus mediam CD ante motum, exinde constare potest, quia alioqui BcdE tota cadere deberet intra vel extra BCDE atque adso BCDE non posset equalis manere ipsi BcdE, contra hyp.

Pag. 34.

Centro O per puncta c & d, acceptis B & E per C & D, descripti intelligantur arculi circulares cx, dd, be, & De. Eruntque anguli bCc = PBC = B, Ccx = Dcd = QCD = C, & dDe = RDE = D. Et hisce positis; Cc : be = c : sin B, ac Cc : cx = c : sin C; ergo Cc : be

$=cx = a:dfB (=fC - fB)$; pari argumento conficitur quod $Dd - de: Dd = dfC: a$. Jam quia (hyp.) $BC + CD + DE = Bc + cd + dE$ erit $bc - Cx = Dd - de$, ergo ex æquo $Cc: Dd = dfC: dfB$. Quod erat demonstrandum. A&A. Erud. An. 1718. M. Jan.

Corollarium.

Hinc quia $bc: Cc = fB: a$, item (Lemm. I) $Cc: Dd = dfC: dfB$, & $Dd: de = a: fD$, fiet iterum ex æquo $bc: de = fB: fD$.

LEMMA II.

Si flexura C, D flexilinea ex partibus æqualibus BC, CD & DE composita, moveantur in arcubus circularibus Cc & Dd centra sua in B & E habentibus (Fig. 9) eadem manente flexilinea longitudine, Incrementum (decrementum) bc rectæ GC erit ad decrementum (incrementum) De rectæ HD, ut differentia tangentium angulorum QCD, RDE ad differentiam tangentium angulorum PBC, QCD. Hoc est $bc: De = dC: dB$.

Producantur BC, CD usque ad occursum cum rectis QD & RE etiam protractis ut X & Y, veneritque BCDE in situm BcdE, secabitque, ut in præcedenti Lemm. cd alteram CD in aliquo puncto O, ex quo tanquam centro descriptis per C & d arcibus Cx, & dd ductisque ex C & d lineolis Cb, & de parallelis AI, ipsis eg & DH occurrentibus in b & e, erunt ang. $bCc = BCP = X$ & $cCx = XCD$, nec non $edD = DER$, & $dDd = EDY$; quare est $bc: ck = CD: DX$ & $Dd: De = EY: DY$, adeoque quia (ob hyp.) æquales CD & ed etiam cx & Dd æquales sunt, erit ex æquo $bc: De = CD: EY: DR$. DX (vel substituendo CQ, DR pro CD & DY quibus proportionales sunt) = CQ, EY: DR. DX = (EY: DR): (DX: CQ,) sed ut EY: DR ad DX: CQ, ita dC ad dB; ergo $bc: De = dC: dB$. Quod erat demonstrandum.

Corollarium.

Unde quia $bC: bc = tB: a$, nec non $bc: De = dC: dB$, ac denique $De: ed = a: tD$, erit ex æquo Gg (bc:) Hh (ed) = tB. dC: tD. dB. Pag. 35.

LEMMA III.

Si indeterminata quæcunque X diversa elementa dX & δX admittat, respectiva elementa dZ & δZ magnitudinis Z utlibet datae per X & constantes elementis dx, dX proportionalia erunt.

Nam si $dZ = MdX$, erit etiam $δZ = MδX$, ubi M est utrinque eadem quantitas data per X & constantes, quare $dZ: δZ (= MdX: MδX) = dX: δX$. Quod erat demonstrandum.

Tom. V.

TTC

Hæc

Act. Erud. Hæc sunt Lemmata generalia, quorum vel primum aut secundum separatim sumtum una cum hoc tertio sufficiunt omnibus problematibus quæ circa figuras Isoperimétras optime quid præstantes proponi possunt, quia tamen alterum præ altero in diversis casibus simpliciore & breviorè analysin largitur, utrumque demonstrandum fuit.

Problema I.

Ex omnibus figuris Isoperimétris ABE per puncta eadem A & E transeuntibus, invenire illam, quæ alteram figuram ALNI hæc legè descriptam, ut singulæ ejus ordinatæ FK per respectivas ordinatas BF quæsita similiter data sint, producat, quæ Maximum minimumve spatium AKNIA contineat, omnium a cæteris Isoperimétris similiter genitorum.

Dicantur semper $AF = y$, $FB = x$, FK data utlibet per x & constantes $= p$, arcus $AB = z$ eruntq; $FG = dy$; $PC = dx$, $BC = dz$ & $LS = dp$.

Sit nunc flexilinea BCDE tribus elementis contiguis curvæ quæ sitæ composita, cui respondens spatium FKLmNI maximum aut minimum esse debet, quare movendo flexilineam ut in Lem. I. in Bode figura respondens FK/mNI erit $=$ FKLmNI, ex quo elicitur $Ll = Mm$, existentibus FG, GH & HI, ut hic supponimus, æqualibus. Atqui (Lem. III.) $Ll : Cc = LS : PC$, & $Dd : Mm = QD : MT$, ergo ex æquo $Dd : Cc = LS : QD$. $QD : MT$. PC (Lem. I.) $= dfB : dFC$, vel quia $QD : PC = fC : fB$, $fB : fC$, erit $dfB : dFC = fC : fB$. $LS : fB : fC$. MT , atque adeo $fB : dfB = fC : LS$, vel ponendo dp pro LS & (def. 6) omittendo B, erit $- fdf : \sigma = \pm dp$, & integrando $\sigma = p$ vel $c - p$. Primo casu $dfB = fC - fB$ sunt negativæ, quando curva ABC est cava versus axem; altero vero affirmativæ quando curva est convexa, propterea posui $\mp fdf : \sigma = dp$, seu $- fdf : \sigma = \pm dp$, quod semel pro semper monuisse sufficiat. Jam quia $dy : dx = \sigma : s$, erit $dy = p dx : \sqrt{(aa - pp)}$ primo casu, quo $spdy$ efficit Maximum.

Vel etiam $dy = (c - p) dx : \sqrt{(aa - cc + 2cp - pp)}$. Quo $spdy$ est Minimum, in qua si fiat $c = a$, oriatur $dy = (a - p) dx : \sqrt{(rap - pp)}$, quæ cum altera ex Jac. Bernoullii æquationibus pro solutione hujus Problem. datis adamussim convenit, non minus ac prius cum prima. Quod erat inveniendum.

Problema II.

Ast. Erud.
An. 1718.
M. Junii.

Si curva genita AK ordinata KF non amplius data sint per BF, sed per arcus respondentes curvæ quæsitæ AB, quæritur ex omnibus Isoperimetris illa quæ Maximum Minimumve spatium ALNI producat.

Isidem positis, mutatis solum mutandis, quæ in solutione præcedentis, significando nunc KF datam per arcum AB seu τ per q , & LS per dq ; erit etiamnum $Ll = Mm$; sed in præsentis casu est (Lemm. III.) $Ll:bc = LS:BC$ & $de:Mm = CD:MT$, ergo ex æquo $de:bc = LS:CD:MT.BC$ (vel quia CD & BC ipsis σB , & σC proportionales sunt) $= LS.\sigma B:MT.\sigma C =$ (Coroll. Lemm. I.) $\int D.d\sigma B:\int D.d\sigma C$. Ergo $d\sigma B:LS.\sigma B = d\sigma C:MT.\sigma C$. Ponantur brevitatis ergo $d\sigma B:LS.\sigma B = F$, & $d\sigma C:MT.\sigma C = G$, eritque $F:\sigma B = G:\sigma C$ & permutando & dividendo $F - G:F = \sigma B - \sigma C:\sigma B$; est autem $F - G = dF$, & $\sigma B - \sigma C = d\sigma B$ & $d\sigma B = dF$ quia differentia inter $d\sigma B$ & $d\sigma C$ ipsis inassignabilis est. Quare $dF:F = d\sigma B:\sigma B$ & $\log. F = \log. \sigma B$, id est $F = \sigma B$ vel simpliciter $= \sigma B$, erat vero $F = d\sigma B:LS.\sigma$ vel $d\sigma:\sigma dq$ ergo $d\sigma:\sigma dq = \sigma$, vel generalius $-d\sigma:\sigma = \pm dq$ & integrando (complendo prius homogenea per a^3) invenietur $a\sigma:f = q$ aut $c - q$, primo casu, quando curva quæsitæ est cava versus axem, & area ANI seu $\int q dy$ est Maxima.

Secundo vero, quando est convexa, areaque ANI seu $\int q dy$ Pag. 37: Minima est.

Pro primo habetur $ady = qdx$, & $ady = (c - q) dx$, quia $\sigma:f = dx:dy$. Vel etiam $dy = qdx$; $\sqrt{(aa + qq)}$ & $dy = (c - q) dx$; $\sqrt{(aa + cc - 2cq + qq)}$. Quæ omnia repertis Jac. Bernoullii consona sunt. Q. E. I.

Aliter. In fig. 9. Maneant arcus AB, AC, AD, AE cum suis elementis BC, CD & DE invariata longitudinis, dum flexilinea BCDE ex hoc situ movetur, ut in Lemm. II in Bcde, adeoque etiam ordinata FK, GL, HI, & IN hoc fluxu invariata manebunt, sed ex natura Maximi vel Minimi oportet ut KF. FG + LG. GH + MH. HI fiat = KF. Kg + LG. gb + MH. bI, hinc vero nascitur LS. Gg = MT. Hb, in qua si loco ipsarum Gg & Hb ex Coroll. Lemm. II. earum proportionales $\tau B. d\tau C$ & $\tau D. d\tau B$ substituantur, erit LS. $\tau B. d\tau C = MT. \tau D. d\tau B$, vel etiam transponendo $d\tau B:LS.\tau B = d\tau C:MT.\tau D$, quare ponendo $d\tau B:LS = K$ & $d\tau C:MT = L$, erit $K:\tau B = L:\tau D$ & permutando ac dividendo $K - L:K = \tau B - \tau D:\tau B$, seu quia $K - L = dK$ & $\tau B - \tau D = \tau B - \tau C + \tau C - \tau D = d\tau B + d\tau C = 2d\tau B$, fiet $dK:K = 2d\tau B:\tau B$, & $K = \tau B^2$ seu simpliciter τ ; sed $K (= d\tau B:LS) = \tau d\tau:dq$, ergo $\tau aad\tau:dq = \tau$

Tab. I.
Fig. 9.

AA. Erud. suppletis homogeneis per aa , & $-aad\tau:tt=+q$, hinc integran-
 An. 1718. do $aa:\tau=q$ vel $c-q$; & quia nunc $a:\tau=dy:dx$, eadem æqua-
 M. Jan. tiones curvæ quæsitæ inveniuntur, quæ supra. Q. E. I.

Problema III.

Si linea flexilis ABC (Fig. 9) in singulis suis punctis ponderibus quibusvis gravata sit, ex omnibus Isoperimetris invenire illam in qua centrum gravitatis ponderum quibus linea quæsitæ per totam suam longitudinem onusta est, Maxime vel minime a lineâ horizontali tanquam basi sua AI, distet.

Sint iterum tria curvæ quæsitæ elementa æqualia, BC, CD & DE quorum pondera seu gravamina dicantur F, G & H, ergo summa Momentorum eorum, quæ est F.FB + G.GC + H.HD (hyp.) æquari debet summæ momentorum flexilinea existente in situ BcdE, seu F.FB, + G.GC + H.Hd, quare reperietur G.bc = H.De, vel substituendo ex Lemm. II. pro bc & De proportionales $d\tau C$ & $d\tau B$, fiet G. $d\tau C = H.d\tau B$, seu $d\tau B:G = d\tau C:H$, atque adeo $d\tau B = G$, seu $+d\tau = dq$, vel $d\tau = +dq$, ponendo dq pro G, quare $\tau = q$ vel $c - q$, primo casu reperitur $dy = adx: \sqrt{(aa + qq)}$ & secundo $dy = adx: \sqrt{(aa + cc - 2cq + qq)}$; hæc æquationes accurate concordant cum Bernoullianis atque omnis generis catenariis continent, quemadmodum ratione prioris id demonstravi in *Phoronomia* §. 105, nisi quod illic dx & dy sint ea elementa quæ nunc cum Celeb. Jac. Bernoullio vocavimus dy & dx respective. Quod erat inveniendum.

Atque sic soluta exhibuimus nova methodo tria illa Problemata generalia circa Figuras Isoperimétras quæ Celeberr. Jac. Bernoullius sua methodo expedit in prælaudata sua Differtatione in Act. Erudit. 1701 pag. 31 seqq. extante. Ad plura alia problemata hæc schediasma extendi potuisset, sed tempus vetat plura proferre, propterea in aliam commodiorem occasionem quæ supersunt dicenda differre nunc cogor.

CONTINUATIO OBSERVATIONIS BERNOULLIANÆ

de solutionibus quæ exstant Problematum
Iso-perimetricorum &c.

Conf. Mens. Januar. bujus Anni pag. 497 & seqq.

DEdimus hucusque solutiones problematum dudum quidem propositorum, sed ecce nunc alia a nemine antea considerata. Curvam brachystochronam seu celerrimi descensus cycloidem esse nunc constat, idque primus ego inveni. Quid si vero jam talis desideretur brachystochrona, quæ sit datæ longitudinis, hoc est, quæ inter omnes alias ejusdem longitudinis inter eadem extrema constitutas deferat mobile a puncto ad punctum tempore brevissimo? Ut res distinctius proponatur, esto

Problema IV.

Inter omnes curvas (Fig. 6) determinatæ longitudinis puncta data B & C. connectentes quaeritur illa, per quam Mobile sua gravitate a puncto B moveri incipiens descendat brevissimo tempore ad alterum punctum C. Tab. I.
Fig. 6.

Solutio.

Sit curva quaesita B *a* C (Fig. 5) cujus portiuſcula quævis minima *abce* constet tribus elementis æqualibus *ab*, *bc*, *ce*, quæ motu circulationis acquirant, ut supra supposuimus, situm vicinissimum *agie*. Mobile ubi ad *a* pervenerit ut porro ad *e* pertingat quam citissime, oportet ex natura *Minimi* situm trium elementorum *ab*, *bc*, *ce* talem esse, ut tria tempuscula per *ab*, *bc*, *ce* simul sumta sint æqualia tribus tempusculis simul sumtis per eadem in situ proximo *ag*, *gi*, *ie*. Considero autem more solito velocitatem quasi uniformem per decursum integri cujuslibet elementi, eamque proportionalem (per legem gravium cadentium) radici quadratæ altitudinis sumtæ ab initio elementi usque ad horizontem unde grave delabitur, hinc tempuscula per *ab*, *bc*, *ce* exprimentur per $\frac{ab}{\sqrt{Na}}$, $\frac{bc}{\sqrt{Pb}}$, $\frac{ce}{\sqrt{Rc}}$; atque pariter tempuscu-

Act. Erud.
An. 1718.
M. Febr.
Pag. 75.

la per ag, gi, ie designabuntur per $\frac{ag}{\sqrt{Na}}, \frac{gi}{\sqrt{Pn}}, \frac{ie}{\sqrt{Ro}}$ aut simpli-

citer ob æqualitatem elementorum per $\frac{1}{\sqrt{Na}}, \frac{1}{\sqrt{Pb}}, \frac{1}{\sqrt{Rc}}$

& per $\frac{1}{\sqrt{Na}}, \frac{1}{\sqrt{Pn}}, \frac{1}{\sqrt{Ro}}$, est igitur $\frac{1}{\sqrt{Na}} + \frac{1}{\sqrt{Pb}} + \frac{1}{\sqrt{Rc}}$

$= \frac{1}{\sqrt{Na}} + \frac{1}{\sqrt{Pn}} + \frac{1}{\sqrt{Ro}}$; ideoque $\frac{1}{\sqrt{Pb}} - \frac{1}{\sqrt{Pn}} \left(\frac{1}{2Pb\sqrt{Pb}} \times bn \right)$

$= \frac{1}{\sqrt{Ro}} - \frac{1}{\sqrt{Rc}} \left(\frac{1}{2Rc\sqrt{Rc}} \times co \right)$; seu $bn, co :: Pb\sqrt{Pb}, Rc\sqrt{Rc}$.

Quod si itaq; in æquatione fundamentali $\frac{fb}{af} - \frac{kc}{bk} \times bn = \frac{kc}{bk} - \frac{le}{cl} \times co$
in locum bn & co surrogentur eorum proportionales hic in-

venti, habebitur $\frac{fb}{af} - \frac{kc}{bk} \times Pb\sqrt{Pb} = \frac{kc}{bk} - \frac{le}{cl} \times Rc\sqrt{Rc}$, quæ
est æquatio specifica perfectam jam habens uniformitatem; res

itaque huc redit ut $\frac{fb}{af} - \frac{kc}{bk} \times Pb\sqrt{Pb}$ sit per totam curvam

constanter eadem quantitas: Quare ponendum est $-d\frac{dx}{dy} \times x\sqrt{x}$

$=$ homogeneo constanti $dz\sqrt{a}$, proinde $-d\frac{dx}{dy}$ h. e. $\frac{-dyddx + dxddy}{dy^2}$

$= \frac{dz\sqrt{a}}{x\sqrt{x}}$; In priori membro pro ddx substituatur ejus valor

$\frac{-dyddy}{dx}$, postea integrationis gratia utrumque ducatur in dx ,

quo facto & diviso per dz prodibit $\frac{dzddy}{dy^2} = \frac{dx\sqrt{a}}{x\sqrt{x}}$, sumptisq;

via ordinaria integralibus, $\frac{-dz}{dy} = \frac{-2\sqrt{a}}{\sqrt{x}} + \frac{b}{c}$; seu $dz(\sqrt{dx^2 + dy^2})$

$= \frac{2dy\sqrt{a}}{\sqrt{x}} \pm \frac{bdy}{c}$, quadrando & dein reducendo prietur æquatio fina-

lis curvæ quæsitæ naturam definiens $dy = \frac{cdx\sqrt{x}}{\sqrt{4acc + bbx - ccx \pm 4bc\sqrt{ax}}}$

quæ,

quæ, si $b=0$, definit in hanc $dy = \frac{dx\sqrt{x}}{\sqrt{4a-x}}$ respondentem cycloidi,

Act. Erud.
An. 1718.
M. Febr.

qui casus est pro brachystochrona communi, cum nempe quaritur inter omnes possibiles curvas puncta B & C connectentes, cujuscunque sint longitudinis, illa quæ minimo tempore transmittit grave descendens a B ad C. Verum manente b , æquatio inventa aliam dat curvam a cycloide diversam, quæ celerrimum procurat descensum, non quidem inter omnes possibiles curvas, sed inter eas saltem quæ sunt cum ipsa ejusdem longitudinis: quin & pro diversa ratione ipsius b ad c , ipsa quoque curvæ natura mutatur; unum namque casum præcæteris notare convenit, quo illa, quod memorabile est, evadit algebraica, id quod accidit assumpto $b=c$, unde æquatio nostra sequentem induit formam,

$$dy = \frac{dx\sqrt{x}}{\sqrt{4a \pm 4\sqrt{ax}}} \text{ nimirum integrabilem, siquidem rite pera-}$$

$$\text{cta integratione reperietur } y = \pm \frac{2x}{3\sqrt{a}} - \frac{8}{15}\sqrt{x} \pm \frac{16}{15}\sqrt{a}$$

$$\times \sqrt{a \pm \sqrt{ax}} = (\text{facto } ax=tt) \pm \frac{6tt-8at \pm 16aa}{15a\sqrt{a}} \sqrt{a \pm t}.$$

Scholium II.

Supposuimus in hac solutione communem legem accelerationis, qua scilicet velocitas acquisita procedit in subduplicata ratione altitudinum verticalium. Sed facile videre est, solvendi modum non esse adstrictum huic tantum peculiari hypothese: supponamus enim velocitatem in quovis curvæ puncto a , se habere ut qualiscunque functio (quam vocabo X) applicatæ Nx seu x , si filum solutionis probe sequamur, perducet nos ad hanc generalem æquationem Pag. 77.

$$= \frac{cXdx}{\sqrt{ac \pm bX^2 - ccXX}} = \sqrt{\frac{cXdx}{\sqrt{aa cc \pm 2abcX + bb - ccXX}}}$$

posito $b=0$, erit $dy = \frac{Xdx}{\sqrt{aa - XX}}$, quæ convenit cum casu aliquo

æquationis quam pro solutione problematis primi invenimus; ita ut una eademque curva cui quadrat $dy = \frac{Xdx}{\sqrt{aa - XX}}$, duo simul

præstet officia, nempe ut $\int Xdy$ sit Maximum, & $\int \frac{dx}{X}$ sit Minimum, quamvis conversa non valeat, sunt enim infinite aliæ, in qui-

Act. Erud.
An. 1718.
M. Febr.

quibus $\int X dy = \text{Max.}$ non tamen $\int \frac{dz}{X} = \text{Min.}$ Ut & vice versa in finitæ aliæ dantur curvæ, ubi hoc posterius reperitur *Minimum*, non tamen illud prius *Maximum*: Etenim duæ æquationes illæ

$$\text{problema 1 \& probl. 4 solventes, } dy = \frac{X + c x dx}{\sqrt{aa - X \pm c^2}} \& dy = \frac{cX dx}{\sqrt{ac \pm bX^2 - ccXX}}$$

quamvis conformitatis aliquam speciem præse ferant, non tamen conveniunt nisi in solo casu, quo ibi c , hic vero b ponuntur $= 0$.

Sic itaque erraverat Frater quando in Actis Lipsi. 1700 pag. 513 suas æquationes pro *Maximis* & *Minimis* in tabellam redactas rediturus generalissimas, autumavit in omnibus ipsis æquationibus litteras p & q (quæ mihi sunt X & Z) augeri minuique posse quantitate quacunque constante: Ipsa quippe statim prima æquatio quam in exemplum assumit $dy = p dx: \sqrt{aa - pp}$ hoc est communi notandi modo $\frac{p dx}{\sqrt{aa - pp}}$, mutatur augendo minuendove p constante c ,

in $dy = p \pm c dx: \sqrt{aa - pp \pm 2pc - cc}$, quæ quidem congruit cum

Pag. 78. nostra $dy = \frac{X + c x dx^2}{\sqrt{aa - X \pm c^2}}$ adeoque etiamnum satisfacit conditio-

ni primæ ut $spdy$ sit *Maximum*, sed cessat hoc altero simul defungi officio ut $sdz: p$ sit *Minimum*: siquidem æquationem istam

re ipsa discrepare ostendimus ab altera $dy = \frac{cX dx}{\sqrt{ac \pm bX^2 - ccXX}}$,

quæ generaliter facit $\int \frac{dz}{X}$ hoc est $sdz: p = \text{Minimo}$: Quod vel hinc

patet, quia si X vel p talis est, ut ab initio curvæ in B ubi $x=0$, etiam ipsa X vel p sit $= 0$, curva non alium quam rectum angulum

cum axe BO efficere potest, si nempe requiratur ut $\int \frac{dz}{X}$ sit *Minimum*, cum e contrario pro $spdy$ *Maximo* curvæ ad quemvis angulum obliquum axi insistere possit.

Quod porro spectat ad nostram æquationem $dy = \frac{cX dx}{\sqrt{ac \pm bX^2 - ccXX}}$

pro *Minimo* $\int \frac{dz}{X}$, deprehendo conformem eam esse cum illa quam

quam Frater exhibet in Tabula pag. 513 lin. 13, $dy = apdx$: Aet. Erud. An. 1718. M. Febr.

✓ $bb - aa, pp - 2aabp + a^4$, pro $sd: p$ Maximo, sed nescio quæ falsæ lucis species perstrinxerit oculos fratris, ut se hic Maximum videre crederet, quod tamen existere nequit, saltem si crescente x , & ipsum p vel X crescit; quilibet enim qui vel tantillum attendit, haud ægre observat, $sd: p$ non habere crescendi limitem sed abire in infinitum. Præterea sive possit sive non possit esse Maximum $sd: p$, in confesso sane erit æquationem $dy = apdx$:

✓ $bb - aa, pp - 2aabp + a^4$, quam pro $sd: p$ Maximo venditat Frater, tali Maximo satisfacere non posse, quando ostendero, eam nonnullis in casibus manifeste dare $sd: p$ Minimum; nam primo

si $b = 0$, æquatio degenerat in hanc $dy = p dx: \sqrt{aa - pp}$, quæ utique coincidit cum prima in Tabula, quamque consentiente fratre convenire ostendi Minimo $sd: p$; Deinde si insuper $p = \sqrt{x}$, habebimus $dy = dx: \sqrt{x}: \sqrt{a - x}$; quæ ipsissima est æquatio pro cycloide seu curva celerrima descensus, cujus nempe tempus exprimitur per $sd: \sqrt{x}$. Quo sensu igitur hoc quæat accipi pro Maximo, ego mehercle non capio: Miror eo magis inadvertentiam hic commissam a Fratre, qui alias ut notum tam sollicitus fuit in minutiis quoque accurate perpendendis, ut eum minime fugerit res quædam notatu digna non parum huc faciens, cujus meminit pag. 514 circa finem, ubi egregie observat, quod quanquam eadem sit curva quæ, Maximum $sp dy$ & Minimum $sd: p$ suppeditat, ista tamen curva priore prærogativa in genere duntaxat figurarum isoperimetricarum, altera vero in ordine ad omnes omnino curvas potitur: Cum enim sciverit (uti revera scivisse ex hoc loco apparet) æquationem

suam primam $dy = p dx: \sqrt{aa - pp}$ designare curvam, quæ reddit Minimum $sd: p$, non tantum ratione figurarum isoperimetricarum, sed quoque respectu habito ad omnes possibiles lineas inter duo data puncta constitutas, sicuti contingit in curvis brachystochronis pro quacunque hypothese accelerationis gravium cadentium; qui fit quod non cogitaverit de illis etiam indagandis curvis, quæ subministrant Minimum $sd: p$ non absolute ita sumtum in ordine ad omnes possibiles lineas, sed quod sit tantum Minimum relative ad illas quæ sunt ejusdem inter se longitudinis.

Nemo sane existimabit, hoc alterum genus curvarum quo $sd: p$ inter cæteras isoperimetricas duntaxat sit Minimum esse impossibile, modo consideret unicam quidem esse curvam nempe cycloidem, quæ ex dato puncto altiori transeat per datum inferius punctum,

AG. Erud. & cum, in qua $sdt: \sqrt{x}$ sit *Minimum* absolutum, sed alias præterea An. 1718. dari curvas data illa duo puncta connectentes determinatæ longitudinis, sed vel majoris vel minoris quam est cyclois illa, inter M. Febr.

quas curvas una profecto erit quæ præ cæteris tempore brevissimo a mobili gravi percurreretur, hoc est quæ præ cæteris gaudebit *Minimo* $sdt: \sqrt{x}$; Atque clarum est, si alia atque alia concipiatur illa longitudo determinata, aliam quoque semper inde oriri curvarum classem, inter quas una rursus eminet, quæ præ reliquis hac *Minimi* prærogativa potitur; atque ita cum longitudo curvarum infinities variare possit, emergent utique infinitæ, quarum singulæ habent suam peculiarem brachystochronam, quæ nimirum præ cæteris suæ classis curvis producit *Minimum* $sdt: \sqrt{x}$. Verum inter omnia ista *Minima* jam datur unum, quod vocari possit *Minimum Minimorum*, vel *Minimum* absolutum, quod competere novimus cycloidi. Certè hæud secus se res habet cum *Minimo* $sdt: p$, quod convenit curvæ cujus æquatio $dy = p dx: \sqrt{aa - pp}$, est enim *Minimum Minimorum* seu *Minimum* absolutum, reliqua vero *Minima* $sdt: p$, quæ cuicumque longitudini curvarum determinatæ peculiariter sunt, insunt illis curvis quæ comprehenduntur sub generali mea æquatione supra inventa $dy = \frac{cXdx}{\sqrt{ac \pm bX^2 - ccXX}}$, quæ similis est tertiæ in tabella Fratris,

& cui ascripsit $sdt: p$, hoc est $\int \frac{dx}{X}$ *Maximum*, sed perperam.

Quod attinet ad æquationes quartam & sextam, quas Frater suæ Tabulæ inferuit $dy = adx: \sqrt{pp - aa}$ pro $sdy: p$ *Maximo*, & simul pro $spdt$ *Minimo*; & $dy = adx: \sqrt{bb - 2bp + pp - aa}$ pro $spdt$ *Maximo*: Omisisset illas, puto, si animadvertisset, illas jam contineri sub prima & tertiâ, in quibus non differunt nisi quod in

hisce dicatur p quod in illis est $\frac{aa}{p}$ & vicissim, nam scribendo $\frac{aa}{p}$

pro p mutantur quarta & sexta in primam & tertiam, vel viceversa prima & tertia in quartam & sextam; de quibus proin idem quod de illis moneri potest, scilicet valere quidem quartam $dy = adx: \sqrt{pp - aa}$ pro $sdy: p$ *Maximo* relativo, & simul pro $spdt$ *Minimo*

absoluto, sed sextam $dy = adx: \sqrt{bb - 2bp + pp - aa}$, quadrare pro $spdt$ *Minimo* relativo, non vero sicuti scripsit Frater pro $spdt$ *Maximo*, utpote quale *Maximum* nequidem possibile est, saltem si crescat a , descreat p . Sic pariter æquationes secunda

dy

$dy = a - p \, dx : \sqrt{2ap - pp}$ pro $spdy$ *Minimo*, & quinta $dy = p - a \, dx : \sqrt{2ap - aa}$ pro $sd y : p$ *Minimo*, in se invicem convertuntur scribendo tantum in alterutra $\frac{aa}{p}$ pro p , adeoque re ipsa non differunt, sicuti nec septima & nona, item nec octava & decima, quæ similiter in se mutuo transmutantur substituendo in alterutra $\frac{aa}{q}$ pro q .

Act. Erud.
An. 1718.
M. Febr.
Pag. 81.

Ex quo videre est, semissem harum æquationum utpote superfluarum negligi potuisse, quo sibi Frater ab immenso sane calculandi labore prorsus inutili pepercisset, siquidem pro singulis operosam istam, quam sequenti anno 1701 publicavit, Analysin identidem instituere coactus fuerit. Præterquam quod alia multa circa illas observaverim, quæ non congruunt imo manifeste implicant: Ex. gr. quando Frater, nescio quo errore deceptus, putavit literas p & q in omnibus istis æquationibus augeri minuique posse quantitate quacunque constante, eaque ratione id effici, ut curva inventa conditioni præscriptæ etiamnum satisfaciât. Substituit in hunc finem loco primæ æquationis $dy = p \, dx : \sqrt{aa - pp}$ hanc alteram $dy = p - c \, dx : \sqrt{aa - pp + 2cp - cc}$, quam ait denotare curvam quæ *Maximum* $sdpy$ comprehendat; interim hæc eadem in casu quo $c = a$ desinit in hanc $dy = p - a \, dx : \sqrt{2ap - pp}$, quæ est secunda in tabula, quamque asserit satisfacere *Minimo* $spdy$; quis ista asystata facile conciliabit?

Error videtur originem inde traxisse, quod in analysi Probl. I. (vid. Act. Lips. 1701 p. 37 lin. 19.) non satis generaliter integraverit quantitatem $aa \, dt : aa + tt \sqrt{aa + tt}$; quando dicit facta summatione acquiri partim $aa : \sqrt{aa + tt}$, partim $a - aa : \sqrt{aa + tt} = p$; cum pro hoc altero potius scribere potuisset universalius $c - aa : \sqrt{aa + tt} = p$: Atque tum reliqua exequendo ut ipse facit, provenisset generalissima æquatio $dy = c - p \, dx : \sqrt{aa - c - p^2} = c - p \, dx : \sqrt{aa - cc + 2cp - pp}$ complectens non tantum utramque fratris, sed & infinitas alias pro diversa ratione inter c & a ad libitum assumenda. Hæcque revera non differt ab illa quam supra in solutione Probl. I. inveni

Pag. 82.

$dy = \frac{X + cx \, dx}{\sqrt{aa - X + c^2}}$, curva autem hujus æquationis continebit

$spdy$ modo *Maximum* modo *Minimum* pro diversitate rationis a ad c ; patet utique æquationes duas priores in tabella Fratris

Aët. Erud.
An. 1718.
M. Febr.

conspiciendas $dy = p dx : \sqrt{aa - pp}$, & $dy = a - p dx : \sqrt{2ap - pp}$, illius meæ nonnisi duos duntaxat esse casus particulares inter reliquos infinitos, facto namque $c = 0$, prodit prima; sed sumto $c = a$, nascitur altera. Utrum vero quilibet casus singularis producat $spdy$ Maximum an vero Minimum exploratu non est difficile, modo attendatur ad æquationem meam primitivam $ady = X \pm c dz$, ad quam in solutione Probl. I. perveneram; Hinc enim statim judicari potest ex eo quod X crescat vel decrescat crescente x , ac quod sit vel simul vel alternatim cum c affirmans aut negans, utrum $spdy$ sit Maximum an Minimum, similem fere in modum quo frater usus est in Aëtis citat. 1701.

Omnia quæ hætenus dicta sunt de æquationibus pro $spdy$, vel (quod perinde esse ostendi) pro $sd y : p$ Maximo vel Minimo, intelligenda quoque sunt mutatis mutandis de illis alteris pro $sqdy$ seu pro $sd y : q$ ut & de illis pro $fxdq$, Maximo vel Minimo, in solutionibus Probl. II. & III. supra generaliter inventis.

Verum finem tandem pono problematibus isoperimetricis, ubi non tantum ea, quæ a fratre meo quondam proposita magna pompa, nec minori conatu & labore soluta fuere, ego ex sola lege uniformitatis solvi citra calculum analyticum, sed & multa alia circa hanc materiam (supposito aliarum quarundam, quas nondum consideravimus, quantitatum functiones Maximum vel Minimum gignere) ex eodem principio pari cum facilitate resolvere possem, nisi crederem hisce quæ dedifacem sufficientem esse accensam, ut alius jam videat quomodo ad ea penetrandum, quæ brevitatis gratia hic omisi.

Pag. 83. Ut autem patefcat quam fecundum sit illud uniformitatis principium, unicum addere juvat, cujus solutionem dabo, argumentum petiturus non ab isoperimetricis sed ab isochronis, ubi nimirum quæri potest, quænam ex infinitis curvis isochronis hoc est quarum singulæ æquali tempore percurruntur, illa sit, quæ aliquod Maximum Minimumve præstet: verbi gratia sit sequens

Problema V.

Tab. I. Ex omnibus curvis isochronis (Fig. 3) data puncta B & C
Fig. 3. (ubi B initium descensus supponitur) conjungentibus, determinanda est illa BæC, quæ cum recta subtensa BC comprehendat segmentum BCæaB, omnium a cæteris isochronis similiter comprehensorum Maximum.

Solutio.

Ad rectam BV ducta perpendiculari CV; segmentum BCæaB refecetur a triangulo BCV (quod triangulum ceu liquet, curvæ utcun-

utcunque variante inter puncta data B & C, ipsum invariaturum (manet) ut habeatur area BaeCV, quæ area per consequens ob maximum segmentum ipsa inter reliquas areas similiter genitas erit minima: quare hanc tantum determinabo.

A&E. Erud.
An. 1718.
M. Febr.

Hunc in finem adhibeo Fig. 3. præparatam ut supra, excepto quod non ipsarum particularum trium *ab, bc, ce* aggregatum sit æquale aggregato trium proximarum *ag, gi, ie*: sed ita se habere suppono, ut summa trium tempusculorum per *ab, bc, ce* æquetur summæ totidem tempusculorum per *ag, gi, ie*, postquam puta grave ex quietis puncto B ad *a* usque delapsum in eo nunc est, ut percurrat curvæ portiunculam *abce*, vel æquali tempore ei proximam *agie*. Ante omnia quærenda est æquatio fundamentalis inserviens enodationi non hujus tantum, sed omnium quæ circa isochronas formari possunt quæstionum.

Consideremus itaque quod ob æqualitatem temporis per *abce* & temporis per *agie*, erit per ea quæ in solutione Probl. IV dicta

$$\text{funt, } \frac{ab}{\sqrt{GB}} + \frac{bc}{\sqrt{BH}} + \frac{ce}{\sqrt{BP}} = \frac{ag}{\sqrt{BG}} + \frac{gi}{\sqrt{BH}} + \frac{ie}{\sqrt{BP}}, \text{ ab-}$$

$$\text{lati æqualibus restabit } \frac{bn}{\sqrt{BG}} + \frac{co}{\sqrt{BP}} = \frac{gm+ib}{\sqrt{BH}} \text{ hinc } \frac{bn}{\sqrt{BG}} \text{ Pag. 84.}$$

$$= \frac{gm}{\sqrt{BH}} = \frac{ib}{\sqrt{BH}} - \frac{co}{\sqrt{BP}}; \text{ Pro } bn, gm, ib, co, \text{ substitutis va-}$$

$$\text{loribus } \frac{fb \times gb}{ab}, \frac{kc \times gb}{bc}, \frac{kc \times ci}{bc}, \frac{le \times ci}{ce}, \text{ acquireretur æquatio funda-}$$

$$\text{mentalis } \frac{fb}{ab \sqrt{BG}} - \frac{kc}{bc \sqrt{BH}} \times bg = \frac{kc}{bc \sqrt{BH}} - \frac{le}{ce \sqrt{BP}} \times ci.$$

Æquationem specificam ex eo eliciemus: quod per legem *Mini-
mi* area *GabceQ* = areæ *GagieQ*, hoc est *aG* × *GH* + *bH* × *HP* + *cP* × *PQ* = *aG* × *GH* + *gH* × *HP* + *iP* × *PQ*, ablatis utrinque æqualibus remanebit *bg* × *HP* = *ci* × *PQ*, unde *bg. ci*

∴ *PQ. HP* ∴ $\frac{1}{HP} \cdot \frac{1}{PQ}$; substitutis in æquatione fundamenta-
li loco *bg, ci* eorum proportionalibus, nascetur æquatio specifica

$$\frac{fb}{ab \sqrt{BG}} - \frac{kc}{bc \sqrt{BH}} \times \frac{1}{HP} = \frac{kc}{bc \sqrt{BH}} - \frac{le}{ce \sqrt{BP}} \times \frac{1}{PQ} \text{ per to-}$$

tum uniformis; Quocirca protinus colligo (quia $\frac{fb}{ab \sqrt{BG}} - \frac{kc}{bc \sqrt{BH}}$ est

Aët. Erud.
An. 1718.
M. Febr.

est differentiale fractionis $\frac{dy}{dz\sqrt{x}}$, & HP est ipsum dx) facien-

dum esse $d \frac{dy}{dz\sqrt{x}} \times \frac{1}{dx} = \text{constanti homogeneo } \frac{1}{a\sqrt{a}}$, ad-

coque $d \frac{dy}{dz\sqrt{x}} = \frac{dx}{a\sqrt{a}}$; Integrando neglecta tantum litera

præfixa d , & adjecta quadam constante homogenea, provenit

$$\frac{dy}{dz\sqrt{x}} = \frac{x}{a\sqrt{a}} \pm \frac{b}{a\sqrt{a}}, \text{ vel multiplicando per crucem } ady$$

Pag. 85. $\sqrt{a} = x \pm b dz\sqrt{x}$, reductione rite peracta (observando quod

$dz = \sqrt{dx^2 + dy^2}$) habebitur $dy = \frac{x \pm b dx\sqrt{x}}{\sqrt{a^3 - x \times x \pm b^2}}$, æquationi-

nalis quæ sita, in qua si arbitraria $b=0$, prodibit $dy = \frac{x dx\sqrt{x}}{\sqrt{a^3 - x^3}}$.

Quod si vero constans homogeneum ipsi $d \frac{dy}{dz\sqrt{x}} \times \frac{1}{dx}$ suppo-

natur 0, erit & ipsum $d \frac{dy}{dz\sqrt{x}} = 0$, ejusque adeo integrale $\frac{dy}{dz\sqrt{x}}$

$= \text{constanti } \frac{1}{\sqrt{c}}$, unde emergit reductione peracta, $dy = \frac{dx\sqrt{x}}{\sqrt{c-x}}$;

quæ est æquatio ad cycloidem, cujus initium B, & circulus generator super BNS rotandus pro diametro habet quamlibet lineam c .

Et hoc quidem ex ipso absoluto celerrimo descensu sine alia consideratione jam statim concludi poterat: Cum enim per cycloidem $BacC$ mobile brevissimo tempore descendat, patet utique per quamvis aliam curvam super BC descriptam, & quæcum BC segmentum faciat segmento cycloidico æquale, longiori tempore opus habere. Jam vero idem est problema: Ex omnibus segmentis æqualibus super BC constitutis invenire illud, cujus arcus $BacC$ brevissimo tempore percurritur, cum hoc altero problemate: Ex omnibus arcibus isocronis super eadem subsensa BC descriptis definire illum, qui Maximum comprehendat segmentum. Talis namque reciprocatio, ceu facile patet, idemque etiam jam Fratre olim observante (vid. Aët. Lips. 1701 pag. 41) in universum valet, ita ut ex infinitis curvis affectionem quandam A in æquali gradu possidentibus, quærere illam, quæ aliam quandam affectionem B in maximo minime gradu habeat, tantundem sit, ac quærere vicissim illam, quæ inter omnes alias curvas æqualem affectionem B

continentibus, talis existat, ut affectione A in minimo maximo-
ve gradu gaudeat. In solvendi modo nulla est nisi nominalis dif-
crepantia, æquatio quippe fundamentalis pro una quæstione tene-
bit locum æquationis specificæ pro altera, & vicissim.

Act. Erud.
An. 1718.
M. Febr.
Pag. 86.

Coronidis loco adjiciam Methodum meam directam solvendi
generalissime Problema decantatissimum celerrimi descensus, quia
illa nondum in lucem publicam prodiit, etsi cum pluribus Amicis
privatim jam tum communicata cum An. 1697 alteram meam me-
thodum indirectam edidissem. Incomparabilis, dum viveret, Leib-
nitius, cui utramque subtraiseram, ut ipse testatur in Actis Lipsi.
1697 pag. 300 directam illam methodum nescio qua singulari pul-
chritudine gaudere sibi imaginans, suavit ne illam statim propa-
larem ob rationes tum temporis nimium, hodie vero vix amplius
valentes. Spero illam Lectori tanto gratiorem fore, quod quam-
vis Analysis ipsa ad radium curvitatæ seu circuli osculatoris de-
ducatur, muniri tamen possit Demonstratione synthetica, quæ mi-
ra & jucunda facilitate id efficit, ut cycloidi more Geometrico
asserat descensum brevissimum.

*Problema Celerrimi descensus methode directa & extra-
ordinaria solutum.*

Per punctum superius A (Fig. 7) unde grave corpus descensum
incipit, ad alterum B delapsurum, ducta sit horizontalis AL, Tab. I.
quam secet recta quævis INC sub angulo quovis ad libitum as-
sumto INL. Ex puncto quolibet K in recta INC similiter ad ar-
bitrium assumendo ducta sit alia recta Knc, cum priore KNC an-
gulum faciens CKc indefinite acutum, ita ut arcui centro K de-
scripti Ce, Mm, Cc haberi possint pro lineolis rectis. Nunc hoc
tantum faciam, ut quæram quis ille sit ex infinitis istis arculis con-
centricis, qui a mobili gravi ex horizonte AL delapso percurri
possit tempusculo brevissimo.

Sit igitur $NK = a$, $MN = x$ item $MN.MD :: 1.m$ & $MK.Mm$
($:: CK.Cc$) $:: 1.n$; notetur quod m & n sint numeri invariabiles
(variante x) ille finitus hic infinite parvus: Erit $MD = mx$ &
 $Mm = nx + na$. adeoque tempusculum per Mm ($\frac{Mm}{\sqrt{MD}}$) Pag. 87.

$= \frac{nx + na}{\sqrt{mx}}$, quod debet esse Minimum, quare dividendo per con-

stans $\frac{n}{\sqrt{m}}$ & postea differentiando prodibit $\frac{x-a}{2x\sqrt{x}} dx = 0$, proin-

de $x = a$. Id quod indicat curvam quæsitam celerrimi descensus
AMB

AA. Erud. AMB ejus indolis esse, ut radius curvitat^{is} MK. pro quovis pun-
 An. 1718. cto M ab axe AL bifariam secetur in puncto N, quod cycloidi soli
 M. Febr. competere aliunde dudum constat; sed etiamsi nondum constitisset, id tamen per calculum nostrum integralium facillime inveniretur.

Hac methodo problema universalius solvi potest, si scilicet supponantur celeritates acquisitæ gravium cadentium non quidem in ratione subduplicata altitudinum verticalium, ut supposuimus hic secundum vulgarem hypothese^m, sed in ratione cujuslibet functionis eorundem. Vocetur enim mX functio ipsius altitudinis MD, faciendum erit, ut vidimus modo, $\frac{a+x}{X} = \text{Minimo}$, ejusque ad-

eo differentiale, $\frac{X-x-a\Delta x}{X^2} dx = 0$; seu $X = x + a\Delta x$: Ha-

jus æquationis radix x determinabit relationem inter MN & NK, qua cognita curvæ Naturæ ad æquationem coordinatarum porro reducenda relinquitur calculo integralium, quod negotium jam non est hujus loci.

Subjungo tandem demonstrationem Geometricam, qua per synthese^m probatur mobile in cycloide descendens breviori tempore a puncto ad punctum pervenire, quam si in alia qualibet linea descenderet.

Demonstratio.

Sint MK, mK duæ normales sibi invicem proximæ ad cycloidem AMB; Illæ si opus productæ secent in punctis C, c, curvam quamvis aliam ACB inter puncta data A & B constitutam, atque concurrant in evolutæ cycloidis puncto K, quo centro describatur arcus Cc. Agantur ad horizontalem AL perpendiculares MD, CG, junctæque DK secanti CG productam, si opus, in
 Pag. 88. H; fiat parallela GI; Atque tandem sumatur ad MD, CH tertia proportionalis CF. Ex proprietate cycloidis MN = NK, ac proin CN = NI; quia vero $CN^2 + NK^2 > 2CN \times NK$, erit $CN^2 + NK^2 + 2CN \times NK > 4CN \times NK$ (CI \times MK); est vero $CN^2 + NK^2 + 2CN \times NK = CK^2$: adeoque etiam $CK^2 > CI \times MK$; unde MK.CK < CK.CI: Porro MK.CK :: MD.CH :: CH.CF, & CK.CI :: CH.CG, ideoque CH.CF < CH.CG, id quod ostendit CG < CF. Nunc quia tempusculum quod grave cadens ex horizonte AL requirit ad percurrendam lineolam Mm se habet ad tempusculum quod idem grave requireret descendens ex eodem horizonte ad percurrendum arcum Cc, in ratione compositæ ex simplici directâ spatiorum percurrendorum Mm, Cc & subduplicata reciproca altitudinum MD, CG, id est tempus per Mm.
 tem-

tempus per $Ce :: \frac{Mm}{\sqrt{MD}} \cdot \frac{Ce}{\sqrt{CG}} :: (\text{ob } Mm.Ce :: MK.CK :: MD. \text{ A\&.Erud. Au. 1718. M.Febr.})$

$CH :: \sqrt{MD} \cdot \sqrt{CF} \cdot \frac{\sqrt{MD}}{\sqrt{MD}} \cdot \frac{\sqrt{CF}}{\sqrt{CG}} :: \sqrt{CG} \cdot \sqrt{CF} : \text{Et quia } CG$

est ostensa minor quam CF , erit etiam tempus per Mm minus quam tempus per Ce , atque potiori jure minus quam tempus per Ce hypotenusam trianguli rectanguli Cee . Tempus igitur per omnes Mm , id est per cycloidem AMB est minus quam tempus per omnes Ce , id est per quamvis aliam curvam ACB inter eadem puncta A & B constitutam. Q.E.D.

ANNOTATIONES

M. April.
Pag. 164.

in Epistolam M. Julio A\&. Erud. superioris anni insertam,
una cum solutione Problematis in ea propositi.

*Accedit geminum Problema Clarissimo Epistola Autori
vicissim propositum*

a CAROLO ERNESTO OFFENBURGIO.

Fortunatus fuit Autoris epistolæ Clarissimi apud Bibliopolam suam Gallum Bononiæ ingressus, cum imagines Divorum Divarumque pro amico sibi comparaturus, in postrema Commentariorum Reg. Parisiens. Scientiarum Academiæ volumina forte fortuna incidit, inque illis problemata illa duo circa vires, quas vocant Centrales in inani & in pleno, quæ se primum proposuisse Geometris & persolvissse generalissime arbitratur, a *Transalpinis* quibusdam, ut scribit, *Viris eximiis* luculenter explicari, extricari, enodarique copiosissime, vidit. Quantamenim ex beata hac inspectione voluptatem ceperit, in Epistola ipse asfatim exponit; sed quinam sint Viri illi *Transalpini*, non indicat. Et quanquam postremis Actorum Societatis Parisiensis Tomis destituar, unde id discere potuissem, ex recensionibus tamen horum voluminum, quæ in Actis Eruditorum occurrunt, non obscure colligere liquit, per *Viros illos Transalpinos Eximios* in Epistola intelligi celebratissimos Geometras, *Johan. Bernoullium* & *Petrum Varignonium*, utpote qui solide problematibus illis

Tom. V.

Xxx

lis

A& Erud. An. 1718. M. April. *lis duobus egisse illic dicuntur. Exultat ergo Autor noster Clarissimus, quod putet nobile istud celeberrimorum virorum par aliquam laudis suae partem in probandis & explicandis, hoc est, commentariolo ornandis lucubrationibus suis quaesivisse. Ut vero ex jucunda hac opinione conceptam ipsi laetitiam minime invideo, quin potius prolixè gratulor, ita dissimulare nequeo, id ab omni veri specie tantum mihi recedere videri, quantum quod maxime, summos in Geometricis Viros eo se demisisse, ut sepositis propriis meditationibus, quas peritioribus in deliciis haberi solere ignorare nequeunt, in aliis tamen Speciminibus explicandis humilem diligentiam ponerent, & illius quidem, qui paucis abhinc annis in alterutro illorum ædibus sub discipuli schemate aliquandiu commoratus, Præceptoris documenta avida mente excepisset, & publice professus esset, hujus luminibus id omne se deinceps acceptum esse relaturum, quod in scientiis hisce in posterum præstiturus esset. Sed putarim potius, alterum alteri de hisce problematibus nonnulla privatim scripsisse, certa ipsis ad id nata occasione, & utrumque postea solutionem suam publici juris fecisse. Quicquid sit, hoc saltem extra omnem dubitationis aleam positum existimo, vanissimam esse Clarissimi Autoris nostri opinionem, cum putat duorum illorum problematum solutiones a Celeberrimis Viris datas ex suis formulis ita desumptas esse, ut aliud quam explicationes earum censerì non debeant. Hoc ut probem, sequentia tria demonstranda assumo. I. Autorem Epistolæ notissimum Canonem pro viribus Centralibus in vacuo ex duabus propositionibus formaliter contradictoriis, tanquam simul veris, infeliciter eliciuisse. II. Problema inversum virium centralium in vacuo ne quidem in particularissimo casu, quo vires istæ sunt in reciproca duplicata ratione distantiarum mobilis a centro, ab ipso solutum fuisse, cum æquatio quam pro casu isto dederit ex numero curvarum quaesito satisfaciendum, excludat *Ellipsin* & *Parabolam*. III. Regulam ejus pro viribus centralibus in pleno exhibitam absolute falsam & erroneam esse.*

Pag. 166.

Hæc demonstrare suscipio, tum ut plagii notam, quam Autor noster Eximiis Viris inurere voluisse videtur, eluerem, tum etiam ut Autori ipsi ob oculos ponerem, quam inconsiderate summos illos Viros tanquam Pedarios suos propalare, profectusque eorum recentiore suo problemate in Epistola proposito tentare ausus sit.

Ad probationem primi id solum Lectorem rogo, ut consulere dignetur §. 11 Sectionis IX Diarii Lipsiensis, quod inscribitur, *Neuer Bucher-Gaal von gelehrten Gachen*, qui articulus continet

Arti-

Articulum XIV. Tomi III. Ephemeridum Italicarum, sistitque schediasma quoddam Autoris Epistolæ circa vires Centrales in vacuo & in medio resistenti, nam in eo me non indicante ultro

Act. Erud.
An. 1718.
M. April.

perspiciet, quod Autor noster demonstraturus notissimum cano- nem virium centralium in vacuo, stabilire conatus sit, quod vis centralis dicta (f) sit in composita ratione ex directa spatii ge- niti EF (vide fig. 1 loco in Diario Lipsiensi citato) & reciproca duplicata ratione tempusculi (dt) quo generatur, assumendo has duas propositiones 1. *Quod velocitas (u) semper sit in composita ra- tione vis (f) & temporis (dt).* 2. *Quod eadem celeritas (u) sit in composita ratione ex directa spatii percursi (EF), & reciproca temporis (dt).* Quis jam non videt, has duas propositiones con- tradictorias esse? Cum secunda necessario supponat motum in spatio (EF) absolute æquabilem esse, ita ut eadem sit mobilis celeritas (u) in ambobus spatii terminis EF omnibusque ejus punctis mediis; prima vero statuatur motum in spatio EF accele- ratum, & ita quidem acceleratum, ut initio tempusculi (dt) seu spatii E velocitas sit nulla, quæ tamen in altera propositione sup- ponebatur (u), & paribus temporis intervallis paria augmenta capiat, usque ad celeritatem (u) quam in fine spatii EF mobili acquiri necesse est. Patet itaque secundum has duas proposi- tiones simul positas, ut apud Autorem nostrum, *Unum idemque mo- bile uno eodemque tempore (dt), in uno eodemque spatio EF mo- veri motu accelerato (secundum primam) & motu non accelerato, sed absolute æquabili (secundum alteram) quæ proinde si contra- dictionem non involvant, nescio quid sit contradictio.*

Page. 167.

Priusquam ad probationem secundi nostri assumpti pergam, non possum non mirari, quomodo Autor in Epistola sua ad Geo- metras scribere potuerit, *se problema inversum virium Centralium in vacuo primum Geometris proposuisse & persolvisse generalissime*, quan- do ignorare non potest, celeberrimum Newtonum 30 annis prio- rem proposuisse hoc ipsissimum problema Geometris & solvisse generalissime, sensu saltem Autoris, in *Principiis Philos. Natur. l. 1. Prop. 41*, cum Autor noster in Schediasmate illo supra citato id egerit, ut consensum suum cum solutione Newtoniana proba- ret. Nec minus miror, quod cum æquationem suam differen- tialem $dy = dx : \sqrt{(xxx - 1 - 2xx \int f dx)}$ ad casum particularem $f = b : xx$ applicuit, ulterius progressus non sit, ostendendo quem- admodum æquatio differentialis hoc casu oriunda $dy = dx : \sqrt{(xxx - 1 + 2bx)}$ construi debeat, atque ex ea sectiones Conicæ quæli- to satisfaciennes eliciantur, sub hoc levi prætexen, quod nimis *futile sit offensu, æquationem differentialem $dy = dx : \sqrt{(xxx - 1 + 2bx)}$*

XXX 2

ad

Act. Erud. *ad alias curvas, quam ad sectionem quandam Conicam non pertinere.*
 An. 1718. Cum tamen perspicuum sit, constructionem hujus æquationis
 M. April. differentialis difficiliorem minusve obviam esse, inventionem al-

terius suæ æquationis $dy = dx : \sqrt{(nxx - 1 - 2xx \int f dx)}$ qua inversum problema virium centralium generaliter se solvisse arbitrat. Nam posteaquam Illustr. Newtonus loco supra citato solutionem hujus problematis generaliter concepti exhibuit, non arduum fuit nec difficile ex solutione ejus æquationem modo

Pag. 168. allatam elicere, medio a Newtoniano diverso; sed non perinde facilis judicari poterat constructio hujus æquationis particularis, qua curvas designari putat Autor, in quibus vires centrales sunt reciproce ut quadrata distantiarum mobilis a Centro virium $dy = dx : \sqrt{(nxx - 1 + 2bx)}$ eaque independenter a quadraturis, quando ex Newtonianis nullum ad hanc constructionem, seu ad transitum ab æquatione differentiali curvæ ad algebraicam ejusdem, affulgere videtur lumen; & constructiones æquationum differentialium primi gradus petendæ sunt ex *metodo tangentium inversa*, in qua excolenda, quandoquidem a perfectione sua etiam nunc plurimum distat, præstantiores Geometrarum omnes nonnihil operæ collocare solent. Quodsi Autor prætentæ facilitatis fundamentum in eo constituat, quod haud difficile sit æquationem sectionum Conicarum differentialem respectu alterutrius eorum umbilici invenire, eamque æquationi construendæ comparare; ad inversi problematis virium centralium naturam & genium parum attendisse eum oportet, cum talis modi comparatio manifestissime tanquam *cognitum* assumat id, quod *queritur*, atque adeo *principium* petat. Quare multum abesse censendus esset a plena completaque solutione problematis inversi virium Centralium in vacuo in casu quo hæc vires sunt ut $b : xx$.

Deinde ad perfectam solutionem non sufficit dicere, æquationem $dy = dx : \sqrt{(nxx + 2bx - 1)}$ non posse ad alias curvas spectare, quam ad *aliquam* sectionem Conicam; sed ostendi debet, pertinere ad *omnes*, hoc vero Autor non præstat, cum æquatio algebraica ejus $ccpp - bbpp - bbqq + 1 = 2cp$ quæ ex differentiali $dy = dx : \sqrt{(nxx + 2bx - 1)}$ manat, & in qua p abscissas axis a centro virium sumtas, q applicatas harum orthogonales, & $c = \sqrt{(bb + n)}$ designant, ad *solam Hyperbolam*, exclusis *Ellipsi* & *Parabola*, pertinere possit. Nam si pertineret quoque ad Ellipsin, oporteret cc vel $bb + n$ minorem esse quam bb , atque adeo n negativam, atqui n significat quadratum celeritatis mobilis in alterutro puncto, in quo axis curvæ occurrit, quare hoc quadratum velo-

velocitatis foret hoc casu *negativa* quantitas, cum vero radix quadrata ex quantitate *negativa* sit quantitas impossibilis & imaginaria, velocitas ipsa in dicto curvæ puncto impossibilis & imaginaria esset, quod est absurdum, quare æquatio $ccpp - bbpp - bbqq + 1 = 2cp$ non est ad *Ellipsin*, neque differentialis $dy = dx : \sqrt{(nxx - 1 + 2bx)}$; sed neque etiam ad *Parabolam* esse possunt: alioqui oporteret esse $bb + n = bb$, atque adeo $n = 0$, ac per consequens celeritas mobilis in vertice parabolæ esset *nulla*, quod etiam fieri repugnat problematis natura. Quare liquet, æquationem $ccpp - bbqq + 1 = 2cp$ quam Autor Epistolæ dedit pro solutione problematis inversi virium centralium in vacuo, ad solam esse *Hyperbolam*, & reliquas sectiones Conicas *Ellipsin*, *Circulum*, & *Parabolam* a solutione excludere. Quod erat secundum a nobis probandum: transeo ad tertium.

Ad problema virium centralium in medio resistenti, seu brevius in pleno, decretoria hæc sententia lata (cui quantum soliditatis infit, ex præcedentibus haud difficulter judicabit intelligens Lector) viam sibi munit Autor noster Clarissimus: „Ceterum „posteaquam duo celebres Mathematici (sunt ipsissima ejus verba ex Germanico idiomate Latine reddita) Isaacus Newtonus „& Godefridus Guilelmus Leibnitius virium centralium mysterium jam a magno Christiano Hugenio in singularissimo suo tractatu de Horologio oscillatorio tam clare & docte revelarunt, Geometris incumbere videbatur, ut studia sua in aliud „quoddam argumentum magis novum nec minus curiosum converterent, aut dictas saltem vires in aliis æque novis necessariisque circumstantiis contemplarentur ac ista: *invenire vim „centralem mobili necessariam ad describendam datam curvam in medio fluido, cujus densitas varietur in certa quadam proportione, resistatque mobili in quacunque alia ratione composita ex ratione sui ipsius, & qualibet alia multiplicata velocitatis.*“ In hoc problemate itaque sibi mirifice placet Aut. doct. ejusque solutionem duabus æquationibus exhibuit, quarum prior ad Leibnitianum designandi modum expressa, hæc est, $f = c \int p dx (1 - m \int c^m - 1 \int p dx q dx)$ 1: 1 - m altera ab hac non differt, nisi quod in ea Elementa dy conspiciantur, loco elementorum dx , quæ huic infunt, literam a qua exponentes quantitarum exponentialium & coefficientem $1 - m$ intra vinculum divisit, ut pote unitatis loco positam, brevitaris gratia, hoc loco omisi. Posuit m pro $\frac{1}{2} n$, & n est exponens celeritatis u , determinatque resistentiæ fluidi rationem a parte velocitatis, c est quantitas cujus logarithmus est unitas dicta a , literæ p, q denotant quantitates

Act. Erud.
An. 1718.
M. April.
Pag. 169.

Pag. 170.

tes

AA. Erud. res datas per x, y aliasque constantes, pro casuum diversitate varie permixtas. Formularum suarum nullam analyfin aut demonstrationem apposuit, ut pote quam alii & magis idoneæ occasioni reservavit. Nam quod Autor sub rubrica *Analyfis problematis viriam Centralium in pleno*, in Epistola habet, nihil minus quam analyfin hujus problematis exhibet, utpote quod ad hoc unum redit, ut dicatur, esse $f dy - u r dt = u du$ quod tantum est alterum principium, cui solutionem suam superstruxit, non autem methodus solvendi, quæ per analyfin intelligitur: & quia mediocriter cuique in hisce studiis versato in propatulo versari puto, Autoris errorem, quando in hoc paragrapho epistolæ scribit, in pleno esse $f = f - r$, cum silentio nunc brevitatis causa prætermitto, ad plenam analyfin ex principiis Autoris tradendam, accedens.

In formula Autoris $f dy - u r dt = u du$ (videantur Acta Erudit. ann. super. pag. 386) designando elementum curvæ per ds , quia

$u dt = ds$, & $r = u^n Z$ assumpta Z pro nomine densitatis fluidi, substituo hos valores, adeo ut hinc emergat $f dy - u^n Z ds = u du$. Et

cum a Clar. Hermanno demonstratum sit §. 154 *Pheron.* quod quadratum velocitatis mobilis in quolibet curvæ puncto æqualeat facto ex radio circuli osculatoris in vim curvæ perpendicularem ex centrali derivatam, erit $uu = fr dx : ds$ seu scribendo b pro $rdx : ds$, $uu = bf$ & differentiantiando $2 u du = b df + f db$ seu $\frac{1}{2} b df + \frac{1}{2} f db$ ($= u du$) $= f dy - u^n Z ds$ (vel quia $n = b^{\frac{1}{2}} f^{\frac{1}{2}}$) $= f dy - b^{\frac{1}{2}} f^{\frac{1}{2}} Z ds$

$= f dy - b^m f^m Z ds$; quare erit etiam $b df + f db = 2 f dy - 2 b^m f^m Z ds$, hinc dividendo per bf , & transponendo, reperietur, $\frac{df}{f} = \frac{2 dy - db}{b} - 2 b^{m-1} f^{m-1} Z ds$. Fiant $\frac{2 dy - db}{b} = p dx$

Pag. 171. $= \frac{dA}{A}$, & $2 b^{m-1} Z ds = q dx$, eritque $\frac{df}{f} = \frac{dA}{A} - f^{m-1} q dx$,

& integrando $\text{Log. } f = \text{Log. } A - \int f^{m-1} q dx$, ponamus $\int f^{m-1} q dx = \text{Log. } B$, eritque $\text{Log. } f = \text{Log. } A - \text{Log. } B$, atque adeo

$f = AB^{-1}$, & $\int f^{m-1} q dx = \int A^{m-1} B^{1-m} q dx$, quare

$\int A^{m-1} B^{1-m} q dx = \text{Log. } B$, & differentiantiando $A^{m-1} B^{1-m}$

$q dx = B^{-1} dB$, & $A^{m-1} q dx = B^{m-2} dB$, & integrando, B^{m-1}
 $= m$

$= m-1 \int A^{m-1} q dx$, hinc $B^{-1} = (m-1 \int A^{m-1} q dx)^{1:1-m}$ Aët. Erud. An. 1718. M. April.

& $f = (AB^{-1}) = A (m-1 \int A^{m-1} q dx)^{1:1-m}$. Hæc formula

la eadem est cum ea quam Autor dedit in Diarii Lipsiensis loco supra citato, excepto solo coefficiente $m-1$ intra vinculum, cujus loco Autor scripsit in sua $1-m$, sed per errorem calami, ut puto; oportet enim esse $m-1$ & non $1-m$. Etenim

A nobis idem quod Autori $cspdx$, cum posuerimus $dA : A = 2dy - db : b = pdx$, & consequenter $\text{Log. } A = spdx$ & $A = cspdx$, &

$2b^{m-1} Z ds = q dx$.

Notetur, quod hæc formula Autoris $f = cspdx (\overline{m-1} \int c^{m-1} spdx q dx)^{1:1-m}$ facile transformari possit in æquivalentem, nullis quantitativis exponentialibus expressam. Sit enim k perpendicularis ex centro virium in tangentem curvæ, & radius osculi r , eritque $r = y dy : dk$ & $dx : ds = k : y$ atque adeo $b = r dx : ds = kr : y$, & $b = k dy : dk$, quare $dA : A (= 2dy - db : k) = 2dk : k$, $-db : b$,

atque adeo $A = kk : b = cspdx = y y dx : r ds$, restituendo loco k & b earum valores. Propterea erit formula Autoris $f = cspdx$.

$(\overline{m-1} \int c^{m-1} spdx q dx)^{1:1-m} = \frac{kk}{b} (\overline{m-1} \int k^{n-2} b^{1-m}$

$q dx)^{1:1-m} = \frac{kk}{b} (\overline{n-2} \int k^{n-2} Z ds)^{1:1-m} = \frac{y y dx}{r ds} (\overline{n-2}$

$\int y^{n-2} Z dx^{n-2} ds^{3-n})^{1:1-m}$ quæ ejusdem est valoris cum Autoris formula. Adeoque falsitate unius ostensa falsitas alterius simul innotescet.

Jam in hac postrema si z fiat $= 0$, quod contingit in vacuo, tota quantitas intra vinculum $(\overline{n-2} \int y^{n-2} Z dx^{n-2} ds^{3-n})^{1:1-m}$ æqualebit unitati, & canon *Vis centralis* in vacuo erit $f = \frac{y y dx}{r ds}$. Pag. 172.

Quod autem hic falsus sit, nemini ignotum, ne quidem Autori ipsi, ut pote qui initio suæ dissertationis hætenus citatæ, legem virium centralium definivit hac æquatione $f = ds^3 : r y y dx$ & recte quidem, etiamsi in hoc falsus sit, quod (ut supra ostendimus) petarit eam derivari posse ex duabus propositionibus contradictoriis. Quare liquet & ipsam regulam Autoris pro determinatione virium centralium in pleno $f = cspdx (\overline{m-1} \int c^{m-1} spdx q ds)$

Aët. Erud. qds) $1:1-m$ falsam esse, Autorisque adeo *industriam* in hoc suo An. 1718. problemate *cessasse*.
M. April.

Ut eo minus de hoc dubitare possit, applicet regulam particularem pro casu, quo resistentiæ medii fluidi sunt ut *uuz*, ad aliquod exemplum particulare, ex. gr. ad *spiralem Logarithmicam*, & videbit eam nil nisi falsa producere. Aequatio hujusmodi spiralis esto $dx = ady$, quare posita $b = \sqrt{1+aa}$, erunt $ds = bdy : a$, $r = by : a$; $dr = bdy : a$, $ddx = addy$, & $dds = bddy : a$; & substituendo hos valores in Autoris formula $Lf = f(2dyds^2 + rdxdds - dxdrds - rdsdds - 2Zr dxds^2 : rdxds)$ Vid. p. 685. Diarii Lipf. *Neuer Bucher-Gaal*, proveniet Log. $f = f(dy - 2yZds : y)$, faciamus denique $z = 2by$, eritque $Lf (= fdy - cdy : y) = 1 - cLy$, atque adeo $f = y^{1-c}$. Et subducendo porro calculum juxta regulam primam Autoris pro determinatione Resistentiæ medii, inveniatur $R = cf : 2b$, seu $R : f = \frac{1}{2}c : b$. Consulatur jam Prop. XV. Lib. II. *Princ. Philos. Natur. Cel. Newtoni*, eritque nostra b seu $ds : dy$ in figura ejus $= OP : OS$, & Resistentia (A) ad vim centralem (f) ut $\frac{1}{2}c$. OS ad OP. Esto nunc $f = y^{-2}$, ut in dicta Propositione, hoc est $c = 3$, & reperietur per Autoris nostri formulas $R : f = \frac{1}{4} OS : OP$. A Newtono vero ostensum est Coroll. 3. ad hanc Propositionem, esse $R : f = \frac{1}{2} OS : OP$. Sin vero ponas $c = 1$, erit quidem $R : f = \frac{1}{2} OS : OP$, sed falso emergit etiam $F = y = 1$, hoc est vis centralis erit constans, cum tamen esse debeat reciproce ut quadratum distantiae a Centro.

Pag. 173: Faciamus denique cum Illustr. Newtono Prop. XVI. Lib. II. *Princ. Noviss. Editionis* f ut y^{-n-1} , eritque nunc (omnia enim quæ in hac propositione primæ editionis erronea erant correctis) $R : f = 1 - \frac{1}{2}n OS : OP$, at vero principia Autoris Epistolæ præbent $c = 2 + n$, atque adeo $R : f = 1 + \frac{1}{2}n OS : OP$.

Sic in omnibus aliis exemplis, Autoris prætenso solutio semper ducet ad conclusiones a veritate alienissimas: Quare tertium meum assumtum solide stabilitum esse existimo.

Videamus nunc quale & quantum sit illud problema ad cujus *sodulam* culturam Autor tam confidenter hortatur *Eximios* illos Viros *Transalpinos*, id hisce a Proponente verbis concipitur. *Funiculum sive catenam, extremis suis ita fulcro alligatam, ut prolabi minime possit, Infinitæ potentiæ datam servantes legem, paribus intervallis, ad pares angulos, pellunt, aut trabunt: quæritur earum formula habitatione ponderis Funiculi, sive Catenæ.* Non solum solutio hujus problematis prout Autor id concepit, sed infinities generalioris, jam per integrum biennium innotuit ex *Pboron. Cel. Hermannii*, in cujus Appendice §. 5. p. 381 binæ æquationes, secunda nempe & tertia plenissimam problematis solutionem continent. Nam in æquationibus prima & se-

& secunda elementa dp potentias quaslibet curvæ perpendiculares ex obliquis eliciendas denotant; jam secunda præbet $dp = tds:r$ si pondus catenæ seu funiculi negligitur, sin vero ejus ratio etiam habenda sit, erit $dp = tds:r$, $-edy = (tds - erdy):r$, ubi e significat quantitatem constantem, & quia, ut incitato loco Phoronomiæ dictum, est $dq:dp = k:a$, inveniuntur potentiz quæsitæ $dq = (ktds - ekrdy):ar$, in quo canone cum t sit transcendenter data per r & ds , ex æquatione tertia, quæ est $\log. t = f bds:ar$, valor cujusque dq per indeterminatas curvæ r , & ds , saltem transcendenter datus est. In Problemate Autoris b & k seu *tangens* & *secans* complementi anguli in quo potentiz ad curvam inclinatæ sunt, sunt constantes; quare est casus tantum particularissimus hujus generalis solutionis in qua b quantitatem quamcunque per indeterminatas curvæ datam significare potest, nec potentia in paribus a se invicem intervallis infinitefimis; ut in Autoris problemate, sed etiam in quibusvis in curvam agere supponuntur. Non obstante hac, quam vidimus, limitatione Autoris, qua Problema suum particulare reddidit, & quod nos generalissime solvimus exscribendo tantum ex erudito Phoronomiæ opere, duas æquationulas, tam benigne tamen de eo sentire videtur Autor Epistolæ, ut non solum ad dignum reputaverit, quo *Principum Geometrarum* industriam & profectus exploraret, sed (quod æque jucundum lectu est, in Epistola) quod solum id esse arbitretur, quod ad innumerabilia ac præclara quæsitæ aditum *Mathematicis*, ut putat, ante clausum, recludere, curvasque *catenariæ*, *Velariæ*, *lintei* liquore pleni, *musculique* spiritu inflati, in apicum proferre possit, in quibus non modo *veterum* sed & *recentiorum*, quibus ceteroquin tot mirabilia debeamus, industria cessaverit, oblitus haud dubie, illustrissimos Geometras, *Leibnizium*, *Hugenium*, & *Jobannem Bernoullium* jam a viginti sex retro annis *Catenariam*; & par nobile fratrum *Bernoulliorum Velariam*, curvam *lintei* & *musculi* inflati præter tot alia mirabilia jam ante complures annos in *Actis Erud. Lipsiensibus* exhibuisse, qui cum inter recentiores numerandi sint, quomodo Clar. Autor indefinite scribere potuerit, Recentiorum in his Problematibus *cessavisse industriam*, ego quidem non capio.

Sed cessat Autoris nostri Problema in *Catenaria*, cum directiones potentiarum in dato ad curvam angulo inclinata ponat, quod in *Catenaria* nunquam fieri potest, siquidem directiones, gravium parallelæ sunt, aut in centrum quoddam convergunt, adeo ut in eodem ubique angulo curvæ occurrere nequeant.

Cessat etiam in solutione sequentis Problematis non inelegantis, atque analogi theoriæ *virium centralium*, ut adeo mirer, Autorem de eo non potius cogitasse, quam de altero suo, cum omnis

Act. Erud.
An. 1718.
M. April.

Pag. 174.

AA Erud. Geometra prius quærere occipiat, qualis curva ex hac aut illa
 An. 1718. potentiarum lege nasci debeat, quam quænam potentia in dato
 M. April. angulo applicandæ, cuilibet curvæ competant, & non nihil plus
 industriæ requirere videatur, quam suam, ad cujus examen Vi-
 ros eximios hortari sustinuit. Problema vero de quo loquor est
 Pag. 175. ejusmodi; *Data lege vis centralis ad centrum finita distantia tenden-
 sis invenire catenariam*; idque Autoris nostri Clarissimi examini
 commendo, hoc unicum nunc indicans, quod quæstio recte tra-
 ctata generaliter semper ducat ad æquationem differentialem pri-
 mi gradus, quæ infinitis casibus ad æquationem Algebraicam sit
 reducibilis.

Quodsi vero hoc non sufficiat illustrandæ suæ *industriæ*, tenet, si placet, solutionem sequentis & elegantis itidem problematis, quodque a nulla re minus quam a facilitate sua contemni potest, cum difficilius sit omnibus illis problematibus, quæ Autor hæcenus tractavit, estque hujus tenoris: *Testudinem hemisphæricam tot fenestris ovalibus, quot libuerit, perforare, sed iis tamen, quarum unaquæque peripheriam habeat absolute rectificabilem independentem a rectificatione arcuum circularium*. Quæritur autem constructio non transcendens (quod præstitum facile) sed algebraica, quæ omnino in potestate est. Ut hoc problema non minus elegans esse videtur Problemate Viviano de *testudine quadrabili*, quod dignissimum tamen visum est maximis Geometris *Leibnitio*, *Wallisio*, *Bernoulliis*, *Marchioni Hospitalio* aliisque ut ad ejus examen se accingerent, & quas invenissent solutiones cum publico communicarent, & de quo Autor ejus Celeberrimus, & si quisquam alius, in veterum Geometria versatissimus *Vivianus* integrum tractatum, omissis tamen demonstrationibus, conscriberet, (quas deinceps *R.P. Grandus* docto commentario abunde supplevit in suis Vivianeis) ita solutu eo difficilius est, cum nemo hæcenus docuerit, quæ ratione in superficie Sphærica linea duci possit *absolute rectificabilis*, tametsi jam a Pappo nonnulla spatia in superficie Sphærica absolute quadrabilia indicata sint, aliaque passim a Geometris Recentioribus exhibita.

E X C E R P T A

EX LITERIS HENRICI LINCKII

ad V. Cl. J. WOODWARDUM,

Medicum & Philosophum in Anglia acutissimum.

DAmus hic descriptionem lapidis fissilis ex instructissimo museo Henrici Linckii, Pharmacopolæ apud nos solertissimi, qui sceleton animalis, crocodrili similis, refert, quo nullum perfectius hætenus ab illarum rerum curiosis observatum, possessor credit. Utemur autem ipsius verbis, ex epistola ad Cl. Woodwardum, qui ingeniosissimo conatu, & pulcro successu in abdita montium viscera solertia Philosophorum immisit. Tab. II.

„ Non terreat Musas Tuas hic crocodilus, Acutissime Woodwardi.
„ Neque enim e Nilo canibus hominibusque formidandus, sed ex me-
„ diis Germania mentibus venit. Quanquam nec ejus magnitudinis
„ est, ut valde ab eo quis metuerit. Ego vexo Tibi cum confectro,
„ cum quod omnium callentissimus harum rerum arbiter sis, tum ut
„ gratum Tibi animum tæster, qui ex Tuis divitiis museum nostrum
„ non mediocriter ornasti. Habemus jam alias ejusmodi lapidum de-
„ lineationes, sed omnes facile huic cedunt. Est vero hic lapis ex
„ fissilium nigricantium genere, quos vernacula Schiefer appellamus.
„ In longitudinem 2 ped. Rom. vet. & 8 poll. extenditur. Medium secat. Pag. 189.
„ animalis spina dorsi, cum reliquiis tenuium costarum, cujus omnes
„ articuli facile dignoscuntur; (a. a. a.) conspicua est nigredine sua;
„ eaque reliqui lapidis colorem vincit. Aliubi tamen (dd) dissecta
„ lapide excussa fuerunt ossium fragmenta: idque in lapide prodia
„ coloris diversitas. Qua in caput desit, abruptus est lapis, ita ut
„ pars tantum capitis (f) conspiciatur. Forte & in intima parte
„ nonnulla desunt. Agnosces præterea ossa scapula duo, (bb) & tres
„ pedes, (ccc) quorum singuli in 3 digitos secantur, digiti singuli
„ in 4 articulos. In uno tamen 3 articulos discernere datur. Penes ca-
„ put, alia figura conspicitur, (g) quam spinam cauda piscis cujusdam
„ interpreter, quem in eandem cum hoc sceleto massam casus conjecit.
„ Ceterum superficiem lapidis violavit passim ferrum fasseris, quæ
„ notas lit. h. indicat.

Act. Erud.
An. 1718.
M. Junii.

Histoire de l'Academie Royale des Sciences,
Année M D C C X I I. &c.

h. c.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM,

Anni 1713. cum Commentariis Mathematicis
& Physicis ejusdem Anni.

*Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1717. in 12. reg. Alph. 1.
plag. 3. Tabul. an. 10.*

Physicam Generalem novis æstus marini phænomenis ditavit *Cassinus*. Cum enim observationes complures inter se conferret, fluxum majorem reperit Luna Perigæa, quam Apogæa, & in quacunque minore a Terra distantia, quam in majore, itemque in declinatione minore, quam in majore. *Minimus* nempe fluxus est, e Luna existente Apogæa cum latitudine meridionali in signis meridionalibus, vel septentrionali in septentrionalibus: maximus contra est Luna Perigæa in æquatore. Ostendit etiam *Cassinus*, quomodo datis observationibus pro aliquo loco construi possint Tabulæ, unde ad datum tempus quantitas fluxus computari queat. Notat præterea, æstum esse æqualem in duobus locis diametraliter oppositis; in syzygiis æstate matutinum esse minorem vespertino, hieme contra vespertinum matutino, & differentiam inter matutinum & vespertinum æstate quam hieme majorem. *De la Hîre* methodo *Kepleri*, sed correctâ, quam tamen ipse missam fecerat, ex crepusculis altitudinem atmospheræ determinat 35362 hexapedarum Gallicarum. Figuram crepusculi, quam *Keplerus* circularem dixerat, hyperbolicam esse contendit. Naturæ in dividenda materia subtilitatem illustraturus *de Reaumur* ductilitatem auri in inaurandis filis argenteis accuratius definit, quam ab aliis hætenus factum. Inter alia ostendit, auri crassitiem non esse nisi $\frac{1}{10100}$ unius lineæ. Ad vitrem quoque provocat, quod in fila diduxit filis aranæ subtiliora, ita ut non dubitet, ex vitro liotecamina confici posse: immo ad sericum aranearum subtilitatem Naturæ in dividenda materia distincte cognitarum ablegat, quo ova involvant, 6000 filis a se invicem separatis una per anum emissis. *Sarrafines* animal describit carnivorum Americæ septentrionalis, quod incolæ *Cara-*

Pag. 242.

ja appellant. Cum contra observationes areometricas, quas R. P. *A&A. Erud. Feuille* cum Academia Scientiarum communicaverat, & de quibus alibi jam diximus in Actis nostris, objiceretur, quod in zona torrida vitrum areometri dilatatum minorem exhibeat gravitatem specificam aquæ marinæ, quam revera se habet; *Cassius* respondit, ipsas etiam aquas calore Solis dilatari & sic revera specificè leviores fieri. De la Hire quantitatem aquæ pluvialis anni 1713 reperit 21 digitorum & 2 $\frac{1}{2}$ linearum. *Imbertus* *Tomnii* extraordinarii exemplum affert & ejus rationem reddere conatur.

In *Anatomicis* singulare exemplum tumoris præternaturalis ab aere, per vulnus pulmonis producti & totum fere corpus, nonnisi volis manuum, plantis pedum & vertice capitis exemptis, occupantis producit & affectus hujus rarioris casus rationemque formalem describit *Littre*. Descensum vesicæ in scrotum ter observabit *Mery*, quem a nullo autore annotatum meminit, & producit is tumorem herniæ similem. *Littre* tympanitidis systema multarum observationum auxilio condit; adscribit eam aeri ab alimentis in ventriculo & intestinis separato. Quid possit imaginatio matris in fœtu, *Rouaut* exemplo singulari docet. Fœmina scilicet gravida circa dimidium quarti mensis renem bubulum appetens, nec voti compos facta manum dextram fronti applicans, digitis, verticem attingentibus, statuto a natura tempore peperit filium, membris integris, capite nonnisi excepto, quod, ossibus extra situm suum dimotis, nec magnitudinem, nec figuram convenientem habebat, verticem tumore occupante, qui & colore, & figura renem bubulum referebat. Infans quasi stupidus jacebat & motu languido gaudebat. Cum sex a nativitate horis elapsis decederet; & cerebro & cerebello carere deprehendebatur, nec medulla Spinæ dorsû nisi cum tertia vertebra colli incipiebat. Ex scripto, quod *Anellius* Societati Regiæ de fistula lacriminali dedicavit, & de quo nuperrime locuti sumus in his Actis, nova recensetur methodus fistulas lacrimales curandi, ab hoc chirurgurgo inventa, hætenus usitatis multum præferenda.

In *Chymicis* limaturam Martis subtilem croco ejus præfert *Lemery*, quem materia oleosa privatum capiti mortuo confert, sicque vi sua contra obstructions destitutum censet. Ob laxitatem pororum Martem arbitratur absorbentem. Arborem quoque Martis olim a se detectam in praxi Medica utilem reperit. *Godofredus* methodum generalem invenit præparandi tincturas metallorum, quatenus hætenus in potestate sunt, in usum medicum. Crystallòs solares cum duplo terræ foliatæ Tartari in mortario vitreo contundit, donec massa in spissum abeat liquorem

Act. Erud. An. 17. 8 M. Junii. rem spiritu vini dissolvendum. Crystallos solares parat, una parte auri in sex vel septem partibus aquæ regię soluta: terra vero foliata Tartari est alcali Tartari Spiritu aceti & spiritu vini imprægnatum. *Chomel* aquas minerales Gallię varias sub examen revocat. *Lemery junior* actionem salium in materia inflammabili expendit. Varii generis olea mortario candenti infudit, ut naturalem inflammabilitatis gradum observaret. Commiscuit deinde variis generis salia & ab iis flammam imminutam vidit, solo nitro excepto, quod sulphuri cuicunque admixtum flammam notabiliter auxit atque intendit, solum tamen in mortario candenti inflammari non potuit. Inquirat adeo in rationem trium horum phænomenorum, 1º. cur nitrum sulphurum inflammabilitatem augeat, 2º. cur reliqua salia eandem imminuant, 3º. cur nitrum & spiritus nitri adeo diversos in aliquot casibus producant effectus. Utitur tanquam principio experimento, quod

Pag. 244

in Actis Supplem. Tom. V. pag. 125. seq. (*Edit. Astor.*) recensimus, & in Historia Academię Regiæ Scientiarum Anni 1701 ab *Homborgio* quoque describitur. Infert inde, acidum nitri separari & elevatum in aere in partes olei non inflammatas incurrere easque accendere. A reliquis salibus difficilius separari acidum adeoque nullum amplius oleum in aere offendere, cum elevatur. *Quinquina* usum ac proprietates exploravit *Reneaume*. Eam ob amaritudinem succos acres corrigere reperit, ex amaro enim & acris fit dulce. Eadem cum sit absorbens, actionem acidorum impedit & hinc fluiditatem liquorum ab acidis coagulatorum conservat. Cum sit adstringens, fibras corroborat eorumque tonum intendit. Ob amaritudinem denique calefacit & transpirationem juvat, quia fluiditatem promover. Ex his principiis rationem reddit *Reneaume* usus ipsius, quem inter alia in corrigendis stomachi malis extra febrim deprehendit. *Godofredus* aquam adstringentem ex ferro parare docet. *Homborgius* describit præparationem salis cujusdam singularis & materię cujusdam bituminosę metallicę, quorum illud ferrum, hæc vero argentum penetrat, ut nulla transitus vestigia relinquantur, nec massa metallorum alteretur: quo ipso pororum existentia in corporibus ad sensum valde compactis in aprico ponitur. *Godofredus junior* mense Januario aeri frigido exposuit duas uncias aquę & totidem spiritus vini, donec thermometro teste eundem frigoris gradum acquisivissent. Cum liquores invicem miscuisset, spiritus in thermometro immerso per integrum digitum ascendit ibique perstitit, quamdiu effervescencia duravit. Casu detexit *Homborgius* novam quandam auri ab argento separationem, quæ tamen hæcenus receptæ non æquiparari, necum præferri meretur. Idem acci-

ccidens, quoddam singulare circa sublimationem Mercurii an-
otavit.

Ag. Erud.
An. 1718.
M. Junii.

In *Botanicis* contra communem Botanicorum opinionem *Mar-*
bant in illa planta, quæ *Lichen petraeus stellatus* appellatur a *Cas-*
pare Baubino, flores & semina detexit, atque ideo novum planta-
um *Marchantiarum* genus constituens mutato nomine *Marchantiam*
stellatam appellat. Rationem denominandi inde petit, quod pa-
renti ipsius, cum Academia Scientiarum A. 1666 crearetur, Bo-
tanici vices demandatæ fuerint. *Reaumur* prunorum sylvestrium
figuram (quæ alias ad rotunditatem sphericam accedit) mense
Junio A. 1613 per intervallum quinque leucarum Gallicarum o-
valem reperit, qualis fere amygdalarum juniorum esse solet,
licet fructus reliquarum arborum figuram ordinariam haberent,
nec per 25 leucarum intervallum ultra progressus pruna sylvestria
monstruosa reperire potuerit. Idem novam quandam plantam de-
scribit, quam *Boletum ramosum Coralloidem foetidum* vocat. *Jussieu*
describit arborem fructum *Casse* ferentem, quam *Jasminum Arabi-*
cum Lauri folio dici posse existimat, occasionem commodam na-
ctus, postquam *Pancras*, Consul Amstelodamensis, istiusmodi ar-
borem Regi Galliarum obtulit, in horto regio Parisiensi planta-
tam. Circa characteres Botanicos consentientem habet *Jobannem*
Christophorum Volckamerum, in *Ephemeridibus Naturæ Curiosorum*
Cent. 4 pag. 329, ubi ramus cum baccis delineatur, quem libe-
ralitate L. B. a *Munnickhausen* ex horto ipsius *Swobbertiano* prope
Hamelense fortalitium magnificentia vere regia exstructo ac-
ceperat.

Pag. 245.

In *Geometria* suas de evolutione curvarum reflexiones, quas
Commentariis A. 1712 inseruit, ita continuat *Varignonius*, ut ini-
tium evolutionis fiat in quocunque curvæ puncto & curvæ non
modo ponantur ad eandem partem concavæ, sed concavitatis di-
versæ. Demonstrat nimirum proprietates curvarum in his casibus
ex evolutione descriptarum & radios circulorum osculatorum de-
terminat. *Saulmon* exhibet formulam generalem inveniendi si-
num arcus dimidii ex sinu integri dato, idemque tangentem di-
midii ex tangente integri, consequenter inscribendi & circumscri-
bendi polygonæ regularia, quorum numerus laterum in ratione
dupla crescit. Probat simul, quod bisectione in infinitum conti-
nuata polygonum inscriptum non possit fieri æquale circumscripto,
consequenter nunquam cum circulo vere coincidat; item quod dia-
meter peripheriæ incommensurabilis reperiri debeat, si per conti-
nuam bisectionem arcus quærat. *Rollius* observavit, quod duæ se-
ctiones conicæ dimidiæ, v. g. dimidia parabola & dimidia ellipsis
se mutuo secare possunt in quatuor punctis. Id nimirum contingere

Ac. Erud. re debet, quoties æquatio biquadratica quatuor habet radices reales. Paradoxum mirati sunt Geometrz Academici, cum in Academia Scientiarum ejus mentionem faceret: sed cum *de la Hire* atque *Saurin* ipsum examinarent, veritati consentaneum deprehenderunt. Idem deinde mutatis mutandis *Rollius* ad curvas altiores applicat. *Saulmon* spatium circulare quadrat, diversum & a lunula *Hippocratis*, & a spatiis ceteris, quorum quadraturas recentiores Geometrz dederunt. *De la Hire* quasdam trapeziorum proprietates more veterum demonstrat, hætenus a Geometris elementaribus non animadversas.

In *Astronomicis* figuram Telluris ex suis atque *Picardi* observationibus determinare tentat *Cassinus*. Figura vulgo statuitur spherica: sed *Hugenius* in discursu de causa gravitatis & *Newtonus* in Principiis e conatu centrifugo massæ terrestris a motu vertiginis diurno oriundo deduxerunt, Tellurem habere figuram spheroidis, cujus axis sit minor diametro æquatoris. *Eisenfchmidius* in diatribæ de figura Telluris ex observationibus eorum, qui graduum in Meridiano magnitudinem dimensi sunt, concludit, diametrum majorem per polos transire, minorem esse in æquatore. *Newtonus* figuræ speciem non definit: ex ejus tamen principiis sequi, quod sit solidum a rotatione Ellipsis *Apolloniana* circa axem minorem genitum, *Hermannus* in Phoronomia prop. 82. p. 366 demonstravit. *Hugenius* curvam aliam generis biquadratici assignavit. *Cassinus* ex collatione magnitudinis unius gradus *Picardiane* cum sua perspicuens, magnitudinem graduum versus polos cum latitudine parallelorum decrescere, & demonstratione convictus id fieri debere, si Meridianus sit ellipsis, cujus axis major per polos transit, *Eisenfchmidio* assentitur &, cum rationem distantie focorum ad axem majorem observationibus *Picardianis* & suis conformem reperiatur, si fiant ut 8724 ad 100000, hoc est, fere ut 1 ad 11, differentiam inter axem Telluris & diametrum æquatoris deducit $\frac{1}{263}$, eandem fere cum *Newtoniana*, nisi quod *Newtonus* diametrum æquatoris (ut diximus) faciat axe Telluris majorem. Exhibet regulam facilem Ellipsin in eas portiones secandi, quæ singulis Meridiani gradibus respondent, & ejus ope Tabulam condit, in qua singulorum graduum magnitudo a polo usque ad æquatorem exhibetur. Istiusmodi quoque Tabulam, quamvis contractiorem, ex aliis fundamentis computavit *Newtonus*, sed quæ a *Cassiniana* prorsus differt, cum in *Newtoniana* magnitudo graduum ab æquatore versus polum crescat, in *Cassiniana* contra decrescat. Enimvero *Newtonus* loc. cit. pag. 383 & 387 ostendit, lubricam esse hanc viam, quæ arcubus Geographice mensuratis in Meridiano nititur, atque hypothesin *Cassinianam* experientis con-

contrariam probat, quod vi ejus, experientia invita, corpora ad polos terræ leviora forent quam ad æquatorem, & pendula isochrona longiora ad æquatorem quam in observatorio Regio Parisiensi, quodque diameter umbræ terræ, quæ ab austro in boream ducitur, in eclipsibus lunaribus major foret ea, quæ ducitur ab oriente in occidentem, excessu 2'.46", seu parte duodecima diametri lunaris. Est vero juxta utrumque differentia graduum adeo exigua, ut in Geographicis figura Telluris sphaerica tuto assumi possit. *Cassinus* a die 19 Maji usque ad d. 26 maculam solarem & d. 6 Decembris h. 8.40' duo parhelia observavit. *Maraldi* ex suis atque *Kirchii* observationibus periodum stellæ variabilis in collo cygni determinat dierum 205 $\frac{1}{3}$, quantam fere repererat *Kirchius*, atque regulas proponit, juxta quas reditum prædicere licet. De *Reaumur* machinam portatilem describit ad sustinenda telescopia majora, ab illustri *Blanchino* Academiæ Regiæ exhibitam, quam *Chirello*, Optico celebri per Italiam, manus auxiliatrices ferente invenit. Constat ex prismatibus cavis sibi mutuo insertis, ad instar tuborum telescopicorum, ut pro lubitu vitrum objectivum attolli ac deprimi possit. In ceteris uti licet artificijs *Hugenianis*, quibus telescopium a tubi molimine liberatur, ex his etiam Astris dudum notis. Initium eclipsis lunaris d. 2 Dec. A. 1713 annotarunt *de la Hire* h. 2. 25'.15", *Maraldus* atque *Cassinus* h. 2. 25'.53"; medium ille 3 h. 36'.40", hi 3 h. 36'.35"; finem ille 4 h. 49'.20", hi 4 h. 44'.16", magnitudinem ille 4 digit. 56', hi 5 digit. 9'. Non toto obscuracionis tempore umbræ terminus fuit æque distincte conspicuus.

Astr. Erud.
An. 1718.
M. Junii.

In *Acustica* sonum fixum determinare studet *Sauveur* sive *Salvator*, & sub finem commentariorum exhibetur scriptum *Hagenotii* de motu intestinorum in passione iliaca a Societate *Montispeffulana* ad Academiam Scientiarum missum. Pag. 248.

Inter socios A. 1713 obiit d. 15 Aprilis *Petrus Blondinus*. Natus est A. 1682 d. 18 Dec. in *Picardia* oppido *Vimeu*. A. 1700 Parisios venit & Philosophiæ atque Mathesi in collegio Regio operam dedit. Accessit postea ad studium Medicum & in horto in primis Regio demonstrationum Botanicarum *Tournefortii* dulcedine captus in studio Botanico eos progressus fecit, ut *Tournefortius*, quando se male haberet, vices suas ipsi demandaret. Herbatum excurrens in sola *Picardia* 120 plantas conquisivit, quæ horto Regio nondum fuerant illatz, & multas in Gallia plantarum species detexit, quæ *Americæ* peculiare credabantur. A. 1712 in Academia Scientiarum *Renæaumio* adjungebatur. Unicum scriptum evulgavit, in quo plenus erga præceptorem reverentia generaquezdam plantarum aliter constituit, quam a *Tournefortio* factum fuerat.

Ac. Erud. Multa ex plantis medicamenta non sine successu composuit.
 An. 1718 Remis A. 1708 Doctor Medicinæ creatus. Reliquit herbaria am-
 M. Junii. pla & exacta, multa semina & non pauca schediata curiosa
 in ordinem sic satis digesta.

NIC. BERNOULLI JOH. F.

De Trajectoriis curvas ordinatim positione datas ad
 Angulos rectos vel alia data lege secantibus; qua
 occasione communicatur gemina constructio alicujus
 problematis a LEIBNITIO proposita de traje-
 ctoriis orthogonalibus:

*Una cum Appendice de Epistola pro Eminente Mathematico
 Actis Lips. Mens. Jul. An. 1716 inserta.*

§. 1. **S**eries linearum curvarum secundum datam legem descri-
 ptarum oritur, si assumpta recta quæpiam tanquam pa-
 rameter legem descriptionis ingrediens, & pro qualibet curva
 invariabilis, ex sui successiva variatione dat aliam atque aliam
 feriei illius curvam. Jam non pauca habentur notatu digna cir-
 ca hujusmodi lineas communi lege generatas, quas illustris quon-
 dam Leibnitiuſ vocaverat *ordinatim positione datas*; dum cum pri-
 mis non spernendæ utilitatis fuere hætenus considerata & qua-
 sita: modus scilicet determinandi lineam quæ illas ordinatim
 positione datas contingat; deinde methodus easdem secandi in
 angulo dato vel data lege variabili per lineas quas trajectorias
 Honoratiss. meus Pater nuncupavit.

§. 2. Ad prioris generis problemata pertinent omnia illa, ubi
 datæ curvæ quæritur evoluta, caustica, diacaustica &c. ut & il-
 la, quæ ex mutato situ vel directione tangentis aliam quæsitam
 continuo tangat, cujus exemplum luculentissimum præbet bali-
 stica, in definiendo limite, qui comprehendat omnes possibiles
 jactus longissimos, ad quos globus missilis ex quacunque eleva-
 tione mortarii pertingere possit, quem limitem parabolam esse,
 ac quidem æqualem illi quam describit globus in mortarii situ
 horizontali, demonstratum est in *Analysi infinite parvorum* p. 133.
 Illa vero problemata nihil aliud ad sui solutionem requirunt,
 quam directam differentialium methodum, sicuti patet ex his,
 quæ

quæ pro solvendis hujusmodi traduntur in dicta *Analyfi*, vid. Sectiones V, VI, VII & VIII, ita ut cum lineæ ordinatim positione datæ sunt algebraicæ, ipsa quoque quæ quæritur illa contingens non possit non esse algebraica.

A&E. Erud.
An. 1718.
M. Junii.

§. 3. Secus vero se res habet cum *trajectoriis*, utpote quæ pro curvis quanquam algebraicis ex data lege secandis sæpiissime sunt transcendentes, tamen accidere possit, ut secandarum etiam transcendentium *trajectoriæ* fiant algebraicæ. Quod si enim lex illa in hoc consistat, ut *trajectoriæ* occurrant secandis ad angulos constanter datos, manifestum est, ambas series curvarum in se mutuo ratione nominis converti posse, hoc est, quod series *trajectoriarum* considerari queat instar seriei secandarum & vicissim: quare si lineæ ordinatim datæ sint algebraicæ, habeant autem seriem *trajectoriarum* transcendentem, annon hæ ipsæ tanquam secandæ, licet transcendentes, habebunt priores algebraicas pro suis *trajectoriis*?

§. 4. Disquisitio ista de *trajectoriis* determinandis res est abstrusæ indaginis, quæ plus difficultatis habet in recessu, quam prima fronte apparet, sicut illi experientur, qui in generali rei idea nescio quam statim simplicitatem & facilitatem mentiente non subsistere, sed ad peculiariora quædam exempla descendere dignabuntur: deprehendent enim integrationum regulas hæctenus in vulgus notas in plerisque transcendentium exemplis nequiquam ad usum vocari, atque parum subsidii ab illis sperari posse, nisi arte quadam peculiari ac non cuivis obvia tractentur.

Pag. 250.

§. 5. Primum Patri meo subnata est occasio ea de re cogitandi, cum legeret olim Hugonii Diatriben de lumine, ubi singulari modo explicat generationem & propagationem lucis per expansionem undarum, quæ ita incurvantur ut radios lucis curvilineos per medium continue difforme penetrantes orthogonaliter secant. Mox postea ex radiorum curvitate quærere (nec sine successu) suscepit Pater, curvatem undarum, & vice versa hanc ex illa, tum & utramque ex data lege variantis refractionis medii. Ortum hinc habuit synchronarum Parentis speculatio, quæ nimirum ex omnibus curvis celerrimi descensus commune initium habentibus abscindunt arcus temporibus æqualibus percurrendos, quasque ostendit has alteras, quæ in vulgari gravitatis hypothesi sunt cycloides, ad angulos rectos trajicere, ac proin synchronas brachystochronarum, & vicissim hæc illarum esse *trajectorias* orthogonales. Vid. A&E. Lips. an. 1697.

§. 6. Sed pluribus jam annis ante id temporis hæc materia ipsi familiaris erat, ut constat ex iisdem A&E. an. 1698 p. 416 & seqq. ubi mentionem iajicit methodi cujusdam sibi usitatæ atque exem-

A&E. Erud. An. 1718. M. Junii. plorum multorum per eam solutorum, simul & refert Leibnitii, quem ad tentamen invitaverat, solvendi rationem sub finem anni 1694 sibi perscriptam: patet ex ipsa ejus epistola, cujus excerptum ibi habetur, problema hoc quod aliquem usum in dioptrici habere videret Leibnitio nequaquam displicuisse, cum præsertim postea a Parente meo monitus observaret suum solvendi modum, qui primus quoque fuit, in quem antea inciderat Pater, & a quo sane re ipsa non differunt illi, qui superiori anno prodierunt, feliciter applicari non posse, nisi ad exempla algebraica & ad pauca quædam transcendentia: pro eo enim quo erat candore Leibnitius, imperfectionem hujus methodi non tantum agnovit, sed etiam vel ideo quæstionem ipsam tanto plurius æstimavit: quo factum, ut de aliis methodis eruendis uterque cogitaret, quæ ad talia pertingerent, ad quæ illa communis & obvia applicari non posset. Patrem vero meum non prorsus successu frustratum fuisse, manifestum fiet ex constructione mox communicanda exempli ante biennium in Anglia propositi.

Pag. 251.

§. 7. Non quidem inficior problema ipsum a Patre fuisse suggestum; sed nego, ceu aliqui ita interpretantur, hoc ipsum fecisse, ut provocaret ullum ex mortalibus, nedum eruditos Anglicæ Mathematicos, quorum profundam sagacitatem, præcipue incomparabilis Newtoni, data quavis occasione deprædicat, & cum quibus pacem colere, modo vellent, esset id quod vehementissime cuperet. Prorsus enim adstipulatur Newtono existimanti, illum imprudentiæ esse arguendum, qui *umbra captando* hoc est lites serendo *perdit quietem suam, rem prorsus substantialem.* vid. *Commerc. Epist.* pag. 71. Sed ut intelligant, quam sit a more optimi Parentis alienum, alios ad certamen laceessere, vel cum quoquam rixarum ferram reciprocare, consultum duco indicare paucis rei historiolum. Exeunte nimirum anno 1715 in literis Leibnitianis ad se scriptis vidit problema, quod Vir inchyus transmiserat Illustr. Abbati C.... eo fine ut ad *pulsam Anglorum Analystarum nonnihil tentandum* (sunt Leibnitii verba) illud illis proponeret: problema autem ita sonabat: „Invenire lineam BCD, „ quæ ad angulos rectos fecet omnes curvas determinati ordinis „ ejusdem generis; exempli causa omnes hyperbolas ejusdem verticis & ejusdem centri AB, AC, AD, &c. idque via generali. Pater vero respondit, quam difficile sit problema generaliter conceptum, tam facile esse exemplum quod ille proposuerit, siquidem sit algebraicum & tale quidem ut illud vix mediocris ingenii vires eludere queat; & ne dubitaret Leibnitius, misit huius solutionem hujus exempli e vestigio inventam a me tum temporis satis juvene, quam videre est in Actis Lips. an. 1716. pag. 216

Mirum

Mirum itaque non fore addidit Pater, si excellentia Anglorum ingenia istius particularis exempli solutionem statim sint data. Rescripsit Leibnitius d. 31 Januarii 1716 se Hyperbolas proposuisse, non quasi problema in iis consisteret, sed ut intelligeretur; se enim diserte addidisse, quæri methodum generalem, rogavit autem ut novum sibi exemplum suppeditaret, en verba ejus: *Quod si mihi, inquit Leibnitius, suppeditare exemplum volet, quod non particulari aliqua facilitate adjuvare putes, sed ad generalem adigere, rem gratam facies. Id enim pro specimine solutionis veræ Dn. Abbati nominare potero; vellem autem tale esse, ut factis evolutionibus tandem ad quadraturas reducat, ne dicant ne a nobis quidem sufficientem solutionem dari posse: quanquam revera recurrendum sit ad differentias secundi gradus, nostra autem metodo inter primas consistatur, &c.* Rogatus Pater non potuit non morem gerere tanto Viro, cujus merita in universam rem literariam summo-pere venerabatur. Roganti itaque in exemplum desumptum ex eadem materia, quam selegerat Leibnitius, de trajectoriis orthogonalibus suggessit problema de inveniendis & construendis lineis ad angulos rectos secantibus seriem curvarum, quæ hanc habeant naturam, ut cujuslibet in quolibet puncto radius convexitatis ad sui portionem ab axe resectam habeat datam rationem.

§. 8. Hæc tum ita gesta sunt; num vero transilierit modestiæ limites exhibendo petenti problema, quod proponeret tanquam suum, non tanquam Parentis mei, qui hanc conditionem diserte stipulabatur, nunc æqui Lectoris iudicio relinquo. Quis enim somniasset, Bernoullium hujus problematis Autorem existere, nisi hoc, ut conjecto, ipse Leibnitius amico (postea incaute pro-palanti) privatim aperuisset? quo jure igitur imputabit quis Bernoullio ostentationis animum, a quo, si quisquam, ipse semper abhorruit? cum latere voluerit, quomodo dici potest, quenquam provocare voluisse? tradidit Leibnitio exposcanti problema, de quo, tanquam sui arbitrii & juris jam facto, faceret quod vellet. Leibnitius hoc proponit, ac suo quidem proponit nomine, ita ut quicquid eveniret, de eo non Patri sed Leibnitio respondere incubuisset. Sed quia nihil amplius hanc in rem expectare licet a Viro optimo morte occupato: lubet hic Patris mei permissu communicare solutionem & constructionem ipsius, qualem statim cum ipso problemate impertiverat in literis ad Leibnitium datis d. 11 Martii 1716.

§. 9. Problema duas habens partes his verbis conceptum erat: 1^o. *Super recta AG tanquam axe ex puncto A construere infinitas curvas qualis est ABD, ejus nature ut radii osculi ex singulis singularibus curvarum punctis B educti secantur ab axe AG in C in data ratio-*

A& Erud.
An. 1718.
M. Junii.

Pag. 252.

Pag. 253.

Tab. III.

Fig. 1.

ratio-

Act. Erud. ratione, ut nempe sit $BO. BC :: 1. n$; 2°. Construendæ sunt trajectoria
 An. 1718. qualis est ENF, priores curvas ABD ad angulos rectos secantes. So-
 M. Junii. lutio & constructio quam tum dederat ita se habet: 1°. Esto AL
 perpendicularis ad AG: vocetur AI, x ; IB, y ; & quædam constans

ad arbitrium assumpta, a ; fiat y seu $IB = \int \frac{x^n dx}{\sqrt{a^{2n} - x^{2n}}}$, erit pun-

ctum B in quadam curva ABD, quæ desideratam habet conditionem
 $BO. BC :: 1. n$. Quod si jam mutetur a eaque major minorve sumatur,
 prædabit alia ABD a priori diversa eandem conditionem habens. & sic
 infinitæ construuntur curvæ optatæ: quod erat faciendum pro primo.
 2°. Describatur nova curva AH, habens (nominatis abscissis AM, z ;))

applicatas $MH = \frac{a^n b^{n+1}}{z^n \sqrt{a^{2n} - z^{2n}}}$, ubi a denotat eandem arbi-

trariam, quæ assumpta est pro curva ABD, & b significat rectam pro
 omnibus curvis eandem, & tantum ad supplenda homogenea ad libitum
 introductam. In hac nova curva AH capiatur area AHM equalis ma-
 gnitudini arbitrariæ constanti C: secabit HM producta curvam ABD
 in puncto N, quod erit in aliqua ex trajectoriis quaesitis ENF, cujus
 reliqua puncta similiter determinantur, si successive mutetur a , serva-
 ta C. Quod si alia insuper desideretur trajectoria, sumatur jam C ma-
 jor minorve quam antea, modo constantis maneat magnitudinis dum a
 mutatur: reliqua peragantur ut prius, prædabit nova trajectoria. At-
 que hoc pacto tot aliæ construuntur, quot libuerit. Quod erat faciendum

pro altero. Notetur, quod si $n = \frac{+1}{2p+1}$ aut $= \frac{-1}{2p}$ erunt curvæ omnes

ABD, ut & omnes ENF algebraicæ (intelligo per p quemvis numerum
 integrum & positivum); si vero $n = \frac{+1}{2p}$, utrarumque constructiones

dependent a quadratura circuli: Et tandem si $n = \frac{-1}{2p+1}$, dependent a
 quadratura hyperbolæ.

Pag. 254. §. 10. Tametsi hæc solutio pro quovis numero n sit generalis-
 sima, ita ut permixtio indeterminatarum constructionum per qua-
 draturas nullo modo impediat; placeat tamen adungere aliam
 constructionem Paternam, quæ non tantum idem præstat in hoc
 exemplo, sed & ad alia infinita eodem successu accommodari pos-
 test,

rest, si levis attentio adhibeatur. Sit igitur AG axis curvarum ABG, AED &c. normaliter secundarum a trajectory quaesita NEB, quam per concessas quadraturas ita construit. Ex curvis secundis assumit aliquam pro lubitu ut ABG, quam *principalem* vocat; per hujus singula puncta E, ducantur rectae AFE, quarum partes AF transferantur in AM (facta nimirum OA perpendiculari ad AG, & utraque producta versus M & K) ad singula vero puncta M fiant anguli AMK æquales angulis inclinationum curvæ *principalis* ad rectas AF, hoc est, angulis quos faciunt tangentes in punctis F cum suis respective subtensis AF. Accepta AI arbitrariæ quidem sed constantis & invariabilis longitudinis, agantur IT parallelæ ipsis MK, & junctis MT fiant perpendiculares TL; deinde ad M applicentur MP ipsis AL æquales, formabunt puncta P curvam AVP, cujus areæ APM cum areis hyperbolicis æquatæ determinabunt trajectory, id quod sequenti modo peragitur. Inter asymptotos AG & AO descripta sit hyperbola QRS, quæ possit AI^2 id est cujus coordinatarum rectangula $AC \times CR$ vel $AH \times HS =$ quadrato Rectæ AI. Sumto autem quolibet puncto H pro initio fixo abscissarum HC, fiant areæ hyperbolicæ HCRS alteris illis APM æquales; capianturque in AF longitudines AE æquales ipsis AC. Puncta E describent trajectory desideratam, quæ omnes, ABG, AED, &c. orthogonaliter secabit.

Act. Erud.
An. 1718.
M. Junii.
Tab. III.
Fig. 2.

Corollarium.

Mutato loco puncti fixi H, patet aliam obtineri trajectory NEB a prioriè diversam; sic itaque innumeras describere licet, quæ singulæ optatum præstabunt.

§. 11. Hisce ut puto satisfactum est problemati omni ex parte, idque ad mentem Leibnitii, qui desiderabat, ut *factis evolutionibus constructio tandem ad quadraturas reduceretur*, adeoque ut non tantum eliminatis *differentiis secundigradus inter primas consideretur*, sed ipsæ quoque indeterminatæ cum suis differentialibus a se invicem separari possent, idque non per series, sed per terminos numero finitos; quod quicunque effectui non dederint, illi certe hanc quæstionem solvisse minime censendi erunt. Illa quippe reductio differentialium superiorum graduum ad inferiores, ut & indeterminatarum sequestratio, quæ est res intricatissimi negotii, & a Parente primum olim excoli cœpta, potissimam constituit partem solutionis alicujus. Videbimus itaque an inter solutores quidam extiterint alii, qui præsentis exempli solutiones suas ad hunc perfectionis gradum perduxerint. Hactenus saltem

Pag. 255.

Ac. Erud. tem nullam hujusmodi videre contigit, quod miror; cum sit An. 1718. exemplum non adeo difficile, & alia suppetant difficiliora, non M. Junii. tamen extra potestatem nostram. Quod autem hoc potius supeditaverit quam aliud, id certe arguit quod illud nullo studio exquisitum, sed sponte velut oblatum Leibnitio roganti festinanter perscripserit.

§. 12. Tentatum fuisse in Gallia & in Anglia, ac quidem in hac aliquandiu irrito conatu, per literas nobis constat: nuper vero Taylorum Anglum, Virum sane in Geometricis & Analyticis profunde doctum, solutionistandem compotem esse factum ex Gallia non sine voluptate accepimus; ita enim novum accessisse penitiori Geometriæ incrementum, ejusque adeo limites prolatos speramus: siquidem ut scribitur solutionem suam in Transactionibus Londinentibus publico impertiturus sit, nisi fortassis jam impertierit. Utrum autem rem promoverit usque ad quadraturas & quidem in terminis numero finitis, quod Leibnitii summum requisitum fuerat, ediscemus quondam ex Transactionibus, quæ rarissime & sero ad nos perveniunt. Intelleximus Virum Acutissimum duas habere solutiones, sed in utraque ad secundas fluxiones pervenisse, quas in casu præsentis minime evitare potuerit; quam instituerit Analysin non audivimus; hoc saltem dico, si talis fuit, ut per eam necessario ad secundas fluxiones descenderit, oportet ut postea viam adinvenerit per integrationes (rem enim omnino in potestate esse ambæ Parentis constructiones ostendunt) regrediendi ad fluxiones primas, & tales quidem, quæ sint cum fluentibus suis a se invicem separabiles. Nisi hoc præstitum sit, non ægre feret Clar. Taylorus, si dixerimus, exemplum nostrum non plene ab ipso solutum esse in sensu Leibnitiano.

§. 13. Interim spero Virum Clarissimum eandem nobiscum ferre sententiam de putatitia illa solutione Anonymi cujusdam, quæ dicitur apparuisse in Transactionibus supra memoratis promensibus Januario, Februario & Martio anni 1716. Videtur Autor, quisquis ille sit, acumen ingenii sui non satis intendisse, dum dicere vult aliquid, quando revera nihil dicit quod ad rem faciat; aut si quem sensum commodum ex verbis ejus elicere licet, in eo consistit, quod quivis de trivio Mathematicus sine operosa attentione videt, etiamsi Autoris solutionem non legerit, sed quod ad tollendas difficultates, quæ in ipsa rei executione occurrunt ne festucam quidem confert. Hanc puto causam esse, quare solutor anonymus ad specialia exempla descendere, & præfertim cur casum particularem a Leibnitio propositum attingere noluerit; quem utique perfecte solutum dare debuisset, antequam

quam abjecte adeo de hoc problemate sentire affectet, dum cau- Aët. Erud.
 latur, se ideo solutionem ulterius non prosequi, quia nullius sit fere An. 1718.
 usus; alias certe stomachari non debet, si sibi objiciatur, quod M. Junii,
 olim Fermatius & Freniclus, Illustres Galli, Wallisio quæstiones
 numericas nauseare & contemnere simulanti inculcarunt, facile
 est, inquit Freniclus, illud despicere, ad quod non possumus perve-
 nire. Nec etiam multum convenit Mathematico, conqueri cui bono sint
 hæc problemata. Eodem vero jure quæreretur cui bono tota pene Geome-
 tria & Arithmetica, si paucula quædam & ea magistrita, & a peritis
 despecta, quibus Geodæta, Agrimensores, Mercatores, & qui utram-
 que Architecturam exercent, aliique complures in suis calculis utuntur,
 excipias; cetera namque magis recondita, & præstantiora non nisi ad
 scientiæ subtilitatem & perfectionem spectant. Cum autem sit proprium
 intellectus humani veritatem inquirere; nec aliam ob causam tot Viri
 præstantes scientiis acquirendis operam dederint: inutilis certe dici non
 debet in disciplinis alicujus acquisitio veritatis. Vid. Oper. Wallis.
 Tom. II. pag. 811 & 844. Hæc incidenter monenda existimavi,
 quia aliunde quoque scio, esse non neminem in Anglia, qui
 cum imitari non possit, omnia ea, quæ a Parente utpote non
 Anglo proficiscuntur inventa, invidiose traducit ac tanquam Pag. 257.
 inutilia despiciatui habet; utut non sit cur præposterum hoc ju-
 dicium valde nos moveat, quamdiu certi sumus ipsum incompa-
 rabilem Newtonum, judicem in his rebus longe magis idoneum
 omnique exceptione majorem, de iis benignius sentire, ac suam
 sententiam meo Patri non parum honorificam plus semel jam edi-
 xisse, quod potiori laudi ducendum, quam quod vel a centum
 imparibus æmulis detrahi queat.

§. 14. Ad propositum redeo. Occasio postulat ne fileam, quod
 præstitit Patruelis meus, Nicolaus Bernoulli, Mathematicum Pro-
 fessor Patavinus. Is jam ante biennium, cum primum se applica-
 ret huic quæstioni de Trajectoriis, invenit regulam generalem
 quidem pro curvis algebraicis, sed quæ non valet pro transcen-
 dentibus, nisi illis tantum, in quibus recta illa constans, quæ
 parametri loco est in qualibet curva, & ex cujus successiva va-
 riatione oritur series curvarum a trajectoria normaliter secanda-
 rum, in terminis finitis exprimi potest. Regulam ipsam quæ in
 rei fundamento congruit cum illis Patri jam olim usitatis, qua-
 rum memini in art. 6, statim communicaverat cum Illustrissimo
 Monmortio, Mathematico præstantissimo, & paulo post cum ip-
 so Leibnizio his verbis: Si x & y sint coordinate trajectoriæ quæsitæ,
 p linea illa variabilis, quæ determinat speciem vel positionem curva-
 rum, ad quas alia ad angulos rectos duci debet; quæro valorem ipsius

Act. Erud. p in x, y , & constantibus, quo differentiato & mutatis dx in dy & dy in dx , positisque membris per dx multiplicatis equalibus illis, quæ per dy multiplicantur, habebitur æquatio differentialis satisfaciens trajectory quæsitæ.

§. 15. Eandem hanc regulam sed in operandi ordine nonnihil diversam eidem Nob. Monmortio perscriptit Pater decimo Julii anni superioris, nescius a Cl. Professore Patavino jam diu antea fuisse perscriptam, sicut monuit Illustr. Monmortius in sua ad Patrem data responsione, quia vero in praxi analytica sæpius accidit, ut una eademque regula secundum unum quam alterum operandi ordinem facilius & commodius applicetur;

Pag. 258. non piget adjicere quale operationis filum Pater præscriperat. Verba in hanc rem ex dicta ipsius epistola ex Gallico in Latinum translata ita habenti: „Si acquiescendum esset methodo generali pro curvis quidem omnibus algebraicis, sed non nisi quibusdam transcendentibus valenti, præferrem regulam ab agnato meo traditam, quæ his 4 absolvitur partibus. 1° Supponere constantem parametrum, quam hoc nomine voco rectam illam ex cujus mutata longitudine dependet curvarum secundarum diversitas. 2° Juxta hanc suppositionem differentiare æquationem naturam curvarum exprimentem. 3° Convertere dy in dx , & dx in $-dy$. 4° Substituere valorem parametri expressum in x, y , & constantibus datis, si quæ adiat in æquatione curvarum. Hoc facto prodibit æquatio differentialis pro trajectory quæsitæ. Exempli loco sumamus inveniendam trajectory parabolarum communem axem & verticem habentium: æquatio specifica illarum est $ax = yy$; supponamus itaque 1° parametrum a tanquam constantem; hinc 2° per differentiationem habetur $adx = 2ydy$, mutando 3° dy in dx & dx in $-dy$, elicitur $-ady = 2ydx$; in hac denique 4° substituatur pro a ipsius valor $\frac{yy}{x}$; & emerget $\frac{-yydy}{x} = 2ydx$; æquatio differentialis pro trajectory quæsitæ. Sæpiissime ulterius progredi non datur propter inseparabilitatem indeterminatarum; sed casus dantur in quibus illæ separabiles evadunt, imo & quandoque integrabilis redditur tota æquatio, quæ per consequens trajectory arguit esse algebraicam, sicuti in hoc exemplo, ubi æquatio reperta $\frac{-yydy}{x} = 2ydx$, statim reducitur ad $-ydy = 2x dx$; ex cujus integratione invenitur $aa - \frac{1}{2}yy = xx$, aut $2aa - yy = 2xx$, quæ est ad ellipsin; unde

„ unde patet, parabolæ trajectoriæ esse quamlibet ellipsin
 „ cujus centrum in communi parabolæ vertice, axis minor
 „ super earundem axe communi habens ad alterum axem ra-
 „ tionem ut 1 ad $\sqrt{2}$, idem omnino, quod jam ante complu-
 „ res annos inveni, ut Tibi patebit ex Actis Lips. 1698. p. 416,
 „ quo in loco videbis etiam regulam aliquam Illustr. Leibni-
 „ tii, a qua non multum differt illa, quam producit Celeb. Hermannus, & neutra valde discrepat ab ea, quam dudum
 „ antea excogitaveram, ceu videre est ex quadam mea epistola
 „ ad Leibnitium datâ d. 2 Septemb. 1694, cujus excerptum ha-
 „ betur loco citato. Sed omnes istæ regulæ magno adhuc defe-
 „ ctu laborant.

Act. Erud.
An. 1718.
M. Junii.

Pag. 259.

§. 16. Quod in hac epistola memoratur de regula quadam Cl. Hermannii, sciendum est, id intelligi debere non de ea quam publicavit in Actis Lips. mense Augusto Anni præteriti, quippe quæ nondum lucem aspexerat, & super qua mox aliquid dicendum erit, sed de alia quadam, quam cum amicis communicaverat, & nominatim cum Leibnitio; cujus missu illam vidi- mus, atque jam Cl. Autoris pace & scientiæ promovendæ gratia ipsius verbis descriptam hic exponere lubet: „ Lineam re-
 „ ctam, ait, quæ in una eademque curva constans est, sed va-
 „ riabilis variata curva, vocabo *Modulum*. Differentietur curvæ
 „ datæ æquatio, sumto etiam modulo pro quantitate variabili,
 „ & eadem æquatio adhuc semel differentietur, sed ita tamen
 „ ut x velut constans tractetur, & pro elemento ipsius y ponatur
 „ tur $dy = dx dx + dy dy: dy$, ope duarum ejusmodi æquationum
 „ eliminari potest modulus ejusque elementum, adeo ut habeatur
 „ æquatio ad curvam omnes datas ad angulos rectos trajectantem.

§. 17. Hujus regulæ origo obvia est, utpote quæ eodem niti-
 „ tur principio, quo illæ quæ jam ante annum 1694 Parenti erant
 „ familiares, sed ejusdem insufficientiam probe perspicuens Clar.
 „ Hermannus, cum in transcendentibus, ubi moduli valor per
 „ quantitates finitas nequit exprimi, haud quadret, eam, credo,
 „ tanquam luce publica non satis dignam neglexit, sed nulla hu-
 „ jus facta mentione aliam edidit in memorato Actorum mense
 „ Augusto anni proxime elapsi in hunc modum: *In æquatione dif-*
 „ *ferentiali curvarum secundarum permutatis coordinatarum elementis,*
 „ *alterutro tamen mutato eliciatur valor moduli ex æquatione post hanc*
 „ *permutationem orta, inventusque moduli valor in æquatione curvæ*
 „ *secundæ finitis quantitatibus expressa substitutus suppeditabit æqua-*
 „ *tionem differentialem Trajectoriæ questæ.* Regulam istam esse

Pag. 260.

A& Erud. prorsus eandem cum illa, quam jam antea Patruelis meus de-
An. 1718. derat, nemo non videt, ipse vero operationis ordo, quem Vir
M. Junii. Acutissimus sequitur, usque adeo similis est illi, quem præce-
denti mense Julio in literis suis ad Monmortium descripsit Pa-
ter, ut videri posset alterum alterius verba descripsisse, si hoc
fieri potuisset in tanto locorum intervallo, & tam brevi tem-
poris spatio.

§. 18. Quid autem de hoc canone sentiam, jam supra §. 14
aperui, scilicet illum generalem quidem esse pro curvis alge-
braicis, sed pro transcendentibus non item. Patruelis meus,
qui saltem commune jus habet cum Clar. Hermanno in cano-
nis hujus inventionem, ipse ei non majorem attribuit præroga-
tivam, nec obstat quod contrarium dicat Clariss. Hermannus
cum eum pro omnibus omnino curvis generalem deprædicat.
Exempla quatuor, quæ affert per hunc canonem soluta vel sol-
venda, nihil probant. Exempla quippe primum & secundum,
utpote ambo algebraica nihil difficultatis habent; tertium qui-
dem transcendens & a Patre & a Patruo olim solutum, vid.
A&. Lips. 1698 pag. 418, tale est, ut valor moduli in termi-
nis finitis exhiberi possit, adeoque nec hoc sufficientiam cano-
nis probat. Quartum denique, quod ipsum est, de quo agitur,
a Leibnitio propositum, nescio an ad mentem Leibnitii perfe-
cte solutum dici mereatur; & si vel maxime solutum concede-
remus, nondum tamen constaret, qua lege vel qua arte *levis*
illa (ut dicit pag. 403) *substitutio novæ cujusdam indeterminatæ*
in aliis transcendentium exemplis cum fructu sit imitanda, præ-
sertim si in æquatione differentiali curvarum secundarum modu-
lus *a* non semel tantum occurreret, sed variaz ipsius *a* dimen-
siones illam ingrederentur: si haberetur, exempli gratia, se-
quens æquatio curvarum secundarum, quarum trajectoriæ con-
structio per methodum Paternam non est impervia dx

$$= \frac{a^m + fa^{m-1}y + ga^{m-2}yy - \dots + by^m}{\sqrt{na^{2m} + pa^{2m-1}y + qa^{2m-2}yy - \dots + ry^{2m}}} dy, \text{ ubi}$$

datos qualescunque literæ f, g, b, n, p, q, r , sicuti m denotant
numeros. Tentet Vir Clarissimus *illam suam substitutionem*, no-
bisque ingenue referat, quid profecerit aut in quam calculi abyf-
Pag. 261. sum fuerit abreptus, æquationem trajectoriæ expiscaturus; si
quidem multum laboris subire debuit pro exemplo isto quarto,
sane non difficillimo, nec tamen aliud effecit, quam ut peram-
bages & institutam aliquam integrationem non facilem, nec cer-
ta

ta ratione parentem pag. 405, pervenerit tandem ad æquationem aliquam $xdy - ydx = y^m ds : c^{m-1}$, quæ a constructione per quadraturas a Leibnitio postulata adhuc abest, ob indeterminatarum permixtionem; hinc ut casum simplicissimum ad constructionem Patris in Actis An. 1697 datam revocare posset, novum iterum instituit calculum, parum sollicitus de modo reducendi suam æquationem in statum optatum separationis, quo construi posset per quadraturas pro omni possibili casu ipsius m quod supra §§. 9 & 10 felicissime peractum; miror itaque, quod, dum optime judicat, tentamen Anonymi illius Angli fore calculi laboriosissimi, ipse interim calculi prolixitatem & molestiam evitare non studuerit; miror præterea dicentem, secunda differentialia esse superflua, quando ipse tamen in calculo suo exempli IV ad ea delabitur, æquatio enim ipsius XI involvit dp , hoc est dds : siquidem b, q, p , se habere supponuntur ut $dy, - dx, ds$, quod moneo ut de alia magis perfecta exempli istius solutione cogitet, quæ nec differentialium secundarum involutione, nec indeterminatarum inseparabilitate laboret, quem in finem binarum a Patre datarum constructionum analysin aut demonstrationem adhuc studio omisi, ut nimirum tempus habeant, qui hisce delectantur atque ingenii sui vim experiri voluerint, in illas inquirendi aut alias similes si non Paternis meliores inveniendi.

Act. Erod.
An. 1718.
M. Junii.

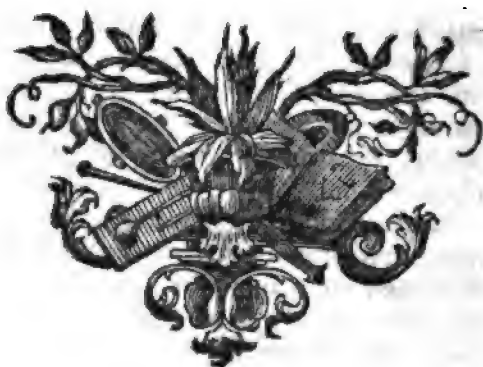
A P P E N D I X.

HAC occasione simul significare debui, Patrem ægre ferre percipiendo, in Anglia voces spargi, quod habeatur a nonnullis pro Autore Epistolæ, quæ in ipsius defensionem Actis Eruditorum Mens. Jul. An. 1716 inserta fuit. Equidem non negat, quod res ipsas in epistola contentas quoad maximam partem amico alicui sine ulla animi commotione perscripserit, & quidem ab ipso rogatus: hic vero postea Epistolam tali forma, qua in Actis extat, concinnavit, eique ex nimio forte amicitie zelo admiscuit expressiones, quas Pater omittas cuperet, cum nec immodicis honoris titulis delectetur, nec approbet, quæ in alios aliumve (licet ipsi insensum quam ob rem nescio) durius dicta censerì possunt, quamvis forsan editor autumaverit sibi licuisse par pari referre, & similibus pugnare armis, quibus utitur Antagonista. Pater itaque non omnia, quæ in dicta Epistola continentur, sua facit, præsertim quæ ad ejus formam & modum scribendi spectant, cujus neutiquam particeps esse vult

Pag. 562.

vel

Ad. Erud. vel potest, quod vel hinc patet, quia circa finem *Epistolæ* obli-
An. 1718. tus editor ex inadvertentia, Patrem sibi loquentem de *sua qua-*
M. Junii. *dā formula* repræsentat (ut ubique solebat) veluti personam,
 de qua quid narrabat, manifesto sane indicio, Patri imputari
 non posse, si quid in verbis modisve, quibus conscripta est E-
 pistola, non recte positum judicetur. Quare siquid contra eam
 in publicum venerit, quod nonnisi conviciis, aculeis & scom-
 matibus scateat, ut fieri solet ab Antagonista quodam, cui a-
 liam offensam non dedit Pater, quam quod ipse Anglus vel
 Scotus non sit, solemniter me declarare jussit, quod ad hujus-
 modi libellos nunquam responsurus sit, utpote indignos, qui
 Virorum honestatis & modestiæ amantium attentionem merean-
 tur: nam si conviciis & clamore decertandum, ultro fatetur
 Pater, quod ex hoc certaminis genere palmam reportare nec spe-
 ret, nec optet. Quicumque vero voluerit res ipsas placide, mo-
 derate & prout decet Virum bene moratum, seposito partium
 studio atque animi affectu cum ipso discutere, idque eo tantum
 finē, ut unicuique, Tros Rutulusve suat, suum tribuatur, ut
 veritas asseratur, atque in primis ut scientiæ augeantur, cum
 tali se committere non detrectaturus, sed sponte omnia est col-
 laturus, quæ in viribus ipsius sunt ad dirimendas lites, quæ ha-
 tēnus viguere inter eruditos Geometras, magno prohi dolor!
 nobilissimæ scientiæ dedecore & detrimento. Hoc quippe ar-
 dentissimis in votis habet, ut cessantibus rixis disputantes in
 gratiam seoum invicem redeant, atque junctis viribus, ceu u-
 nius Reipubl. Mathematicæ cives ejus pomœria latius proferre
 conentur.



J. H. SUPPLEMENTUM SOLUTIONIS SUÆ

Problematis de Trajectoriis Curvarum inveniendis, mense Augusto superioris Anni in his Actis exhibitæ.

UT solutio Problematis de Trajectoriis datæ seriei curvis ad angulos rectos occurrentibus, quam in Actis præteriti Anni pag. 401 & seq. dedi, generalis est pro omnibus curvis algebraicis, ita diffiteri nolo, viam quam in analysi exempli quarti illic secutus sum, non satis expeditam, nec æque generalem esse ac primum putaram. Verum festinationi meæ imputandum est, quod non animadverterim statim principia ibidem posita multo latius patere, quam tunc ostenderim aut ostendere potuerim. Reapse enim permutatio illa elementorum coordinatarum in curvis secundis quam adhibui, & assumptio novæ indeterminatæ principia sunt talia, ut, si iis recte utamur, via plana & facili ad solutionem problematis conducere possint. Quod ut probem, meamque ἀβλῆλαι reparem, exhibebo hoc loco constructionem generalem Trajectoriarum ex principiis istis deductam, suppressa tamen analysi, ne aliis in problematis solutionem inquirendi proprioque Marte eruendi voluptatem adimere velle videar.

Sic generalis æquatio curvarum secundarum $dx = p dy$, ubi p data supponitur quomodocunque per y & constantes, factaque

$$r = \sqrt{1 + pp}, \text{ æquatio } \log. c - \log. a = \int (qq dy : y + p \int p dy)$$

præbebit constructionem generalem & facilem ope Logarithmicæ perficiendam, existentibus a modulo curvæ secundæ, & e quantitate qualibet constante. Ad id enim aptandæ solummodo sunt in Logarithmica duæ ordinatæ a & e , atque in curva, cuius abscissæ y , ordinatæ vero sint $qq : y + p \int p dy$, abscindenda area proportionalis distantia applicatarum illarum Logarithmicæ; abscissa hujus areæ dabit ordinatam, ejusque valor in æquatione $= \int p dy$ substitutus, abscissam Trajectoriæ quæsitæ in puncto intersectionis ejus & Curvæ secundæ. Q. E. F.

Exemplum.

Pag. 336.

Sit curvæ secundæ æquatio eadem quæ in exemplo quarto

Act. 1717 pag. 404, $dx = y^m dy : \sqrt{a^{2m} - y^{2m}}$, eritque p

$$= y$$

Act. Erud. = y^m ; $\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$ & $q = a^m$; $\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$, quare
 An. 1718.
 M. Julii. inveniatur $\int p dy = \int \frac{1 - m a^{2m} p dy}{y^{2m}} - \frac{y}{p}$, quod via differen-

tiationis verum esse facile comperieris, & ponendo brevitatis
 gratia $1 - m a^{2m} p dy : y^{2m} = dR$, erit $y + \int p dy = pR$; & $q q dy : y$
 $+ \int p dy = dR : 1 - m R$, quare integrando habebitur $\int (q q dy : y$
 $+ \int p dy) = \frac{1}{1-m} \log. R - \frac{1}{1-m} \log. a$ (const.) = $\log. c$
 $- \log. a$, ergo multiplicando per $1 - m$, $\log. R - \log. a = 1 - m$
 $\log. c + m - 1 \log. a$, atque adeo abjectis Logarithmis $R = a^m c^{1-m}$
 est vero $R (= \int 1 - m a^{2m} p dy : y^{2m})$ seu restituendo valorem
 ipsius p , $= \int 1 - m a^{2m} dy : y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$; ergo si in cur-
 va cujus abscissæ y , & applicatæ sint $1 - m a^{2m} : y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$
 abscindatur area $= a^m c^{1-m}$, areæ hujus abscissa y , dabit ordi-
 natam trajectoriæ quæsitæ.

Æquatio differentialis hujus Trajectoriæ $x dy - y dx = y^m ds : c^{m-1}$
 quam in citato Actorum loco, quarto exemplo inveni, in eandem
 constructionem definit, quod simplici substitutione illico appa-
 ret; nam quia æquatio curvæ secundæ est $dx = p dy$, erit permuta-

tatis coordinatarum elementis, $dy = -p dx$ & $ds = -a^m p : y^m$,
 nec non $\int p dy$ seu $x = (pR - y) : p$, retentis superioribus symbolis:
 substitutis his valoribus in æquatione $x dy - y dx = y^m ds : c^{m-1}$ in-
 venietur $-pR dx + y dx - y dx = -a^m p dx : c^{m-1}$, id est $R = a^m$
 c^{1-m} , ut supra.

Si jam $m = \frac{1}{2}$, ut in Coroll. ad exempl. 4 Act. 1717 p. 403, fiet hoc
 casu $R (= \int 1 - m a^{2m} dy : y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}) = \int \frac{1}{2} dy : \sqrt{ay$
 $- yy) =$ arcui circulari cujus diameter a & sagitta y ; unde li-
 quet constructionem nostram generalem in hoc casu particula-
 ri omnino ducere ad constructionem synchronæ Bernoullianæ,
 ut in Actis loco citato jam dixi; nam hic arcus R nunc erit
 $= \sqrt{ac}$.

M. JO. HENR. CRUSII RESPONSIO

ad Clariss. Viri JOHANNIS KEIL,

Astronomiæ Professoris Oxoniensis,

*Defensionem pro Nobilissimo Viro Js. Newtono in Diario
Literario Hagienfi A. 1716 editam.*

CLar. Keil Art. 22. Diarii Hagienfis A. 1716 Virum Nobilissimum *Isaacum Newtonum* defensurus calamum stringit in Virorum celeberrimorum, *Jobannis & Nicolai Bernoullii*, observationes Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum An. 1710 & 1711 insertas. Mirum vero videri poterat, si Nobil. *Newtonus* delectaretur defensione tot tantisque paralogismis & præjudiciis referta & studio partium nimis laborante: vix enim credibile est, tantum Virum ab alio desiderasse, quod ipsi adeo proclive fuisset factu, siquid a veritate alienum, aut celebritati nominis sui adversum in lucem editum animadvertisset. Aut si ipse causam suam agere noluisse, probabile sane est, quod saltem peritorem ejus patronum & affectibus minus obnoxium ambiisset. Controversia movetur de solutione problematis inversi virium centripetarum. Cl. *Keil* criminatur, solutionem *Bernoullianam* ac *Newtonianam* in Principiis Sect. 8. p. 125 datam eandem plane esse una cum demonstratione, nec ab ea nisi characteribus & symbolis differre, cum tamen utraque toto genere differat ab altera. *Newtoniana* scilicet synthetica est, *Bernoulliana* analytica. Quis vero ex conformitate conclusionum arguet identitatem solutionum?

Calculus *Bernoullianum* intricatum appellat *Keilius*, sed longe aliter de eodem judicat *Varignonius*, cujus absque controversia in re Geometrica major autoritas. Afferit idem longe facilius demonstrari posse, quod vi centripeta quadrato distantia reciproca existente, curva sit Sectio conica, quam a *Bernoullio* factum sit, utque adeo *Newtonum* a *Bernoullio* absque ratione reprehendi contendit, quod rei facilis demonstrationem omiserit, præsertim cum ipsemet *Bernoullius* non semper demonstraverit, quæ aliquid difficultatis habent. Immo addit, *Newtonum* in nova Principiorum editione tribus lineis demonstrasse, cui *Bernoullius* septem vel octo paginas impenderit. Enimvero sciat velim Cl. *Keilius*, hic non agi de facilitate demonstrandi propositionem inversam

Pag. 455.

A&A. Erud. virum centripetarum; sed quæri, num citra paralogismum veritas inversæ propter demonstrationem directæ supponi possit, An. 1718. quemadmodum fecit *Newtonus* in prima Principiorum editione: M. Octob. quam ratiocinandi formam jure reprehendit *Bernoullius*. Ceterum cum *Bernoullius* non tyronibus scribat, sed in analysi versatis, non opus sane habuit, ut in suis schediasmazibus omnium demonstrationes exhibuerit. Præterea hic non agitur de demonstratione veritatis jam cognitæ, sed de analysi veritatis a priori inveniendæ, etiam non supposita propositionis directæ notitia. Nisi itaque affectus animum censoris impedirent, quo minus verum cernere possit, nullum superest dubium fore, ut cum perspicacissimo *Varignonio* agnosceret, analysin *Bernoullianam* plus elegantiz quam prolixitatis habere.

Cum ad secundam solutionem progreditur Cl. *Keilius*, quam Cel. *Bernoullius* in Comment. Acad. Scient. Reg. Ann. 1710 dedit, *Moirvæum* in scenam producit, quem tanquam Geometram acutissimum maximi æstimamus. Se concipere non posse ait, quod *Bernoullius* dissimularit, *Moirvæum* esse inventorem theorematis, quo in solutione secunda utitur, cujus tantum demonstrationem in epistola d. 16 Febr. A. 1708 data ad eum miserit, cum tamen ipse postea in Actis Lipsiensibus *Moirvæum* Autorem agnoverit. Sibi idem theorema eodem fere, quo *Bernoullio* tempore traditum & demonstrationem intra horæ quadrantem reperisse gloriatur. Vix operæ pretium videtur ad hæc responderi: sed ut mysterium totum detegatur, quod *Keilius* concipere nequit, in ipsius solius gratiam monemus, *Bernoullium* inventionem theorematis non magis difficilem, quam demonstrationem judicasse, utpote quod postea sese ipsi alia tractanti ultro obtulit (vid. Acta Erudit. A. 1713 p. 147) quemadmodum forsitan & Dn. de *Moirvæ* in idem fortuito incidit. Quare cum nulla esset quæstio de primo hujus theorematis inventore; absque ullo scopo rem silentio præterit: data vero occasione a nemine coactus, motu proprio spontaneo loc. cit. Act. Erudit. *Moirvæum* inventorem publice pronunciavit. Quod si more *Keiliano* præsumptionibus aliquid dandum, non irascetur *Keilius*, asserenti quod citans *Bernoullium* ad *Moirvæum* epistolam pro A. 1706 studio ponat A. 1708 ut scilicet prior *Bernoullio* demonstrationem alicujus theorematis facilem reperisse videatur. Cumque sibi gloriosum reputet, quod demonstrationem intra unius horæ quadrantem repererit; notet velim, *Bernoullium* vix quatuor horæ minuta eidem impendisse, non tamen exinde aliquam publice laudem quæsisse. Notet præterea Cl. *Keilius*, theoremate isto minime usum esse Cel. *Bernoullium* tanquam medio inevitabili, sed abbreviationis duntaxat gra-

gratia, cum solutionem absque hujus ope multis ante annis invenit, antequam id cognitum esset.

Aët. Erud.
An 1718.
M. Octob.

Enimvero cum *Keilius* vel invitus methodi *Bernoulliana* bonitatem agnoscere teneatur, nec umbram rationis reperire possit, qua eandem *Newtono* primo inventori asserere possit; qualitatem methodi aggressus taxat, quod citra necessitatem ad differentias secundas descendat. Non negaverim, contra legem brevissimæ ac simplicissimæ methodi peccari, si differentiis secundis utamur, quando primæ sufficiunt. Sed quis Cl. *Keilio* persuasit, quod in solutione problematis inversi virium centralium fluxionibus secundis absolute carere possimus? Verum est, solutionem primam *Bernoullianam* nonnisi differentias primas complecti: at nonne videt *Keilius* lemma, quo usus est, tacite differentias secundas supponere easque virtualiter continere?

Miratur *Keilius*, quod Clar. *Bernoullius* in Aët. Lipf. Ann. 1710 p. 130 se primum problematis inversi virium centralium inventorem dicat, cum tamen nonnisi solutionem *Newtoni* abhinc 29 annis jam impressam singulari casui sectionum conicarum applicaverit, nec primus demonstrationem in casu hoc particulari dederit: ait enim, se ipsum jam A. 1708 in Transactionibus Anglicanis pro Mens. Septemb. & Octobr. adeoque biennio ante, quam *Bernoullius* suam ad Academiam Regiam Scientiarum miserat, solutionem generalem edidisse & postea casui speciali applicuisse. Sed falsum est, quod Cel. *Bernoullius* unquam asseruit se primum problematis inversi generalis virium centripetarum autorem fuisse. Asseruit tantummodo, atque adhuc contendit, quicquid dicat *Keilius*, se primum esse, qui analytice invenerit, virium centralium rationem duplicatam reciprocam distantiarum nonnisi sectionibus conicis competere. Indubio interea relinquo, num Cl. *Keilius* idem in Transactionibus A. 1708 demonstraverit: cænamque Transactiones ad nos non perferuntur. Constat tamen ex Commentariis Acad. Reg. Scient. A. 1710. p. 530. Cel. *Bernoullium* 12 jam annis antea resolvisse problema generale cum casu hoc particulari. Insignis igitur *Keilii* calumnia est asserentis, *Bernoullium* solutionem *Newtonianam* sibi arrogasse, eandemque casui speciali tantum applicuisse, cum jam ostenderimus, methodum *Newtonianam* a *Bernoulliana* toto genere differre, atque acutissimus *Varignonius* non invitis aliis Geometris doctissimis fateatur, applicationem ad casum specialem esse difficiliorem majusque artificium requirere quam problema generale. Hæc itaque applicatio est, cujus prima inventio Cel. *Bernoullia* debetur, quam Cl. *Keilius* ei non eripiet, licet omnes ingenii sui nervos intendat.

Pag. 457

Act. Erud. Pergit *Clar. Keilius* & affirmat, solutionem suam fundari in pulcherrimo theoremate, quod *vis centripeta semper sit proportionalis fluxioni perpendicularis a centro ad tangentem applicatae cubo ejusdem perpendicularis multiplicatae per fluxionem distantiae centri*. Ait *Cel. Hermannus* in sua *Phoronomia* eodem usum esse, nulla tamen sui facta mentione, etiamsi eum latere non potuerit, id se publicatum esse in *Transactionibus Anglicanis*, ubi quaedam tradiderit, quae celebri controversiae de inventore calculi differentialis ansam dederint. Ergo nec *Hermannus* noster impune abit, qui sistitur reus criminis erudito maxime indigni, plagii scilicet. At viderit ille, quomodo illatam injuriam retorqueat atque vindicet. Non crederet *Clar. Keilius*, diu ante ipsum a *Cel. Bernoullio* theorema hoc inventum fuisse, etiamsi nullibi publicatum sit. Quamvis autem Angli quidam, cum quibus id communicatum fuit, testimonium perhibere possent, quorum utpote contrerraneorum fidem in dubium vocare velle sacrilegii crimen foret *Keilio*, nunquam tamen *Bernoullius* cum ipso de prima inventionis gloria contenderet, cum theorema istud adeo facile ex theoremate *Moirveano* sequatur, ut nonnisi leve corollarium ejus haberi possit, aut potius idem sit cum *Moirveano*, aliis tantam expressionibus productum, ita ut *Keilius* majore jure gloriari non possit ac ille, qui tres angulos trianguli duobus rectis aequales per se affecturus fuisset, cum ab alio didicisset, angulum externum trianguli aequalem esse duobus internis oppositis. Fruatur itaque gloria inventionis integra solus, neque credo, quod *Cel. Hermannus* eandem ipsi sit invisurus. Sed ut appareat facilitas hujus deductionis, sumamus *Fig. 5. Tab. I. Act. Lips. A. 1713*. Concipiatur *OC* & alia tangens *cs*, ut habeantur duo triangula similia *OCc* & *CSs*, formula *Dn. de Moivre*, sicut eam ex sua deduxit *Celeb. Bernoullius*

p. 147 eorundem *Actorum*, est hæc, $\frac{CX}{OC \cdot SX^3}$, id est, $\frac{CX \cdot Cc}{OC \cdot SX^3 \cdot Cc}$

= (quia *Cc*: *OC* = *Ss*: *CS*) $\frac{CX \cdot Ss}{CS \cdot SX^3 \cdot Cc}$ = (quia *CX*: *CS* = *Cc*:

Cb) $\frac{Cc \cdot Ss}{Cb \cdot SX^3 \cdot Cc} = \frac{Ss}{SX^3 \cdot Cb}$ = (vocando *SX* *p* & per consequens

Ss dp; *CX x* & *Cb dx*) $\frac{dp}{p^3 dx}$. En ergo pulcherrimum theore-

ma *Dn. Keilii*, quod reapse idem est cum *Moirveano*, productum duabus analogiis simplicibus. Ast inventuro curvas, quibustres valores ipsius perpendicularis ad tangentem a *Keilio* inde deducti convenient, recurrendum est ad methodum tangentium in-

ver.

versam. Notum vero est, hanc methodum sæpe prodere curvas diverforum generum pro eadem proprietate tangentium. Itaque nihil hætenus efficit *Keilius*, ex isto theoremate solutionem problematis inversi centralium virium in causa speciali derivaturus, cum non demonstrarit, tres istos valores nonnisi sectionibus conicis competere. Hanc demonstrationem cum nondum dederit, abunde liquet, ipsum non esse primum solutionis problematis inversi virium centralium in casu speciali inventorem, quem admodum supra contendit.

Conqueritur porro *Keilius*, quod *Bernoullius* pulcherrimam problematis controversi partem omiserit, scilicet *data celeritate & vi centripeta absoluta in puncto dato quocunque, definire speciem curvæ, & ostendere modum eam delineandi*. Ad hoc respondeo, eam non omisurum fuisse *Bernoullium*, si de eo cogitasset. Ecce enim solutionem Viri celeberrimi, qualem ab ipso olim accepi, diversam a *Keiliana* & quæ videtur magis naturalis. Quia celeritas in puncto A data est, supponamus lineam verticalem aliquam *a*, per cujus altitudinem corpus æquale corpori projecto & uniformiter grave gravitate ordinaria descendens acquirat celeritatem datam. Constat, corpus hoc motum in circulo horizontali, cujus radius = $2a$, habiturum vim centrifugam æqualem illi, quam voco normalem corporis projecti, quæ reperitur faciendo ut SA ad SP sic vis centripeta data, quam vocabo F, ad $\frac{SP \cdot F}{SA}$,

quæ erit ista vis normalis derivata a vi centripeta data. Atqui vires duorum corporum æqualium motorum celeritatibus æqualibus in circulis diversis sunt in ratione reciproca radiorum: oportet ergo, ut gravitas ordinaria aut naturalis, quam voco G, sit ad $\frac{SP \cdot F}{SA}$ ut $\frac{1}{2}$ AR ad *a*, id est $SA \cdot G : SP \cdot F = AR : 2a$, id quod

dat $AR = \frac{2a \cdot SA \cdot G}{SP \cdot F}$. Sed quia ratio F ad G data est, sup-

ponamus eam ut $2a$ ad *b*, habebimus $AR = \frac{SA \cdot b}{SP}$, sic ut ra-

dus curvaturæ in A sit quarta proportionalis ad SP, SA & *b*. Ecce radium determinatum modo facillimo, etiamsi Cl. *Keilio* non videbatur commodum methodum suam apponere, quod fortasse nimium proluxa. Reliquum constructionis sectionis conicæ peragitur modo a *Keilio* præscripto, qui nititur proprietate cognita evolutarum sectionum conicarum huc redeunte, quod normalis AK comprehensa inter curvam & axem sit semper tertia pro-

Aët. Erud.
An. 1718.
M. Octob.

Pag. 459.

Tab. IV.
Fig. 1.

Act. Erud.
An. 1718.
M. Octob.
Pag. 469.

proportionalis radii evolutæ AR & ejus corradii AH, qui tra-
sit per focum S. Sed ut par pari referamus, hoc prætermittere
non possum, quod *Keilius* in solutione problematis istius non
aliud egerit, quam quod diu ante ipsum præstitit Nob. *Newtonus*
in Principiis lib. I. propos. 17. Dexteritatem suam minime in re
jam facta ostentare debuisset, quam forte nec efficere potuisset,
nisi auxilio *manuductoris* sui *Newtoni*. Cur non dedit solutionem
pro alia hypothesi virium centripetarum, ex. gr. cum sunt in ra-
tione directâ distantiarum simplicium? quo casu constat hoc tem-
pore, quod etiam sola sectio conica satisfaciat huic hypothesi,
sed cujus centrum virium est in ipso sectionis centro. Ad sol-
vendum igitur problema, quod Cl. *Keilius* non ausus est tenta-
re, quoniam nullam solutionem a *Newtono* jam factam reper-
erat, sit C centrum virium, per consequens etiam centrum sec-
tionis conicæ; sit etiam AB directio corporis projecti. Duc-
tur CG parallela ipsi AB, quæ erit positio semidiametri, cujus
longitudo determinatur modo sequente. Denominatione facta
ut in hypothesi præcedente, habemus iterum radium evolutæ vel

$$\text{concavitate AR} = \frac{CA \cdot b}{CP} = \frac{CA \cdot b}{AK}. \text{ Atqui per naturam sectio-}$$

num conicarum $CG = \sqrt{(AR \cdot AK)}$: sic determinata AK, su-
menda est CG = mediæ proportionali inter AR & AK, deinde
super semidiametris conjugatis CA, CG, magnitudine & positio-
ne datis describenda sectio conica VAG, quæ erit quæsitâ. Fa-
cienda ellipsis, F existente vi affirmativa & vere centripeta; sed
si F sit vis negativa, hoc est centrifuga, construenda est hyperbo-
la super iisdem semidiametris conjugatis CA, CG. Sic igitur bo-
ne pensatum arbitror id, de quo queritur Clar. *Keilius*, quod a
Cel. *Bernoullio* fuerit prætermisum.

Invehitur *Keilius* in *Bernoullium*, quod non tantam curam in-
telligendis Principiis *Newtoni* impenderit, quantam industriam de-
tegendis erroribus adhibuerit. Ego vero audacter assero, Dn.
Bernoullium si non melius, æque saltem ac Dn. *Keilius* intelligen-
re Principia *Newtoni*. Dedit enim specimina super eadem mate-
ria, qualia hætenus dare non potuit *Keilius* & quæ secundum
ipsius *Newtoni* testimonium inventu difficiliora sunt, quam quæ
ipse in Principiis suis tradidit. Neque præterea industria Cel.
Bernoullii, sed casu fortuito inventi sunt errores in Principiis
Newtoni, cum materiam istam eo animo tractaret, ut tentaret
vires suas sicque, quod invenisset, conferret cum effectis tantivi-
ri. Immo sanctè affirmare ausim, quod, cum *Bernoullius* certis
quibusdam locis discrepantiam aliquam vidisset, diu in ea opi-
nque

Pag. 461.

nione fuerit, quod semetipsum deceperit, donec plus centies per
diversas vias analysin suam iterans semperque idem inveniens
tandem agnoscere cogeretur, *Newtonum* humani quid passum es-
se. Quis æquo animo tulerit morositatem *Clar. Keilii*, quod
scopo alias innocenti ac laudabili *Cel. Bernoullii* sensum adeo si-
nistrum affinxerit? sed nimium persuasus est Nobil. *Newtonus*
bonæ existimationis, qua ipsum semper profecutus est *Dn. Ber-
noullius*, quam ut technis *Keilianis* se occupari patiatur. Qua-
cunque vero attentione *Newtoni* Principia evolveris, nequaquam
tamen a *Keilio* tibi persuadere poteris, *Newtonum* prop. 17 de-
monstrasse, curvam, de qua controversia est, in omni casu fo-
re sectionem conicam. Aliud enim ibidem non demonstravit,
quam, supposito hanc curvam esse sectionem conicam, cujus il-
la sit speciei. Notandum vero, a *Bernoullio* non negari, quod
Newtonus apodictice sciverit, solas sectiones conicas respondere
hypothesi, de qua agitur, neque improbari, quod illud simpliciter
& sine demonstratione affirmaverit: sed tantum de forma effa-
torum ejus agi, sicut continentur in Corollariis primis prop. 10
& 13, ubi supponit, ex hisce propositionibus directis immedia-
te & sine alia demonstratione sequi veritatem illarum conver-
sarum.

Nunc *Cl. Keilius* *Cel. Bernoullio*, Professori Basileensi, socium
adjungit doctissimum *Nicol. Bernoullium*, ipsius ex fratre nepo-
tem, Professore Patavinum, & pro more suo (si superis placet)
laudabili criminatur, An. 1711 utrumque aggressum esse *Newto-
num*. Sane neuter unquam in animo habuit adoriri *Newtonum*;
sed illum saltem amice hortati sunt, ut in nova Principiorum
editione errorem suum corrigere dignetur, sicut etiam fecit.
Quare ipsis potius gratiæ debentur, quam vituperia: illis enim
non monentibus, hic forte & omnes hinc emergentes errores ad-
huc in nova mansissent editione. Etsi autem *Keilius* nunc affir-
met, neminem ante *Newtonum* considerasse quidpiam viribus
centripetis simile; in Diario tamen Hagienſi ipsemet falsus est,
Hookium, *Wrennium* & *Hallejum* etiam invenisse legem virium
centripetarum. Et sane *Dn. Hugenius* theorematibus sub finem ope-
ris sui de Horologio oscillatorio in publicum emissis An. 1673,
id est quatuordecim annis ante, quam Principia prodirent, abun-
de comprobavit, quod accuratam naturæ harum virium habueris
notitiam.

Accusat *Keilius* triumphum de *Newtoni* erroribus *Bernoullios*: sed
calumniam agnosceret, qui scripta *Bernoullii*, maxime vero illa,
quæ in Actis Eruditorum An. 1713 publicavit, legerit. Videbit
enim, quanta veneratione, existimatione, moderatione de tanto
Viro

Act. Erud.
An. 1718.
M. Orob.

Pag. 462.

Act. Erud. Viro loquatur. Videtur & ipse Nob. *Newtonus* bonæ intentionis
 An. 1718. *Bernoullius* convictus, cum illum continuationis amicitiae suæ cer-
 M. C. 166. tiorem reddiderit, minimeque actione ejus offensus fuerit, quam
 probam atque innocentem agnovit. Sed

Turpe est doctori, cum culpa redarguit ipsum.

Nam quanta injuria magnum & incomparabilem *Leibnitium* af-
 fecit *Keilius*, summo omnium artes, scientias veramque virtutem
 amantium luctu rebus mortalibus exemptum? Quantam infamiz
 notam impudentissimus inurere studuit tanto Reip. literariz Heroi
 homo, qui cum centum sui similibus forsan non refarciret damnum
 morte tanti Viri Orbi literato datum? Eum profecto subfannare
 non erubuit modo abjectissimo homineque probo maxime indi-
 gno, ut aliud non meruerit, nisi ut Vir summus injuriam sibi
 illatam contemptu vindicaret. Judicet ipse *Keilius*, uter generosius
 egerit? ipse ne cum *Leibnitio* pie memoriz, an vero *Bernoullius*
 cum *Newtono*?

Eodem contemptu nos quoque vindicamus insipida *Keiliis* com-
 mata, quæ in Dn. *Bernoullio* evomit, talium inveniendorum
 gloriam eidem integram relinquentes. Revera autem videtur
Newtonus in ea erronea opinione fuisse, quod termini seriei suæ
 convergentis exacte designent differentias ultiores. Sed cum
 Anonymus quidam, qui majore quidem zelo atque fervore,
 quam *Bernoullius* desideraverat, ejus defensionem suscepit, in
 Actis Eruditorum solide idem demonstraverit & ostenderit, quam
 misere, immo ridicule *Keilius* errorem typographo imputare co-
 netur; ad Acta Eruditorum Ann. 1716 pag. 336 lectorem ab-
 legamus.

Clarissime se demonstrare posse affirmat *Keilius*, Nob. *Newto-
 num* a Coroll. 3. pag. 263 incipiendo nusquam errorem ullam com-
 misisse, &c. Hanc ego demonstrationem libenter viderem. Sed
 quicquid sit, saltem *Newtonus* circa eandem materiam commisit
 errorem in Tractatu de quadraturis, quod utrumque *Bernoullium*
 impulit ut crederent, similem quoque in locis allegatis Princi-
 piorum reperiri. Quid quod non sufficiat, *Newtonum* tantum
 dixisse *Nicolao Bernoullio*, errorem non in methodo serierum,
 sed in solutione consistere; debuisset illud publice demonstrare.
 Ut *Keilius* tanto majus *Newtoni* odium *Bernoulliis* conciliet, hac
 techna malitiose utitur. Ait, illos occasionem arripuisse talia
 propalandi, cum controversia de calculo differentiali summum
 attigisset culmen, ea intentione, ut innotesceret *Newtonum* cal-
 culum hunc non intelligere, consequenter ejus non posse esse
 inventorem. Sed (quod facile juraverim) Cel. *Bernoullius* tunc
 hanc

hanc controversiam ignoravit, cum scriberet, quæ postmodum publicavit. Neque video, quomodo Cl. *Keilius* affirmare audeat, controversiam istam summum tunc fastigium attigisse: Commertium enim ejus epistolicum, quo ipse litem incepit, qua carere poterat Orbis eruditus, nonnisi diu post ea, quæ Commentariis Acad. Reg. Scient. A. 1710 & 1711 inserta sunt, circiterque idem tempus, quo quædam in Actis Eruditorum publicata sunt, lucem publicam viderat, nempe sub finem A. 1712, sub quem etiam ad Collectores Actorum missa sunt, quæ sub initium An. 1713 in iisdem leguntur. Ad reliqua, quæ affert Antagonista, a Cel. *Bernoullii* defensore antea citato jam responsum est. Dum vero ait, neutrum *Bernoulliorum* differentias secundas intelligere; abunde prodit, quantus tyrannus sit passio, quæ homini dominatur: cogit enim illum, velit, nolit, res longe secus intueri ac illas reppererat, priusquam animum ejus subiisset. Sane *Keilius*, qui, cum favore adhuc in Celeb. *Bernoullium* feretur, ipsum egregio insignivit titulo *Geometræ docti atque celebris* (vid. Diar. Hag. Tom. 4. pag. 331); in præsentiarum, cum infeliciter gratia ejus excidit, cum ut calculi differentialis ignarum naturamque differentiarum secundarum nequaquam intelligentem cavillatur. Attamen eodem loco Diarii p. 338 concedit, Dn. Marchionem de l'Hospital calculum istum intellexisse, nec ignorat, illustrissimum hunc virum eundem a Cel. *Bernoullio* didicisse: agnoscit etiam pag. 345 secundas differentias modo debito tractari in libro de Analyti infinite parvorum, atque minime ipsum fugit, regulas in dicto libro extantes a Cel. Dn. *Bernoullio* promanasse: id quod illustrissimus Editor minime negavit ipse. Quid ex his omnibus concludendum aliud, quam quod *Keilius* spiritu contradicendi & maledicendi actus eructare ausus fuerit, quicquid ingenium ejus atrabile refertum ipsi inspiravit. Diserte dicit, Dn. *Bernoullios* naturam differentiarum secundarum non intelligere; sed nonne dici solet (ut verbis utar Dn. Collectorum Diarii Tom. IV. pag. 14), quod in egregia hac Apologia multum sit præsumtionis & affectationis, quas nationes despiciendi, quod moribus Anglicis maxime convenit? licet vero magna existimatio, qua gentem Britannicam professor, mihi non permittat hocce in genere Anglis exprobrare; certum tamen est ingentem apud illos numerum inveniri præoccupatorum, qui stolide satis credunt, quicquid egregium excellensque reperitur, in Anglia originem cepisse, primaque ingenia nonnisi inter illos existere, reliquis nil præter honorem ipsa græbus admodum minutis, & e longinquo tantum sequendi relinquentia. Et ea est vanitas Dn. *Keilii*, qui forsan specula sua nun-

As. Erud.
An. 1718.
M. Octob.

Pag. 464

Act. Erud. quam egressus, suos cominus ceu gigantes, peregrinos vero elong-
An. 1718. ginquo velut pumiliones intuetur.
M. Octob.

Cavillatur ulterius Cl. *Keilius* utrumque *Bernoullium*, quod in
Tab. IV. Figura *Newtoni* sibi imaginati fuerint, lineam interceptam a cur-

Fig. 2. va & tangente esse differentiam secundam ordinarum: *il*, BC &
DG: concedunt enim, revera nonnisi dimidium esse differentie
secundæ. In vanum igitur laboravit Dn. *Keilius*, novam demon-
strationem præter illam Tom. IV pag. 144 Diar. Hag. proferendo,
eamque hic denuo repetendo, ad quam jam sufficienter respon-
dit Cel. *Bernoulli* defensor supra dictus, in Actis Lips. 1716 p. 337
Pag. 465. ostendens, demonstrationem illam non adversus Cel. *Bernoullium*,
sed potius contra ipsum Dn. *Newtonum* facere, & supponendo at-
que inferendo Nob. *Newtonum* exactam differentiarum secundarum
ideam habuisse tum, cum Principia scripsisset, petitionem prin-
cipii committi. Conceditur enim facile, Dn. *Newtonum* sumpsisse

$\frac{nn\ 00}{2e^3}$ pro FG, quoniam id dicit p. 264. Conceditur etiam, quod $\frac{nn\ 00}{2e^3}$

nonnisi dimidium sit differentie secundæ, siquidem ita reperitur
per regulas calculi differentialis in *Analyfi infinite parvorum*
pag. 55 & seqq. Sed dubitatur, an Dn. *Newton* FG pro dimidia
secundæ differentie parte acceperit; saltem nullibi dixit, FG + K/
differentiam secundam integram esse; utpote qui tunc nullam
mentionem fecit differentiarum, vel fluxionum secundarum,
neque terminis expressis, neque æquivalentibus. Sicutiam seris
habet respectu $\frac{nn\ 0^3}{e^3}$, quod libenter concedimus esse = FG - K/,

& nonnisi tertiam partem differentie tertiæ: hæc enim omnia
conformia sunt dictis regulis datis in *Analyfi infinite parvorum*.
Sed ostendat, quæso, Dn. *Keilius*, si potest, Nobiliss. *Newtonum*
FG - K/ pro tertia differentie tertiæ parte sumpsisse. Protervia
itaque est minime condonanda Dn. *Keilii* Cel. *Bernoulli* impu-
rantis, quod sumserint FG pro secunda differentia integra &
FG - K/ pro tota differentia tertia. Dum interea conjici potest,
illum cum Dn. *Newtono* ab initio in isto errore hæsisse, donec
tandem liberati fuissent usu calculi differentialis & regulas dif-
ferentiandi differentias a Cel. *Bernoullio* edocti essent.

Quis tulerit Græcos de seditione querentes?

Verum est, Dn. *Keilium* post repetitam demonstrationem suam
pertinaciter contendere; quod Dn. *Newton* affirmaverit, secun-
dam differentiam æqualem esse summæ quantitatum FG & K/;
verum est, quod non minori audacia addat, utrumque *Bernoulli*
ham

lium asseruisse secundam differentiam æqualem ipsi FG solum: at quoniam res est facti, de qua quilibet, si modo voluerit loca allegata Principiorum Dn. *Newtoni* & scripta *Bernoulliana* legere, erudiri potest; autoritatem *Keilianam* tanti ponderis in orbe erudito non esse credo, ut simplici illius affirmationi fides habeatur. Quin contra mihi liceat thesin invertere & asseverare, D. *Newtonum* nunquam dixisse secundam differentiam æqualem esse summæ quantitaturn FG & KI, atque utrumque *Bernoullium* id nullibi negasse. Sic itaque curiosi lectoris est indagare, utra harum contradictoriarum duarum vera sit.

Denique Cl. *Newtoni* Patronus studii partium *Leibnitianarum* reos facit *Bernoullios*. Turpe est, ut supra jam monui, exprobrare vitium alteri, cui quis ipse obnoxius est. Quod Dn. *Job. Bernoullium* attinet; plurimis ille locis ostendit se partium studio vacuum esse, dum scilicet correxit Dn. *Leibnitium* summa quidem modestia, qua omnino quoque erga Dn. *Newtonum* usus fuit, æque nimirum utriusque tanti Viri merita magni faciens. Sed in Cl. *Keilio* quid, quæso, cernitur aliud quam studium partium *Newtonianarum* intensissimum cœcumque, quod hominem ineptum reddit ad quodvis de rebus sanum iudicium ferendum; studium, inquam, partium ad insaniam usque progrediens, Dn. *Newtoni* errores defendendo eumque infallibilem prædicando. Certissimus sum, Nob. *Newtonum* eo modo coli nolle, præcipue cum non ignarus sit, talem cultum non provenire nisi ab excessu zeli cujusdam arrogantis pro conterraneis suis, ita ut *Keilius* gloriâ gentis suæ celebrans tantum detraheret forte ipsi Nob. *Newtona*, si fortuna sic ferente in transmarinis partibus natus esset, quantum illum ceu Anglum extulit. Fortunæ forsân adversæ illustris *Leibnitii* tantum tribui debet, quod ei non contigerit nasci in illa felicissima Cl. *Keilii* patria, ut similibus elogiis gauderet, quibus accumulatur Nob. Dn. *Newtonus*. Quia scit enim, annon Apotheosis mortem ejus insecuta fuisset?

Act. Erud.
An. 1718.
M. Octob.
Pag. 468.

OBSERVATIO ECLIPSEOS SOLARIS

A. 1718 d. 2 Martii St. c. mane in Observatorio Regio Berolini facta a JOH. WILHELMO WAGNERO.

Misso jam prolixo (quo splendorem observationibus suis observatores conciliare plerumque solent) de præparatoriis & circumstantiis observationes antecedentibus & concomitantibus præfamine, sciri tamen velim, *primum*; me, quo minus ædificia urbis obstaculo sint, & ipse citius Solem detegere possim, supremam aliquam (quæ imaginibus objectorum excipiendis destinata *Obscura* expresse appellatur) Observatorii Regii *Cameram*, pro instituenda Eclipsis observatione elegisse, & ope Tubi optici & pedum in Tabula seu charta alba post eum firmata Solis imaginem ea magnitudine exceperisse, qualis est in figura 4; momenta autem observationum seu Phasium, socium quendam, qui mihi a latere erat, sedulo annotasse ex Automato aliquo portatili majori, quod & minuta secunda monstrat, & cum illud per plures dies continuo iverit, nec juxta Solem, per nubilosos ante dies & alia impedimenta, dirigi potuerit, sed verum tempus multum anticipavit, me per aliquot post Eclipsin captas Solis altitudines tempus automati correxisse. *Deinde*, cum pro excipienda Solis imagine deliquium vel quasi subitura, disco circulari ex Semidiametro Solis Horizontali descripto, & in 12 digitos & horum quartas, circulis concentricis æqualiter ab invicem distantibus, distincto usus sim; sed facies Solis Horizonti adhuc maxime propinqui per refractionem deformata, & ad medium usque Eclipseos, minus tamen in superiori, in quem obscuratio incidit, quam in inferiori semisse, Elliptica fuerit; ipse tamen in observandis Phasibus superiorem Solis circumferentiam Ellipticam superiori disci in Tabula mea circumferentiæ circulari applicaverim, observans, quando umbra ad Circulum aliquem concentricum pertigerit, sequitur, mihi veras ab initio usque ad medium Eclipseos Phases tali modo non observatas esse, sed quia umbra Lunæ cum imagine Solis æqua ratione contracta extiterit, illas revera paulo majores esse debuisse. Quare pro vera acquirenda Phasium quantitate correctionem vel reductionem adhibendam duxi; ita cum Solis Diameter Verticalis $1\frac{1}{2}$ dig. sive 90 minutis, brevior Horizontali immutabili, sed, ut monui, inferior semissis superiori magis Elliptica, & inferior semidiameter superiori contractior fuerit, suppono interim (quod veritati satis accedet) superiorem 40 ejusmodi minutis

nutis ab initio , & inferiorem 50 minutis , iusto breviorē fuif- Aet. Erud.
 fe. Hinc pro fingulis Phafium momentis diminutionem refractio- An. 1718.
 nis five augmentum femidiametri fuperioris crefcentis , & exinde M. Orob.
 porro , quantum fingulæ Phafes refractione diminutæ fuerint , Pag. 470.
 proportionando erui , & particulas debitas Phafibus adjeci , & hoc
 tanto facilius , quia contactus Phafium fere in fuprema circularum
 digitalium parte , hoc eft , fere verticaliter , & parum a latere fa-
 ctus fit . *Macula* infuper fatis denfæ in difco Solis tres fimul &
 femel annotatæ funt . Ceterum favor cœli prædicandus , præter
 fpem , totam hanc Solis Eclipfim obfervari , & obfervationem ,
 nonnifi mox poft initium ad parvum temporis fpacium nubecula
 inturbatari conceffit . Sequitur jam ipfa

Obfervatio Eclipfeos Solis , uno confpectu exhibita .

Ordo Pha- fium.	Tempus in- corr. Automati h. . .	Tempus ex Altitudinibus Solis corre- ctum. h. . .	Quantitas Phafium obfervata. Dig. .	Quantitas Phafium correcta. Dig. .
1	7 8 50	6 48 32	Initium	
2	7 20 35	6 59 54	1 0	1 5
3	7 25 50	7 5 0	1 30	1 37
4	7 31 32	7 10 30	2 0	2 8
	7 36 3	7 14 51	Tres Maculæ Solis annotatæ.	
5	7 38 40	7 17 24	2 20	2 28
6	7 42 59	7 21 34	2 30	2 37
7	7 48 35	7 26 59	2 45	2 50
8	7 57 37	7 35 43	2 50	2 53
	8 4 40	7 42 32	Discus Solis hucusque ellipticus. fiebat circularis.	
9	8 6 6	7 43 55	2 50	eadem
10	8 14 19	7 51 52	2 30	-- --
11	8 24 8	8 1 21	2 0	-- --
12	8 33 16	8 10 11	1 30	-- --
13	8 40 41	8 17 21	1 0	-- --
14	8 46 36	8 23 5	0 30	-- --
15	8 51 56	8 28 14	Finis.	-- --

Ratio Diametri Lunæ ad Diametrum Solis erat circiter ut 24 Pag. 471.
 ad 25 vel potius ut 49 ad 50.

Acce-

A& Erud. Accedunt adhuc Altitudines Solis, post finitam Eclipsin cor.
An. 1718. rigendi temporis ergo captæ, quibus Refractionem de la Hire
M. Octob. nam subtraxi.

	Tempus Automati. h. , ,	Tempus ex Alt. ☉ correct. h. , ,	Altitudines Solis. ° , ,	Refract. Subtrah. ' , "
1	9 11 37	8 47 11	17 54 0	÷ 3 13
2	9 14 10	8 49 27	18 10 0	3 10
3	9 17 25	8 52 44	18 33 0	3 6
4	9 19 16	8 54 54	18 48 0	3 3
5	9 21 1	8 56 20	18 58 0	3 1

Notandum etiam, quod Automaton istud citius justo horas absolverit, & ejus 1 hora 1'.45" fuerint = 1 horæ alius automati, quod longo pendulo gaudet, cujus una vibratio æqualis est uni minuto Secundo.

Summa Observationis:

h.			
6	48	32	Initium Eclipsos.
7	35	43	Maxima Obscuratio.
8	28	14	Finis.
1	39	42	Duratio.
2	Dig. 53'		Quantitas.

M. Nov.
Pag. 497.

RELATIO DE PERPETUO MOBILI

JOH. ERNESTI ELIÆ ORFFYREI.

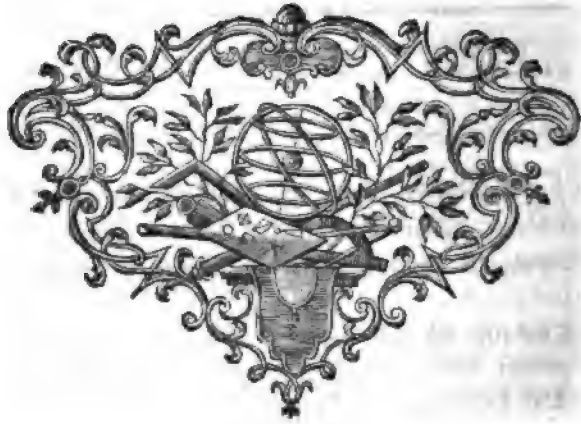
IN Actis An. 1715 inter nova literaria mensis Januarii p. 271 mentionem injecimus *Perpetui mobilis* ab *Orffyreæ* inventi & in pago quoddam *Draßbmik* non præcul ab oppido *Ciga* sitæ curiosis ad spectandum exhibiti. Asseruimus ibidem, rotam libere pendulam unacum axe suo nullo motore externo sensibili impulsam celeriter circumire, motumque admodum æquabiliter continuare. Non defuere, qui præclarum adeo inventum convitiis laceßere ausi sunt. Charta in publicum emissa spargebat non nemo, rotam artificio occulto in orbem agi ab homine in conclavi contiguo sedente, & artificium, quasi coram spectasset, ære in-

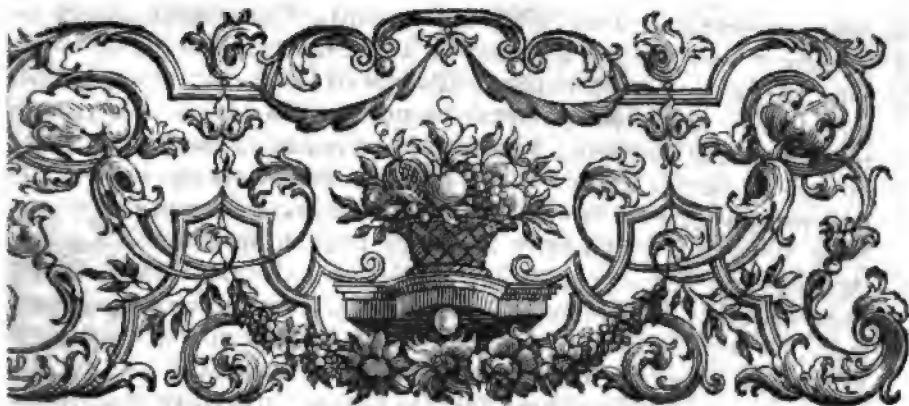
sculpi

sculpi curaverat. Cl. *Orffyreus* interea temporis se contulerat ex pago *Draschmik* in suburbia *Martisburgi*, ibique *Perpetuum mobile* paulo majori forma construxerat. Diameter erat duodecim fere pedum, crassities pedis unius; Diameter axis cavi nonnisi sex digitorum, axiculi vero ferrei vix quarta pars unius, ad minuendum utique affricum & motum ponderis 70 librarum, quod mediante machina in altum attollebatur, retardandum. Ut igitur convitium non verbis, sed re convelleret; d. 31 Octobris presentibus Commissariis, quos a Serenissimo Saxoniz Duce, *Mauritio Wilhelmo*, petierat & impetraverat, Viro scilicet generoso & variis scriptis haftenus editis ac in his Actis recensitis celebri nec Mathematicum imperito, *Julio Bernhardo de Robr*, Regiminis Ducalis Assessoris, Secretario Ducali aliisque officialibus; itemque Viris & generis, & munerum dignitate ac eruditione praestantibus, quos inter *Wolffium Dietericum a Bobsen*, *Fridericum Hoffmannum*, Medicum celebrem, *Christianum Wolffium*, & *Menckonium* nostrum nominasse sufficiat, rotam de loco suo in alium transtulit, ut nulli parieti contigua & undiquaque libera circumiret. Non dissimulabat *Orffyreus*, ponderibus machinam animari. Quantum vero ex quibusdam circumstantiis conicere licuit, pondera erant in medio perforata & elateribus juncta. Typis hac de re exscripta est Relatio idiomate Germanico sub titulo: *grundlicher Bericht vom dem durch den Zerrn Orffyreum glücklich inventirten Perpetuo ac per semobili*, ubi simul structura ejus externa in Tabula ænea sistitur. Enimvero cum sic abunde constaret, nulla vi externa sensibili machinam animari; fuere qui in dubium vocarent motum perennem. Ajebant enim, posse construi rotas, quæ per datum aliquod tempus vi structurae internæ circumeant, sed motu absoluto instar horologiorum opus habeant, ut reanimentur, dictisque fidem faciebant, rotis istiusmodi constructis. Sed huic objectioni anno præsentis satisfactum est ab *Orffyreo*, qui nunc *Cassellis* degit, quo a Serenissimo Hassiæ Landegrafio *Carolo* evocatus est, & dignitate Consilarii commerciorum auctus. Princeps scilicet Serenissimus clementissime indulgit, ut in conclavi quodam Arcis suæ *Weissensteinensis* machina collocaretur: quam eum cum cura contemplatus fuisset rerum mechanicarum & amantissimus, & idem peritissimus, conclave occludi & obsignari jussit d. 12 Novembr. A. 1717. Accessit denuo ad machinam spectandam una cum quibusdam Ministris suis d. 26 Novemb. & conclavi resignato atque aperto machinae motum eundem adhuc, quem ante, deprehendit. Fenestras igitur atque januas conclavis denuo occludi ac obsignari jussit, cumque d. 4 Januarii Anni præsentis remotis figillis, quæ integra ac inviolata agnoscebantur, conclave aperi-

Pag. 498.

Act. Erud. aperiri jussisset, rotam *Orffyreanam* motum consueta celeritate
 An. 1718. etiamnum continuare vidit. Nullus itaque dubitavit Princeps
 M. Nov. erga scientias Mathematicas, in primis Mechanicas, propensissi-
 Pag. 499. mus publice hæc sub suo nomine atque sigillo attestari, simulque
 fidem suam interponere, quod non sit ea machinæ structura, quæ
 reanimari habeat opus. Ceterum hac occasione corrigendum est
 sphaalma typothetæ, quod irrepsit, cum in Actis A. 1717 pag. 369
Wolfii de Machina *Orffyreana* judicium ex ipsius Lexico Mathema-
 tico recenseremus. Legitur scilicet ibidem, *Wolfium* habere ean-
 dem pro Perpetuo mobili pure mechanico, cum potius legendum
 sit, *non pure mechanico*. Etenim in Lexico suo disertè monet,
 nondum demonstratum esse, quod non fluidum subtile quoddam
 externum (qualecunque illud tandem fuerit) in motum machinæ
 influere possit.





E X C E R P T A
 E X A C T I S E R U D I T O R U M
 L I P S I E N S I B U S

A N N I 1719.

D. LAURENTII HEISTERI,

Anat. & Chirurg. Profefs. Altorfani,

*Epistola ad Collectores Actorum Eruditorum Lipsiensium :
 qua respondetur Epistolæ cuidam, Diario Erudit. Parisiensi
 nuper insertæ, & controversia de cataracta illustratur.*



Ervenit ad nos haud pridem Epistola Geisleri, Chirurgi Norimbergensis, quæ in Diario Eruditorum Parisiensi mense Maji exhibetur, perscripta ad Wolbsum, Ocularium, Lutetii Parisiorum degentem; in qua observatio describitur de cataracta membranacea, Norimbergæ in muliere, præsentibus Medicis celeberrimis, nimirum DD. Lochnero, Thomasio, Bscherero, Gæckelio & Widmanno, reperta, quaque epistolæ hujus Autor orbi erudito persuadere voluit, meam de cataracta doctrinam nunc everfam esse. Sed quoniam hic aliqui nonnulli veram meam sententiam non rite intellexerunt, aut forte intelligere noluerunt,

Act. Erud.
 An. 1719.
 M. Jan.
 Pag. 20.

Tom. V.

Dddd

runt,

Ad. Erud. runt, triumphum ante victoriam cecinit. Quapropter liceat m
 An. 1719. hi paucis mentem meam tum de hypothefi mea in univerfum
 M. Jan. tum figillatim de observatione illa aperire: ficenim manifestum
 fore fpero, eam meo fystemati ne quidem efle contrariam, mul-
 to minus illud evertere. Præ omnibus vero mihi demonftrandum
 incumbit, *me non tantum & absolute fine limitatione aut restrictione*
humorem cryftallinum cataractæ causam ftatuiſſe, uti Autor illius epi-
 ſtolæ perhibet: quia non ſolum ei ipſi, ſed etiam Clariffimis illis

Pag. 21. Medicis jam dudum coram declaravi, me quidem, tot inductum
 experimentis, tam aliorum præſtantiffimorum virorum, quam
 meis, in oculis, cataracta laborantibus, inſtitutis, ubi eoſque
 cryſtallinus opacus, & nulla membrana, repertus fuit, cryſtalli-
 ni opacitatem cauſam cataractæ ſtatuer. Verum licet nullæ ad-
 huc membranaceæ cataractæ certo demonſtratæ fuerant, *aſſe-*
ravi tamen, tales quandoque dari poſſe, meque eas a cauſa cata-
 ractæ non excludere velle, ſi modo prius rite fuerint probatæ.
 Præterea in Tractat. mea de Cataracta, Anno 1713 edita, variis
 in locis, præſertim vero pag. 216 perſpicue indicavi, *me mem-*
branam a cauſa cataractæ non prorsus excludere, modo prius certo
probetur: hinc deſideravi tantum ibidem membranaceæ cata-
 ractæ per certa experimenta demonſtrationem; eam enim ſi de-
 monſtraverint ſecundum requiſita ibidem a me propoſita, ulro
 tunc *me profiteri velle, veterum hypotheſin ſimul cum recitari ſa-*
re poſſe: hoc enim ſine probatione admittere velle, ubi tot ex-
 perimenta aliud docebant, Philoſophi aut prudentis Medici haud
 eſſe credidi. Et licet primum in Tract. de Cataracta, membra-
 naceas in univerſum negaverim, factum hoc eſt, quia tales per
 tot annos nuſquam reperiri potuerunt; e contrario vero in
 quamplurimis oculis, quos cataracta laborare præſtantiffimi qui-
 vis Medici atque Chirurgi pronunciarunt, ſemper nonniſi cry-
 ſtallini opaci reperti ſunt. Quo tamen non obſtante generale
 illud aſſertum in eadem adhuc tractat. reſtrinxi, & conditionem
 poſui, ſub qua etiam membranaceas cataractas admittere velim:
 nimirum ſi certis experimentis prius repertæ, & demonſtrata
 fuerint; rei enim dubiæ probationem qui deſiderat, ille profe-
 cto eam non absolute negat. Propterea paulo poſt in eadem ad-
 huc pag. 216 ita pergo: *ſi etiam forteſſe vulgaris ſententiæ pro-*
pugnatores cataractæ membranaceæ vera exempla tandem producant,
tamen hæc recens ſyſtema meum non diruent, ob longæ plura
experimenta quæ pro ſe habet; ſed ſolummodo eis probabunt in-
terdum etiam veram cataractam eſſe poſſe membranaceam. Ex qui-
 bus opinor, a præjudicio liberis ſatis patet, *me membranaceas*
cataractas non prorsus negaſſe; ſed e contrario verbis perſpicuis
aſſe.

Neverasse, *cataractam veram esse interdum posse membranaceam*, Act. Erud.
modo id prius aeris experimentis fuerit comprobatum. Tertio, An. 1719.
 postquam cognoveram, *Wolbium* hanc meam mentem ex pri- M. Jan.
 mo meo Tractatu non rite percepisse, eumque credere ac si
 absolute omnes membranas in cataracta negarem, ad præjudi-
 cium hocce ipsi eradicandum, in epistola mea secunda jam An.
 1715 ad ipsum data (quam in Apolog. mea pag. 80. legere li-
 cer) his tandem verbis pag. 87. meam circa hoc momentum
 sententiam ipsi aperui: *Morbum, quem veteres (addo & recen-
 tiores) pro cataracta vulgo habuerunt, & curarunt, in lente cry-
 stallina PLERUMQUE CONSISTERE, ET LONGE FRE-
 QUENTIUS, QUAM IN MEMBRANA &c.* Quibus verbis
 ipsi denovo quam clarissime indicavi, me statuere, cataractam
 plerumque tantum in crystallino consistere, at non semper;
 verum frequentius quam in membrana. Hinc miror, *Wolbu-
 sium*, ejusque affectas, explicatione etiam hac facta, tamen lon-
 ge aliam mentem mihi nunc affingere & quasi obtrudere, con-
 tra verba hæc adeo perspicua, & tali experimento me jam con-
 victum proclamare, cum tamen recte loquendo meæ hypothese
 haud adversetur. Quarto ipsa Acta vestra Ann. 1716, mense
 Novembr. ubi tractatus mei compendium exhibuerunt, clare
 indicarunt, *me non absolute negare, membranam esse posse causam
 cataractæ, & idcirco me in hoc puncto sententiam ab omnibus
 aliis diversam fovere*; hinc & ex his mentem meam rectius in-
 telligere potuissent mei adversarii. Accedit quinto, quod in A-
 pologia mea, tanquam in curis posterioribus (secundum quas
 scriptoris sententia judicari debet) antequam adhuc certum ex-
 perimentum de membrana in homine innotuerat, illam meam
 hypothesein vel centies exposuerim, monuerimque, illos frustra
 me oppugnaturus esse, qui per aliquas observationes cataracta-
 rum membranacearum meum systema evertere velint. Hinc non
 video, quare post hæc omnia tam clare proposita, aliam jam
 mentem mihi affingant. Quæ cum ita sint, minime fieri potest,
 ut unum vel alterum, imo aliquot talia exempla meam hypo-
 thesin falsam efficere & convellere queant; maxime quia hæc
 exempla adhuc sint rarissima, & hoc primum fuerit genuinum, Pag. 23.
 quod intra duodecim annos, dum hæc controversia agitur,
 contra tot crystallinos opacos, innotuit, atque Parisiis huc us-
 que simile non fuerit observatum; quamvis ibi magna copia
 perpetuo sit cataractæ laborantium; ex eo ipso autem patet,
membranas nonnisi rarissime occurrere. Permitto igitur hanc cau-
 sam publico, id est, prudentibus & expertis dijudicandam: u-
 trum hoc exemplo mea sententia sit destructa, an potius ea ad-

Ac. Erud. huc cum veritate & experientia consentiat: & annon potius An. 1719. vulgaris sententia, *quæ membranas morbosas frequentissime, cry-*
 M. Jan. *stallinos vero opacos rarissime occurrere docet*, jam falsa & ever-

sa appareat; præsertim cum simul in illa observatione in oculo dextro crystallinus prorsus opacus, in sinistro autem jam aliquo modo flavescens fuerit repertus: sicuti Dn. *Widmannus* in scripta sua relatione me certiores fecit. Ceterum ad sententiam meam uberius comprobendam, illud præterea monere volui, me anno superiori, mense Octobri, in juvene viginti annorum, & nuper adhuc die 3 Novembr. in cane, præsentibus variis Doctoribus, Professoribus & studiosis oculos, quos omnes præsentibus cataracta laborare agnoverunt, dissecurisse, & in eis crystallinum opacum, nullam vero pelliculam reperisse; id quod nunc in duobus oculis humanis, & tribus caninis, videre mihi licuit. In juvene illo crystallinus opacus tam firmiter oris pupillæ erat adnatus, ut profecto pro *Glaucomate* haberi non potuerit, quod profundam post pupillam opacitatem requirit. Adhæc varii, iique doctissimi Medici, observationes meis similes mihi perscripserunt: & inter hos primum publice collaudo Excell. Dn. *Mauëbartum*, Medicum Wurtembergicum, & Collegam Academ. Natur. Curios. dignissimum, qui duo exempla crystallinorum opacorum observavit. Deinde Dn. *Weismannus*, Medicus primarius Civitatis Imperialis Winsheimensis in Franconia, & in Anatome exercitissimus, mihi significavit, se varios oculos cataracta affectos haud pridem dissecurisse, & semper crystallinum opacum, nunquam membranam reperisse. Ita & celeberrimus Medicus Hamburgensis, *Spragelius*, se crystallinum opacum in tali oculo invenisse mihi retulit. Præterea Doctiss. Dn. *Wenkerus*, Argentoratensis, Medicus & Anatomicus præstantissimus in Civitate Imperiali Nerolingenfi, cataractæ naturam investigandi gratia anno superiori primo oculos dissecuit viri, qui ambo cataracta laborarunt, in quibus nihil præternaturale, quam crystallinum utrumque opacum invenit. Deinde (quod exemplum notatu dignissimum) hoc anno, tempore veris, idem laudatissimus Medicus rursus oculos viri cujusdam aperuit, in quibus operatio cataractæ tres annos ante mortem fuerat peracta: eo successu, ut in dextro visus ad mortem usque integer duraverit; in sinistro vero, postquam aliquandiu vidit, tandem rursus perierit. In utroque hoc oculo, præsentibus Chirurgo & operatore Nerolingenfi satis celebri, cui nomen *Langii*, & duobus hujus Amanuensis, sive famulis, itemque *Wenkeri* filio, Medicinæ Candidato, crystallinos opacos depressos, sub vitreo, in fundo oculi reperit; nullam ve-

ro membranam morbosam. Haud secus Vir Clarissimus *Morgagnius* Patavio mihi scripsit, celeberrimum *Valsalvam* in oculo cataracta affecto crystallinum opacum deprehendisse; idem sæpius hætenus Parisiis observatum esse, varii amici mihi retulerunt. Et quamvis Amplifs. Doctissimusque *Lancifus* VIII. Kalend. Jun. hujus anni, tria exempla nobis perscripserit membranarum morbidarum, quas in sectionibus repererit, tamen longum abest, ut hæc numerum crystallinorum opacorum æquent, & multo minus superent; sed cognoscitur potius nostram sententiam sibi adhuc constare; præsertim cum ipse *Wolbusius* largiatur, quindecim semper vel viginti crystallinos opacos reperi-
tum iri, pro una cataracta membranacea. Inter illas autem Amplifs. *Lancifii* observationes admodum singularis una recensetur, ubi simul vitreus opacus erat, duritiemque fere osseam induerat, crystallinus vero resolutus reperiiebatur; in altera vero humor aqueus pene desiderabatur, & crystallinus ad colorem flavum propendebat; in tertia denique crystallinus quoque ad colorem flavum inclinabat, ita ut etiam ex his appareat, in omnibus his exemplis crystallinum simul læsum fuisse, numerumque crystallinorum morbidorum longe excedere cataractas membranaceas, id quod & veteres & recentiores ignorarunt, plurimique eruditorum sine mea, qualicunque industria, adhuc ignorarent. Nisi igitur in posterum plura exempla membranacearum cataractarum producantur, quam crystallini opaci jam reperi, & adhuc in posterum reperientur, constabit sponte, vulgarem sententiam (quippe quæ illud docebat) falsam esse, meam vero cum experientia convenire. Unicum tantum adhuc hic addo, nimirum me a *Geislero* olim desiderasse, ut ad sectiones talium oculorum me accerferet: id quod etiam promiserat, sed nescio quare hoc non fecerit, meque infcio illos dissecuerit: forte quædam in illis oculis adhuc observassem, ad quæ alii, ad quos hæc controversia haud attinet, non at-
tenderunt.

Aët. Erud.
An. 1719.
M. Jan.

Pag. 25.

Ast. Erud.
An. 1719.
M. Febr.
Pag. 68.

J. H. ADDITAMENTUM

ad Schedas super Problema Trajectoriarum

*Mensibus Augusto 1717, & Julio superioris anni
in his Actis Eruditorum editas.*

Pag. 69. **E**T si Problema Trajectoriarum Mense Majo 1716 pag. 325. in Actis propositum ad me spectare non censui, utpote qui nusquam de me tantum præsumere ostendi, ut omnibus quæ proponi possent, difficilioribus problematibus a summis tantum Artis hujus Magistris attingendis me parem crederem; quia tamen elegans mihi visum est dictum problema, ejus solutionem aggressus sum, incertus utrum adyta ejus penetrare mihi contingeret, nec ne; post aliqualem inquisitionem incidi tandem in solutionem quam mense Augusto 1717 his Actis inseri curavi p. 401. seqq. & quatuor exemplis illustravi, quorum duo priora curvas algebraicas respiciunt, tertium Logarithmicas per commune quoddam punctum transeunt, a Celeberrimis Bernoulliis Fratribus jam olim sed alio modo solutum. Quartum est illud exemplum quod Ill. Leibnitius paulo ante obitum suum in Anglia proposuisse dicitur a Cl. Viro juvene Nic. Bernoulli, Joh. Viri celeberrimi Filio, U. J. Candidato; & hoc idem confirmari video ex schedas Eximii Nobilissimique Geometræ Angli Dn. Taylor, qui in eo ingeniosam plane ejusdem exempli solutionem cum analysi adduxit, cujus apographum ex Transactionibus Londinensibus transcriptum pro insigni humanitate sua mihi transmisit ingeniosus Dn. Montmortius, Geometra præstantissimus. Nam cum schedam meam ad Acta misi, nesciveram quod exemplum meum quartum in Anglia propositum fuisset ab Ill. Leibnitio, multoque minus qualis ab ipso solutio peteretur; nam id non a D. Leibnitio sed a Dn. Montmortio accepi, qui a Cel. Nic. Bernoulli Professore Patavino se illud nactum esse indicavit in suis ad me literis, Leibnitii vero tanquam Autoris ejus aut saltem propositoris mentionem nullam faciebat.

2. Cum vero intelligerem solutionem meam ideo nonnullis non probari, quod in æquatione differentiali Trajectoriæ quæ sitæ $xdy - ydx = y^m ds : c^{m-1}$ indeterminatæ permixtæ essent; item quod calculus meus exempli quarti nimia prolixitate laboraret, nec commode aliis exemplis paullo difficilioribus accommodari;

dari posset, hisce gravaminibus remedium afferre conatus sum Act. Erud. An. 1719. Febr.
 mense Julio proxime elapso, ubi inter alia magna facilitate in-
 determinatas æquationis meæ ope æquationis Curvarum secunda-
 rum $dx = y^m dy : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$ indeterminatas separavi, Pag. 70.

nam hæc æquatio secundarum præbet $x = \int \frac{1 - m a^{2m} dy}{y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}$
 $= \frac{\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}{y^{m-1}}$, & mutatis in eadem coordinatarum ele-

mentis, $dx = \frac{-dy \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}{y^m}$ & $ds = \frac{a^m dy}{y^m}$, quare

substituendo hos valores ipsarum x , dx & ds in æquatione Tra-

jectoriæ $x dy - y dx = c^{1-m} y^m ds$, proveniet destructis destruen-

dis $\int \frac{1 - m a^{2m} dy}{y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}} = a^m c^{1-m}$, æquatio quæ concessis

figurarum quadraturis construi potest eo fere modo, quem Dn.
 Candidatus a Cel. suo Parente adducit §. 9 Schediasmatis men-
 se Junio superiori editi in Actis. Similem deductionem in casu
 particulari, quo curvæ secundæ sunt *Cycloides*, jam dederam in
 prima mea Scheda Augusti 1717, quando ibidem æquationem *Syn-*
chronæ Bernoullianæ ejusque constructionem dedi. Hoc tamen
 non obstante Dn. Candidatus carpit in mea æquatione indeter-
 minatarum permixtionem, non animadvertens quod, ea tantum
 sit, apparens, minime vero realis; nam in hac æquatione $x dy$
 $- y dx = c^{1-m} y^m ds$, quantitates x , dx & ds dantur (transcenden-
 ter prima) ex æquatione curvarum secundarum $dx = y^m dy :$
 $\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$. Imo si in illa pro dx & ds substituantur earum

valores $\frac{-dy \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}{y^m}$, & $\frac{a^m dy}{y^m}$, quos supra jam habui-

mus, resultabit inde algebraica æquatio $x + \frac{\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}{y^{m-1}}$

$= a^m c^{1-m}$, vel $xy^{m-1} + \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} = a^m c^{1-m} y^{m-1}$,
 alicujus curvæ cujus intersectiones cum curva secunda determi-
 nant puncta trajectoriarum, & hæc sane constructio alteri per
 quadraturas si præferri non debet, ei saltem æquiparari mere-
 tur. Celeberr. Taylor hanc constructionem Trajectoriæ per inter-
 sectio-

A& Erud. sectionem curvæ algebraicæ & curvæ secundæ etiam dedit, & in An 1719. numeræ aliæ curvæ per quadraturas describendæ exhiberi possunt, M. Febr. quarum occurfus cum curvis quibusdam algebraicis puncta ejusdem trajectoriæ determinant.

Pag. 71. 3. Alteri difficultati adversus analyfin meam motæ, quod calculus ejus nimis quam necesse erat prolixus sit, vixque ad alia exempla paullo difficiliora sese extendat, satisfacere studui ostendendo, quod etiamsi ordo, quem in calculo meo sequutus sum, minus naturalis & minus late patens sit, principia tamen analyseos, quæ consistunt in commutatione elementorum coordinatarum curvæ secundæ, & introductione novæ indeterminatæ sufficiant ad exempla multo difficiliora solvenda; Hunc in finem adduxi æquationem $\text{Log. } c - \log. a = \int \frac{qqdy}{y + pspdy}$ ex qua, quia

ponebatur $dx = pdy$ & $x = spdy$ resultat ista & intelligibilior $lc - la = \int \frac{dx^2 + dy^2}{x dx + y dy}$, in qua c est constantissima, a modulus variabilis,

& dx, dy sunt elementa coordinatarum Curvæ secundæ. Non necesse duco monere, quod lc & la significant logarithmos constantis c & variabilis moduli a , sed hoc non est reticendum, quod

utique per x, y, dx, dy intelligi debeat $\frac{x}{a}, \frac{y}{a}, \frac{dx}{a}, \frac{dy}{a}$; hoc enim citato in loco expresse non monui, in applicatione vero æquationis ad exemplum illic positum id accurate observavi, quando

pro integrali ipsius $\frac{dR}{1-mR}$ scripsi $\frac{1}{1-m} \int R - \frac{1}{1-m} la$,

nam hoc idem denotat, ac si posuisssem $\frac{1}{1-m} \log. (R:a)$.

4. Hujus ratio ex sequenti analyfi patefcet. Sint enim $x = \frac{at}{b}$, $y = \frac{au}{b}$, critque in una eadẽque curva secunda a constans, & b per omnes constantissima; quare differentiando $dx = \frac{adt}{b}$, & $dy = \frac{adu}{b}$; atque adeo $dx:dy::dt:du$, & $dxdu = dtdy$.

Quare permutando juxta Canonem meum elementa dx, dy cum dy & $-dx$ crit $dudy = -dtdx$. Jam in transitu ab una Curva

Pag. 72. secunda ad aliam, oportet modulum a variabilem assumere, &

hac cautela posita, æquationes $x = \frac{at}{b}$, & $y = \frac{au}{b}$ differentiæ

præ-

præbent $du = \frac{adt + tda}{b}$, & $dy = \frac{adu + uda}{b}$, & hi valores in $dud y$
 $= - dtdx$ substituti $- adt^2 - tdt da = adu^2 + udu da$, seu
 $\frac{-da}{u} = \frac{dt^2 + du^2}{tdt + udu}$. Quare posita $b = 1$ si in hac inventa æqua-

Act. Erud.
An. 1719.
M. Febr.

tione pro t, u, dt, du scribantur $\frac{x}{a}, \frac{y}{a}, \frac{dx}{a}, \frac{dy}{a}$ proveniet $\frac{-da}{a}$
 $= \frac{dx^2 + dy^2}{x dx + y dy}$, & integrando $lc - la = \int \frac{dx^2 + dy^2}{x dx + y dy}$. Hanc æqua-

tionem deinceps exemplo eodem illustravi, quod quartum est in
 scheda Mens. Augusti 1717. Sed quia posui $p = y^m : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$,
 introductione hujus novæ literæ p factum esse puto, quod nonnul-
 lis obscurus visus sit calculus meus: quare non abs re fore existi-
 mo eundem paullo clarius hoc loco exponere. Æquatio curvarum
 secandarum $dx = y^m dy : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$ nobis supra dedit x

$= \int \frac{1-m a^{2m} dy}{y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}} - \frac{\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}{y^{m-1}}$, vel scribendo brevi-

tatis gratia R pro $\int \frac{1-m a^{2m} dy}{y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}$, $x = R - \frac{\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}{y^{m-1}}$,

sed æquatio differentialis secandarum dat $\frac{\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}{y^{m-1}} = \frac{y dy}{dx}$

posita permutatione elementorum dx, dy , quare $\frac{dx^2 + dy^2}{x dx + y dy}$
 $(= \frac{-da}{a}) = \frac{a^{2m} dx}{R y^{2m}}$ (vel substituendo ex æquatione differentiali

curv. secand. valorem ipsius dx) $= \frac{a^{2m} dy}{y^m R \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}$; verum quia

$R = \int \frac{1-m a^{2m} dy}{y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}$, vel $dR = \frac{1-m a^{2m} dy}{y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}$; erit Pag. 73.

$\frac{a^{2m} dy}{y^m R \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}} = \frac{dR}{1-mR} = \frac{-da}{a}$; & integrando, Log. $\frac{a}{1-mR}$

$= \frac{1}{1-m} \text{Log. } \frac{R}{a}$, per notam paulo ante positam, ergo quanti-

Tom. V.

Eccc

tates

Act. Erud.
An. 1719.
M. Febr.

tates absolutæ his logarithmis respondentes erunt $\frac{c}{a} = \frac{R^{1:1-m}}{a^{1:1-m}}$,
ac denique $a^m c^{1-m} = R$.

3. Sed si $x = \frac{bx}{a}$, & $y = \frac{by}{a}$ fuissent ad suas differentias redactæ
 $dx = \frac{badx - bxda}{aa}$, & $du = \frac{bady - byda}{aa}$ & hæc elementa in æqua-

tione $dudy = -dxdx$ substituta, prodiiisset $\frac{da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{x dx + y dy}$, ubi

dx & dy jam sunt elementa coordinatarum Trajectoriæ quæstæ.
Hæc æquatio vocari posset *Modularis*, quam Celeberrimus Dn.
Taylor etiam dedit, sed suppressa ejus analysi. Hæc æquatio mo-
dularis omnibus curvis similibus communis est, sed solis simili-
bus, quod veritatis amore, quam colo, minime dissimulare vo-
lui; idem sentiendum de æquationibus paragraphi præcedentis,
quas antea generales esse arbitrabar. Nam in curvis transcen-
dentibus dissimilibus æquatio modularis variat, quæ una & ea-
dem est pro omnibus similibus, ut dictum; inventio tamen ejus
quæ peculiare calculi differentialis & integralis artificium depo-
scit omnino in potestate est, & canonis mei usum quoque in-
volvitur.

6. Si in æquatione §. 4 inventa $\frac{-da}{a} = \frac{dx^2 + du^2}{x dx + u du}$, ponantur
 $xx + uu = rr$, atque adeo $x dx + u du = r dr$; ac $dx^2 + du^2 = dr^2$ & dx^2
 $- dr^2$ vel $dx^2 + du^2 - dr^2 = dq^2$. Ac denique $xx + yy = zz$, erit
 $zz (= xx + yy) = \frac{axxx + auuu}{bb} = \frac{aa rr}{bb}$, & $z = \frac{ar}{b}$ vel etiam a
 $= \frac{bz}{r}$, ergo $la = rb + lz - lr$, & differentiando $\frac{+da}{a} = \frac{dz}{z} - \frac{dr}{r}$;

Pag. 74. quare æquatio $\frac{-da}{a} = \frac{dx^2 + du^2}{x dx + u du}$, mutatur in $\frac{-dz}{z} + \frac{dr}{r} = \frac{dx^2 + du^2}{r dr}$;
& $\frac{-dz}{z} = \frac{dx^2 + du^2 - dr^2}{r dr} = \frac{dq^2}{r dr}$. Constructio quam Dn. Can-

didatus noster §. 10. a Celeberr. suo Patre affert in hæc æqua-
tionem definit, atque adeo solas Curvas similes respicit. Nam
si in Schemate ejus (vid. Fig. 1 Tab. III Actor. 1718. pag. 551)

$AF = AM = r$, $AI = b$, $AC = AE = z$, erit $AT = \frac{bdq}{dr}$ (nam dy

est ad dq ut sinus complementi anguli, quem tangens curvæ AT
in

n puncto F facit cum ejus subtensa AF, ad finum rectum ejus-
em anguli) & AL vel (constr.) PM tertia proportionalis post
MA & AT ob angulum (constr.) rectum $MTL = \frac{bbdq^2}{rdr^2}$, quare

cum sit $AM=r$ erit elementum areæ AVPM $= \frac{bbdq^2}{rdr}$. Ordinata

hyperbolæ QRS, quæ est CR, est $= \frac{bb}{z}$, & elementum quadrili-

nei hyperbolici HCRS $= \frac{-bbdz}{z}$; quum vero areæ AVPM &

HCRS (constr.) æquales sint, æquabuntur etiam earum elemen-
ta, ac proinde habetur $\frac{bbdq^2}{rdr} = \frac{-bbdz}{z}$, vel dividendo per bb ,

$\frac{dq^2}{rdr} = \frac{-dz}{z}$, quæ est æquatio quam ex nostra $\frac{-da}{a} = \frac{dz^2 + du^2}{zdz + udu}$
eliciimus.

Hæc eadem constructio immediate etiam deduci potest ex
consideratione similitudinis arcuum AF & AE curvæ, quam
Cel. Bernoulli *principalem* vocat, AFG & secundæ AED, quod
quia quilibet, qui voluerit, facile explorare & invenire potest, Pag. 75.
brevitatis gratia ostendere omitto. Hoc unum annotasse con-
tentus, quod si Trajectoria NEB sursum continuetur usque ad
occursum cum recta verticali AM, intervallum in hac verticali
inter trajectoriam & punctum A æquale futurum sit datæ lineæ
AH. Quare variata hæc variabitur etiam Trajectoriæ altitudo.

7. Iis quæ supra in mea solutione desiderari scripsi Cl. Can-
didatus Bernoulli non solum subscribit, sed plura etiam profert;
quæ in analysi exempli mei quarti reprehendenda invenit. Con-
cedit quidem Canonem meum generalem esse pro Curvis Alge-
braicis, sed pro transcendentibus non item, non majorem ideo
ei extensionem adscripsisse Cel. suum Patruelem Prof. Patavinum,
etiamsi commune mecum in inventionem ejus jus habeat, nec
obstare putat quod contrarium dicam. Scripsi Canonem meum
ad Curvas transcendentis æque ac ad Algebraicas sese extende-
re, & in hoc nihil a veritate alienum asseruisse sentio, cum id
quod scripsi exemplis probaverim. Distinguendum porro est in-
ter canonis amplitudinem & sufficientiam. Canon enim ille con-
sistens in permutatione elementorum coordinatarum Curvæ so-
landæ generaliter obtinet in omnibus omnino curvis algebraicis
& transcendentibus, sed solus ne quidem in Curvis algebraicis
sufficit; nam præter æquationem differentialem curvæ secundæ,

AA. Erud. in qua elementa dx, dy permutari debent, alia semper requiri-
 An. 1719. tur æquatio, quæ cum hac differentiali possit conferri & mo-
 M. Febr. dulus variabilis auferri, ita ut ad æquationem nil nisi coordi-
 natas Trajectoriæ cum suis elementis primis vel secundis aut
 utrisque & quantitibus constantibus contineat. Talem novam
 æquationem in exemplo sæpius citato quæsi & inveni, canonis-
 que usum indispensabilem cognovi: contra hanc Analysin varia
 excipit Dn. Candidatus, quod me tantum duxerit ad æquatio-
 nem aliquam, quæ a constructione per quadraturas a Leibnitio
 postulata adhuc absit, obindeterminatarum permixtionem, quod
 procedat per ambages, & per integrationem aliquam non faci-
 lem nec certa ratione patentem pervenerim ad æquationem meam
 differentialem. Miratur denique quod judicando anonymi cu-
 jusdam Angli tentamen fore calculi laboriosissimi, ipsemet cal-
 culi prolixitatem & molestiam evitare non studuerim. Miratur
 item me dicentem secunda differentialia esse superflua cum ipse
 Pag. 76. ego ad ea delapsus sim.

8. Sed vellem & mihi locum indicet Dn. Candidatus in quo
 circa exemplum curvarum *algebraicarum* in nimiam calculi pro-
 lixitatem inciderim aut ad secunda differentialia delapsus sim?
 talia enim me in Anonymi Angli tentamine improbasse, adeo
 clarum est ex eo, quod expresse negaverim ejus methodum la-
 tius patere quam ad curvas *algebraicas*, aut simplicissimam ex
 transcendentibus, Logarithmicam scilicet, ut ego vicissim mi-
 rer, ipsum verba mea aliter intellexisse, vel potius interpreta-
 tum fuisse, quam ipsa sonant. Verum est, me circa curvas Tran-
 scendentes ad secundas differentias delapsus esse, sed quid hoc
 mirum? Quis enim negaverit rationi consentaneum esse, quod
 in ejusmodi curvis transcendentibus inventio Trajectoriæ secun-
 da differentialia exposcat, quemadmodum pro curvis Algebrai-
 cis primis differentiis opus est? Scio in curvis transcendentibus
 similibus usum secundarum differentiarum vitari posse, sed Dn.
 Candidatus nondum probavit, nec forte unquam probabit, i-
 dem obtinere circa curvas transcendentis *diffimiles*, quales sunt
 ex curvæ, quæ hac æquatione differentiali exprimuntur, dx

$$= \frac{b^m dy}{\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}$$

in qua a est modulus variabilis, constans quidem

pro una eademque linea ex infinitis, quæ hac æquatione expri-
 muntur, sed major vel minor in alia atque alia ex hisce lineis,
 b vero est constantissima per omnes hæc infinitas curvas; earum

omnium æquatio modularis est $\frac{da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{ydy + 1 - mx dx}$. Et Traje-
 ctoria

Storiz orthogonalis æquatio differentio-differentialis ea quæ sequitur $(mdx^4 dy + mdx^2 dy^3 + ydx^2 dyddy - ydx dy^2 ddx + m - 1 xdx^2 dyddy + 1 - m xdx^3 ddy) \times b^{2m} = m - mmxy^{2m-1} dx dy^4 - my^{2m} dx^2 dy^3$. Quod si æquationem differentialem primi gradus invenire possit pro Trajectoria quæ sita, aut hujus trajectoriæ constructionem per quadraturas absolvere possit operæ pretium erit ejus labor. Ad reliquas ejus objectiones in præcedentibus cum jam responsum sit, manum de tabula retraho.

AA. Erud.
An. 1719.
M. Febr.

Pag. 77.

THERMOMETRUM AEREUM

M. Mart.
Pag. 128.

A THEODORO BALTHASSARE Med. D.

recens inventum.

Constructio hujus thermometri sequenti ratione absolvitur. Tab. I. Paretur tubulus vitreus, recurvus AGBCD, globo E instructus, qui globus quanto capacior est, tanto magis thermometrum sensibile evadit. Longitudo tubi AB debet esse major quam $2\frac{1}{2}$ ped. qualis requiritur pro barometris ordinariis. Præterea in A debet esse apertura, per quam immittendum est argentum vivum vel ope infundibuli chartacei, vel si angustius sit orificium, calefaciendo globum E, & orificium A in argentum vivum immittendo. Tantum autem argenti vivi immittendum est, quantum sufficit ad totum tubulum AGBCD replendum. Hoc facto eoque inclinetur thermometrum, ut argentum vivum totum tubum usque ad orificium A impleat, sigilletur tubus hermetice in A, vel, quod commodius fieri potest, obturetur lacca, qua literas obsignare solemus. Statuatur deinde thermometrum in situm erectum, ita ut extremitas A, quæ antea aperta fuerat, summum obtineat; descendet argentum vivum ab A, & hærebit in G, illa circiter altitudine, in qua eo tempore argentum vivum in barometro consistit; cum aer globo inclusus tantum valeat, quantum altitudo totius atmosphæræ, ideoque argentum vivum, quod inest tubo, sustineat in æquilibrio. Sed cum clauso orificio A aeris externi commercium denegatum sit, argentum vivum tubo inclusum nihil amplius patitur a mutata aeris externi gravitate, sed mutationes caloris & frigoris posthinc solæ in hoc thermometrum operantur.

Pag. 129.

Sup-

AA. Erud. Supponamus enim in erecto thermometro argentum vivum ex A An. 1719. descendisse usque in G, sicut portio tubuli AG vacua maneat, M. Mart. si deinde aer in globo E incalcescat, rarefiet, & per consequens argentum vivum tubi ultra G sustollet, contra si aer globi refrigeret, idem condensabitur, vel saltem ab incumbentis argenti vivi pondere se comprimi patietur, quomobrem illud in tubulo denuo descendet. Quemadmodum igitur in thermometro Florentino crescente calore spiritus vini expanditur & in tubo ascendit, ac contra ingruente frigore idem condensatur & descendit; ita in hoc thermometro aer calore expansus sursum protrudit argentum vivum, & contra condensatus frigore, descensuro argento vivo locum concedit. Multifariam hoc thermometrum aereum præstat Florentino. Aer semper eodem modo condensatur & rarefiet, non autem spiritus vini. Citius etiam hoc thermometrum mutationes caloris & frigoris percipit, & cum superior portio AG vacua sit, nihil est, quod ascensuro argento vivo resistat, ideoque rupturæ tantopere obnoxium hoc thermometrum non est, cum in Florentino aer, qui nunquam penitus excludi potest, expansioni spiritus vini obnitatur, & eam quoque ob causam vitrum facile rumpatur.

Ufus sum hoc thermometro toto anno abhinc elapso, ejusdemque variationes singulis diebus annotavi.

Sicut vero ubique clauso vase genuinum hoc est thermoscopium; ita si inferius in globo fiat apertura, thermometrum hoc mutatur in barometrum, & contra si barometri recurvi vasculum inferius lacca signatoria claudatur, inde fiet thermometrum aereum. Quodsi autem superior apertura in A recludatur, inde fit thermometrum vulgari quodammodo simile. Nam non tantum calor crescens, sed etiam aeris externa gravitas diminuta efficient, ut argentum vivum in tubo ascendant; & e contrario calor diminutus vel frigus auctum, atque præterea aeris externi gravitas adaucta argentum vivum in tubo depriment.

DE CALCULO FLUENTIUM

LIBRI DUO,

quibus subjunguntur libri duo de Optica analytica,

Autore JOANNE CRAIG.

Londini, ex officina Pearsoniana, 1718. 4^o. plag. 12 $\frac{1}{2}$.

Ast. Erud.
An. 1719.
M. April.
Pag. 171.

Joannes Craigius, Geometra merito suo celebris, a multo tem-
pore in studio tetragonistico eum laude versatus est. Sane jam
A. 1685 edidit Methodum figurarum lineis rectis & curvis com-
prehensarum quadraturas determinandi, cujus facta est mentio in
Actis A. 1686 pag. 405. Methodus illa nitebatur theoremate quo-
dam *Barrowii*, quod e calculo differentiali *Leibnitii* sua veluti
sponte consequitur, quemadmodum annotatum est ab ipso cele-
berrimo inventore in Actis A. 1686 pag. 423, & ab ipso *Craigio*
agnitum pag. 29, scilicet quod summa subnormalium ad axem
applicatarum sequetur semiquadrato semiordinata ultimæ. Enim-
vero cum eandem nonnisi ad exempla facilia & ex parte jam
aliunde nota applicasset; postea eandem methodum magis exco-
luit & A. 1693 in Tractatu Mathematico de figurarum curvili-
nearum quadraturis & locis geometricis Londini edito ad exem-
pla alia difficiliora promovit. Utitur in ea calculo differentiali
Leibnitii, atque statim ab initio ita scribit: „Ne nimium mihi
„ adscribere, vel aliis detrahere videar, libenter agnosco *Leibni-*
„ *ii* calculum differentialem tanta mihi in his inventendis suppe-
„ ditasse auxilia, ut sine illo hæc vix assequi potuisssem ea, qua
„ optabam, facilitate. Quantopere solidam & sublimiorem Geo-
„ metriam hoc uno nobilissimo invento adauxerit celeberrimus
„ ejus Autor, peritissimos hujus ævi Geometras latere non po-
„ test, & quam insignis fuerit utilitatis in dimensionibus figura-
„ rum inventendis, sequens hic tractatus sufficienter indicabit.
Idem in Tractatu suo calculum differentialem constanter *Leibnitii*
calculum vocat. Ab eo tempore in excolenda methodo quadratu-
rarum majus adhuc studium posuit, & A. 1701 in Actis Philoso-
phicis Anglicanis exhibuit specimen methodi generalis determi-
nandi figurarum quadraturas, quod inde in Actis An. 1704 p. 209
& seqq. translaturum. Nunc ex intervallo ipsam methodum sub ti-
tulo calculi fluentium publicat, per quam Geometria sublimior
non

Pag. 171.

Act. Erud. non parum promovetur. Ceterum cum in Tractatu de Quadraturis An. 1693 usus esset signis *Leibnitianis*, nunc cum Anglis substituit literas punctatas, & calculum differentialem more Anglorum calculum fluxionum vocat. Ait in præfatione, se An. 1685 Cantabrigiæ cum *Newtono* egisse, & eidem prima elementa calculi fluentium (per quæ intelligitur methodus Quadraturarum A. 1686 edita) perlegenda tradidisse, antequam ederentur: quæ ipsi significaverit, se posse Quadraturas innumeras exhibere per seriem infinitam, quæ in datis conditionibus abruptens figuræ propositæ Quadraturam Geometricam determinaret. Cum vero in isto Tractatu mentionem injiciat p. 72 & seqq. calculi differentialis *Leibnitiani*, eodemque utatur, per quem, si eum tunc satis intellexisset, sine tædiolis ambagibus non solum omnia hujus, sed & alterius Tractatus, qui A. 1693 prodiit, pleraque expedire potuisset; mirum sane videbitur, cur *Newtonus*, siquidem *algorithmum aliquem infinitesimalem* tunc habuit (quod nunc volunt Angli nonnulli) aut *Leibnitiani* indolem ac vires sufficienter perspexit, de eo non admonuerint *Craigium*, passusque fuerit, ut suum inventum alteri tribueretur, & tantum seriei infinitæ mentionem injecerit. Sed mittamus ista, & ad methodum *Craigianam* describendam accedamus, in qua nos utemur terminis & signis *Leibnitianis*, tanquam in his Actis usu receptis & olim ab ipso Autore (ut ante monuimus) usurpatis.

Methodus ista exponitur libri primi sectione prima & huc redit.
 1. Ex æquatione curvam definiente v. gr. $z^m = ay^n + bz^r y^r$ querit valorem differentię dz , & ex eo exterminat per ordinariam Algebram z^{m-1} . 2. Assumit æquationem quadraturam definientem, ex. gr. pro curvis trisomialibus, h. e. iis, quarum æquationes tribus terminis constant, $Azy + Bz^f y^s = fxdy$, & inde investigat similiter valorem ipsius dz . 3. Duplicem valorem ipsius dz combinans, reductione (ut par est) facta reperit æquationem resultantem, quæ in nostro casu est

$$\begin{array}{rcl}
 maAy^n + rbA z^r y^r + nfa BZ f^{-1} y^s + n^{-1} + rfbBz^r + f^{-1} y^{r-1} & & \\
 -ma + mbA & + & mgaB & + & mgbB & = 0 \\
 + naA & - & obA & & - & egbB \\
 -mb & & & & & \\
 + ob & & & & &
 \end{array}$$

4. Hinc instituit comparationem inter binos & binos exponentes terminorum hujus æquationis resultantis, & quia quinque diversis modis comparationes illæ institui possunt, ideo rejicit omnes, quæ vel ducunt ad absurdum, vel ad exponentium f, g, b, i &c. valores determinatos. Ex. gr. in nostro casu comparat exponentes
 Pag. 174. termi-

termini secundi $z^e y^r$ cum exponentibus tertii $z^{f-1} y^g + z^{f-1} y^{g+1}$ nempe! A. Erud. pe ponendo $e = f - 1$ & $r = g + n - 1$: unde $f = e + 1$ & $g = r - n + 1$. Brevitatis gratia ponit $c = r - n$, sicque reperit $g = c + 1$ & $r = c + n$, adeoque $z^m = ay^n + bz^e y^c + z^n$ definit omnes curvas trinomialis & $Azy + Bz^e + y^c + 1 = fxdy$, quando quadratura duobus tantum terminis constat. Quodsi faceremus $e = c + f - 1$ & $r = g + r - 1$; tum foret $f = 1$ & $g = 1$, scilicet indeterminati æquales determinatis: quod absurdum. 6. Quodsi pro $f - 1$ substituatur e , & r pro $g + n - 1$, resultans contrahitur ad tres terminos (retento $c = r - n$)

$$\begin{array}{rcl} + ma y^n + rb A z^e y^r & + (1+e) rb B z^{c+1} y^r + c = 0 \\ - ma & + mb A & + (1+c) mb B \\ + na A & - cb A & - (1+c) cb B \\ & - mb & \\ & + cb & \\ & + (1+e) na B & \\ & + (1+c) ma B & \end{array}$$

7. Coefficientes A, B &c. determinaturus ponit coefficientes resultantis in nostro casu sic contractæ nihilo æquales, & per novas hæc æquationes facta reductione, ut par est, quantitates A, B &c. determinat. Est nempe in nostro casu

$$ma A - ma + na A = 0, \text{ adeoque } A = \frac{m}{m+n}$$

$$rb A + mb A - cb A - mb + cb + (1+e) na B + (1+c) ma B = 0$$

$$\text{adeoque } B = \frac{(m-c)(1-A) + (c+n)(-A)}{m(c+1) + n(c+1)} \cdot \frac{b}{a}$$

Quoniam plures hinc oriuntur æquationes, quam quæ sufficiunt ad determinandas coefficientes A, B, C &c. ideo ex reliquarum reductione invenit quadrabilitatis condiciones: quod Sect. 2. docet tum in curvis trinomialibus, quando area figuræ tribus constat terminis, tum in quadrinomialibus ejusdem casus. Sect. 3. theoremata ex methodo ista deducta sistis, nempe I. theorema generale pro curvis trinomialibus, quæ definiuntur per æquationem $z^m = ay^n + bz^e y^c + z^n$. Pro liis est $fxdy Azy + Bz^e + y^c + 1 + Cz^{2e} + y^{2c} + 1 + Dz^{3e} + y^{3c} + 1 + Ez^{4e} + y^{4c} + 1$ &c. & in hac æquatione

$$A = \frac{m}{m+n}$$

$$B = \frac{(m-c)(1-A) + (c+n)(-A)}{m(c+1) + n(c+1)} \cdot \frac{b}{a}$$

Tom. V.

Ffff

C=

Act. Erud.
An. 1719.
M. April.

$$C = \frac{(m-e)(c+1) + (c+n)(e+1)}{m(2c+1) + n(2e+1)} \cdot \frac{-bB}{a}$$

$$D = \frac{(m+e)(2c+1) + (c+n)(2e+1)}{m(3c+1) + n(3e+1)} \cdot \frac{-bC}{a}$$

$$E = \frac{(m-e)(3c+1) + (c+n)(3e+1)}{m(4c+1) + n(4e+1)} \cdot \frac{-bD}{a}$$

$$F = \frac{(m-e)(4c+1) + (c+n)(4e+1)}{m(5c+1) + n(5e+1)} \cdot \frac{-bE}{a} \text{ \&c. in infinit.}$$

Monet, has figuras quadraturam geometricam admittere, quoties $\frac{c-e+m+n}{-cm-en}$ est numerus integer ac positivus, & hanc quadraturam haberi sumendo tot ab initio terminos, quot sunt unitates in numero per $\frac{c-e+m+n}{-cm-en} + 1$ designato. Succedit II

theoremata pro omnibus curvis quadrinomialibus, III pro quinquinomialibus, & IV pro sextinomialibus. Subjunguntur deinde exempla Curvarum, quæ definiuntur per æquationes incompletas, & de his in genere notatur, destruendos esse omnes terminos, quos terminorum deficientium coefficientes ingrediuntur, in valoribus quantitatum A, B, C &c. computatis ex æquatione completa propositam æquationem incompletam includente; reliquos horum valorum terminos esse valores quantitatum A, B, C &c. pro æquatione incompleta. Sect. 4. theoremata generalia ad figuras particulares applicat. Ex. gr. Sit æquatio curvæ trinomialis $z^3 + y^3 = bz^2y$, seu $z^3 = -y^3 + bz^2y$, crit $m=3, n=3, e=1$,

Pag. 176. $c=-2, a=-1$, & $b=b$. Et quia $\frac{c-e+m+n}{-cm-en}$ est 1, figu-

ra geometricè quadrabilis: quoniam vero $\frac{c-e+m+n}{-cm-en} + 1 = 2$,

ideo ad quadraturam sufficiunt duo primi theorematis generalis termini: in quibus si valores quantitatum m, n, e, c, a, b substituantur; prodibit $\int z dy = \frac{1}{2} zy - \frac{1}{6} bz^2 y^{-1}$. Sect. 5 progreditur ad Quadraturas curvarum geometricè irrationalium, quarum aliquas An. 1696 in Actis Philosophicis Anglicanis dedit, & elementa methodi cujusdam exemplis illustrata exhibet. Vocat autem Curvam geometricè irrationalem, quando æquationem curvæ ingreditur arcus alicujus curvæ: unde rationalis ipsi est, quam Leibnitijs Algebraicam vocat. Methodum his verbis tradit:

„ 1 Ad

„ 1 Ad Curvæ ACH punctum quodvis C esto tangens CI axi
 „ AB occurrens in puncto I. 2 inveniatur Tangentis CI valor Aft. Erud.
 „ analyticus per y & datas expressus, & per x denotetur pars An. 1719.
 „ istius valoris, quæ sub vinculo radicali quadratico continetur, M. April.
 „ postquam quantum fieri potest, quantitate y liberatur, ut in Tab. I.
 „ Tractatu de Quadraturis A. 1693 edito ostensum est. 3 Poli- Fig. 2.
 „ to quod e sit exponens dimensionum, ad quas indeterminatæ
 „ z, y, v assurgunt in æquatione Curvam ADE definiente, fiat
 „ involutio hujus quantitatis $(v+x+y+)^e + 1$, A neglectis Pag. 177.
 „ coefficientibus numericis ex involutione oriundis, afficiantur
 „ termini coefficientibus incognitis, A, B, C &c. & summa om-
 „ nium ponatur $= fxdy$. 4 Differentietur hæc æquatio & eli-
 „ minentur dv, dx ; & post alias usitatas reductiones, habebitur
 „ æquatio, quam voco *resultantem*, cujus termini, more usitato
 „ comparati dabunt A, B &c. adeoque $fxdy$ seu aream quæsitam.
 „ Quoniam æquatio *per reg. 3* constituta sæpissime plurimos com-
 „ prehendit terminos inutiles, ideo in sequentibus tales omit-
 „ tuntur, quos calculum expertus ad Quadraturam non specta-
 „ re deprehendi. Ut hæc rectius intelligantur, exemplum Au-
 „ toris primum huc apponere juvat. Sit ACH semicirculus, cu-
 „ jus diameter AH $= 2a$, arcus AC $= v$, BD $= z$, AD $= y$ & pro
 „ Curva ADB $z = v$, quærat quadratura areæ ABD. Quoniam
 „ IC $= a\sqrt{(2ay - y^2)} : (a - y)$, erit vi methodi $x = \sqrt{(2ay - y^2)}$.
 „ Cum in hoc exemplo vi ejusdem $e = 1$; $(v+x+y+1)^2$ est
 „ quantitas, cujus termini coefficientibus A, B, C &c. affecti con-
 „ stituent $fxdy$. Neglectis ergo terminis inutilibus erit $Ayv + Bv$
 „ $+ Cyx + Dx = fxdy$: unde porro reperitur

$$\begin{aligned} &+ Axv + Aay + Ba (-2Cy^2) = 0 \\ &- 1 + 3Ca + Da \\ &- D \end{aligned}$$

& ex terminorum comparatione $A = 1, B = -a, C = 0, D = A$.
 Quare $ABD = yv - av + a\sqrt{(2ay - y^2)} = fxdy$.

Applicat Cel. Autor eandem methodum inter alia ad cycloi-
 dem vulgarem & ad funiculariam, atque in scholio p. 30 mo-
 net, si in expressione arcus generali ponantur omnes termini
 quantitate v affecti $= 0$, reductione facta valor ipsius y fuerit
 affirmativus, figuræ propositæ competere quadraturam specia-
 lem illius portionis, quæ huic abscissæ y adjacet, & si in areæ
 expressione generali pro y substituatur valor ejus determinatus,
 quadraturam specialem obtineri. Ex gr. si in exemplo præceden-
 te ponatur $yv - av = 0$, erit $y = a$. Transiit ergo semiordinata
 KN per centrum circuli K, & area AKN $= a^2$, seu quadrato ra-
 dii æqualis. Ex hoc fundamento omnia consequi notat, quæ in

A&S. Erud.
An. 1719.
M. April.

$$C = \frac{(m-e)(c+1) + (c+n)(c+1)}{m(2c+1) + n(2c+1)} \cdot \frac{-bB}{a}$$

$$D = \frac{(m+e)(2c+1) + (c+n)(2c+1)}{m(3c+1) + n(3c+1)} \cdot \frac{-bC}{a}$$

$$E = \frac{(m-e)(3c+1) + (c+n)(3c+1)}{m(4c+1) + n(4c+1)} \cdot \frac{-bD}{a}$$

$$F = \frac{(m-e)(4c+1) + (c+n)(4c+1)}{m(5c+1) + n(5c+1)} \cdot \frac{-bE}{a} \text{ \&c. in infinit.}$$

Monet, has figuras quadraturam geometricam admittere, quoties $\frac{c-e+m+n}{-cm-en}$ est numerus integer ac positivus, & hanc quadraturam haberi sumendo tot ab initio terminos, quot sunt unitates in numero per $\frac{c-e+m+n}{-cm-en} + 1$ designato. Succedit II

theoremata pro omnibus curvis quadrinomialibus, III pro quinquinomialibus, & IV pro sextinomialibus. Subjunguntur deinde exempla Curvarum, quæ definiuntur per æquationes incompletas, & de his in genere notatur, destruendos esse omnes terminos, quos terminorum deficientium coefficientes ingrediuntur, in valoribus quantitatum A, B, C &c. computatis ex æquatione completa propositam æquationem incompletam includente; reliquos horum valorum terminos esse valores quantitatum A, B, C &c. pro æquatione incompleta. Sect. 4. theoremata generalia ad figuras particulares applicat. Ex. gr. Sit æquatio curvæ trinomialis $z^3 + y^3 = bzxy$, seu $z^3 = -y^3 + bzxy$, erit $m=3$, $n=3$, $e=1$,

Pag. 176. $c=-2$, $a=-1$, & $b=b$. Et quia $\frac{c-e+m+n}{-cm-en}$ est 1, figu-

ra geometricè quadrabilis: quoniam vero $\frac{c-e+m+n}{-cm-en} + 1 = 1$,

ideo ad quadraturam sufficiunt duo primi theorematis generalis termini: in quibus si valores quantitatum m, n, e, c, a, b substituuntur; prodibit $\int z dy = \frac{1}{2} zy - \frac{1}{6} bz^2 y^{-1}$. Sect. 5 progreditur ad Quadraturas curvarum geometricè irrationalium, quarum aliquas An. 1696 in Actis Philosophicis Anglicanis dedit, & elementa methodi cujusdam exemplis illustrata exhibet. Vocat autem Curvam geometricè irrationalem, quando æquationem curvæ ingreditur arcus alicujus curvæ: unde rationalis ipsi est, quam Leibnizius Algebraicam vocat. Methodum his verbis tradit:

„ 1 Ad Curvæ ACH punctum quodvis C esto tangens CI axi
 „ AB occurrens in puncto I. 2 inveniatur Tangentis CI valor
 „ analyticus per y & datas expressus, & per x denotetur pars
 „ istius valoris, quæ sub vinculo radicali quadratico continetur,
 „ postquam quantum fieri potest, quantitate y liberatur, ut in
 „ Tractatu de Quadraturis A. 1693 edito ostensum est. 3 Posi-
 „ to quod e sit exponens dimensionum, ad quas indeterminatæ
 „ z, y, v assurgunt in æquatione Curvam ADE definiente, fiat
 „ involutio hujus quantitatæ $(v+x+y+1)^e + 1$, A neglectis
 „ coefficientibus numericis ex involuione oriundis, afficiantur
 „ termini coefficientibus incognitis, A, B, C &c. & summa om-
 „ nium ponatur = $\int z dy$. 4 Differentietur hæc æquatio & eli-
 „ minentur dv, dx ; & post alias usitatas reductiones, habebitur
 „ æquatio, quam voco *resultantem*, cujus termini, more usitato
 „ comparati dabunt A, B &c. adeoque $\int z dy$ seu aream quæsitam.
 „ Quoniam æquatio *per reg.* 3 constituta sæpissime plurimos com-
 „ prehendit terminos inutiles, ideo in sequentibus tales omit-
 „ tuntur, quos calculum expertus ad Quadraturam non specta-
 „ re deprehendi. Ut hæc rectius intelligantur, exemplum Au-
 „ toris primum huc apponere juvat. Sit ACH semicirculus, cu-
 „ jus diameter AH = $2a$, arcus AC = v , BD = z , AD = y & pro
 „ Curva ADB $z = v$, quærat quadratura areæ ABD. Quoniam
 „ IC = $a\sqrt{(2ay - y^2)} : (a - y)$, erit vi methodi $x = \sqrt{(2ay - y^2)}$.
 „ Cum in hoc exemplo vi ejusdem $e = 1$; $(v+x+y+1)^2$ est
 „ quantitas, cujus termini coefficientibus A, B, C &c. affecti con-
 „ stituent $\int z dy$. Neglectis ergo terminis inutilibus erit $Ayv + Bv$
 „ + $Cyx + Dx = \int z dy$: unde porro reperitur

$$\begin{aligned} &+ Axv + Aay + Ba \quad (-2Cy^2) = 0 \\ &- 1 \quad + 3Ca + Da \\ &- D \end{aligned}$$

& ex terminorum comparatione $A = 1, B = -a, C = 0, D = A$.
 Quare $ABD = yv - av + a\sqrt{(2ay - y^2)} = \int z dy$.

Applicat Cel. Autor eandem methodum inter alia ad cyclo-
 idem vulgarem & ad funiculariam, atque in scholio p. 30 mo-
 net, si in expressione arcus generali ponantur omnes termini
 quantitate v affecti = 0, reductione facta valor ipsius y fuerit
 affirmativus, figuræ propositæ competere quadraturam specia-
 lem illius portionis, quæ huic abscissæ y adjacet, & si in areæ
 expressione generali pro y substituatür valor ejus determinatus,
 quadraturam specialem obtineri. Ex. gr. si in exemplo præceden-
 te ponatur $yv - av = 0$, erit $y = a$. Transit ergo semiordinata
 KN per centrum circuli K, & areæ AKN = a^2 , seu quadrato ra-
 dii æqualis. Ex hoc fundamento omnia consequi notat, quæ in

Aët. Erud. his Aëtis de cycloidis spatiis innumeris geometrice quadrabilibus tradiderunt ingeniosissimi fratres *Bernoullii*. Se autem primum omnium in Aëtis Anglicanis An. 1697. detexisse arbitratur talium fundamentum. Ut præstantiam methodi in aprico ponat, duas subnectit spatiorum cycloidalium quadraturas geometricas & indefinitas, qualium hætenus nulla apparuit. Insuper integra Sect. 6 monitum istud compluribus exemplis illustrat, & in iis ex sua methodo deducit theorema Cel. Dn. de *Tschirnhausen* de Lunulæ quadratura indefinita in Aëtis A. 1687 editum, cui primam istiusmodi Quadraturæ inventæ laudem tribuit. Tandem Sect. 7 de summatione formularum $ay^m dy = by^m + \int dx + qdx$, $ay^m dy = by^m + \int pdx + qdx$, $ady = pydx + by^n qdx$ & $ay^c dy = by^n qdx + pdx$ (in quibus p & q denotant quantitates ex 1 & x utcumque compositas) nonnulla annotat, quas ad methodos quadraturarum a se expositas reducit. Sed intelligentibus, quæ Cel. *Bernoulli* in Aëtis anni 1697 p. 284 & *Gabriel Manfredus* in libro de constructione æquationum differentialium primi gradus post ipsum p. 180 & seqq. tradidere, non apparet, quid novi hac in re præstiterit. Monet tandem, si per methodos a se explicatas summatio fieri nequeat, recurrendum esse ad series infinitas *Newtoni*. Hæc dicta sunt de parte operis eximii præcipua.

Liber secundus inscribitur de calculi fluentium usu: sed quæ hic occurrunt, nova non sunt, sed pleraque ex his etiam Aëtis dudum nota. Sectio enim prima series infinitas pro logarithmis, secunda alias pro arcu circulari ejusque sinubus, tangente & chorda, & tertia pro curva loxodromica ac inde pendentibus problematibus nauticis exhibet. Eminent hic sectio quarta, in qua de transmutatione figurarum curvilinearum tractat Autor ingeniosus. Docet hic 1 omnes figuras binomiales geometrice quadrabiles in parabolicas transmutare, & inde earum Quadraturarum determinare; & 2 figuræ cujusvis datæ Quadraturam invenire, ex descripta curva generis parabolici, quæ per assignata quotcumque puncta transit: quod est inventum summi Geometræ *Newtoni*, Geometriæ sublimioris cultoribus satis notum. Colophonis loco hæc verba addit: „Hisce subjungere decreveram calculum inveniendi theorematum mea pro locis Geometricis, quæ cum tractatu nostro de Quadraturis edita sunt

Pag. 179.

„ A. 1693: sed me labore illo exoneravit illustrissimus *Hospitalius*, qui operis suis posthumi librum scripsit integrum 7 de theorematum horum calculo, & diffusa methodi nostræ explanatione. Multumque mihi gratulor, nostra, qualiacunque tan-
 „ toper in Gallia probari, ut ipse *Hospitalius* (magnum scientiarum harum decus & promotor egregius) eadem transcribe-

„ re, ejusque operis posthumi editor eadem luci denuo expone-
 „ re dignati fuerint.“ Methodum *Hospitalianam* eandem esse cum
Craigiana, monuimus cum *Hospitalii* opus polumum in his Actis
 recenseremus. Sed cum *Hospitalius* non citet *Craigium*; quid aliud
 inde concludetur, quam Gallis a *Craigio* plagium *Hospitalii* sal-
 se exprobrari? De optica analytica pauca nobis dicenda sunt,
 cum gemina hisce jam passim occurrant. Liber primus de Cato-
 ptrica agit, & in eo determinatur focus radiorum parallelorum,
 divergentium & convergentium, qui in superficiem quomodo-
 cumque convexam vel concavam incidunt. Addit usum in parte
 Catoptricæ inversa, docens nimirum invenire curvam, quæ ra-
 dios parallelos excipiens efficiat, ut reflexi in dato puncto colli-
 gantur. Liber secundus Dioptricæ destinatur; & in eo determi-
 natur focus radiorum parallelorum, divergentium & convergen-
 tium, in superficiem utcumque convexam vel concavam inciden-
 tium. Applicatio theorematum generalium fit ad superficies sphæ-
 ricas, tum etiam ad lentem quamcunque sphæricam. Additur
 etiam problema generale de inveniendi foci physici aberratione,
 quam primus in Dioptrica consideravit *Hugenius*: & ultimo loco
 comparat solutio problematis de inveniendi area, quæ ab omni-
 bus refractis projicitur in planum ad axem normale in foco posi-
 tum, atque hinc deducit rationem efficaciz radiorum in foco ad
 efficaciam incidentium in lentis superficiem.

Act. Erud.
 An. 1719.
 M. April.

JOH. BERNOULLI RESPONSIO

M. Maji
 Pag. 216.

ad nonneminis provocationem, Ejusque solutio
 quæstionis ipsi ab eodem propositæ,

*De inveniendi Linea curva quam describit projectile
 in medio resistente.*

PROponere problemata in publicum non caret utilitate, hac
 enim ratione excitantur & acuuntur ingenia; ac sæpe aliquid
 eruitur in scientiæ incrementum, quod alioquin forte abscondi-
 tum mansisset. Hoc igitur nomine laudabilis est illa quovis tem-
 pore recepta consuetudo, qua cum primis Geometriæ mutua pro-
 blematum propositione vires suas subinde exercuerunt: amittit
 vero pretium suum statim ac degenerat in abusum a parte Propo-
 nentis, quod fit, quando non indefinite proponit, ut cuique fas
 sit

Pag. 217.

A&T. Erud. sit propositi vadium tentare, sed ei tantum; cui male vult, & quem cuperet solutionis non capacem fore, eum tantum in finem, quo postea ex illius quasi infirmitate triumphet.

An. 1719.
M. Maji.

Exemplum huiusmodi indecentis provocationis dedit nobis Homo quidam natione Scotus, qui ut apud suos impuris inclauit moribus, ita apud Exteros jam passim notus odio plusquam Vatiniano quo flagrat, in ipsos præsertim Germanos, usque adeo implacabili, ut cum aliis sui similibus sibi persuadeat, quod in rusticitate modum excedere non possint cum Germanis controverentes, cujus quidem ille causam non aliam habet, quam quod putet hos præ aliis resistere immodicæ ambitioni, qua occæcatus quicquid hætenus inventum est popularibus suis arrogare contendit. Mirum profecto, quod inclytus Newtonus, cujus ingentia merita suspiciunt omnes veri rerum pulchrarum Æstimatores, talem non repudiet vindicem, a quo sane laudari turpe mihi ducerem, vituperari honestum: Nostros si admitteret plausus Vir egregius, si nostra ipsi placerent præconia, uti sunt sincera atque a partium studio aliena, ita magis forent solida ac fide magis digna saltem apud eos, qui non nisi ex aliorum iudicio de rebus ipsis judicare valent.

Quod itaque attinet ad Aggressorem nostrum, qui nominari non meretur, tulit ille ægerrime quosdam a me notatos errores in Philos. natur. Principiis Newtoni; quos in Actis Lips. an. 1713 correxi, falsis vera substitui, ac defectus aliquos supplevi, tanto cetera candore & modestia usus, ut Newtonus ipse, qui in fine præfationis hoc a Lectore suo petit, non tantum non offensus meis annotationibus, sed ut postea intellexi ab Amico communi, qui Newtono familiariter utitur, iisdem haud parum devinctus esse videretur; nec miror, quis enim veritatis amans in errore licet inscius perseverare mallet, quam ejus admoneri? cum præsertim eo jam ventum esset, ut altera Principiorum Editio paulo post in lucem prodiret; quod proin elegans opus iisdem navis dedecoratum comparuisset, nisi amica nostra interpellatio tempestive intervenisset.

Pag. 218.

Hoc vero, ut modo dixi, momordit Antagonistam Scotum, quasi, quod ridiculum, toti suæ Insulari Nationi ignominiosum esset, Britannum a non-Britanno corrigi, lapsusque a summo Geometra commissos detegi a Geometra quodam inferioris subseclii. Dissimulato aliquandiu dolore cum lites interim suscitasset magno quondam Leibnitio, voluit, ut nunc apparet in suas me trahere partes multis in me congestis encomiis & honorum titulis in aliquo contra Leibnitium scripto edito in Diario Hagienli: Sed cum vanis laudibus facile inescari me non patiar, nolui, quod
liti,

litigator optabat, me immiscere controversiæ intempestive inceptæ, multo minus partes amplecti contra Leibnitium, partim quia rixarum sum pertæsus, partim quia argumenta quibus pugnare solet Aggressor sunt talia, ut illis, si vel Anglus essem, convinci non possim. Irritatus hac mea renitentia, laxavit tandem fræna furori, atque relicta blandorum verborum methodo, iniit conviciorum viam, quibus me, quod audio, masculine obruit & obruere pergit, sicuti solent qui desperatam habent causam; qui antea ipsi eram in calculo infinitesimali versatissimus, nunc mutata rerum facie, uti in eodem Diario testatur, hunc calculum ne quidem intelligo; credo equidem, cum postremam suam sententiam ferret, præ furore non meminisse ejus quod antea sedato animo scripserat. Taceo alia, ut rumor fert, dictu horrenda, ex quibus nuper conflavit libellum (editum an ineditum nescio) quem tum manuscriptum circumferebat prælo destinatum. Fuerunt, ut mihi scribitur, inter ipsos adversæ partis sequaces, qui perlegendo cohorrerunt; sed ita sum animatus, ut, quemadmodum ejus elogia me parum affecerunt, ita nec ejus contumelias morari constituam, utrumque æquali animo excepturus. Quod enim superiori anno in Actis hisce moneri curavi, me nemini responsurum, qui aculeis & conviciis militare veller, id jam repeto atque sanctissime observabo, securus utique, me quoque silente maledicorum conatus in fumum abire, ab illis enim meam qualemcunque existimationem dependere non puto.

Act. Erud.
An. 1719.
M. Maji.

Materia autem circa quam meæ animadversiones errorum Newtonianorum versabantur desumpta erat ex Sectionibus quatuor prioribus Libri secundi Philosophiæ Natur. Principiorum: Antagonista, ut extenuet meum laborem, causatur in aliqua epistola, cujus apographum ipso ita dirigente ad me missum fuit, quod hæc unica pars Philosophiæ Newtonianæ, quam ait me summo studio excoluisse & examinasse, nullius sit momenti; quamvis Newtonus ipse longe aliter sentire videtur in fine Sectionis quartæ, utpote qui has disquisitiones vocat perplexas, ac proin haud dubie præ reliquis dignas, ut singulari attentione pertractentur.

Pag. 219.

Credebam ego, quod in honorem Newtoni fateri non puder, in toto ejus opere nihil non momentosum contineri: Scotus vero noster, qui ceteroquin etiam errores ejus mordicus defendere sagagit, nunc partem invenit notabilem Operis Newtoniani, quam tanquam nauci exagitat ac vilipendit; ita solet furor in transversum agere quosdam homines, qui sibi libenter unum eruerent oculum, dummodo liceret ambobus orbare eos quibus sunt infesti. Interim hic iterum turpiter prodit insanum, quo laborat, sibimet ipsi contradicendi cacoethes. Postquam enim prædi-

ctam

A& Erud. Etam partem Philos. nat. Principiorum ceu rem frivolam & inutilem explosisset, subdit statim in eadem Epistola, *se, si velim exercere meam industriam in aliqua re utili, desiderare, ut solvam problema tentatum pridem a Leibnitio, sed qui erraverit & solvere non potuerit*: Problema autem ad cuius solutionem me provocas ita habet, *Invenire curvam, quam projectile describit in aere pro simplicissima suppositione gravitatis atque medii densitatis uniformis, resistentie vero in duplicata ratione velocitatis*. Ubi statim Lectorem attendere cupio ad inconstantiam Provocatoris problema hocce tanquam utile & solutu dignum aestimantis, quod tamen ad ipsam illam spectat materiam, in cuius enucleatione studium singulare collocavi, & quæ ipsius iudicio nullius est momenti, nullique inservit naturæ phænomeno explicando. Est enim illud problema nihil aliud quam inversum Propos. X. Philos. Natur. Princip. pag. 232 Edit. post. ubi Newtonum hallucinatum demonstraveram. Insanientis certe est, crasse adeo sibi contradicere, ut 5 vel 6 lineis unum idemque modo nullius, modo magni aestimet momenti.

Pag. 220.

Quare autem hoc potius problemate quam alio me tentare voluerit, conjectu haud difficile mihi fuit. Credebat enim, cum nullam illius solutionem invenerit ipse Newtonus (nam si invenisset, nullum est dubium, quin Principiis suis inseruisset, majoris quippe utilitatis futurum, quam illa est, quæ extat p. 215 pro hypothese naturæ non convenienti, supponendo scil. resistentiæ simplici velocitati proportionalem) credebat, inquam, hoc quod eluserit sagacitatem magni Newtoni, immo omnium tum temporis, cum hæc scriberet, Geometrarum Anglorum, idem multo magis vires meas superaturum. Interim quamvis meæ tenuitatis conscius mihi tantum non tribuam, ut cum consummatissimo Geometra Newtono paria facere velim, contigit tamen mihi invenisse id quod lynceos ejus oculos fugerat. Et enim visa Provocatoris epistola, quam ab Amico aliquo Viro Nobili & insigni Mathematico communicatam acceperam incunte Februario anni superioris, non diu post plenaria potius sum solutione, & quidem ultra quam deposcebat Provocator, quandoquidem illa se extendit ad hypothese resistentiæ non tantum in duplicata, sed in quavis multiplicata ratione velocitatis.

Verum antequam solutionem meam publicarem, justum & æquum judicabam, ut Provocatori suum ipsummet problema vicissim proponerem; quare subsequenti mense Majo ad eundem Amicum rescripsi, rogavi que ut eadem, qua fuerat compellatus, via uteretur ad significandum Adversario petittum meum, quod eo tendebat, ut ante tum proximum mensem Septembrem de-

clara-

clararet, num ipse problema suum solverit aut solvere possit, addita simul justissima hac comminatione, nisi statuto tempore responsurus sit, me silentium ejus accepturum pro tacita confessione suæ imbecillitatis, atque hinc fonticam causam habiturum conquerendi publice de ipsius turpi & inhumano mecum agendi modo, siquidem me tentaverit quodam mihi proposito problemate, cui solvendo se ipsum longe imparem sensisset.

Terminus iste ad intercessionem Amici, prorogatus fuit meo consensu usque ad Kalendas Novembris, ita ut fere semestri deliberandi spatium habuerit Provocator: Sed turpi fuga terga dedit, & loco solutionis proprii sui problematis, quam utique possidere prius debebat, quam illam a me exigeret, hunc futilem tergiversationis suæ prætextum obtrusit, scilicet *me agere imitorem Leibnitii, qui cum ad argumenta respondere non posset, in problematum propositione diverticula quasi verit; jam non controversi, uter nostrum melior sit Geometra meliusque sciat problemata resolvere: sed cardinem questionis esse, quis sit inventor calculi fluxionum directi & inversi &c.* Sed quid ad me aliorum litigatio? quid inde utilitatis redundat in publicum? esto penes quemque Lectorem adjudicare inventa cuicumque voluerit, modo inde doctior evadat; si quis mihi mea eripere, ac sibi vel aliis attribuere gestiet, per me licet, erunt semper inter æquiores de rebus gestis instructos, qui quod verum deprehenderunt suum cuique publice asserere non verebuntur. Extant hanc in rem scripta nostra, quæ ut totidem monumenta facile dissipabunt inania jurgia, his demum temporibus tanto cum ardore agitari cœpta a vitilitigatoribus, quorum magno suo merito Coryphæus est Provocator meus. Quis autem non miretur miserabile subterfugium, quo se a mutua obligatione ad id, quod mihi imponebat, subducere conatur? Provocat ille me ad certamen; ego compareo; provo-co vicissim; comparere renuit; quod a me præstandum poposcerat, præstiti; idem ab ipso præstari petii, quid æquius? hoc vero ille jam vocat diverticula quærere; uter diverticula quæ-siverit nunc judicet Lector: sane si invenisset in armamentario suo idoneum quid ad explicandum Gordium suum quem mihi proposuit nodum, quanta quæso hilaritate prorupisset in scenam? sed latuit, sed siluit pudibundus, si quid pudoris adhuc habet.

Sicuti nemo dubitabit, illum interim, cum se imminente termino in angustiis videret, ab omnibus mathematicis, quos habet amicos, flagitasse manus auxiliatrices, ita firmiter mihi persuadeo, si quis in Anglia optatam solutionem præstituto tempore invenisset, quod eam protinus cum publico communicare non

A&E. Erud. fuisset intermissurus, siquidem, ut videmus, sollicite adeo ca-
An. 1719. veat impotens Thrafo & qui cum eo faciunt, ne qua inventi
M. Maji. gloria ad Exteros transeat atque ii aliquando exinde occasionem
Pag. 222. triumphandi arripiant.

Quæstio itaque ex Anglia oriunda nullam inibi solutionem ac-
cepit ad primum usque Novembris, qui ultimus fuit dies ter-
mini concessi, intra quem Provocator, aut quicumque vires ejus
(cum ipse non posset) supplere volebat, debuisset comparere.
At sexto demum Novembris styli veteris, seu decimo septimo
ejus mensis styli nobis usitati, significavit Clar. Taylorus, Vir
ingeniosissimus atque a Provocatoris moribus, ut speramus, lon-
ge alienissimus, se invenisse aliquam solutionem, quam sub hoc
characterum involucro $(x^4 - 1 + 4xy + 4y^2)$ rectam transmi-
sit, promittens se quoque explicationem ejus communicaturum,
statim ac sibi innotuerit quod meam prius solutionem communi-
cavero. Proinde sine mora per literas ad Illustriss. Monmortium
amandavi Constructionem, quæ problemati infinites generalius,
quam proponebatur, concepto satisfacit. Lūbet autem eandem
publice exponere; ut cum Tayloriana, sicubi hæc in lucem pro-
deat, comparari possit. En ergo ipsa verba, quibus eam chartæ
consignatam in Galliam transmissi:

Problema.

*Construere Curvam (concessis quadraturis), quam corpus unifor-
miter grave tendens perpendiculariter ad horizontem describit in me-
dio uniformiter denso; supposita resistētia in quacunque multipli-
cata ratione velocitatis cujus exponent sit $2n$.*

Constructio.

Assumpta indeterminata z construaturs area $\int \frac{a^2 + z^2}{z^2} x^{\frac{1}{2n}} dz$,
quæ vocetur Z , sint autem coordinatæ curvæ quæsitæ x & y .

Fiat $x = \int z dz \times Z^{-\frac{1}{2n}}$, & $y = \int a dz \times Z^{-\frac{1}{2n}}$. Dico curvam
quæ inde oritur esse quæsitam. Q. E. F.

Corollar. 1. In casu particulari (quem Provocator mihi propo-
posuit) ubi supponitur resistētia in duplicata ratione velocitatis,
Pag. 223. erit $n = 1$; In hoc itaque casu habebimus $Z = \int dz \sqrt{a^2 + z^2}$
quod dependet a quadratura hyperbolæ, coordinatas autem x
 $= \int \frac{z dz}{Z}$, & $y = \int \frac{a dz}{Z}$. Huic constructioni pro hoc casu tan-

rum

cum particulari confimilem fere, quamvis non tam simplicem constructionem dedit Cl. Hermannus in Phoron. p. 354. Act. Erud.
An. 1719.
M. Maji.

Coroll. 2. In omni casu quo $2n$ est numerus impar unitate major, curva quaesita erit transcendens communis seu primi gradus, nam quia tunc $\frac{1}{2n-1}$ habetur in terminis simplicibus & numero finitis ex meris potestatibus ipsius Z , dabitur algebraice ipsum Z ; ipsae vero x & y dabuntur per quadraturas curvarum algebraicarum.

Coroll. 3. Sed quando $2n$ est numerus impar negativus dabitur Z per quadraturam circuli.

Coroll. 4. In omni casu ubi n est numerus integer negativus dabitur algebraice ipsum Z . Et quidem in specie si $n = -1$,

erit $Z = \frac{z}{\sqrt{aa + zz}}$; atque tunc etiam y dabitur algebraice, sed x dependet a quadratura hyperbolae.

Coroll. 5. Quod si vero $2n = 1$, hoc est si resistentia sit in simplici ratione velocitatis, qui casus omnium est simplicissimus; Erit

curva quaesita expressa per hanc aequationem $x = \frac{by}{a} + \log. a$

— $\log. y$, vel sumpta a pro unitate, $x = by - \log. y$; quae indicat curvam quaesitam posse esse logarithmicam vulgarem, existente nimirum $b = 0$, aliis vero in casibus facillime ex ipsa logarithmica construendam, & quidem hunc in modum: Ad axem verticalem DE descripta sit logarithmica ABC , ex cujus singulis punctis B ducantur BE , quae faciant angulos BED dato aequales: Atque ad punctum E agantur ad axem perpendiculares EF ipsis BE aequales. Puncta F formabunt curvam quaesitam GFF . Hae constructio facilior est & simplicior quam Hugeniana exposita sine demonstratione in libro de causa gravitatis pag. 171, & multo adhuc simplicior quam Newtoniana, vid. Princip. Phil. Lib. 2. Prop. 4. quae cum sit valde perplexa & operosa, ex illa haud facile patet curvam quaesitam esse posse logarithmicam, aut ex ea posse construi. Pag. 224.
Tab. I.
Fig. 3.

Atque ita satisfactum arbitror quaestioni, ultra quam petit Provocator; solutionis meae analysin non addo, ut habeat quo inquirendo porro se maceret, sufficit ut regulam indicem in qua fundatur: publicavi illam in Actis Lips. 1713 pag. 139 lin. 13, & pag. 140 lin. 6. Interim communicabo hic calculum Agnati mei Mathematicum Professoris Patavini, nam & ille solvit ope formularum mearum binarum huic rei apprime inservientium, quas dedi in Commentariis Acad. Reg. Gall. Scient. ann. 1711

Act. Erud. pag. 47 lin. antepen. & pag. 49 lin. 8. Imo postquam intellexisset An. 1719. me generali solutione potitum esse, protinus quoque suam red. M. Maji. didit generalem. Calculus ejus ita se habet:

Æquatio pro curva quam describit projectile in aere resistenti

te in duplicata ratione velocitatum est $dy = \int \frac{+ dp}{dp \sqrt{1+pp}}$, posito $dx = p dy$. Si enim sit $ds =$ elemento curvæ, $u =$ velocitati, $r =$ radio osculi, $R =$ resistentiæ, $g =$ gravitati; est generaliter $\frac{g dy}{ds} = uu$, & $g dx \pm R ds = u du$, sed $r = \frac{dy \times 1 + pp \sqrt{1+pp}}{dp}$ (quod

Pag. 225. demonstratum est in Actis Lipsiens. 1701 pag. 11) & $ds = dy$

$\sqrt{1+pp}$, unde $uu = \frac{g dy}{ds} = \frac{g dy \times 1 + pp}{dp}$ & $u du$ (positis g & dy

constantibus) $= \frac{2p dp^2 - ddp - pp ddp}{2 dp^2} \times g dy = g dx \pm R ds = g p dy$

$\pm R dy \sqrt{1+pp}$; dividendo per dy , & utrinque $g p$ subtrahendo, erit $\frac{-g ddp - g p ddp}{2 dp^2} = \pm R \sqrt{1+pp}$, sive ddp

$= \frac{\mp 2 R dp^2}{g \sqrt{1+pp}} = (\text{ponendo } 2R = uu = g dy + \frac{1+pp}{dp}) \mp dy dp \sqrt{1+pp}$

quare integrando $dp = \mp dy \int dp \sqrt{1+pp}$, sive $dy = \frac{\pm dp}{\int dp \sqrt{1+pp}}$

in qua æquatione separatæ sunt variables. Simili modo invenio curvam, quam describit projectile si resistentia ponatur esse in ratione quacunque multiplicata velocitatis hoc est $2R = u^{2m}$

$= \frac{1+pp}{1+pp}^m \times \frac{g dy}{dp}^m$; nam tunc erit $ddp = \pm g^{m-1} dy^m dp^{2-m}$

$\times \frac{1+pp}{1+pp}^{m-\frac{1}{2}}$ sive $dp^{m-1} ddp = \mp g^{m-1} dy^m dp \times \frac{1+pp}{1+pp}^{m-\frac{1}{2}}$

& integrando $\frac{dp^m}{m} = \mp g^{m-1} dy^m \int dp \times \frac{1+pp}{1+pp}^{m-\frac{1}{2}}$, quæ

æquatio in casu $m = \frac{1}{2}$, mutatur in hanc $2dp^{\frac{1}{2}} = \mp g^{\frac{1}{2}} dy^{\frac{1}{2}} \int dp$, si-

ve $\frac{4 dp}{p+a} = g^{-1} dy$, cujus integralis est $\frac{-4}{p+a} = g^{-1} y + b$;

vel substituendo pro p ejus valorem $\frac{dx}{dy}$, & reducendo terminos

habet

habebitur $dx = \frac{-4gdy}{y+bg} - ady$, quæ æquatio existente $a=0$

Ag. Erud.

An. 1719.

M. Maji.

Pag. 226.

est pro logarithmica vulgari, in ceteris vero casibus ope ejusdem logarithmicæ construi potest.

Hæc hætenus, retentis Autoris verbis, inviti licet, inseruimus: nec nostra quidem facimus, quæ durius concepta videbuntur. Quamvis vero ab altercationis studio nos longissime abesse, tot annorum experientia compertum existimemus, neutiquam tamen penos nos stetit, quo minus maderamine velut inculpatæ tutelæ uteretur in hoc conflictu Cel. Bernoullius, Vir de Actis non minus nostris quam de Orbe erudito immortaliter meritis, quem hætenus, æque ut alios Geometras Germanos, acriter laceffitum, non diffitemur. Misit idem ad nos solutionem Problematis analytici nuper a Clar. Taylora Mathematicis non-Anglis propositi; quam proximo Mensi inferemus.

CLAR. TAYLORI MATHEMATICI ANGLI

M. Junii.

Pag. 256.

Problema Analyticum, quod omnibus Geometris
non-Anglis proposuit,

solutum a JOH. BERNOULLI.

INeunte hoc anno accepi literas a Nobiliss. Monmortio, Mathematico acutissimo ac Fautore meo singulari, in quibus significat se rogatum fuisse a Cl. Taylora, ut ipsius nomine proponeret Geometris Problema sequens: *Invenire* (sunt verba Taylora Latine reddita) *per quadraturam circuli aut hyperbolæ fluentem*

$\delta 1-1$

bujus quantitatis xx^λ : $(e + fx^1 + gx^2)$; ubi e, f, g sunt quantitates constantes, x quantitas variabilis, δ numerus integer qualiscunque affirmativus aut negativus, & λ numerus quilibet bujus progressionis 2, 4, 8, 16, 32, &c. hoc est potentia quævis numeri binarii. Peto autem (ita pergit Taylorus) ut hoc problema solvatur sine ulla limitatione per radices imaginarias; id quod non tantum uno modo præstari potest, quamvis Leibnitius in Actis Lips. ann. 1702 pag. 70 demonstrare conatus fuerit contrarium in hoc casu $x : (x^2 + a^2)$ qui omnium simplicissimus est post hunc $x : (xx + aa)$ spectantem ad ar-

$\delta 1-1$

cum circuli. Idem inveniri potest respectu bujus elementi xx^λ : $(e + fx^1 + gx^2 + bx^3)$; sed exigo duntaxat solutionem prioris casus.

Hæc :

Aſt. Erud. Hæc Cl. Taylorus; ubi ſtatim monere debeo, quod in Typothe-
 An. 1719. tarum commodum, fractiones a Taylora propoſitas expreſſerim
 M. Junii. more Leibnitiano, interpoſitis nempe duobus punctis inter ter-
 Pag. 257. minos in una linea collocatos, ita ut antecedens deſignet nu-
 meratorem vel dividendum; conſequens vero denominatorem
 vel diviſorem utrumque binis parenteſibus () incluſum, ſi ex
 pluribus conſtet partibus: eadem notandi ratione utar per totum
 hoc ſchediaſma, ubi terminorum prolixitas id requiret; ſimpli-
 ciores vulgari modo ſcribam.

Ante omnia æquitatis ratio poſtulat, ut in deſenſionem Leib-
 nitii, cui dicam ſcribit Taylorus, hoc etiam moneamus; non re-
 ſte reprehendi Leibnitium, quaſi loco citato abſolute dixiſſet
 $\int dx : (x^4 + a^4)$ neque ad circuli neque ad hyperbolæ quadraturam
 reduci poſſe; nam notanter addidit hanc reſtrictionem a Taylora
 diſſimulatam, quod id fieri non poſſit per Analyſin ſuam eo in
 loco inſtitutam; ſic nempe loquitur ab initio pag. 71: *Itaque*
 $\int dx : (x^4 + a^4)$ *neque ex circuli neque ex hyperbolæ quadratura per*
Analyſin hanc noſtram reduci poteſt; videmus hinc Virum optimum
 non abſolute negaſſe rei poſſibilitatem, ſed voluiſſe tantum in-
 nuere, quod per eum, quem loco citato præſcripſit, calculandi
 modum non poſſit obtineri intentum, conſiſtens in inveſtigatio-
 ne quatuor radicum ſimplicium ſeu factorum rationalium ex qui-
 bus componatur fractionis propoſitæ denominator $x^4 + a^4$. Nihi-
 lo tamen minus methodus ipſa dextre adhibita, quæ eadem eſt
 paucis exceptis quam ego inveneram uti conſtat ex Commentar.
 Academ. Reg. Scient. 1702. & Aſt. Lipſ. 1703 feliciter ſuccedit,
 imò hæc uniça ſuccedere videtur; adeo ut dubitem, num Cl.
 Taylorus aliam invenerit. Sufficit autem in hoc exemplo ſecun-
 dum methodi præſcriptum ut denominator $x^4 + a^4$ reſolvatur in
 duos factores reales in quorum utroque indeterminata x ad duas
 dimensiones aſcendat; verum præter factores hos imaginarios
 $xx + aa \sqrt{-1}$ & $xx - aa \sqrt{-1}$, dantur & hi duo alii reales
 (quos, quæ ſola ejus fuit inadvertentia, Leibnitius non observa-
 vit). $xx + ax \sqrt{2 + aa}$ & $xx - ax \sqrt{2 + aa}$. Habemus proinde, ſi
 per methodum quam docui in Commentar. Pariſ. & in Aſtis Lipſ.

Pag. 258. calculum probe iniverimus $dx : (x^4 + a^4) = \left(\frac{1}{2aa} + \frac{x}{2a^3\sqrt{2}} \right)$

$$dx : (aa + ax\sqrt{2} + xx) + \left(\frac{1}{2aa} - \frac{x}{2a^3\sqrt{2}} \right) dx : (aa - ax\sqrt{2} + xx);$$

utriusque vero partis integratio dependet a quadratura partim cir-
 culi partim hyperbolæ, ſicuti infra patebit. Dico itaque $\int dx :$
 $(x^4 + a^4)$ dari per duas quadraturas circuli & per duas quadra-
 turas hyperbolæ.

Hiſ

His in antecessum præmonitis, e re nostra futurum duco, ut quod privatim rescripti Celeb. Monmortio de propositione problematis Tayloriani publice nunc exponam, inserviet enim ad reddendam rationem coram Publico ob quam constitui, me nolle posthac ad omnia, hujusmodi problemata respondere, scilicet quia non existimo me eo teneri, ut in libertatis & tranquillitatis meæ præjudicium cuicunque provocationi me statim præsto esse oporteat, quando præsertim alia negotia id vetant, unde ex silentio quod servavero nihil concludendum, quod vel solvere vel non solvere potuerim problema propositum, nisi hoc tantum, quod illud intentatum ac prorsus neglectum præterierim. Quæ igitur hanc in rem ad Monmortium scripsi huc fere redeunt:

Act. Erud.
An. 1719.
M. Junii.

„ Quod respicit reductionem ad quadraturam circuli aut hy-

„ perbolæ quantitatis integrandæ hujus x^{Δ} $\Delta x: (e + fx + gx^2)$

„ vel etiam hujus x^{Δ} $\Delta x: (e + fx + gx^2 + bx^3)$; quam Tay-

„ lorus problematis loco proponit Geometris Europæ extra Bri-
„ tanniam degentibus, videor mihi summo jure ab eo me exi-
„ mere posse æque ac Illustr. Newtonus se eximendum putat,
„ eoque magis, quod nemo me longius reductionis negotium
„ produxerit atque perfecit. Cl. Taylorus ex illis meis labo-
„ ribus lumine sibi accenso quædam alia haud dubie invenit,
„ meisque inventis aliquid addidit, quod non est difficile: ita
„ glaciem a me sibi fractam gratus agnoscere potius deberet
„ quam insultare, quoniam forte secus ad resistas animum nun-
„ quam advertisset. Si relegere digneris, quod olim communicavi
„ in Comment. Acad. 1702 & in Actis Lips. 1703 ad integrandas
„ fractiones rationales (id quod si bene memini impense Ti-
„ bi placuit) non inficiaberis opinor valde esse probabile, Cl.
„ Taylorum non esse usum alia methodo diversa ab ea quam
„ ibi docui; & quicquid invenerit novi consistere fortassis in
„ aliqua meæ methodi modificatione, qua radices imaginariæ
„ evitantur pro exemplo proposito. Polliceor autem, etsi non-
„ dum tentaverim, id me impetraturum ut talem modificatio-
„ nem etiam invenire possim; de quo si dubitaverit Problema-
„ tis Autor, faciat ejus periculum. Non peto præmium, quan-
„ doquidem nec ego unquam mercedem pecuniariam obtuli pro-
„ blemata mea soluturis; sed, si lubebit, sponsonem cum eo
„ inibo, modo certare audeat, qua me obstringam, quod sim
„ talem daturus solutionem qualem exigit, nempe citra limi-
tatio-

Pag. 259.

Æt. Erud.

An. 1719.

M. Junii.

„ tationes per radices imaginarias . Quare uterque nostrum ad
 „ Tuas manus deponi curabit certam summam pecuniæ , ex.gr.
 „ pretium 50 numerum aureorum Anglicorum (quos Guineos
 „ vocant) hac conditione , ut si intra tempus definiendum trans-
 „ misero Tibi solutionem , quam Tu tanquam Judex judicave-
 „ ris legitimam , mihi remittas non tantum meam depositam
 „ summam , sed & illam quam a Concertatore lucratus fuero ;
 „ quod si vero intra illud tempus nullam dederò solutionem ,
 „ aut talem quæ Te Judice non sit legitima , consentiam ut to-
 „ tam summam centum numerum aureorum Taylora lucrato-
 „ ri persolvi cures . Præterea , ut non habeat de quo quæra-
 „ tur , obligo me ad talionem : nimirum proponam ipsi vicif-
 „ sim aliquod problema , cujus solutionem ego in potestate ha-
 „ beam ; ac pari conditione certabimus , ita scilicet , ut si illud
 „ legitime solverit tempore limitando , eandem stipulatam sum-
 „ mam tanquam victoriæ præmium sit reportaturus , sin minus ,
 „ ut illa mihi victori cedat . Tuo me , ut jam dixi , tribunali
 „ subiciam , modo ille quoque idem agnoscere velit , certus quip-
 „ pe Te judicem fore integrum & intelligentem . Propone quæ-
 „ sitio conditiones istas Cl. Taylora , qui , ut nullus dubito , spon-
 „ sionem tanto avidius amplectetur , quanto minori se exponit
 „ periculo perdendi , siquidem , quod libenter largior , Analysta
 „ sit cum suo tum multorum suorum judicio me longe versatior
 „ & felicior . Hancce viam credo commodissimam , qua tutus
 „ reddar imposterum libererque ab importunis Problematarum
 „ provocationibus ; ut enim verum fatear , hac qua sum prove-
 „ ctiori ætate nihil magis anhele , quam vitam non quidem otio-
 „ sam sed tranquillam , atque a continuis velitationibus immu-
 „ nem ; talem si mihi concesserit Deus , utiliore navabo ope-
 „ ram rei Mathematicæ pro tenuitate mea promovendæ , quam
 „ si animum habeam a rixarum procellis agitatam , &c. ,

Pag. 260.

Ad has literas quas 26 Januarii exaraveram nihil responsi huc-
 usque ex Gallia accepi , unde colligo nihil quoque ex Anglia
 eo pervenisse , etsi sufficiens respondendi tempus fuerit , alias
 nullum est dubium , quin sine mora perscripisset Monmortius ,
 si Taylora mentem rescivisset , quod sponsonem oblatam acce-
 ptare auderet ; non vero audere suspicor ex ejus silentio . Qua-
 re ne , si ei jam acquiescerem , in sequiorem partem vertant
 meum silentium , atque aliquando exinde occasionem triumphan-
 di arripiant quidam ex severioribus Anglis , veluti nemo inter
 non-Anglos fuisset satis idoneus ad solvendum problema Tay-
 lora , iple ego licet non primi ordinis Geometra promoveor ,
 ut solutionem exhibeam problematis parum difficilis , postquam
 illud

illud tantum non omnino jam est solutum in locis supra citatis Aët. Erud. Commentar. Paris. & Aët. Lipf. nihil præterea requirens, nisi le. An. 1719. vem aliquam modificationem cum qua methodus mea est adhi. M. Junii. benda. Paucis diebus post literas scriptas ad Nob. Monmortium, in quibus ad præfati certaminis conditiones me adstrinxi, Celeb. Varignonio significavi, quod brevi illo temporis intervallo, in- venerim solutionem qualem desiderat Taylorus: eam igitur nunc daturus conveniens judico pertexere integram propositionum se- riem (ne quidem facilioribus omissis) cujus fili ductu opratum finem obrinui; sic enim Lector uno quasi obtutu unius ex altera deductionem percipiet.

Reductio integralium ad Quadraturas Circuli vel Hyperbolæ. Pag. 261.

Propositio I. Sit Circuli radius ut & Hyperbolæ æquilateræ semi- axis transversus = a , ac tangens ad verticem = x , erit arcus cir- culi = $\int a dx : (aa + xx)$, Sector circuli = $\int \frac{1}{2} a^3 dx : (aa + xx)$; & Sector Hyperbolæ = $\int \frac{1}{2} a^3 dx : (aa - xx) = \frac{1}{2} aa \times \text{Log. } (a+x) + \frac{1}{2} aa \times \text{Log. } (a-x)$. Hæc jam sunt notissima. Hinc $\int dx : (e + fxx)$, ubi e sicut etiam in sequentibus semper affirmativum supponitur, dependet a quadratura circuli vel hyperbolæ, est enim $\int dx : (e + fxx) = \int \frac{1}{f} dx : (\frac{e}{f} + xx)$, adeoque = Sectori circuli vel hyperbo- læ, prout f vel affirmativum vel negativum est, cujus radius $\sqrt{\frac{e}{f}}$, multiplicato per $2\sqrt{f} : e\sqrt{e}$; sumendo scilicet f affirmative et si sit negativum.

Prop. II. Sis formula reducenda $\int dx : (e + fx + gxx)$; ponatur $x = y - \frac{f}{2g}$, mutabitur proposita in hanc $\int dy : (e - \frac{ff}{4g} + gyy)$. $= \int \frac{4g dy}{4eg - ff} : (1 + \frac{4ggy}{4eg - ff})$. Hæc autem ut patet ex præced. dependet a quadratura circuli, si $4eg$ majus quam ff , & a qua- dratura Hyperbolæ si $4eg < ff$. Ergo reducta est proposita ad alterutram quadraturam. Nota: si $4eg = ff$, erit proposita ab- solute integrabilis, mutatur enim in hanc $\int dy : gyy$, quæ est $= -1 : gy$.

Prop. III. Esto jam reducenda $\int x dx : (e + fx + gxx)$; suppleatur quod deficit, ut logarithmus eliciatur: hunc in finem reducendæ hanc tribuo formam $\int (\frac{f}{2g} + x) dx : (e + fx + gxx) - \int \frac{f}{2g} dx :$

$(e + fx + gxx)$. Liquet autem $\int (\frac{f}{2g} + x) dx : (e + fx + gxx)$ Pag. 262.
Tmm, V. Hhhh =

Act. Erud. = $\frac{1}{2g}$ Log. $(e + fx + gxx)$ altera vero $\int \frac{f}{2g} dx : (e + fx + gxx) ca-$
 An. 1719.
 M. Junii. sus est præcedentis. Ergo factum est quod quæritur.

Prop. IV. Posito numero r quolibet integro & affirmativo, erit $fx^r dx : (e + fx + gxx)$ reducibilis ad quadraturam alterutram. Nam per divisionem, quoad fieri poterit, continuatam numeratoris per denominatorem, prodibunt termini simplices absolute integrabiles, residuum vero habebit hanc formam $f(a + \beta x) dx : (e + fx + gxx)$ reducibilem per II & III ad quadrat. circuli vel hyperbolæ.

Prop. V. Posito numero r quolibet integro sed negativo, erit etiam $fx^r dx : (e + fx + gxx)$ ad quadraturam alterutram reducibilis, est enim illa (ponendo $x = 1 : z$) æqualis huic $-gz^r dz : (g + fz + ez^2)$; hæc autem, quia $-r$ est affirmativa, habet conditionem præced. adeoque ad circulum vel hyperbolam reducibilis.

Prop. VI. Proponatur reducenda $fdx : (e + fxx + gxx^2)$ vel posito bb pro e , $fdx : (bb + fxx + gxx^2)$. Hæc duos habet casus seorsim solvendos; aut enim $4eg > ff$, aut $4eg < ff$.

Cas. I. Sit primo $4eg < ff$; facio ex præscripto methodi $dx : (bb + fxx + gxx^2) = \alpha dx : (b + mxx) + \beta dx : (b + nxx) =$ (reductis ad communem denominatorem), $(\alpha b + \beta b + \alpha nxx + \beta mxx) dx : (bb + bmxx + bnxx + mnx^2)$ comparando coefficientes denominatorum, $bm + bn = f$, & $mn = g$; provenit $m = \frac{f}{2b} + \sqrt{\left(\frac{ff}{4e} - g\right)}$

& $n = \frac{f}{2b} - \sqrt{\left(\frac{ff}{4e} - g\right)}$. Cognitis m & n , comparentur

etiam coefficientes numeratorum, $\alpha b + \beta b = 1$, & $\alpha n + \beta m = 0$; prodibunt valores ipsorum α & β , nempe $\alpha = m : (bm - bn)$ & $\beta = -n : (bm - bn)$. Sic itaque habemus $fdx : (e + fxx + gxx^2)$ reductam ad $f\alpha dx : (b + mxx) + f\beta dx : (b + nxx)$, hoc est per Proposit. I. ad quadraturam circuli vel hyperbolæ, vel etiam utriusque.

Cas. II. Sit nunc $4eg > ff$; ponatur $dx : (bb + fxx + gxx^2) = (\alpha + \gamma x) dx : (b + nx + mxx) + (\beta + \epsilon x) dx : (b - nx + mxx)$ vel (reductis ad communem denominatorem) $= (\alpha b + \beta b - \alpha nx + \beta nx + \gamma bn + \epsilon bx + \alpha mxx + \beta mxx - \gamma nxx + \epsilon nxx + \gamma mx^2 + \epsilon mx^2) dx : (bb + 2bmxx - nnxx + mmx^2)$; comparando coefficientes denominatorum, $2bm - nn = f$, & $mm = g$, emergit $m = \sqrt{g}$, & $n = \sqrt{(-f + 2b\sqrt{g})} = \sqrt{(-f + 2\sqrt{eg})}$. Cognitis jam m & n , comparentur porro coefficientes numeratorum, $\alpha b + \beta b = 1$, $-\alpha n - \beta n + \gamma b + \epsilon b = 0$, $\alpha m + \beta m - \gamma n + \epsilon n = 0$, & $\gamma m + \epsilon m = 0$; in-

notescant $\alpha = \frac{1}{2b}$, $\beta = \frac{1}{2b}$, $\gamma = \frac{m}{2nb}$, $\epsilon = \frac{-m}{2nb}$. Eorum igitur A&A. Erud.
An. 1719.
M. Junii.

valoribus substitutis habebitur $\int dx: (e + fx^4 + gx^4) = \int (\frac{1}{2b} + \frac{mx}{2nb})$

$dx: (b + nx + mxx) + \int (\frac{1}{2b} - \frac{mx}{2nb}) dx: (b - nx + mxx)$. Cu-

jus utrumque membrum per Propositiones secundam & tertiam pertinet ad quadraturam circuli vel hyperbolæ.

Prop. VII. Formula $\int x^r dx: (e + fx^4 + gx^4)$, ubi r designat numerum qualemcumque sive affirmativum sive negativum, reducitur simili modo ut in præcedenti, vel (existente $4eg < ff$) ad $\alpha \int x^r dx: (b + mxx) + \beta \int x^r dx: (b + nxx)$, quorum utrumque per Prop. IV & V habetur per quadrat. circuli vel hyperbolæ: vel (existente $4eg > ff$) ad $\int (\alpha x^r + \gamma x^r + 1) dx: (b + nx + mxx) + \int (\beta x^r + \epsilon x^r + 1) dx: (b - nx + mxx)$, hoc est, ad $\alpha \int x^r dx: (b + nx + mxx) + \gamma \int x^r + 1 dx: (b + nx + mxx) + \beta \int x^r dx: (b - nx + mxx) + \epsilon \int x^r + 1 dx: (b - nx + mxx)$, quæ singula per easdem Propositiones revocantur ad alterutram quadraturam.

Prop. VIII. Porro reducenda venit $\int dx: (e + fx^4 + gx^8)$; hoc peragitur ut prius resolvendo in duas partes nempe vel (existente $4eg < ff$) in has $\int \alpha dx: (b + mx^4) + \int \beta dx: (b + nx^4)$; ubi iterum $m = \frac{f}{2b} + \sqrt{(\frac{ff}{4e} - g)}$ & $n = \frac{f}{2b} - \sqrt{(\frac{ff}{4e} - g)}$; at-

que $\alpha = m: (bm - bn)$ & $\beta = -n: (bm - bn)$; vel (existente $4eg > ff$) in has $\int (\alpha + \gamma xx) dx: (b + nxx + mx^4) + \int (\beta + \epsilon xx) dx: (b - nxx + mx^4)$, ubi $m = \sqrt{g}$, & $n = \sqrt{(-f + 2\sqrt{eg})}$, Pag. 264.

& $\alpha = \frac{1}{2b}$, $\beta = \frac{1}{2b}$, $\gamma = \frac{m}{2nb}$, $\epsilon = \frac{-m}{2nb}$. Verum in utroque casu ambæ partes continentur in formula Prop. VI; adeoque ut ibi reducibiles.

Prop. IX. Pariter $\int x^r dx: (e + fx^4 + gx^8)$, in casu quo $4eg < ff$, resolvitur in $\alpha \int x^r dx: (b + mx^4) + \beta \int x^r dx: (b + nx^4)$ revocabiles ad sæpe memoratas quadraturas per Prop. VII. Et in casu quo $4eg > ff$, resolvitur in $\alpha \int x^r dx: (b + nxx + mx^4) + \gamma \int x^r + 1 dx: (b + nxx + mx^4) + \beta \int x^r dx: (b - nxx + mx^4) + \epsilon \int x^r + 1 dx: (b - nxx + mx^4)$ singulas eodem reducibiles per eandem Propositionem.

Prop. X. Item $\int dx: (e + fx^8 + gx^{16})$, simili operatione resolvitur in duas, quarum utraque habebit conditionem Prop. VIII. Ergo &c.

Prop. XI. Nec aliter $\int x^r dx: (e + fx^8 + gx^{16})$ ad quadraturam H h h h 2 alteru-

Ad. Erud. alterutram reducitur resolvendo in casus contentos in Prop. IX. An. 1719. Eodem modo deinceps procedendum quousque libuerit: hinc M. Junii. itaque fluit generalis.

Prop. XII. $\int x^r dx: (e + fx^p + gx^{2p})$, ubi per p intelligo dignitatem quamcunque binarii, reducibilis est ad quadraturam circuli vel hyperbolæ.

Prop. XIII. Esto nunc reducenda $\int x^{r-1} dx: (e + fx^q + gx^{2q})$, ubi r semper supponitur numerus integer affirmativus seu negativus, sed q qualiscunque. Fiat $x^q = y$; mutabitur proposita (neglecto coefficiente numeratoris utpote in reductionibus nihil turbante) in hanc $\int y^r dy: (e + fy + gy^2)$, quæ dependet per Propositiones IV & V a quadratura circuli vel hyperbolæ.

Prop. XIV. Sit tandem, quam reducere oporteat, formula Tay-

loriana $\int x^{\frac{\delta}{\lambda}-1} dx: (e + fx^q + gx^{2q})$, in qua δ designat numerum integrum affirmativum vel negativum, λ numerum aliquem in hac progressionem 2, 4, 8, 16 &c. sed q qualemcunque; Ponatur primo $x^q = y$, inde transformabitur proposita (neglecto co-

efficiente numeratoris) in hanc $\int y^{\frac{\delta}{\lambda}-1} dy: (e + fy + gy^2)$, hæc vero (facto $y = x^\lambda$) in hanc alteram $\int x^{\delta-1} dx: (e + fx^\lambda + gx^{2\lambda})$, quæ conditionem habens formulæ propositionis XII reduci potest ad quadrat. circuli vel hyperbolæ; ad quam per consequens reducta est $\int x^{\frac{\delta}{\lambda}-1} dx: (e + fx^q + gx^{2q})$. Atque ita problemati Tayloriano satisfactum. Q. E. D.

Quod nunc ad alterum spectat $\int x^{\frac{\delta}{\lambda}-1} dx: (e + fx^q + gx^{2q} + bx^{3q})$ cujus quidem mentionem facit Taylorus, non tamen petit solutionem; illud ex abundanti solvam, quantum solvere licet. Huc faciunt sequentes reductionum formulæ:

Prop. XV. Detur reducenda $\int x^r dx: (b^3 + fx + gxx + bx^3)$, intelligo hic iterum & in sequentibus per r numerum integrum quemcunque affirmativum seu negativum. Ponatur illa æqualis $\int (a + fdx) x^r dx: (bb + mx + nxx) + \int yx^r dx: (b + px)$ hoc est (reductis ad communem denominatorem) $= \int (ab + ybb + apx + \beta bx + ymx + \beta pxx + ynxx) x^r dx: (b^3 + bmx + b\beta px + b\alpha xx + pmxx + pnxx)$. Comparentur primo coefficientes denominatorum, $bm + b\beta p = f$; $bn + pm = g$; $pn = b$; hinc determinabuntur valores

coefficientium quæstorum, reperietur enim $m = \frac{f}{b} - bp$, $n = \frac{g}{b}$

$-fp$

$-\frac{fp}{b} + pp$, & p = cuilibet ex radicibus realibus (omnis enim æquatio cubica unam saltem habet radicem realem) hujus æquationis cubicæ $p^3 - \frac{f}{b} pp + \frac{g}{b} p - b = 0$; construibilis autem

Aët. Erud.
 An. 1719.
 M. Junii.

est radix p ope sectionis alicujus conicæ aut alterius lineæ curvæ, sicuti apud Algebrae scriptores docetur, ergo dabitur p algebraice vel geometricè, hinc & dabuntur m & n . Jam ex comparatione coefficientium numeratorum $ab + \gamma bb = 1$; $\alpha p + \beta b + \gamma m = 0$; $\beta p + \gamma n = 0$, provenit $\alpha = (bn - mp) : (bbpp - bmp + bbn)$; $\beta = -np : (bbpp - bmp + bbn)$, $\gamma = pp : (bbpp - bmp + bbn)$. Cognitis hoc modo m , n , p ut & α , β , γ ; reducetur $\int (\alpha + \beta x) x^r dx : (bb + mx + nxx)$ ad quadraturam circuli vel hyperbolæ per Prop. IV & V; sed & alterum $\int \gamma x^r dx : (b + px)$ nihil aliud est quam casus particularis earumdem propositionum; facilius autem ad logarithmos reducitur, si r sit numerus integer affirmativus, nec difficilius, si sit negativus: Ponatur enim $x = \frac{1}{z}$ &

mutabitur illa in $\int -\gamma z^{-r-1} dz : \left(\frac{p}{b} + z\right)$ manifeste logarithmicabilem, quia jam $-r-1$ est numerus integer affirmativus, aut forte 0, in casu nempe quo $-r=1$.

Idem aliter præstatur & quidem hac ratione: sit r numerus integer affirmativus (aut si sit negativus, mutetur formula, ponendo $x = \frac{1}{z}$, ut fiat affirmativus). Exempli gratia sit $r=2$; ponatur $x = p + y$ (intelligo per p quantitatem invariabilem quam nunc quero) adeoque $dx = dy$, & $xx dx = (pp + 2py + yy)$, dy quibus substitutis erit $xx dx : (b^3 + fx + gxx + bx^3) = (pp + 2py$

$$+ yy) dy : \left\{ \begin{array}{l} b^3 \\ \frac{fp}{gpp} + \frac{3pp}{2gp} y + \frac{3bp}{g} yy + by^3; \end{array} \right\} \text{ ut autem pri-$$

mus terminus denominatoris evanescat, faciendum est $bp^3 + gpp + fp + b^3 = 0$, hujus itaque æquationis radix quælibet realis p (habet enim, uti dictum est, saltem unam realem, quæ geometricè construi potest) innotescet, & hinc convertetur formula

$$\text{in hanc } (pp + 2py + yy) dy : \left\{ \frac{3pp}{2gp} y + \frac{3bp}{g} yy + by^3 \right\} = (ppy^{-1}$$

$$+ 2p + y) dy : \left\{ \frac{3pp}{2gp} + \frac{3bp}{g} y + byy \right\}, \text{ cujus quilibet numerato-}$$

toris

Act. Erud. toris terminus (excepto primo) divisus per denominatorem est
An. 1719. casus Propos. IV, ipse vero primus est casus Prop. V. Ergo inte-
M. Junii. grantur omnes per quadraturam circuli vel hyperbolæ.
Pag. 267.

Prop. XVI. $\int x^r dx : (b^3 + fx^4 + gx^4 + bx^6)$ reducitur ut sequitur:
ponatur sicuti per priorem modum Propos. præced. factum est
 $\int (\alpha + \beta xx) x^r dx : (bb + mxx + nxx^4) + \int \gamma x^r dx : (b + pxx)$; inve-
nientur rursus valores ipsarum $p, m, n, \alpha, \beta, \gamma$. Jam vero pars
prior reducitur ad quadraturam circuli vel hyperbolæ per Prop.
pos. VII, & altera pars eodem reducitur per eandem Propos. vel
per Prop. IV & V.

Prop. XVII. Simili modo $\int x^r dx : (b^3 + fx^4 + gx^8 + bx^{12})$ resol-
vitur in $\int (\alpha + \beta x^4) x^r dx : (bb + mxx + nxx^8) + \int \gamma x^r dx : (b + pxx)$
quarum pars prior reducitur per Prop. IV, & altera per eandem,
vel etiam per Propos. VII.

Prop. XVIII. Posito jam p esse dignitatem quamcunque numeri
binarii, reducetur generaliter $\int x^r dx : (b^3 + fx^p + gx^{2p} + bx^{3p})$
ad quadraturam circuli vel hyperbolæ, quod utique patet ex præ-
cedentium processu continuato.

Prop. XIX. Posito autem q numero quocunque, reducitur $\int x^{q-1} dx : (e + fx^q + gx^{2q} + bx^{3q})$ faciendo $x^q = y$; mutabitur enim
proposita in hanc, neglecto coefficiente numeratoris $\int y^r dy : (e + fy + gyy + by^3)$, quæ per Prop. XV quadrabilis est per circulum vel
hyperbolam.

Prop. XX. His præmissis sit nunc reducenda altera formula

Taylori $\int x^{\frac{\delta}{\lambda}-1} dz : (e + fz^q + gz^{2q} + bz^{3q})$, in qua supponitur
ut supra $\delta =$ numero integro affirmativo vel negativo, & $\lambda =$ nu-
mero cuilibet in progressionem 2, 4, 8, 16, 32 &c. sed $q =$ numero
cuiusvis. Fiat quemadmodum in Propos. XIV fecimus $z^q = y$,
proposita hanc induet formam, insuper habito coefficiente nu-

meratoris, $\int y^{\frac{\delta}{\lambda}-1} dy : (e + fy + gyy + by^3)$; hæc vero (facto $y = x^\lambda$)
mutatur in hanc, posthabito etiam coefficiente numeratoris,

Pag. 268. $\int x^{\delta-1} dx : (e + fx^\lambda + gx^{2\lambda} + bx^{3\lambda})$, quæ quia conditionem ha-
bet formulæ Propos. XVIII reducta est ad quadraturam circuli
vel hyperbolæ.

Scholium I. Atque sic satisfeci alteri quoque parti (ultraquam
poscebatur) problematis Tayloriani. Interim, quod moneo, ne-
quis causetur me non observasse, varii sunt casus, quibus formu-
læ istæ duæ evadunt absolute integrabiles: Exempligratia si $\delta = \lambda$
& $e + fz^q + gz^{2q}$ sit quadratum aut multiplum quadrati, erit
 z^{q-1}

$x^{q-1} dx$: ($e + fx^q + gx^{2q}$) integrabilis, ejusque adeo quadratura algebraica. Ita quoque si $\delta = \lambda$ vel $= 2\lambda$, ac præterea $e + fx^q + gx^{2q} + bx^{3q}$ sit cubus vel multipulum submultipulumve cubi, integrabilis etiam erit $fx^{q-1} dx$: ($e + fx^q + gx^{2q} + bx^{3q}$), ut & $fx^{2q-1} dx$: ($e + fx^q + gx^{2q} + bx^{3q}$). Hi igitur & alii hujusmodi casus particulares per se integrabiles excipiendi sunt ex generalibus qui ad sui integrationem deposcunt quadraturas circuli vel hyperbolæ.

A&E. Erud.
 An. 1719.
 M. Junii.

Scholium II. $\int dx$: ($a^3 + x^3$) resolvitur per nostram methodum in $\int (\frac{2}{3a} - \frac{x}{3aa}) dx$: ($aa - ax + xx$) + $\int \frac{1}{3aa} dx$: ($a + x$), cujus pars prior partim per circuli quadraturam, partim per logarithmum habetur, altera vero per logarithmum duntaxat; sed $\int dx$: ($a^4 + x^4$), cum per resolutionem inveniatur

$= \int (\frac{1}{2aa} + \frac{x}{2a^3\sqrt{2}}) dx$: ($aa + ax\sqrt{2} + xx$) + $\int (\frac{1}{2aa} - \frac{x}{2a^3\sqrt{2}}) dx$: ($aa - ax\sqrt{2} + xx$), cujus pars utraque requirit quadraturam partim circuli partim hyperbolæ, vel hujus loco logarithmum, ita ut ad perficiendam integrationem ipsius dx : ($a^4 + x^4$) duplici logarithmo & duplici quadratura circulari opus sit: perperam asserit Cl. Taylorus integrationem elementi dx : ($a^4 + x^4$) esse omnium post $\int dx$: ($aa + xx$) simplicissimam, siquidem ceu liquet alterum illud dx : ($a^3 + x^3$) simpliciori modo integretur.

Adicere lubet quædam mihi inventa Theoremata, quæ in reductionibus utilitatem suam habent non exiguam: demonstrationes eorum brevitatis gratia nunc supprimo; erunt inter Geometras, qui forsan facile invenient, quocirca illis eas indagandas relinquo.

Pag. 269.

Definitio. Per q & l intelligo numeros qualescunque integros, fractos, affirmativos, negativos, rationales; sed per k , n & p intellectos volo tantum numeros quoslibet integros & affirmativos, & ita quidem, ut pro p & n etiam sumi possit 0.

Theorema I. $\int dx$: ($e + fx^q$) $^{k+\frac{1}{q}}$ est absolute seu algebraice quadrabilis.

Theor. II. Generalius $\int x^p dx$: ($e + fx^q$) $^{k+p+\frac{1}{q}}$ est algebraice quadrabilis.

Theor. III. $\int x^{kq-1} dx$: ($e + fx^q$) $^{k-\frac{1}{q}}$ est algebraice quadrabilis.

Theor. IV. Generalius $\int x^{kq-1} dx$: ($e + fx^q$) $^{k+p-\frac{1}{q}}$ est algebr. quadrab.

Theor.

Act. Erud. *Theor. V.* $\int x^p dx: (e + fx^q)^n$ dependet ex quadratura hujus $\int dx:$
An. 1719. $(e + fx^q)$.

M. Junii. *Theor. VI.* $\int x^p dx: (e + fx^q)^n$ pendet a quadratura ejusdem $\int dx:$
 $(e + fx^q)$.

Theor. VII. Generalius $\int x^p q^{p+1} dx: (e + fx^q)^n$ fluit ex quadratura
hujus $\int x^q dx: (e + fx^q)$.

Theor. VIII. Sumtis δ & λ in sensu Taylorig, erit $\int x^{\frac{\delta}{\lambda} - 1} dx: (e + fx^q)^n$ quadrabilis per circulum vel hyperbolam.

Quæ ex hisce theorematibus deduci possent corollaria pulchra & miranda non minus quam utilia nunc omitto, sicut & plura alia ad quadraturarum reductionem spectantia, quæ jam olim inveni ac partim cum Amicis communicavi.

M. Julii.
Pag. 281.

EUGENII DE LOUVILLE,

Equitis, Regiæ Scientiarum Academiæ Socii, nec non
Regalis Societatis Londinensis Sodalis,

DE MUTABILITATE ECLIPTICÆ DISSERTATIO,

*Aureliis d. 4 Nov. A. 1718 ad Collectores Act. Erud. data,
sed nunc demum exhibita.*

Quanti sit in Astronomia momenti perfecta obliquitatis Eclipticæ notitia, scientiæ peritis abunde constat. Cum tamen hætenus non satis constet, quanta sit hodie, quanta fuerit olim; an semper eadem, an vero mutabilis, de re Astronomica non male me meriturum arbitratus sum, si quas magno labore collegi veterum ac recentiorum observationes, ac cum meis contuli, publici juris facerem. Quoniam vero ostendendum mihi proposui, obliquitatem Eclipticæ constanter diminui, ista autem diminutio admodum lento gradu procedat; ab antiquissimis observationibus exordiendum esse duxi.

Antiquissima & celeberrima omnium est *Pythæa Massiliensis*, a *Strabone* nobis conservata, qui plusquam 2000 abhinc annis *Massiliæ* altitudinem Gnomonis ad umbram meridianam in solstitio æstivo reperit ut 120 ad 42 demta parte quinta, seu ut 120 ad 41 $\frac{2}{5}$; hoc est, in numeris integris ut 600 ad 209 ut itaque certus fierem, an hodiernum eadem ratio vigeat, sub finem anni 1714 *Massiliam* profectus, ope altitudinum meridianarum Stellæ polaris atque

que Solis, usus in observando quadrante astronomico R. R. Patrum Societatis Jesu, & socia opera in observationibus plurimis R. P. *Lavalii*, Matheseos Professoris & Observatorii Patrum Præfetti, elevationem poli duplici via rimatus sum. Radius instrumenti æquabat tres pedes Parisinos & telescopii ad ipsum applicati positionem verificaturus duobus minutis erroneam deprehendi, factaque, ut notum est, correctione errorem ad 20 scrupula secunda reduxi, cujus rationem habui in omnibus meis observationibus. Fuit itaque

Act. Erud.
An. 1719.
M. Julii.
Pag. 282.

d. 21 Dec. prid. brumæ d. 26 Dec.

Altitudo superioris limbi Solis	23. 32. 30	23. 36. 35
Error instrumenti demendus	20	20
Altitudo apparens correctæ	23. 32. 10	23. 36. 15
Refractio parallaxi mulctata auferenda	2. 7	2. 6
Altitudo vera	23. 30. 3	23. 24. 9
Semidiameter Solis demenda	16. 22	16. 22
Vera centri Solis altitudo	23. 13. 41	23. 17. 47
Declinatio Solis addenda	23. 28. 13	23. 23. 58
Ergo altitudo æquatoris Massiliæ	46. 41. 54	46. 41. 45
Elevatio Poli	43. 18. 6	43. 18. 15

Declinationes Solis deduxi ex nostris Tabulis MSC. hypothesi *Keplerianæ* ellipticæ superstructis. Eodem modo deductæ sunt ex observationibus hic positis altitudines poli singulis respondentes.

Alt. mer. limbi super. Solis	Altit. Poli
27 Dec. 23°. 38'. 45"	43°. 18'. 21"
2 Jan. 1715. 24. 2. 0	43. 18. 36
3 Jan. 24. 7. 38	43. 18. 28
4 Jan. 24. 14. 0	43. 18. 8
6 Jan. 24. 27. 20	43. 18. 4
10 Jan. 24. 59. 15	43. 18. 6
12 Jan. 25. 17. 50.	43. 18. 0

Media igitur inter has omnes poli elevationes erit 43°. 18'. 14". Eandem per observationes stellæ polaris rimatus sum. Fuit scilicet

D. 27 Dec. h. 6 pom. 14' 46"	Die 4 Jan.	Pag. 283.
Altitudo stellæ polaris maxima 45°. 31'. 55"	45°. 32'. 0"	
Correctio instrumenti aufer.	20	20
Altitudo apparens correctæ 45. 31. 35	45. 31. 40	
Refractio auferenda 58	58	
Vera altitudo stellæ 45. 30. 37	45. 30. 42	
Tom. V. liii	D. 28	

AG Erud.
An. 1719
M. Julii.

D. 28 Dec. h. 6. mat. 12'. 48".		Die 5 Jan.
Altitudo stellæ pol. minima	41. 5. 30	41. 5. 30
Correctio instrumenti aufer.	0. 20	20
Altitudo apparens correcta	41. 5. 10	41. 5. 10
Refractio auferenda	1. 7	1. 7
Vera altitudo stellæ	41. 4. 3	41. 4. 3
Adde max. supra inventam	45. 30. 37	45. 30. 42
erit summa	86. 34. 50	86. 34. 45
Dimidium dat Elevationem poli	43. 17. 20	43. 17. 23

Pates, errorem aliquem in divisione instrumenti subesse: quapropter mediam altitudinem inter observationes hujus stellæ & solares sumemus (error enim tantum elevabit polum per observationes stellæ, quantum deprimet per solares) & sic elevatio poli Massiliensis prodit 43°. 17' 48".

Quodsi jam in observatione *Pythææ* fiat ut 600 ad 209, ita finis totus ad cotangentem elevationis limbi superioris Solis, prodibit ea 70°. 47'. 41", unde ablatis refractione parallaxi multiplicata 17" & semidiametro Solis 15'. 49", prodit altitudo centri Solis 70°. 31'. 35". Inde si porro subducas elevationem æquatoris supra inventam 46°. 42'. 12" relinquitur obliquitas *Eclipticæ* 23°. 49'. 23" quæ ab hodierna 23°. 28'. 24" differt 21' decremento a tempore *Pythææ* ad hoc sæculum, hoc est, pro 2000 annis existente 11'.

Gassendus in Tractatu de proportionibus Gnomonis ad umbram solstitialem, qui legitur in fine Tom. 4. Operum, se invenisse ait altitudinem superioris marginis Solis in meridie diei solstitialis Massiliæ 70°. 25'. 59": quam tamen correcto errore, ex declinatione acus magneticæ, qua in linea meridiana determinanda usus fuerat, habere debuisse agnoscit 70°. 27'. 0". Inde si auferatur refractione 17" & semidiameter Solis 15'. 49", relinquitur altitudo centri Solis 70°. 10'. 54": a qua si porro dematur obliquitas *eclipticæ* anni 1641, quo observatio facta, 23°. 29'. 12" residua fit elevatio æquatoris 46°. 41'. 42". Est ergo juxta *Gassendum* elevatio Poli Massiliæ 43°. 18'. 18", quæ a nostra ex observationibus Solis elicitæ nonnisi 4" discrepat. Equidem *Gassendus* observavit, in Templo Patrum Oratorii, quæ ab æde Patrum Societatis Jesu seu Sanctæ Crucis 200 circiter hexapedis Galliis secundum lineam meridianam distat: sed cum differentia latitudinum inde sit 12", quæ ab elevatione *Gassendica* subducta relinquunt elevationem poli in observatorio Patrum Societatis 43°. 18'. 6", a nostra nonnisi 8" aut, si mediam ex observationibus Solis & stellæ conjunctis elicitam adhibere volueris, 18" dissidentem, differentia hæc parum attendi meretur.

A. 1672. Jo. Dominicus Cassini eandem altitudinem Poli dimensus reperit $43^{\circ}.17'.33''$, ut adeo nostra inter *Cassinianam* & *Gassendicam* media sit, omnes autem nonnisi in minutiis haud magni faciendis differant. Licet autem nulla inter me, *Gassendum* atque *Cassinum* sit controversia de elevatione Poli Massiliensis; unusquisque tamen aliam inde elicit consequentiam pro obliquitate eclipticæ. *Gassendus* enim contra, quam a nobis factum est, mutationem in ecliptica nullam esse factam intulit, propterea quod minorem, quam opinabatur, reperisset. Contra *Cassinus*, qui falsis rationibus nixus iusta majorem repererat, nihil omnino conclusit. Scilicet in linguis parum versatus secutus est (vid. Commentarii Academiæ Regiæ scientiarum Anni 1692 pag. 49) versionem *Strabonis* *Casaubonianam*, ubi verba *λείποντα πέμπτη* redduntur Gallice: *moins cinq parties de l'as*, hoc est, *minus quinque assis partibus*, cum verti debuissent (ut a nobis factum est,) *minus una quinta parte*. Mirum sane est, *Casaubonum*, qui *Strabonem* integrum vertit, non fuisse illius dicendi modo assuefactum: neque enim unquam lineam vel quantitatem aliquam in uncias dividit *Strabo*, sed potius in partes sexagenas, Astronomorum more. Non jam urgeo, contra sensum naturalem esse *Casauboni* versionem. Loquitur loco allegato *Strabo* de *Byzantio*; sed non semel dicit, eandem proportionem Gnomonis ad umbram inventam esse *Byzantii*, quam olim *Massiliæ* invenerat *Pytheas*. Supposuit deinde vir optimus *Cassinus*, in celebri illa observatione usum fuisse *Pytheam* Gnomone cum pila in vertice, quia *Plinius* autor est, Manlium Mathematicum tempore *Augusti* apici Gnomonis, quem *Cæsar* in campo Martio extrui jussit, auratam pilam addidisse, cujus vertice umbra colligeretur in semetipsam. Sed nemo non videt, qui *Plinii* verba attentius legit, inventionem pilæ tribui *Manlio*, ut adeo plus quam 300 annis ante, eadem uti non potuerit *Pytheas*. Notum vero est Astronomis, quam differentiam afferat pila observationibus. Si enim pila adsit, & centrum ellipseos umbræ illius sumatur pro vertice gnomonialis umbræ; habebitur vera centri Solis altitudo: si pila non adsit, extremitas umbræ Gnomonis conici vel pyramidalis responderet altitudini limbi superioris: id quod non animadversum esse a veteribus, omnes hodie Astronomi fatentur, cum *Ptolemaeus*, qui minimas quasque operationes in Observationibus Astronomicis recenset, ea de re sileat, multisque in locis conqueratur, quod extremitates verticum Gnomonum, maxime in bruma, discernere admodum sit difficile, manifesto satis indicio, quod Gnomonibus acutis usus fuerit. Tandem *Cassinus* loco supra citato p. 53 scribit, *Ptolemaum* ab-

AA. Erud.
An. 1719.
M. Julii.

Pag. 285.

AA. Erud. titudinem Poli Massiliensis statuere $43^{\circ}.6'$, cum tamen in omnibus MSC. Almagesti, quæ in Bibliotheca Regia servantur, æque ac in editione Græca Basileensi anni 1538 legatur $43\frac{1}{2}$ graduum, hoc est, $43^{\circ}.15'$. Notandum præterea, quod *Strabo* latitudinem Massiliensem accuratissime determinet. Dicit enim *Massiliam* distare ab æquinoctiali circulo 30300 stadiis, qualium 252000 æquant circumferentiam circuli maximi terrestris, seu 360 gradus; unde latitudo *Massiliae* conficitur $43^{\circ}.17'.9''$, a nostra ne integro quidem minuto primo aberrans. Corruit itaque universum systema, quod loco supra citato tam belle concinnavit *Cassinus*.

Veniamus jam ad *Pappum*, quem *Gassendus* & alii bene multi putant obliquitatem Eclipticæ $23^{\circ}.30'$ supponere. Ait *Pappus*, sinum obliquitatis Eclipticæ esse ad semidiametrum tropici, seu cosinum obliquitatis ut 10 ad 23. Ponamus *Pappum* retinuisse obliquitatem Eclipticæ *Ptolemæi* $23^{\circ}.51'.20''$ (neque enim quisquam perhibuit, *Pappum* proprias observationes instituisse, nec credibile est, quod ea de re tacuisset, si tantam inter suam & *Ptolemæi* observationem discrepantiam animadvertisset) erit sinus obliquitatis ad cosinum ut 40443 ad 91457, hoc est, ut 10 ad $22\frac{244324}{10443}$ vel $22\frac{1}{4}$. Ergo *Pappus* istam rationem numeris integris exprimere non potuit, quam per 10 ad 23. Nequaquam igitur inde concludere licet, quod magno a *Ptolemæo* dissensu obliquitatem eclipticæ statuerit $23^{\circ}.30'$.

Nunc ad aliorum Astronomorum observationes accedendum, ut appareat, num eandem obliquitatis diminutionem respectu intervalli temporis, quo factæ sunt, reperiamus. Quod si enim ista diminutio semper tempori proportionalis reperiatur, ejus non modo realitatem, verum etiam quantitatem demonstratam esse fatendum omnino erit. Antequam id fiat, dicendum mihi est, quanta hodie per meas observationes prodeat. Quadrans astronomicus quo utor, in Commentariis Academiæ Scientiarum A. 1714 describitur, propria manu novoque modo divisus, & loco dioptrarum telescopio cum micrometro instructus. In fine anni 1715 observavi multoties altitudinem meridianam maximam ac minimam stellæ polaris Parisiis in ædibus meis, quas inveni adhibita correctione per refractionem $51^{\circ}.3'.35''$ & $46^{\circ}.38'.44''$: unde altitudo poli prodit $48^{\circ}.51'.10''$. Distat domus mea ab Observatorio Regio secundum lineam meridianam 1008 hexapedis, quæ pro latitudinum differentia dant $1'.4''$: unde elevatio Poli in Observatorio prodit $48^{\circ}.50'.6''$. In nostris autem ædibus elevatio æquatoris est $41^{\circ}.8'.50''$. Qua adhibita d. 22 Dec. 1615 ex observata altitudine limbi superioris Solis 17° ,

39'. 39", per subtractionem refractionis 2'. 51", & semidiametri Solis Perigæi 16'. 22" correctâ, itemque d. 22 Jun. An. 1715 ex observata altitudine limbi inferioris 64°. 21. 49", per subtractionem refractionis 24" & additionem semidiametri Solis Apogæi 15'. 49" correctâ, declinationem tropici reperi 23°. 28' 24": qualis etiam prodit, si a maxima altitudine centri Solis 64°. 37'. 14" subducas minimam 17°. 40'. 26", & residuam tropicorum distantiam 46°. 56'. 48" bisece.

Ast. Erud.
An. 1719.
M. Julii.

Pag. 287.

Quod jam aliorum observationes attinet, *Eratoſthenes* annis abhinc 1965 seu 250 ante æram vulgarem distantiam Tropicorumprehendit $\frac{1}{2}$ Meridiani, hoc est, 47°. 42'. 39", adeoque obliquitatem Eclipticæ 23°. 51'. 20". Quodsi hinc auferas 20'. 38", quæ secundum nostram diminutionis hypothesin 1965 annis conveniunt, relinquuntur pro obliquitate hodierna 23°. 30'. 42", quæ a vera 1'. 18" diffidet. Sin obliquitatem immutabilem ponas, *Eratoſthenes* in sua observatione 23 minutis peccavit: quod de Astronomo paululum accurato suspicari nefas.

Obliquitatem *Eratoſthenis* retinuerunt cum *Ptolemæo* omnes Astronomi usque ad *Almamonom* Kaliphum, qui, teste *Alfragano*, congregatis in eam rem viris doctis compluribus, & novis observationibus factis, eam definivit 23°. 35'. Cum ab *Almamone* usque ad præsens tempus elapsi sint anni 885, diminutio erit 8'. 51" seu, rejectis 51" propter refractionem antiquis ignoratam, 8', atque hinc obliquitas præsens 23°. 27', quæ a vera aberrat 1'. 24". Sed ostendemus, errorem adhuc esse minorem, sigillatim examinando illorum observationes, quas retulit *JbnJonis Arabs*. Nimirum observatio altitudinis Solis facta est A. 338, observatio minimæ A. 337 *Jezdegordis*, & quidem *Bagdadi* sub latitudine 33°. 20'. Hæc in 29°. 48' $\frac{1}{2}$ adhibita parallaxi deprehensa est 33°. 5'; illa vero in 10' $\frac{1}{2}$ fuit 80°. 15'. Parallaxis horizontalis, qua usi sunt, *Ptolemaica* erat 2'. 57": quamobrem auferri debent ab altitudine maxima 36", a minima 2'. 24", ut prodeat maxima observata 85°. 14'. 24", minima 33°. 2'. 36", a qua sunt auferenda pro parallaxis & refractionis veræ differentia 1'. 22", ut relinquatur altitudo minima vera 33°. 1'. 14". Cum ex altitudinibus sic correctis resultet obliquitas eclipticæ illo tempore 24°. 36'. 31"; adhibita diminutione pro 746 annis 7'. 50", erit hodierna 23°. 28'. 51" nostram 27 tantum secundis superans. Per hanc reformationem invenimus elevationem veram Poli *Bagdadensis* 33°. 22'. 15".

Mahomet Albatagnius eodem tempore, quo *Almamom*, in civitate *Araçta* sub latitudine 36° obliquitatem Eclipticæ 23°. 35' observavit, usus (quod diserte monuit) altitudinibus per parallaxin

Pag. 288.

Ast. Erud. rallaxin emendatis, quæ veram $1\frac{1}{2}$ min. circiter minuit, ut mo-
An. 1719. do vidimus.
M. Julii.

Arzachel Hispanus An. 1070 æræ Christianæ observavit *Toleti* in Hispania obliquitatem Eclipticæ $23^{\circ}.34'$, quæ si ad elevationem æquatoris *Toletanæ* $50^{\circ}.5'$ addatur, prodibit altitudo *Solis* in solstitio æstivo $73^{\circ}.39'$; si ab eadem dematur, altitudo in brumali $26^{\circ}.31'$. Quodsi porro ibi refraction $15''$ hic vero $1'.54''$ auferatur; restabunt altitudines veræ $73^{\circ}.38'.45''$ & $26^{\circ}.29'.6''$, quæ dant obliquitatem eclipticæ illius temporis $23^{\circ}.34'.50''$. Si denique ab ea subduxeris diminutionem $6'.27''$, annis 645 convenientem, habebis obliquitatem præsentem $23^{\circ}.28'.24''$ uno tantum scrupulo secundo a nostra deficientem.

Thebit Ben-Choræ etiam in Hispania A. 1150. & *Almeon*, filius *Almansoris*, observarunt obliquitatem Eclipticæ $23^{\circ}.33'.30''$, id est, $30''$ minorem quam *Arzachel*. At eorum observationes 80 annis sunt posteriores; invenerunt ergo illam diminutionem, quæ 50 annis competeat, errorem admittentes $18''$, quanta est diminutio 30 annorum.

Prophatius Judæus anno 1300 hoc est annis 230 post *Arzachelem*, invenit obliquitatem istam $23^{\circ}.32'$, seu duobus minutis minorem quam *Arzachel*, errore itidem $18''$ non superante.

Ex observationibus *Regiomontani* atque *Waltheri* mediam summam, eamque anno intermedio attribuiam. Sic mediam chordam anguli distantie *Solis* a *Zenith* invenio 44885 partium, cujus dimidium est sinus $12^{\circ}.58'.5''$. Hujus duplum $25^{\circ}.56'.10''$ cum sit distantia *Solis* a *Zenith*, addita refractione $24''$, summæ complementum exhibet altitudinem *Solis* veram in solstitio æstivo $64^{\circ}.3'.26''$. Similiter pro altitudine brumali media inter chordas observationum septem annorum reperitur 118779 partium, cujus dimidium est sinus $36^{\circ}.26'$. Inde ut ante, adhibita refractione $3'$, elicitor altitudo *Solis* in solstitio brumali $17^{\circ}.5'.0''$, atque ex his altitudinibus obliquitas quæ sita $23^{\circ}.29'.13''$. Ab anno intermedio observationum 1490 usque ad A. 1715 elapsi sunt anni 225, quibus convenit diminutio $2'.25''$. Emerget igitur obliquitas hodierna $23^{\circ}.27''$, adeoque error unius ac dimidii circiter minuti. Hic solus omnium Astronomorum tantum errorem dedit, nec vero multum ego fido illius observationibus, qui 14 minutis primis in elevatione poli urbis *Romæ* aberravit: eam enim facit $42^{\circ}.8'$, cum sit tantum $41^{\circ}.54'$.

Princeps Hassiæ annis 1561, 1564 & 1565 d. 12, 11 & 10 Jun. altitudinem *Solis* meridianam observavit $62^{\circ}.12'$, hoc est, demptis $27''$ pro refractione $62^{\circ}.11'.33''$. Idem A. 1566 d. 13 Decemb. deprehendit altitudinem *Solis* $15^{\circ}.12'$, hoc est, refractione $3'.15''$ subla-

sublata, $15^{\circ} 8' 35''$. Inde resultat, adhibita diminutione $1' 30''$ Astr. Erud.
 pro annis 150, obliquitas Eclipticæ præsens $23^{\circ} 30'$. Sed hæc An. 1719.
 sunt primæ Principis observationes, quas non pro tam accu- M. Julii.
 ratas venditat, quam posteriores, quæ sequuntur. An. 1568 d. 12
 Jun. itemque annis 1569, 1574, 1575, 1578 & 1580 altitudo
 Solis fuit $62^{\circ} 12'$, hoc est, refractione $27''$ subtracta, $62^{\circ} 11' 33''$.
 A. 1572 d. 11 Dec. eadem observata $15^{\circ} 14'$. Ergo dempta refra-
 ctione $3' 24''$, fuit $15^{\circ} 10' 36''$, adeoque obliquitas Eclipticæ 23° .
 $30' 28''$, unde diminutione $1' 24''$ pro 143 annis sublata, prodit
 hodierna $23^{\circ} 29' 4''$.

Iusto Byrgio Cassellis observante An. 1592 d. 11 Dec. altitudo
 Solis fuit $15^{\circ} 15' 30''$ seu, dempta $3' 24''$ refractione, $15^{\circ} 12' 6''$:
 sed A. 1594 d. 10 Jun. altitudo meridiana fuit $62^{\circ} 10' 22''$, hoc
 est, refractione $27''$ sublata, $62^{\circ} 9' 55''$. Hinc prodit obliquitas
 eclipticæ $23^{\circ} 28' 55''$, quæ, diminutione $1' 15''$ pro 124 annis fa-
 cta, dat hodiernam $23^{\circ} 27' 40''$.

Copernici observationes non parum animos multorum Astro-
 nomorum torserunt, maxime *Tychonis de Brabæ*, propterea quod
 solus obliquitatem eclipticæ adeo parvam faciat, ut, quamvis
 abhinc plus quam 175 annis institutæ sint ipsius observationes,
 nihilominus eam minorem hodierna statuatur: quod quidem ope-
 ræ pretium est examinare. Altitudo poli *Fruemburgi*, ubi *Co-*
pernicus observavit, ipso observante est $54^{\circ} 19' 30''$, obliquitas
 vero eclipticæ $23^{\circ} 28' 8''$, unde elicitur altitudo apparsens Tropi- Pag. 290.
 pici $59^{\circ} 8' 38''$ quæ refractione conveniente $30''$ multata dat
 veram $59^{\circ} 8' 8''$. Altitudo apparsens \propto ibidem est $12^{\circ} 12' 22''$, quæ
 refractione $4' 19''$ multata dat veram $12^{\circ} 8' 3''$. Hinc resultat
 obliquitas eclipticæ istius temporis $23^{\circ} 30' 3''$. Cum *Copernicus*
 A. 1543 fuerit mortuus, ponamus eum observasse obliquitatem
 Eclipticæ A. 1540. Quodsi ergo dematur diminutio $1' 45''$ annis
 175 conveniens; emergit præsens $23^{\circ} 28' 18''$, sex tantum scru-
 pulis secundis a nostra discrepans. Conveniunt igitur jam tan-
 ti Astronomi observationes cum cæteris, quæ hæcenus tantum
 discrepare videbantur. Oriebatur differentia a magna latitudi-
 ne *Fruemburgi*, ubi ignotæ Astronomis illius temporis refractiones
 in tropico hiemali erant valde sensibiles, ac multo magis
 elevabant tropicum istum, quam æstivum, unde magna distan-
 tiæ Tropicorum diminutio oriebatur, quæ per tabulas refractionum
 correctæ cum cæteris observationibus congruit.

Tycho, Astronomorum Coryphæus observavit Uraniburgi al-
 titudinem apparentem meridianam Solis Ann. 1584 d. 11 Jun.
 $57^{\circ} 35' 30''$, A. 1585 d. 11 Jun. $57^{\circ} 35' 20''$, A. 1586 d. 12 Jun.
 $57^{\circ} 35' 30''$, per quadrantem volubilem $57^{\circ} 35' 45''$, per *Tycho-*
nium,

Ast. Erud.
An. 1719. *nicum*, ut ipse vocat, $57^{\circ}.35'.45''$ & per alium adhuc quadran-
M. Julii. tem $57^{\circ}.35'.50''$. Inter omnes istas intermedia erit, $57^{\circ}.35'.35''$,
a qua si auferatur refractione $32''$ altitudo vera media erit $57^{\circ}.35'.3''$.
Hieme A. 1584 d. 11 Dec. observavit eam per volubilem qua-
drantem $10^{\circ}.41'.20''$, per magnum ferreum $10^{\circ}.41'.10''$. Ab-
lata igitur refractione $4'.56''$, altitudo brumalis media vera $10^{\circ}.36'.14''$. Unde elicitur obliquitas eclipticæ $23^{\circ}.29'.25''$, quæ,
diminutione 120 annorum, quæ est $1'.12''$ ablata, degenerat in
hodiernam $23^{\circ}.28'.13''$ a nostra 11 tantum scrupulis secundis di-
screpantem. Ex hisce observationibus determinamus veram lati-
tudinem Uraniburgi $55^{\circ}.54'.20''$, fere ut invenit *Picarius*.

Hevelius A. 1661 d. 11 Jun. st. v. observavit altitudinem Solis
meridianam Gedani $59^{\circ}.7'.10''$, quæ, ablata refractione $29''$ ex-
hibet veram $59^{\circ}.6'.41''$, & d. 11 Dec. ejusdem anni $12^{\circ}.12'.45''$,
quæ refractione $4'.18''$ mulctata transit in veram $12^{\circ}.8'.27''$.
Pag. 291. Quamobrem obliquitas eclipticæ illius temporis $23^{\circ}.29'.7''$, at-
que hinc porro, habita ratione diminutionis $33''$ in 55 annis,
hodierna $23^{\circ}.28'.34''$, 10 tantum secundis nostram superans.

Flamstedius per quadrantem magnum muralem septem pedum
radio, telescopio instructum, altitudinem meridianam Solis ap-
parentem A. 1691 d. 11 Jun. observavit, $62^{\circ}.1'.0''$, hoc est, ha-
bita refractionis $27'$ ratione, $62^{\circ}.0'.33''$, & d. 11 Dec. An. 1697,
 $15^{\circ}.6'.30''$, d. 11 Dec. A. 1695 & d. 10 Dec. An. 1689. $15^{\circ}.6'.25''$
hoc est, refractione $3'.26''$ subducta, $15^{\circ}.3'$. Est ergo obliquitas
Eclipticæ illius temporis $23^{\circ}.28'.46''$, quæ, habita ratione dimi-
nutionis $14''$ pro 24 annis exhibet hodiernam $23^{\circ}.28'.32''$, a no-
stra 5 tantum secundis distantem. Latitudo autem Grenowici in-
de eruitur $51^{\circ}.28'.14''$.

Richerius in libro Itinerum Academiæ Regiæ secundum *Cassi-
ni* calculum invenit istam obliquitatem in insula Cayenna $23^{\circ}.28'.54''$ An. 1672. Quare, facta diminutione $26''$ in annos 54,
hodierna $23^{\circ}.28'.28''$ nostram nonnisi quatuor scrupulis secun-
dis superans.

Tandem *Blanchinus*, Pontificis Camerarius, hujus Academiæ
Socius, eandem ope magni Gnomonis, quem Pontifex in ther-
mis Diocletiani erigi curavit, obliquitatem Eclipticæ deprehen-
dit $23^{\circ}.28'.25''$. Cum iisdem tabulis refractionum ac parallaxeos
usus fuerit ac ego, nulla correctione indiget ipsius observatio.
Atque adeo constat obliquitatem Eclipticæ hujus ævi esse $23^{\circ}.28'.24''$, ut illam determinavi.

Ad calcem hujus dissertationis omnium Astronomorum obser-
vationes in Tabula apponimus, ut uno intuitu differentia ac
mutatio illius obliquitatis animadvertatur, quæ semper tempo-
ri,

ri, quo factæ fuerunt observationes, proportionalis reperietur: Astr. Erud. An. 1719. M. Julii.
 quod in pari argumento pro vera demonstratione haberi debet, Pag. 292.
 neque enim ullo alio systemate differentia ista explicari potest.
 Nec vero ego moror illos, qui omnium Astronomorum observa-
 tiones pro parum accuratis habent ac differentiam istam in erro-
 rem rejiciunt, quasi ipsi soli essent oculati. Qui autem fieri pos-
 set, ut omnes Astronomi, ne uno quidem excepto, semper in
 excessu peccassent? Non licet ad poli mutationem confugere,
 quasi terra motum suum diurnum non continuo circa eundem
 polum perficeret: hoc enim & verisimilitudini, & experientię
 omnino repugnat. Certe altitudo Poli Massiliensis a Strabone
 relata, quam dubio procul ex *Pytheæ* observationibus hausit, a
 nostris observationibus ne uno quidem minuto differt, nec vix
 aliquot scrupulis secundis nostra observatio a *Gassendica* & *Cas-
 siniana* distat.

Facile autem diminutio ista physice explicatur: Quæ enim
 vocatur obliquitas eclipticæ, æquatoris potius esset dicenda, ut-
 pote circuli terrestris. Mobiles cum *Copernico* omnes circulos
 terrestres supponimus, cœlestibus motum omnem adimimus.
 Unde ad explicandam diminutionem istam sufficit supponere,
 æquatorem ad eclipticam singulis seculis uno minuto primo gra-
 dus accedere, seu, quod perinde est, polos æquatoris ad polos
 eclipticæ eadem quantitate accedere. Hæc approximatio nostræ
 mutationi satisfaciet, quemadmodum ejusdem axis terræ retro-
 gradatio anticipationem punctorum æquinoctialium parit, im-
 motis interea stellis fixis, æque ac Apogæo Solis. Quodsi olim
 semper eadem proportionē obliquitas eclipticæ minuatur, elap-
 sis 140 annorum millibus æquator cum plano Eclipticæ coin-
 cidet: unde maxima rerum oboriretur mutatio, cum nulla am-
 plius esset tempestatum vicissitudo, sed ver perpetuum in zo-
 nis temperatis, adeoque non alia anni forma, quam sideri,
 nunc solis Astronomis cogniti, quem metitur revolutio Solis in-
 tegra in orbita sua ab Apogæo ad Apogæum. Admissa hac dimi-
 nutione, dies æstivi continuo decrescent, hiemales augebuntur,
 amplitudines ortivæ & occiduz Solis in Solstitiis minuentur, ut
 adeo optimus esset diminutionem istam observandi modus per
 ortum vel occasum Solis in Solstitiis ope alicujus montis vel
 rupis longinquæ.

Traditionem ab Ægyptiis manantem nobis conservavit *Hero-
 dotus*, quod ecliptica fuerit ad circulum æquinoctialem perpen-
 dicularis. Unde apparet, olim Ægyptios diminutionem obliqui-
 tatis Eclipticæ agnovisse, illosque eam observasse verisimile est.
 Refert *Diodorus Siculus*, quod *Chaldaei* tam antiquas observatio- Pag. 293.

AA Erud. nes se habere jactaverint, ut a primis suis observationibus usque
 An. 1719. ad ingressum *Alexandri M.* in Babylonem 403 millia annorum
 M Julii. numerarent. Equidem mihi non persuadeo, ipsos observationes
 tam antiquas habuisse: sed quod locum huic commento dare
 potuit, nihil aliud est quam longissima aliqua motus cujusdam
 cœlestis periodus, ad cujus initium principium observationum
 suarum, seu forte etiam mundi referebant; quemadmodum ho-
 die non pauci inveniuntur, qui creationem mundi huic anno
 tribuunt, quo Apogæum Solis in principio Arietis versabatur,
 quod a *Chronologia* septuaginta virali parum differt. Nulla au-
 tem tam diuturna periodus inter motus cœlestes, quam nostra;
 reperiri potest, quippe obliquitatis *Eclipticæ* mutatio singulis se-
 culis unum minutum primum non superat. Sed ostendamus idem
 paulo apertius. Ab ingressu *Alex. M.* in Babylonem elapsi sunt
 anni circiter 2000, quo adeo tempore obliquitas *eclipticæ*, ho-
 diernam superans 20 tantum minutis, erat $23^{\circ}.48'.30''$. Hujus
 complementum $66^{\circ}.11'.30''$ est iter a polis *eclipticæ* confectum,
 siquidem initio periodi axis terrestris cum plano *Eclipticæ* co-
 incidere supponatur, intervallum efficiens 397150 annorum Ju-
 lianorum, si progressus fiat unius minuti primi per singula se-
 cula: sed anni *Ægyptii* antiquissimi tantum 360 constabant die-
 bus (quicquid contra dicat *Petavius*), ut videre est apud *Scaligerum*,
Kircherum, *Diodorum Siculum*, in notis *Golii* ad *Alfraganum*,
 in libro *Plutarchi* de *Iside & Osiride* &c. & ex ambitu
 murorum Babyloniorum concluditur, qui erant 360 stadiorum
 & uno anno ædificati fuerant, singulis diebus stadio uno conse-
 cto; itemque ex numero sacerdotum seu Astronomorum Mem-
 phiticorum, qui erant 360, unoque die tantum singulis annis
 singuli observabant. Ergo intervallo 397150 annorum Juliano-
 rum, qui sunt ad *Ægyptiacos* in ratione $364\frac{1}{4}$ ad 360, respon-
 dent anni *Ægyptiaci* antiqui 402942, qui sane numerus a perio-
 do *Chaldaeorum* 403000 annorum nonnisi 58 annis differt, miro
 in tanta periodo consensu.

Concludo itaque *Chaldaeos* non solum mutationem obliquita-
 tis *Eclipticæ* observasse, sed etiam quantitatem istius mutatio-
 nis agnovisse: id quod mirum videri non debet ob antiquissimas
 ac continuas eorum observationes.

T A B U L A

Diminutionis obliquitatis Eclipticæ.

Ad Erud.
An. 1719.
M. Julii.
Pag. 294.

	Anni ante Christ.	Obliquitas non correcta	Obliquitas correcta	Anni elapsi	Differentia ab hodierna	Error observa- tionum
Pytheas	360	23 49 10	23 49 10	2075	21 0	
Eratoſthenes	200	23 51 20	13 51 20	1965	23 30	1 18 per exceſs.
Almamon	post Ch. 830	23 35 0	23 36 31	885	8 6	1 24 per defect.
Albategnius	969	23 35 0	23 36 31	746	7 50	0 17 per exc.
Arzachel	1070	23 34 0	23 34 50	645	6 26	0 1 per exc.
Thebit ben Coræ	1150	23 33 30	23 34 17	550	5 53	0 3 per exc.
Almoeon	1150	23 33 30	23 34 17	550	5 53	0 3 per exc.
Prophatius	1300	23 32 0	23 32 50	415	4 25	0 17 per exc.
Regiomontanus	1490	23 29 13	23 29 13	225	0 49	1 26 per defect.
Copernicus	1540	23 28 8	23 30 3	175	1 39	0 6 per defect.
Princ. Haſſiæ	1575	23 30 28	23 30 28	140	2 0	0 40 per defect.
Tycho Braheus	1595	23 29 25	23 29 25	120	1 1	0 11 per defect.
Juſt. Byrgius	1592	23 28 55	23 28 55	123	0 31	0 44 per defect.
Hevelius	1661	23 29 7	23 29 7	54	0 43	0 17 per exc.
Flamſtedius	1691	23 28 32	23 28 32	24	0 8	0 7 per defect.
Richerius	1672	23 28 54	23 28 54	44	0 30	0 4 per exc.
Blanchinus	1703	23 28 35	23 28 25	12	0 1	0 7 per def.
per meas ob- ſervat.	1715	23 28 24	23 28 24	0	0	0

Act. Erud.
An. 1719.
M. Julii.
Pag. 295.

N I C. B E R N O U L L I,
MATH. PROFESS. PATAVINI,

*Tentamen solutionis generalis Problematis de construenda
Curva, quæ alias ordinatim positione datas
ad angulos rectos secat.*

CUM Celeb. Hermannus noster in Supplemento solutionis suæ, quod mense Julio superioris Anni in his Actis edidit, aliis quoque in solutionem hujus Problematis inquirendi voluptatem relinquere voluerit; haud incongrue me facturum existimavi, si & ego regulæ nostræ (illius scilicet, quam Clar. Hermannus in Actis 1717 proposuit, quæque non differt ab ea, quam, uti constat ex narratione Patruelis mei in Actis An. 1718. pag. 555 ante triennium cum Nobil. Monmortio communicavi, neque ab ea, in quam jam olim inciderunt Leibnitius & Patruus meus) defectum aliquatenus supplerem. Dico *aliquatenus*; existimo enim, generalem Trajectoriarum constructionem dari non posse, ne quidem concessis Curvarum quadraturis; secus ac existimat Cl. Hermannus, qui, ut spero, haud ægre feret, quod hic moneam, duo præcipue in ejus supplemento desiderari, quæ obstant, quo minus pro solutione generali haberi possit. Primum est, quod pro generali æquatione Curvarum secundarum assumit $dx = p dy$, ubi p datam supponit quomodocumque per y & constantes; cum tamen supponere debuisset datam per x, y , & constantes. Alterum est, quod credam, errorem irrepsisse in ipsam æquationem Logar. $c - \text{Log. } a = \int (qqdy : y + pspdy)$, quam nobis suppeditat pro constructione generali Trajectoriæ quæsitæ: nam applicanti mihi hanc formulam ad casus particulares nunquam se obtulit vera solutio, nequidem in casibus simplicissimis, quando ex. gr. lineæ secundæ sunt lineæ rectæ ex communi vertice egredientes, aut Parabolæ ex eodem vertice & super eodem axe descriptæ, quarum Trajectoriæ, ut notum, sunt Circuli vel Ellipses concentricæ. Imo ne quidem in exemplo ab ipso Cl. Hermannō allato res mihi successit; ipse quidem veram solutionem tandem elicit, sed applicatione, ut mihi videtur, illegitima. Regula, quam ipse præscribit, sic se habet: „Aptandæ sunt in Logarithmica duæ „ ordinatæ a & c , atque in Curva, cujus abscissæ y , ordinatæ „ vero sint $qq : y + pspdy$ (pono $pspdy$ loco $spdy$, ut corrigam errorem

Pag. 296.

„ rorem a typographo commissum) abscindenda area proportio- A&E. Erud.
 „ nalis distantiae applicatarum illarum Logarithmicæ; abscissa hu- An. 1719.
 „ jus areæ dabit ordinatam, ejusque valor in æquatione $x = spdy$ M. Julii.
 „ substitutus abscissam Trajectoriæ quæsitæ in puncto intersec-
 „ tionis ejus & curvæ secandæ.“ Jam vero in applicatione hujus re-
 gulæ ad exemplum citatum invenit $qqdy: y + pspdy = dR: \frac{1-m}{1-m} R$,
 ubi $dR = \frac{1-m}{1-m} a^{2m} pdy: y^{2m} = \frac{1-m}{1-m} a^{2m} dy: y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$;

porro invenit $\text{Log. } c - \text{Log. } a = \frac{1}{1-m} \text{Log. } R - \frac{1}{1-m} \text{Log. } a$,

ergo secundum præscriptum regulæ deberet in Curva, cujus ab-
 scissæ y , ordinatæ vero sint $qq: y + pspdy$ id est, in hoc exem-
 plo $dR: \frac{1-m}{1-m} R dy$, abscindi area proportionalis $\text{Log. } c - \text{Log. } a$,

id est $\frac{1}{1-m} \text{Log. } R - \frac{1}{1-m} \text{Log. } a$, quod non video quomo-

do conveniat cum conclusione Hermanniana, quæ hæc est: *er-
 go si in Curva cujus abscissæ y , & applicatæ sint $\frac{1-m}{1-m} a^{2m}: y^m$
 $\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$ id est, $dR: dy$, abscindatur area $= a^m c^{1-m}$ id est
 $= R$, areæ hujus abscissa y dabit ordinatam trajectoriæ quæsitæ.* Ro-
 gatur itaque Cl. Hermannus, ut aut errorem (si quis sit) in regu-
 la sua corrigere, aut verum ejusdem sensum, quem fortassis non
 assecuti sumus, explanare, modumve eam ad alia exempla appli-
 candi nobis aperire velit.

Ut autem meum Trajectorias construendi modum exponam,
 communicabo hic geminam regulam, quarum una servit pro iis
 casibus, in quibus haberi potest æquatio differentialis con-
 Curvarum secandarum; altera vero servit pro aliquibus illorum
 casuum, in quibus Curvarum secandarum natura per æquationem
 differentialem incompletam exprimitur. Voco autem æquationem
 differentialem Curvarum secandarum *completam* illam, quæ ex-
 primit relationem, quam habent inter se differentialia, non tan-
 tum coordinatarum Curvarum secandarum, sed & parametri va-
 riables, sive ejus lineæ, quam Cl. Hermannus *modulum* appellat.
 Æquationem vero differentialem *incompletam* voco illam, quæ ex-
 primit tantum relationem, quæ est inter differentialia coordi-
 natarum unius ex Curvis secandis, parametro sive modulo ma-
 nente constante. Æquationem differentialem completam Curva-
 rum secandarum generaliter designo hoc modo $dx = pdy + qda$,
 incompletam hoc modo $dx = pdy$, in quibus æquationibus literæ
 x & y denotant coordinatas Curvarum secandarum, a parame-
 trum variabilem, p & q quantitates datas quomodocumque per
 x, y, a , & constantes.

His tanquam definitionibus præmissis regulam meam primam
 sic

Aët. Erud. sic enuntio : Logarithmus quantitatis $\sqrt{(1+pp)} : p$ differentie
 An. 1719. tur sumendo y constantem & parametrum a variabilem , & sub-
 M. Julii. stituendo pro dx ejus valorem qda , postea inventa differentialis
 iterum integretur sumendo etiam y variabilem , & substituendo ,
 ubi opus fuerit , valorem harum æquationum $dx + ppdx = qda$ &
 $dy + ppy = -pqda$, integralis (si qua haberi possit) habeatur
 pro Logarithmo ejus numerus vocetur n , per hanc quantitatem
 n dividatur quantitas q , & ex quotiente , postquam pro x substi-
 tutus fuerit ejus valor expressus in y , a , & constantibus , ejician-
 tur omnes illi termini , in quos ingreditur y , residui per da mul-
 tiplicati sumatur integralis , quæ ponatur $= A$. Quo facto si in
 Curva , cujus abscissæ sint $= y$, & ordinatæ , quas vocabo z
 $= (1+pp) : pn$, abscindatur area $= C - A$, ubi per C intelli-
 go quantitatem arbitrariam constantem pro singulis ejusdem Tra-
 jectoriæ punctis ; area hujus abscissa y dabit ordinatam Trajecto-
 riæ quæsitæ in puncto intersectionis ejus & Curvæ secundæ .

Altera regula , quæ corollarium est præcedentis , locum tantum
 habet in iis Curvis secandis transcendentibus , quarum æquatio
 differentialis incompleta $dx = pdx$ ita comparata est , ut quantitas
 $\sqrt{(1+pp)} : p$ multiplicatione componatur ex duobus factoribus ,
 quos nominabo B & Y , quorum ille datus sit per a & constantes ,
 hic per y & constantes . In his casibus construenda est Curva , in
 qua abscissis existentibus $= y$ applicatæ z sint $= (1+pp) : pB$,
 & reliqua peragenda ut prius , cum hoc tamen discrimine , quod
 loco fractionis $qda : n$, quæ servit pro invenienda quantitate A ,
 hic adhiberi debeat fractio ista $dE : B$, ubi per E intelligitur di-
 stantia variabilis puncti intersectionis Curvarum secandarum cum
 axe a puncto quopiam dato , ex quo nempe sumitur initium ab-
 scissarum Trajectoriæ quæsitæ ; datur autem illa distantia E per a
 & constantes : quare hic area abscindenda semper erit $= C - \int dE : B$,
 adeoque constans , si Curvæ secundæ omnes transeant per idem
 axis punctum . Utramque regulam exemplis aliquot illustrare co-
 nabor .

Pag. 298.

Exempl. I. Sit æquatio Curvarum secandarum $dx = y^m dy : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$, ut in exemplo quod Leibniti-
 us proposuit in Act. 1716 p. 325 hic $p = y^m : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$, & $\sqrt{(1+pp)} : p = a^m : y^m$,
 adeoque per regulam secundam erit applicata Curvæ construendæ
 siue $z = (1+pp) : pB = a^m : y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$, & area abscinde-
 da constans , si Curvæ secundæ omnes commune habeant princi-
 pium ; quæ solutio apprimè consentit cum solutione priore Patru-
 mei recensita ab ipsius Filio in Actis 1718 pag. 550 .

Exempl. II. Sint Curvæ secundæ eædem , quæ in præcedenti exem-
 plo , sed eo situ positæ , ut distantia puncti ejusdem dati in axe a
 pri-
 oræ

principio cujusque Curvæ secundæ sit æqualis parametro π . Hic eadem Curva quæ antea construi debet, sed area abscindenda erit $\text{AG. Erud. An 1719. M. Julii.}$
 $\text{= } C - \int dE : B \text{ = } C - \int da : a^m \text{ = } C + \frac{1}{m-1} a^{m-1}.$

Exempl. III. Sit æquatio Curvarum secundarum $\pi = a + p dy$, ubi p significet quantitatem quamcunque compositam ex y & constantibus. Tales Curvæ omnes nihil aliud sunt, quam una eademque Curva super axe sua ita mota, ut singula ejus puncta describant lineas rectas axi parallelas. Hic quantitates singulæ q , n , B , æquales sunt unitati, & $E = a$; ideoque erit ordinata Curvæ construendæ $z = (1 + pp) : p$, & area abscindenda $\text{= } C - a$.

Exempl. IV. Sint Curvæ secundæ Parabolæ dati gradus, sed diversarum parametrorum habentes eundem verticem & axem, quarum æquatio generalis sit $y^m = a^{m-1} x$, cujus differentialis completa est $m y^{m-1} dy = \frac{m-1}{m} a^{m-2} x da + a^{m-1} dx$; hic $p = m y^{m-2} : a^{m-1} = m x : y$, & $q = \frac{1-m}{m} x : a$, & $\sqrt{(1 + pp)} : p = \sqrt{(yy + mmxx)} : mx$, cujus Logarithmus si differentietur sumendo y constantem, & ponendo pro dx ejus valorem $q da = \frac{1-m}{m} x da : a$, prodibit $\frac{m-1}{m} y y da : (ayy + mmxx)$, hoc iterum integratum polita etiam y variabili, & substituto valore hujus æquationis $dx + pp dx = q da$, dabit $\int - dx : x = \text{Log. } 1 : x$. Quare per regulam primam est $n \approx 1 : x$, & applicata Curvæ construendæ sive $z = (1 + pp) : pn = (yy + mmxx) : my = (a^{2m-2} y + mmy^{2m-1}) : ma^{2m-2}$, & area abscindenda in hac Curva $\text{= } \text{constanti.}$ Pag. 299.

Exempl. V. Sint iterum Parabolæ dati gradus, diversarum parametrorum, & super eodem axe constructæ, sed transeuntes per idem punctum extra axem datum, quarum æquatio sit $y^m = a^{m-1} x + b^m$. Hic ut in precedenti exemplo $p = m y^{m-1} : a^{m-1}$, & $q = \frac{1-m}{m} x : a$, & $\sqrt{(1 + pp)} : p = \sqrt{(a^{2m-2} + mm y^{2m-2})} : m y^{m-1}$, cujus Logarithmus si differentietur ponendo y constantem, habebitur $\frac{m-1}{m} a^{2m-2} da : (a^{2m-2} + mm y^{2m-2})$ hoc iterum integretur ponendo etiam y variabilem, & substituendo valorem hujus æquationis $q da = dx + pp dx$, & proveniet iterum $\int - dx : x$ pro Logarithmò ipsius n ; quare $n \approx 1 : x = a^{m-1} : (y^m - b^m)$ & $z = (1 + pp) : pn = (a^{2m-2} + mm y^{2m-2}) : (y^m - b^m) : ma^{2m-2} y^{m-1}$. Area abscindenda sic invenitur: quia $q : n \approx \frac{1-m}{m} x : a \approx \frac{1-m}{m} (y^{2m} - 2b^m y^m + b^{2m}) : a^{2m-2}$ erit rejectis terminis, in quibus reperitur y , residui per da multiplicati, id est, $\frac{1-m}{m} b^{2m} da : a^{2m-1}$ integralis $\text{= } b^{2m} : 2a^{2m-2} = A$, adeoque area abscindenda $\text{= } C - b^{2m} : 2a^{2m-2}$.

Exempl. VI. Sint Curvæ secundæ Logarithmicæ æqualium Subtangentiũ super axibus parallelis constitutæ & per commune punctum transeuntes; quarum æquatio generalis sit $x = \text{Logar. } (y - a) - \text{Logar. } (1 - a)$; cujus differentialis completa est $dx = dy$:

Act. Erud. $= dy : (y - a) + (yda - da) : (y - ay - a + aa)$; hic $p = 1$:
 An. 1719. $(y - a) \& q = (y - 1) : (y - ay - a + aa)$, $\& \sqrt{(1 + pp)} : p$
 M. Julii. $= \sqrt{(1 + yy - 2ay + aa)}$, cujus Logarithmus secundum regulam
 differentiatuſ est $(-yda + ada) : (1 + yy - 2ay + aa)$, quæ
 quantitas ope æquationis $dy + pddy = -pqda$ reducitur ad hanc
 $(dy - da) : (y - a) = dy : (y - 1)$, cujus integralis Log. $(y - a)$
 $- \text{Log. } (y - 1) = \text{Log. } n$; quare $n = (y - a) : (y - 1)$, $\& z$
 $= (1 + pp) : pn = (1 + yy - 2ay + aa) : (y - 1)(yy - 2ay + aa)$,
 $\&$ area abſcindenda = constanti.

Pag. 300. *Exempl. VII.* Sint Curvæ ſecundæ Logarithmicæ diverſarum ſub-
 tangentium ſuper eodem axe $\&$ per idem punctum ductæ, quarum
 æquatio generalis ſit $x = a \text{ Log. } y$, cujus differentialis completa
 eſt $dx = a dy : y + da \text{ Log. } y$, ubi $p = a : y \& q = \text{Log. } y$, $\& \sqrt{(1 + pp)} : p$
 $= \sqrt{(yy + aa)} : a$, cujus Logarithmus per regulam primam diffe-
 rentiatuſ dat $ada : (yy + aa) - da : a$, quod iterum ope æquationis
 $dy + pddy = -pqda$ reducitur ad $-dy : (y \text{ Logar. } y) - da : a$,
 ergo integrando erit Log. Logarithmi $1 : y - \text{Log. } a = \text{Log. } n$, $\&$
 proinde $n = 1 : a \text{ Log. } y = 1 : x$, $\& z = (1 + pp) : pn = (yy + aa)$
 Log. $y : y$, $\&$ area abſcindenda = constanti.

Exempl. VIII. Sit æquatio Curvarum ſecundarum $x = \int dy \sqrt{(bb - yy)}$:
 $\sqrt{(aa + yy)}$, ubi $p = \sqrt{(bb - yy)} : \sqrt{(aa + yy)}$ $\& \sqrt{(1 + pp)} : p$
 $= \sqrt{(aa + bb)} : \sqrt{(bb - yy)}$; hinc per regulam ſecundam
 eſt $B = \sqrt{(aa + bb)} \& z = (1 + pp) : pB = \sqrt{(aa + bb)} : \sqrt{(aa + yy)}$.
 $\sqrt{(bb - yy)}$, $\&$ area abſcindenda = constanti.

Exempl. IX. Sint Curvæ ſecundæ Parabolæ habentes eundem
 axem, ſed parametros æquales reſpectivis verticum a puncto da-
 to diſtantiis, quarum æquatio generalis ſit $yy = ax + aa$, cujus
 differentialis completa eſt $2ydy = adx + xda + 2ada$, quapropter
 $p = 2y : a$, $\& q = (x + 2a) : -a = (yy + aa) : -aa$, $\& \sqrt{(1 + pp)} : p$
 $= \sqrt{(4yy + aa)} : 2y$, cujus Logarithmus more ſolito differentiatuſ
 eſt $ada : (4yy + aa)$, qui mediante æquatione $dy + pddy = -pqda$
 reducitur ad $da : a + 2dy : y - (8ydy + 4ada) : (2yy - aa)$ proinde
 integrando habetur Log. $a + 2 \text{ Log. } y - 2 \text{ Log. } (2yy - aa) = \text{Log. } n$,
 unde $n = ayy : (4y^4 - 4aayy + a^4)$, $\& z = (1 + pp) : pn = (16y^6$
 $- 12aay^4 + a^6) : 2aay^3$. Area abſcindenda ſic invenitur: quia
 $q : p = (yy + aa) : (4y^4 - 4aayy + a^4) : -a^3yy = -4y^4 : a^3 + 3a$
 $- a^3 : yy$, erit reſectis terminis, in quibus y reperitur, reſidui
 per da multiplicati integralis $= \int 3ada = 3aa : 2 = A$, $\&$ per con-
 ſequens area abſcindenda eſt $C - 3aa : 2$.

Exempl. X. Sit æquatio Curvarum ſecundarum $x = \sqrt{(bb + 2byy : a)}$,
 æquatio nempe ad infinitas hyperbolæ ejusdem verticis $\&$ centri,
 cujus exempli ſolutionem a Patruſe meo exhibitam communica-
 vit Leibnitius in Actis 1716 pag. 326. Hujus æquationis differen-
 tialis

tialis completa est $dx = (2abydy - byyda) : a\sqrt{(aabb + 2abyy)}$, Aët. Erud.
 ubi $p = 2y\sqrt{b} : \sqrt{(aab + 2ayy)}$, & $q = -yy\sqrt{b} : a\sqrt{(aab + 2ayy)}$, An. 1719.
 & $\sqrt{(1 + pp)} : p = \sqrt{(aab + 2ayy + 4byy)} : 2y\sqrt{b}$, cujus Logarith- M. Julii.
 mus differentiaturs posita y constante est $(abda + yyda) : (aab + 2ayy + 4byy)$, qui mediante æquatione $dy + ppy = -pqda$ reducitur
 ad $(bda + 4ydy) : (2ab + 4yy) + da : 2a - 2dy : y$, cujus integralis
 $\frac{1}{2} \text{Log.}(ab + 2yy) + \frac{1}{2} \text{Log.} a - 2 \text{Log.} y = \text{Log.} n$, quare $n = \sqrt{(aab + 2ayy)} : yy$, & $z = (1 + pp) : pn = (aaby + 2ay^3 + 4by^3) : 2\sqrt{b}$
 $(aab + 2ayy)$, & area abscindenda = constanti.

Schol. 1. In præcedentibus exemplis suppletionem dimensionum
 neglexi; qui autem volet, ut ordinata Curvæ construendæ, quam
 nomino z , obtineat semper dimensionem linearem, poterit id,
 ubi opus fuerit, efficere assumendo rectam aliquam constantem
 pro unitate. Sic in exemplo primo possum assumere $z = a^m b^{m+1} :$
 $y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$ loco $z = a^m : y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$; & in exemplo
 ultimo $z = (aaby + 2ay^3 + 4by^3) : (aab + 2ayy)$ loco $z = (aaby + 2ay^3$
 $+ 4by^3) : 2\sqrt{b}(aab + 2ayy)$; & sic in aliis.

Schol. 2. Æquatio ipsa Trajectoriæ quæsitæ, quamvis per me-
 rhodum ordinariam plerumque, præsertim quando Curvæ secan-
 dæ sunt algebraicæ, facilius haberi possit, ex hac tamen con-
 structione invenietur quærendo expressionem arcæ abscindendæ,
 & hinc eliciendo valorem parametri variabilis, qui valor in
 æquatione integrali Curvarum secundarum substitutus dabit æ-
 quationem integram, sed substitutus in æquatione $dy = -pdx$
 dabit æquationem differentialem Trajectoriæ quæsitæ. Res exem-
 plis patebit.

In exemplo I. expressio arcæ abscindendæ hæc est $C = \int a^m dy : y^m$
 $\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$ quamvis autem hæc quantitas ipsa per se inte-
 grari non possit, potest tamen ope illius Curvæ secundæ, ad quam
 pertinet Curva ea, in qua area ista constans abscindi debet.
 Nimirum $\int a^m dy : y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} = \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} : \frac{1-m}{1-m} a^m$ Pag. 302.
 $y^{m-1} + \int y^m dy : \frac{1-m}{1-m} a^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} = \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} : \frac{1-m}{1-m} a^m$
 $y^{m-1} + x : \frac{1-m}{1-m} a^m = C$, aut quod ob quantitatem C arbitrariam
 eodem recidit $\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} : a^m y^{m-1} + x : a^m = C$. Sed ex natu-
 ra Trajectoriæ est $dy = -pdx = -y^m dx : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$, quarum
 duarum æquationum ope si parameter a eliminetur, habebitur
 $(xdy - ydx) : y^m \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = (xdy - ydx) : y^m ds = C$, prorsus
 ut invenit Hermannus.

In exemplo IV. expressio arcæ abscindendæ est hæc $C = \int (a^{2m-2}$
 $ydy + mmy^{2m-1} dy) : ma^{2m-2} = (a^{2m-2} yy + my^{2m}) : 2ma^{2m-2} = yy :$
 $2m + y^{2m} : 2a^{2m-2}$, sive quia constans C arbitraria est, $C = yy :$
 $m + xx$; quare Trajectoriæ hujus exempli sunt Ellipses concen-
 tricæ, quarum latus rectum ad latus transversum ut m ad 1.

At Erud. In exemplo IX. expressio areæ abscindendæ est $C = 3aa$:
 An. 1719. $2 = f(16y^6 dy - 12aay^4 dy + a^6 dy) : 2aay^3 = f(8y^3 dy : aa - 6ydy$
 M. Julii. $+ a^4 dy : 2y^3) = 2y^4 : aa - 3yy - a^4 : 4yy$, hinc $C = (8y^6 - 12aay^4$
 $+ 6a^4 yy - a^6) : 4aayy = (2yy - aa^3) : 4aayy$, aut etiam extrahendo

radicem quadratam $C = (2yy - aa)^{\frac{3}{2}} : 2ay$. Sed æquatio integralis Curvarum secandarum est $yy = ax + aa$, hinc $a = \sqrt{(\frac{1}{4}xx + yy) - \frac{1}{2}x}$, quo valore substituto reperietur $C = (yy - \frac{1}{2}xx + x$

$\sqrt{\frac{1}{4}xx + yy})^{\frac{3}{2}} : (-xy + y\sqrt{xx + 4yy})$ pro æquatione Curvæ, quæ ad angulos rectos secat Parabolas super eodem axe constructas, & habentes parametros æquales distantis verticum suorum a puncto axis dato, posito hoc punctum datum esse situm intra Parabolas secandas. Patruus meus in Comment. Academ. Regiæ Scient. Paris. An. 1702 pag. 294 & post eum Gabriel Manfredius in fine Libri de Constructione æquationum differentialium dederunt æquationem talium Trajectoriarum in hypothese, quod punctum datum respiciat convexitatem Parabolarum.

Schol. 3. Ex eadem expressione areæ abscindendæ elici potest alius modus construendi Trajectorias quæsitæ, inveniendonepe pro qualibet Curva secanda, cujus parameter a invariata concipitur, aliam Curvam, ita ut intersectio utriusque Curvæ fiat in puncto aliquo Trajectoriæ quæsitæ. Ipsa enim æquatio, quæ invenitur pro area abscindenda, expressa in x, y, a , & constantibus, præbet naturam Curvæ, quæ secandam in puncto Trajectoriæ interfecabit. Sic in exemplo primo æquatio aream abscindendam determinans est $\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} : a^m y^{m-1} + x : a^m = C$, five $x = a^m C - \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})} : y^{m-1}$, quæ hanc facillimam constructionem suppeditat: Sit in Fig. 5 Curva secanda ABC, Trajectoria construenda DBE; ad axem AM ducatur perpendicularis AG, per punctum quodlibet G in ea pro arbitrio assumtum ducatur axi parallela GI, occurrens Curvæ secandæ in puncto I, ex quo ducantur rectæ LI, IM, illa ad axem, ista ad ipsam Curvam perpendicularis; tum in recta GI abscindatur ex puncto G recta GH = $a^m C$ dempta subnormali LM, punctum H erit in Curva HBF, quæ propositam ABC in puncto Trajectoriæ quæsito B interfecabit. Mutata autem a & servata C invenietur per similem constructionem aliud punctum ejusdem Trajectoriæ DBE. In casu particulari quando $m = 1 : 2$, & Curvæ secandæ sunt Cycloides, æquatio Curvæ, quæ datam quamque Cycloidem in puncto Trajectoriæ interfecat, deveniet $x = \sqrt{ac} - \sqrt{(ay - yy)}$, ponendo \sqrt{c} pro quantitate constante arbitraria C ad supplenda homogenea; est autem ista æquatio ad circulum hac ratione describendum:

Tab. I. In Fig. 5 Curva secanda ABC, Trajectoria construenda DBE; ad axem AM ducatur perpendicularis AG, per punctum quodlibet G in ea pro arbitrio assumtum ducatur axi parallela GI, occurrens Curvæ secandæ in puncto I, ex quo ducantur rectæ LI, IM, illa ad axem, ista ad ipsam Curvam perpendicularis; tum in recta GI abscindatur ex puncto G recta GH = $a^m C$ dempta subnormali LM, punctum H erit in Curva HBF, quæ propositam ABC in puncto Trajectoriæ quæsito B interfecabit. Mutata autem a & servata C invenietur per similem constructionem aliud punctum ejusdem Trajectoriæ DBE. In casu particulari quando $m = 1 : 2$, & Curvæ secandæ sunt Cycloides, æquatio Curvæ, quæ datam quamque Cycloidem in puncto Trajectoriæ interfecat, deveniet $x = \sqrt{ac} - \sqrt{(ay - yy)}$, ponendo \sqrt{c} pro quantitate constante arbitraria C ad supplenda homogenea; est autem ista æquatio ad circulum hac ratione describendum:

In

In axe Fig. 6. AO Cycloidis secandæ ABC abscindatur AH — \sqrt{ac} , Aët. Erud. mediz nempe proportionali inter constantem quandam c & diametrum CO circuli genitoris CPO, tum describatur circulus HBF cujus diameter æqualis sit diametro circuli genitoris, & qui tangat axem AO in puncto H; iste circulus secabit Cycloidem datam in puncto B Trajectoriæ quæsitæ DBE. Manifestum est hanc constructionem plane eandem esse ac illam, quam Patruus dedit pro Synchrona sua in Aët. 1697 pag. 307; nam si per punctum intersectionis B ducta intelligatur recta BP parallela axi AO, erit arcus PO = arcui BH = (ex natura Cycloidis) rectæ AH = (per constr.) \sqrt{ac} , uti requirit citata Patruii constructio.

Schol. 4. Problema hæc de Trajectoriis Curvarum construendis usum habere potest in negotio separationis indeterminatarum in æquationibus differentialibus. Nam si in proposita aliqua æquatione differentiali mutetur dy , in dx , & dx in $-dy$, erunt Trajectoriæ Curvarum, quæ per æquationem differentialem ita mutatam exprimuntur, illæ ipsæ Curvæ, quæ, propositæ æquationi differentiali satisfaciunt; quod si igitur illæ Trajectoriæ construi possint, poterunt etiam differentialia in proposita æquatione separari. Exempli gratia proponatur æquatio $dy = (xdy - ydx) : \sqrt{(xx + yy)}$, in qua separandæ sint indeterminatæ. Mutatis dy in dx , & dx in $-dy$ provenit $dx = (xdx + ydy) : \sqrt{(xx + yy)}$ cujus integralis est $x = \sqrt{(xx + yy)} + \text{vel} - \text{quantitate constante}$, æquatio nempe pro illis Parabolis, quarum Trajectorias in exemplo IX construximus; cum igitur harum Trajectoriarum æquatio integralis in Scholio secundo inventa sit, inventa etiam est integralis differentialis propositæ $dy = (xdy - ydx) : \sqrt{(xx + yy)}$.

Schol. 5. Etsi methodus ista construendi Trajectorias propter calculi prolixitatem aut alia impedimenta in multis casibus non succedit, ut in exemplo, cujus mentionem fecit Patruus meus Aët. 1718. pag. 566, pro hoc tamen & aliis exemplis, in quibus Curvæ secandæ ad unam constantem revocari possunt, suppetunt particulares methodi, de quibus, ut & de Trajectoriis illarum Curvarum, quarum ordinatæ non sunt parallelæ, sed in puncto quodam coeunt, forsan alio tempore differendi occasio dabitur.

Aët. Erud.
An. 1719.
M. Julii.
Tab. I.
Fig. 6.
Pag. 304.

Act. Erud.
An. 1719.
M. Aug.
Pag. 339.

Histoire de l'Academie Royale des Sciences,

Année MDCCXV. &c.

Pag. 340. HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM

Anni 1715, cum Commentariis Mathematicis
& Phycis ejusdem Anni.

*Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1719. in 12. reg.
plag. 30½ Tabul. an. 18.*

IN *Physica generali* nova ratione in transitum aeris & aquæ per poros quorundam corporum inquisivit *de Reaumur*. Scilicet alterum baroscopii extremum materia ad examinandum proposita aperiat: si enim aer transit, Mercurius deprimetur. Hac ratione reperit, aerem transire per chartam, quantumvis spissam, lento tamen gradu, nequaquam vero patere transitum per chartam humidam, quantumvis subtilem. Eodem modo se res habet cum membrana pergamenâ vetere. Similiter aer non penetravit per vesicam porcelli, etiamsi externa superficies eidem exponeretur; penetravit tamen aqua, etsi admodum lente, quæ una aeris pauculum secum per poros deduxit. Aqua penetravit etiam per interiorem vesicæ superficiem: unde concluditur, membranas corporis penetrari posse a certis liquoribus, aeris extraordinaria rarefactione facta, etiamsi ordinarie transitus negetur. Quæ de fluxu & refluxu maris hætenus proposuit *Cassius*, novis observationibus Bressiæ factis confirmat, ut adeo pro certo habere possit, æstum maris a tribus hisce principiis generalibus pendere, nimirum a phasibus Lunæ, ab ejus a Terra distantia, ab ejusdem declinatione. *Cassius* æstionem declinationis subduplam æstimat æstionis distantie. Ex.gr. si Luna in Perigæo existente affluxus incrementum fuerit 2 pedum; ob eandem in æquatore constitutam idem nonnisi unius pedis erit. Observat etiam affluxum fieri celeriores, qui major deprehenditur. Ceterum quæ de Luna modo annotata sunt; eadem in Sole quoque locum habent, etsi vis Solis multo minor vi Lunæ reperitur. De *Louville* fulminis effectus in arbore quandam describit: ubi notatu dignum, quod in arbore fissa nullum adustionis vestigium fuerit deprehensum. Rationem eandem reddit, quam de similibus effectibus dudum protulit *Mariottus* in Tractatu de corporum

porum confictu. Confugit scilicet ad aerem a fulmine propulsum. Quæ de *Lagny* de conchis petrefactis significat, exigui sunt momenti, in tanta istiusmodi observationum copia, quæ in publicum prostant. Non tamen prorsus inutile est, plures prostare. *De la Hire* quantitatem aquæ pluviz Ann. 1713 reperit $247\frac{1}{2}$ librarum, seu 20 digitorum cum $7\frac{1}{2}$ lineis. Solus mensis Julius quartam fere dedit partem, & ordinarie mensibus Junio, Julio, Augusto major aquæ pluvialis est quantitas quam toto reliquo anno. Maxima altitudo Mercurii in barometro fuit 28 digit. $4\frac{1}{2}$ lin. id quod contigit d. 26 Novembris. Minima 26 digit. $10\frac{1}{2}$ lin. accidit d. 29 Octobr. Declinatio acus magneticæ d. 29 Dec. observata fuit $11^{\circ} 12'$ versus occasum. Acus longitudo fuit 8 digitorum. Tandem *Godofredus* junior historiam *Gummilacchæ*, quam vulgo vocant, & eandem cum *Cancamo Dioscoridis* esse arbitrantur, contexit. Speciem ceræ esse ostendit, a peculiari insectorum genere apud Indos ad eum modum productæ, quæ apes favos efformare solent, ut scilicet in ejus alveolis fœtus producantur & conserventur. Occasione data simul de aliis materiis annotat nonnulla, quibus ad colorem purpureum inducendum utuntur.

Act. Erud.
An. 1719.
M. Aug.
Pag. 341.

In *Anatomicis* paradoxon declarat *Mery*, quod in systemate hydropis tympanitidis supposuerat *Littre*, cur nimirum hoc affectu laborantes nec ructum, nec crepitum ventris edant, etiamsi stomachus & intestina sint aere plena. Ratio hæc est, quod fibræ cum ventriculi, tum intestinorum paralyticæ, saltem ex parte, ob defectum elateris resistentiam, sphincterum stomachi & ani vincere nequeant. *Roubaux* studio singulari in placentam uterinam & chordam umbilicalem inquisivit: quæ vero singularia annotavit, ad tria potissimum capita redeunt: 1 Si placenta per vasa umbilicalia infusetur, aerem & sanguinem facile transire per superficiem graviditatis tempore utero continuam, nequaquam vero per alteram fœtui oppositam. Hac observatione in rem suam ulurus *Mery* inde confirmavit, quod alias defenderat, superficiem priorem membrana esse destitutam perinde ac uterum, eadem tamen vestire posteriorem, atque hinc porro conclusit, sanguinem a matre deferri ad fœtum, & inter fœtum ac matrem circulationem esse reciprocam. Equidem non nemo hanc circulationem impugnavit, quod in canis catulos mox edituræ venis apertis, ut sanguis omnis efflueret atque ipsa moreretur, dimidia post mortem hora catulos in utero vivos & sanguine plenos repperit; sed sanguine destitutos ab aliis deprehensos notavit *Mery*, qui uterum non ante aperuerunt, quam ipsi quoque catuli mortem subiissent. Provocavit idem ad aliud expe-

Pag. 342.

Aët. Erud. experimentum, quod non immerito satis decisivum vocat *Fonte-*
 An. 1719. *nellius*. Scilicet cum foetu in lucem edito, sed placenta cum ute-
 ro adhuc cohærente, chorda umbilicalis dissecta non ligaretur,
 M. Aug. ea sanguinis quantitas per venam umbilicalem propullulavit,
 quæ sex librarum pondus æquabat, non sine præsentissimo vitæ
 matris periculo. 2 Observavit præterea *Rouhaut*, chordam um-
 bilicalem præter venam & duas arterias, quarum ista habet dia-
 metrum diametri arteriæ duplam, formari ex corpore spongio-
 so, cujus cellulæ sint liquore limpido, sed glutinoso, gelatinæ
 instar, plenæ, ut non modo vasorum mollities & flexilitas con-
 servetur, verum etiam ne foetus motus sanguinis in iisdem mo-
 tum impediat. 3 Membranam inter chorion & amnion mediam,
 quam nonnulli, iudice Nostro, perperam *urinariam* vocant, ip-
 se a loco *mediam* dicere mavult, hunc habere usum contendit,
 ne vasa capillaria, in qua tum vena tum arteriæ chordæ umbili-
 calis disperguntur, ad evitandum in partu hæmorrhagias peri-
 culi plenas, dirumpantur motibus matris. Tumores ventosos ab
 aere sub membrana incluso formatos describit *Littre*, & in eo-
 rum causam inquirat. Credit aerem separari a liquore propter
 obstructionem in parte vicina congesto. *Observavit idem* in
 cadaveribus ob sanguinis jacturam mortuorum, 1 per tunicas
 quarundam venarum exiguas aeris bullulas sanguini innatantes,
 2 exiguos venarum ramulos a corde remotos aere loco sangui-
 nis plenos. Est piscium marinorum genus, cui *torpedinis* inditum
 nomen, propterea quod manui atque brachio a contactu torpe-
 dinem inducit. Effectum non esse fabulosum, observatione *Re-*
di atque *Borelli* constat. *De Reaumur* data occasione in eundem
 inquisivit & circumstantias notatu dignas recensuit, *quas ha-*
 Pag. 343. *Stenus* non satis attenderunt historiæ naturalis scriptores. To-
 rum mysterium in eo consistit, quod piscis ad contactum mu-
 sculos dorsi magna vi constringat, ut figura convexa degeneret
 in planam vel prorsus concavam, qui maxima celeritate resilien-
 tes in manum contingentis motu violento impingunt. Unde
 non mirum, quod enecato innoxii vescantur. *Paulus Bernardus*
Calvo, chirurgus Taurinensis, cum Academia Scientiarum com-
 municavit observationem raram foetus in sacco ex membrana
 tubæ dextræ exteriori formato conclusi. Post nonum mensem
 cum mater tumorem prope umbilicum contraxisset, eundem a-
 peruit, & foetum jam putredine correptum extraxit, matre uni-
 decim ab operatione diebus elapsis mortua. Notatu dignum est,
 quod mater toto gestationis tempore omni prorsus lacte in mam-
 mis destituta fuerit. *Anellius* casum memorabilem recenset, ubi
 foemina sexto graviditatis mense enixa est massam, quæ ad pu-
 gna

gni magnitudinem accedebat. In ea foetus, a chorda umbilicali separatus, non major comparebat, quam sub finem primi mensis esse solet, placenta tamen cum membranis ad eam magnitudinem excreverat, qualis sub finem sexti mensis notatur. *Littre* denique herniam rariorem & *de Reaumur* vermem aquaticum singularem describit.

Act. Erud.
An. 1719.
M. Aug.

In Chymicis *Boulduc* historiam purgantium continuans analysin Agarici repræsentat, cui majus statuere pretium veteres, quam recentiores. Ope spiritus vini tincturam extraxit resinofam, cujus una gutta ob odorem & saporem intolerabilem vomitum ciebat. Deprehendit autem, vim purgativam soli parti corticali inesse. Aqua pura nihil inde extrahit: obtinuit tamen extractum purgans ope aquæ sale Tartari imprægnatæ; necnon ope aceti destillati. Destillatio dedit salis volatilis plurimum, essentialis perpaucum. *Homburgius* describit modum, quem invenit, volatilia reddendi salia fixa plantarum. Insigni candore exponit, quid ea in re casui, quid ingenio debeat. Quæ enim fortuna obtulerat in casu particulari, non sine successu imitatus in aliis ad methodum universalem pervenit. Scilicet cum sapor casu exhibuisset salia fixa, veluti sponte sua volatilizzata; salia fixa plantarum ad volatilitatem dispositurus primum in saponem rededit, sponte volatilia redditurum, ad majorem volatilitatis gradum per artem evchenda. *Lemery junior* confirmat & ampliat systema suum de coloribus præcipitati Mercurii, quod A. 1712 dedit. *Boulduc* examinat vim purgantem florum & foliorum perficorum. Si surculus perfici fuerit insitus stemmati pruni, vis purgans major inest floribus, quam si insitus fuerit stemmati amygdalæ. Ratio manifesta: prunis enim aliqua competit vis purgandi, amygdalis nulla. Majorem tribuit efficaciam florum gemmis, quam floribus explicatis, & tincturam ope aquæ factam præfert alteri ope spiritus vini factæ. Tincturam facilius conservari observat succo expresso. Eandem efficaciam, si non majorem, foliis junioribus vindicat & præsens contra vermes infantum remedium in eorum tinctura agnoscit. *Polius* fermentationem salium alcalinorum cum alcalinis & acidorum cum acidis confirmavit. Sal Armoniacum, sal cornu cervi & alia alcalina volatilia fermentant cum sale Tartari. Idem paravit spiritum sulphuris concentratum, qui subito cum aqua efferbuit. *De la Hire junior* observavit, testorium non alia re magis aquæ impenetrabile reddi, quam si ingrediantur ejus compositionem limatura ferri, acetum vini & sal. *Polius* genesis salis petrae tradere conatur & *Lemery junior* de phosphoris commentatur. Varia describit phosphorum genera methodo *Homburgiana* paranda.

Pag. 344.

Act. Erud.

An. 1719.

M. Aug.

In *Botanicis* plantam describit *Reneaume*, quæ hæcenus *Botanicorum Gallorum* industriam elusit, dubio procul quia *reperitur* difficilis. Etenim dimidii pedis intervallo sub aquis depresso invenit, etiam si fluvius esset admodum humilis. Nomen ipsi dedit spongiæ fluvialis ramosæ, fragilis & piscem olentis. Similiter *Jussieu* duas describit *Gallii* species. Prima vocatur *Gallium saxatile*, *minimum*, *supinum* & *pumilum*; altera *Gallium saxatile*, *supinum*, *molliore folio*. Idem An. 1714 librum edidit, cui titulus: *Plantæ per Galliam, Hispaniam & Italiam observatæ, iconibus æneis exhibitæ a R. P. Jacobo Barreliero &c.* Autor libri fuit primum Medicus Facultatis Parisiensis, deinde Monachus Dominicanus. Ordo religiosus cum eum obligaret excurrere in Provincias Galliarum, Hispaniarum & Italiarum, occasione usus herbas collegit, æri incidi curavit & descriptiones Latinas addidit. Diem supremum obiit An. 1673 & paulo post chartæ ejus flamma ferali correptæ; tabulæ vero æneæ ætate detrimentum passæ. Cum *Jussieu* obtinuisset quædam exemplaria, quæ Autor, cum adhuc esset in vivis, donaverat amicis Botanicis, & inde occasionem nactus esset inquirendi in opus hoc Botanicum, eidem emendando, ordinando & suppleto triennium impendit.

Pag. 345.

In *Geometricis* intersectiones curvarum expendit *Rollius*, per quas radices æquationum determinari solent. Exempli loco adducit æquationem septimi & aliam octavi gradus. Illam construit ope quadrantis circuli & curvæ septimi gradus; hanc ope quadrantis circuli & curvæ octavi gradus. Quadrans illam in septem, hanc in octo punctis secant. *Varignonius* regulam centrobarycam *Guldini* & insignem ejus a *Leibnitio* in his Actis A. 1695 pag. 168 factam promotionem demonstrat, ubi obiter novam promittit editionem ideæ novæ mechanicæ, quam olim publici juris fecit. Proponit etiam regulas generales inveniendi centrogravitatis in omni magnitudinum genere, & multa addit, quibus methodus centrobarica promovetur. In Historia refert *Fontenellius*, quæ circa resistantiam medii tentaverit *Bemie*. Scilicet problema aliquod a *Newtono* per series infinitas solutum calculo *Leibnitiano* solve aggressus, quo idem facilius & exactius solvi posse arbitratus. Problema tale est: posita resistantia medii in ratione duplicata celeritatum invenire densitatem medii in locis singulis requisitam, ut mobile curvam datam describat. *Saulmon* quadrare docet zonam circularem, quæ ad aream circuli appropinquare potest differentia quavis data minore, & methodum, qua utitur, generatim ad sectores & segmenta quævis extendit, tum etiam ope zonæ quadratæ segmentorum nonnullorum sphericorum cubationem definit. Alias sphaeræ portiones cubat *de Lagoy*, quas pyrami-

ramidum & conorum sphaericorum nominibus compellat, anſa arrepta a cobatione conorum cylindricorum, quam eodem ſe-
re tempore, ſed diverſa ratione, dederunt *Pafeabius*, *Laluberius*, *Gregorius a S. Vincentio*, *Walſiſtus* & alii. Tandem *de la Hire*, ra-
tionem pedis antiqui Romani ad pedem communem Pariſinum definit, variis argumentis evincens; quod 11 Pariſini digitos adaequet Romanus. Pedem vero Graecorum fuiſſe 11 $\frac{1}{2}$ digitorum Pariſini ſimul probat. Addit etiam nonnulla de menſuris aliis. Monet praeterea, ſi Romani menſuram exactam aliquot partium in aedificiis ipſorum praecipuis literis mandaffent, citra difficultatem in notitiam pedis ipſorum perveniri datum fuiſſe. Quamobrem praſentis pedis Pariſini magnitudinem ad poſteros propagaturus, menſuram variarum partium in magnificis aedificiis Pariſinis ſub ſinem tractationis conſignavit.

In *Aſtronomicis* maculam in fascia Jovis, poſtquam annis quinque latuerat, redeuntem obſervavit *Maraldus*, & cum diſco Jovis inhaereat, inde motum vertiginis Jovis determinat 9 horarum & 56 primorum, quemadmodum ope ejusdem maculae eundem ante definivit *Caffinus*. Macula haec nunquam redit ſine fascia, etſi fascia aliquoties redierit ſine macula. Idem d. 12 Sept. 1713 maculam obſervavit in quarto ſatellite Jovis, quam diſci dimidiam partem occupaffe inde concludit, quod nonniſi dimidio tempore ſub radiis Jovis delituerit, quam motus ejus ferebat. *Caffinus* methodum determinandi refractiones ſiderum declarat, duabus tantum per obſervationem datis. Fundatur in principio Dioptrico *Snellii*, quod ſinus anguli incidentiae ad ſinum anguli refracti ſit in ratione conſtante. Ut autem eodem in praſentis negotio uti poſſit, ex duabus refractionibus obſervatis altitudinem materiae refractivae primum in hypotheſi propagationis luminis rectilineae deducit 2000 hexapedarum Gallicarum. Sed cum ob diverſam aeris denſitatem radius per aerem tranſmiſſus ſit curvilineus, in hypotheſi denſitatis in ratione numerorum naturalium 1, 2, 3 &c. creſcentis figuram hanc eſſe arcum circuli concludit. Arque hinc ſuppoſita refractione horizontali 32, 20' altitudinem materiae refractivae fere triplam & ſexquialteram prioris reperit. Cumque hac admiſſa altitudine gradui decimo conveniat refractione 5'. 24" cui per obſervationem reſpondet refractione 5'. 28"; figuram radiorum circularem a veritate parum abeſſe inferit. Non tamen diffidetur, quod ſubinde a Tabula, ex his fundamentis computata, hieme praefertim in vicinia horizon-
tis obſervationes diſceſſerint. Operam igitur dat, ut per complures obſervationes irregularitates ex diverſo aeris ſtatu oriundas in poſterum ad regulam quandam revocet. Quae de mutabili-

Act. Erud.
An. 1719.
M. Aug. 1
Pag. 346.

Pag. 347.

AÆ. Erud. litate obliquitatis Eclipticæ ab *Eugenio de Louville* asserta in Hi-
 An. 1719. storia refert *Fontenellus*, in his ipsis Actis ab ipso Autore uberius
 M. Aug. deducta Mense superiori leguntur. *Delisle* junior novum, quem
 excogitavit, describit modum ope lentis prægrandis & microme-
 tri in foco applicati accuratius observandi tempus solstitii, quam
 hætenus ab Astronomis fieri potuit, aut per *Hallejanam* metho-
 dum datur, tantopere a *Gregorio* commendatum. Limbus nempe
 superior imaginis differentias altitudinum meridianarum Solis ex-
 hibet tanto magis sensibiles, quanto hæc imago fuerit major, ut
 hac ratione discerni possint, quæ Quadrantibus aut Gnomonibus
 ægre discernuntur. Theoria Satellitum Saturni ad exiguum perfe-
 ctionis gradum hætenus deducta: id quod sane mirum videri non
 debet, cum difficillime observentur, duo enim interiores non di-
 stinguuntur nisi per telescopium 114 pedum. Hætenus creditum
 est, orbitas satellitum esse in plano annuli: sed præter omnem
 spem contrarium in Satellite quinto seu extremo observavit *Cassini*,
 qui inclinationem orbitæ ad Eclipticam multo minorem de-
 prehendit, quam annuli, nimirum nonnisi 15 vel ad summum
 16 graduum. Atque hinc jure suspicatur, orbitas quoque reliqua-
 rum Satellitum non esse in plano annuli constitutas, sed singulis
 potius peculiare esse ad Eclipticam inclinationes: id quod suc-
 cessu temporis per observationes assidua industria continuatas erit
 determinandum. In macularum Solarium observationibus, quæ
 hoc anno comparuere, notatum habetur, quod, quæ a d. 21
 Aug. A. 1714 usque ad d. 29 Aug. apparuit, a *Masalda* in hemi-
 sphærio septentrionali cum declinatione 13 circiter aut 16 gradum
 deprehensa fuerit, cum fore omnes, quæ intra 40 annorum inter-
 vallum comparuere, in hemisphærio meridionali observata sint.
 Quantum momenti situm sit in divisione instrumentorum astro-
 nomicorum, non fugit rerum astronomicarum peritos. Quoniam
 itaque in receptis divisionibus omnes errores evitare non posse-
 rem accuratius trutinans observaverat *de Louville*, omnem in-
 genii aciem intendit, ut, quod humana industria obtinere pos-
 set, decerneret. Novam itaque Astronomis proponit instrumenta
 astronomica dividendi methodum, quam communi non modo fa-
 villiorem, sed etiam magis exactam prædicat. Pendet potissimum
 a micrometro, ad dioptras telescopicas Quadrantis astronomici
 applicato. Etsi hætenus in determinanda quantitate anni tropici
 observationes æquinoctiorum præulerint observationibus solstitio-
 rum Astronomi, de *Masalda* tamen ostendit, observationes æqui-
 noctiorum admodum lubricas esse, cum a pluribus pendeant ele-
 mentis, quorum unumquodque errorem notabilem invehere po-
 test. Ut igitur posteris liceret, quod præsentī ævo non concedi-
 tur,

tur, novum excogitavit modum solstitia observandi, ab iis commodis liberum, quæ observationes æquinoctiorum premunt. Adjutore usus est *Maraldo*, cum quo specimen exhibuit in solstitio anni 1714 observando, ubi in Meridiano decem scrupulis secundis occidentiori, quam meridianus observatorii regii, id accidisse notavit d. 21 Jun. h. 11 pom. 5'. 30". Ostendit in observatione sua non potuisse committi errorem 13 scrupulis primis horariis majorem, quam præcisionem in observationibus æquinoctiorum non exspectat. *Maraldi* ex collatione observationum eclipsium circumjovialium Lugdunensibus *Zumbachii* cum Parisiensibus differentiam Meridianorum Lugduni Batavorum & Lutetiae Parisiorum temporariam eruit 8'. 56", ita ut Lugdunum Batavorum sit orientalius Lutetia Parisiorum 20'. 14". Ex ejusdem observationibus determinat altitudinem poli Lugdunensis 52°. 8'. 8", quam *Zumbachius* facit 52°. 10'. Similiter ex observatione Eclipses lunaris Upsaliensis differentiam horariam Meridianorum Upsaliensis & Parisiensis deducit 1 h. 10'. 14", ut nempe sit Upsalia 170. 33'. 30" orientalius Observatorio regio. De la Hire ex observatione eclipses lunaris, quæ mense Decembri A. 1713 accidit, Lima in Peruvia habita, differentiam Meridianorum Limeasis & Parisini orientalis horariam determinat 5 h. 22'. Non tamen multum tribuere videtur observationi Limeasi.

Act. Erud.
An. 1719.
M. Aug.

Pag. 349-

In *Geographicis* mensuras veterum geographicas examinet *Delisle*, & in earum quantitate determinanda hætenus aberrasse Geographos arbitratur. Vulgo milliæ Romanorum idem esse putatur cum medio milliari Italico moderno, quod uni scrupulo primo peripheriæ Telluris responderet. Ast *Delisle* contendit, 75 milliaria Romana respondere gradui uni, non 60. Notatu dignum commemoratur, quod distantia itineraria veterum Romanorum cum observationibus astronomicis mirifice consentiant.

In *Mechanicis* refertur, *Homburgium* observasse, Siphones exigue diametri, veluti $\frac{1}{2}$ unius lineæ, cæsi morus aquæ in vacuo sisteretur, aere tamen admissio, aquam rursus effudisse, immo si aqua ab aere liberaretur, antequam Siphon immitteretur, motum continuatum fuisse etiam in vacuo. *Varignonius* solvit problema staticum ipsi a Mathematico quodam Gallo propositum, de invenendis quatuor potentiis, quæ quatuor funibus communi nodo junctis applicatæ secundum directiones datas inter se æquilibrantur. Tres distinguit casus, quorum unus est indeterminatus, secundus determinatus, tertius impossibilis. Primus est, quando quatuor funes sunt in eodem plano & ultra spatium semicirculare expansi; secundus, quando funes in diversis planis existentes ultra spatium hemisphæricum expanduntur; tertius

M m m m 2 denic

AA. Erud. litate obliquitatis Eclipticæ ab *Eugenio de Louville* asserta in Hi-
An. 1719. storiam refert *Fonsnellus*, in his ipsis Actis ab ipso Autore uberius
M. Aug. deducta Mense superiori leguntur. *Delisle* junior novum, quem

excogitavit, describit modum ope lentis prægrandis & microme-
tri in foco applicati accuratius observandi tempus solstitii, quam
hactenus ab Astronomis fieri potuit, aut per *Hallejanam* metho-
dum datur, tantopere a *Gregorio* commendatum. Limbus nempe
superior imaginis differentias altitudinum meridianarum Solis ex-
hibet tanto magis sensibiles, quanto hæc imago fuerit major, ut
hac ratione discerni possint, quæ Quadrantibus aut Gnomonibus
ægre discernuntur. Theoria Satellitum Saturni ad exiguum perfe-
ctionis gradum hactenus deducta: id quod sane mirum videri non
debet, cum difficillime observentur, duo enim interiores non di-
stinguuntur nisi per telescopium 114 pedum. Hactenus creditum
est, orbitas satellitum esse in plano annuli: sed præter omnem
spem contrarium in Satellite quinto seu extremo observavit *Cassini*,
qui inclinationem orbitæ ad Eclipticam multo minorem de-
prehendit, quam annuli, nimirum nonnisi 15 vel ad summum
16 graduum. Atque hinc jure suspicatur, orbitas quoque reliquo-
rum Satellitum non esse in plano annuli constitutas, sed singulis
potius peculiare esse ad Eclipticam inclinationes: id quod suc-
cessu temporis per observationes assiduas industria continuatas erit
determinandum. In macularum Solarium observationibus, quæ
hoc anno comparuere, notatum habetur, quod, quæ a d. 21
Aug. A. 1714 usque ad d. 29 Aug. apparuit, a *Marsaldi* in hemi-
sphærio septentrionali cum declinatione 15 circiter aut 16 gradum
deprehensa fuerit, cum fere omnes, quæ intra 40 annorum inter-
vallum comparuere, in hemisphærio meridionali observatæ sint.

Pag. 348. Quantum momenti situm sit in divisione instrumentorum astro-
nomicorum, non fugit rerum astronomicarum peritos. Quoniam
itaque in receptis divisionibus omnes errores evitari non posse-
rem accuratius trutinans observaverat *de Louville*, omnem in-
genti aciem intendit, ut, quod humana industria obtinere pos-
set, detegeret. Novam itaque Astronomis proponit instrumenta
astronomica dividendi methodum, quam communi non modo fa-
ciliorem, sed etiam magis exactam prædicat. Pendet potissimum
a micrometro, ad dioptras telescopicas Quadrantis astronomici
applicato. Etsi hactenus in determinanda quantitate anni tropici
observationes æquinoctiorum prætulerint observationibus solstitio-
rum Astronomi, de *Matejia* tamen ostendit, observationes æqui-
noctiorum admodum lubricas esse, cum a pluribus pendeant ele-
mentis, quorum unumquodque errorem notabilem invadere po-
test. Ut igitur posteris liceret, quod præfenti ævo non concedi-
tur,

tur, novum excogitavit modum solstitia observandi, ab iis incommodis liberum, quæ observationes æquinoctiorum premunt. *Adjutore* usus est *Maraldo*, cum quo specimen exhibuit in solstitio anni 1714 observando, ubi in Meridiano decem scrupulis secundis occidentiori, quam meridianus observatorii regii, id accidisse notavit d. 21 Jun. h. 11 pom. 5'. 30". Ostendit in observatione sua non potuisse committi errorem 12 scrupulis primis horariis majorem, quam præcisionem in observationibus æquinoctiorum non expectat. *Maraldi* ex collatione observationum eclipsium circumjovialium Lugdunensibus *Zumbachii* cum Parisiensibus differentiam Meridianorum Lugduni Batavorum & Lutetiae Parisiorum temporariam eruit 8'. 56", ita ut Lugdunum Batavorum sit orientalius Lutetia Parisiorum 2°. 14'. Ex ejusdem observationibus determinat altitudinem poli Lugdunensis 52°. 8'. 8", quam *Zumbachius* facit 52°. 10'. Similiter ex observatione Eclipses lunaris Upsaliensi differentiam horariam Meridianorum Upsaliensis & Parisiensis deducit 1 h. 10'. 14", ut nempe sit Upsalia 17°. 33'. 30" orientalius Observatorio regio. *De la Hire* ex observatione eclipses lunaris, quæ mense Decembri A. 1713 accidit, *Lima* in Peruvia habita, differentiam Meridianorum Limeasis & Parisini orientalis horariam determinat 5 h. 22'. Non tamen multum tribuere videtur observationi Limeasi.

Ast. Erud.
An. 1719.
M. Aug.

Pag. 349.

In *Geographiis* mensuras veterum geographicas examinat *Delisle*, & in earum quantitate determinanda hætenus aberrasse Geographos arbitratur. Vulgo milliæ Romanorum idem esse putatur cum medio milliari Italico moderno, quod uni scrupulo primo peripheriæ Telluris respondet. Ast *Delisle* contendit, 75 milliaria Romana respondere gradui uni, non 60. Notatu dignum commemoratur, quod distantie itinerariæ veterum Romanorum cum observationibus astronomicis mirifice consentiant.

In *Mechanicis* refertur, *Homburgium* observasse, Siphones exiguæ diametri, veluti $\frac{1}{2}$ unius lineæ, etsi motus aquæ in vacuo listeretur, aere tamen admissio, aquam rursus effudisse, immo si aqua ab aere liberaretur, antequam Siphon immitteretur, motum continuatum fuisse etiam in vacuo. *Varignonius* solvit problema staticum ipsi a Mathematico quodam Gallo propositum, de invenendis quatuor potentiis, quæ quatuor funibus communi nodo junctis applicatæ secundum directiones datas inter se æquilibrentur. Tres distinguit casus, quorum unus est indeterminatus, secundus determinatus, tertius impossibilis. Primus est, quando quatuor funes sunt in eodem plano & ultra spatium semicirculare expansi; secundus, quando funes in diversis planis existentes ultra spatium hemisphæricum expanduntur; tertius

M m m m 2 deni

Act. Erud. denique, quando neutrum horum obtinet. Ostendit præterea, An. 1719. si funes duo vel tres fuerint, calus omnes esse vel determinatos, M. Aug. vel impossibiles; si vero plures, quam quatuor, omnes esse vel indeterminatos, vel impossibiles. Utitur in demonstrando compositione motuum, qua alias eodem prorsus modo usus est in Tentamine novæ Mechanicæ. Referuntur quoque a *Fontenellio*, quæ de maxima perfectione machinarum ab animantibus motuum meditatæ *Parentius*. Novam theoriam de centro oscillationis proponit *Bernoullius*, quæ cum totidem verbis legatur in Actis An. 1714 pag. 249, non habemus, quæ de ea commemoremus. *Saulmon* meditationes suas de motu solidorum in vortice fluido continuat, quas in Commentariis An. 1712 publici juris facere cœpit. *Dela Hire* cum filio suo repetiit experimenta de resistentia æris in descensu corporum, quæ olim fecerat cum *Mariotto*, & hic sub finem Tractatus de percussione publicaverat. Cum de theoria Manuarum nauticæ *Bernoulliana* jam egerimus in Actis Edit. Act. An. 1714 p. 272; *Fontenellius* vero in sola operis recensione acquiescat, nec iudicium Academiæ, quod in præfatione tantopere efflagitaverat *Bernoullius*, superaddat; nec hic habemus, quæ commemoremus. Quin potius colophonis loco machinam, qua ad observandos Satellites Saturni utitur *Cassius*, repræsentamus, cujus ratio ex Schemate haud difficulter innotescit.

Tab. II. Fig. 1. 2. 3. & 4.

Obiit A. 1714. *Martinus Polius*, Italus, ex honesta familia d. 21 Jun. A. 1662 ortus. Invito parente, ad Chymiam animum appulit, & ideo sumptus suppeditante avunculo, Romam abiit: ubi mox novis operationibus inventis famam sibi paravit. A. 1691 obtinuit facultatem Laboratorium Publicum erigendi Romæ, quod A. 1700 privilegiis Pharmacopolii augebatur. Excurrit aliquoties per Italiam Chymicorum visendorum gratia, & A. 1702 in Galliam adveniens Regi secretum militare a se inventum obtulit: quod cum Rex noxium judicaret generi humano, etsi sibi in bello tum flagrante proficuum, ut supprimeretur & una viri industria compensaretur, stipendio ac titulo Architecti militaris & Socii supernumerarii Academiæ Regiæ Scientiarum (quod tunc locus non vacaret) eum auxit. An. 1704 in Italiam reversus, & A. 1706 ingens opus sub titulo *Il Trionfo degli Acidi* edidit, Regi Benefactori inscriptum. Contendit in eo, acida perperam accusari a Medicis, cum non morborum causa sint, sed in remediis principem quendam locum sibi vindicent. Necessaria sunt acida ad digestionem in ventriculo, iudice *Polio*, nequaquam tamen in massam sanguinis transeunt, sed cum fecibus alvi deponuntur, cum in nulla sanguinis analysi vel guttam acidi deprehendere potuerit. Monet tamen *Fontenellius*, acida quandam partem in

sanguine deprehendisse *Hombergium*, cum ejus analysi vacaret. Aët. Erud.
An. 1719.
M. Aug.
Pag. 351.
Omnium Sæctatorum Philosophiæ corpuscularis adversarium acerrimum egit: quod in Italia mirum haudquaquam videri debere observat *Fontenellius*, cum in Italia Philosophia vetus dominetur, propterea quod vetus existat, novaque displiceant, quia nova; quemadmodum hodie in Anglia nova non admittantur, nisi ibidem fuerint in lucem protracta. An. 1708 Pontifex maximus munus Architecti militaris primarii contra Cæsarem eisdem demandavit. A. 1713 in Galliam rediit, & locum in Academia occupavit, A. 1703 a *Viviano* ipsi relictum. An. 1714 stipendium ei a Rege ultra dimidium auctum, quare jussu superiori uxorem & liberos advocavit. Qui cum Roma relictæ, & suppellectile omni divendita, d. 28 Julii Parisios venissent, maritum & parentem jamjam agonizantem reppererunt, nec loqui amplius valentem.

JOH. HERMANNI SOLUTIO DUORUM PROBLEMATUM,

quorum alterum Integrale ex data quadam formula differentiali per areas circulares & Hyperbolicas exhibendum postulat; alterum vero Curvam projectorum in medio resistenti construendam proponit.

*Accedunt duo nova Problemata Geometris
vicissim proposita.*

I. PRIMUM problema, quod Calculum Integrale respicit, Autorem habet Cel. Taylorum, Geometram Anglum peritissimum, qui per Ill. Montmortium, Mathematicum itidem florentissimum, Geometris illud proponi curavit. Ipsissima D. Montmortii verba ex literis ad me suis die 21 Jan. datis latine reddita ita habent: Ecce Problema quod D. Taylor vicissim Geometris proponit: „Invenire per quadraturam Circuli aut Hyperbolæ

fluentem quantitatis $\frac{z^{\lambda^{\eta-1}} dz}{e + fz^{\eta} + gz^{2\eta}}$, ubi e, f, g sunt quantitates constantes, z variabilis, δ quilibet numerus integer affirmati-

Act. Erud. „ mativus vel negativus, & λ numerus quilibet hujus progres-
 An. 1719. „ sionis 2, 4, 8, 16, 32, 64, &c. Dn. Taylor addit, hoc ipsis
 M. Aug. „ (Geometris) problema propono, *ta de without any limitation*
 Pag. 352. „ *by impossible roots*; hoc plusquam uno modo præstari potest,
 „ tametsi Dn. Leibnitius in Actis Eruditorum 1702. pag. 70

„ & 71 contrarium demonstrare suscepit circa casum $\frac{dx}{x^2 + a^2}$

„ qui est simplicissimus post hunc $\frac{dx}{xx + aa}$ qui est fluxio ar-
 „ cus circularis. Idem effici potest cum hac quantitate differen-

„ tiali $z^{\lambda^{\mu}-1} dz: e + fz^{\mu} + gz^{2\mu} + bz^{3\mu}$, cujus denominator est
 „ quadrinomialium, sed peto dantaxat solutionem alterius.“

II. Hucusque Dn. Montmortius ad mentem Dn. Taylor. Et si vero problema istud intactum præterire potuissem, quod non mihi, sed iis tantum qui jam prius aliquod problema solvendum proposuissent, *vicissim* offerri videatur, in honorem tamen Dn. Proponentis & quia problema ipsum in calculo integrali alicujus momenti est, post acceptas Montmortianas literas, quibus problema continebatur, illico promisi, *quamprimum* alia mea negotia id permissura essent, in solutionem ejus me serio inquisiturum esse. Paulo post paucillum otii nactus fidem liberavi, literisque meis d. 20 Martii datis meam solutionem Dn. Montmortio misi. Hanc nunc publici juris facere volui, ex quo certior sum factus quod Cel. Joh. Bernoulli suam ejus problematis solutionem nuperrime ad Acta Eruditorum miserit.

III. In numeratore fractionis propositæ id primum efficiendum, ut exponens fractus primum dispareat, quod fiet si fa-

ciamus $z^{\mu} = x^{\lambda}$, vel $z = x^{\lambda:\mu}$, hoc enim valore ipsius z , ejusque elementi in formula integranda substituto, prodit

$$\frac{z^{\frac{\lambda^{\mu}-1}{\mu}} dz}{e + fz^{\mu} + gz^{2\mu}} = \frac{\frac{\lambda}{\mu} x^{\frac{\lambda^{\mu}-1}{\mu}} dx}{e + fx^{\lambda} + gx^{2\lambda}}, \text{ vocemus hanc } dy.$$

Pag. 353. Ut vero formula dy ad elementa circularia vel hyperbolica re-

duci possit, ejus denominator $e + fx^{\lambda} + gx^{2\lambda}$ in suos divisores primitivos reales resolvi debet. Per hos divisores *primitivos* intelligo eos, qui in alios & simpliciores resolvi non possunt, quin in quantitates imaginarias & impossibiles incidamus. In præsentī problemate divisores primitivi denominatoris formulæ datæ sunt tri-
 nomia.

nomiales hujus formæ $xx \pm mx + n$, ubi m & n sunt quantitates constantes, nam divisores binomiales $x \pm m$ inveniri non possunt, quin plerumque quantitas in iis data m fiat imaginaria. Itaque ante omnia indicandus est modus, quo divisores illi primitivi inveniri possint.

AG. Erud.
An. 1719.
M. Aug.

IV. Pro facilitandis expressionibus loco denominatoris $c + fx^\lambda + gx^{2\lambda}$ sumam istud trinomium $aa + 2nax^\lambda + x^{2\lambda}$, quod facile ad eundem reduci potest. In hoc vero trinomio n simplicem numerum designat integrum aut fractum, vel pro re nata etiam numerum surdum. Hic numerus n unitatem superat, aut ab eadem deficit, atque hinc oriuntur duo diversi casus; nam 1°. Si n unitatem excedit, dispescitur trinomium $x^{2\lambda} + 2nax^\lambda + aa$, in hæc duo binomia $x^\lambda + na + a\sqrt{(nn-1)}$ & $x^\lambda + na - a\sqrt{(nn-1)}$; nam si numerus $n + \sqrt{(nn-1)}$ vocetur p , & numerus $n - \sqrt{(nn-1)}$, q ; duo binomia $x^\lambda + pa$, & $x^\lambda + qa$, in se mutuo ducta producant trinomium propositum $x^{2\lambda} + 2nax^\lambda + aa$.

Quare opus est, ut utrumque ex hisce divisoribus $x^\lambda + pa$, & $x^\lambda + qa$ (quippe qui nondum sunt primitivi, nisi in casu quo $\lambda = 2$) in alios, hi alii in novos, novos istos in simpliciores atque ita deinceps, resolvamus, usque dum ad simplicissimos seu primitivos pervenerimus, in quibus x ubi plurimas dimensiones habet, ad plures quam duas non ascendit. Hoc autem ita fit: ponendum nempe est $x^{\frac{1}{2}\lambda} + ba^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{4}\lambda} + a^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}$ & $x^{\frac{1}{2}\lambda} - ba^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{4}\lambda} + a^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}$, & hæc duo trinomia inter se multiplicata producant $x^\lambda + (2-bb)a^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}\lambda} + ap$, quare si medii termini coefficientem evanescere faciam ponendo $b = \sqrt{2}$, oritur $x^\lambda + ap$, ergo hujus binomii divisores sunt $x^{\frac{1}{2}\lambda} + a^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{4}\lambda} \sqrt{2} + a^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}$ & $x^{\frac{1}{2}\lambda} - a^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{4}\lambda} \sqrt{2} + a^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}$. Et si $\frac{1}{2}\lambda$ non sit 2, hi duo divisores nondum sunt primitivi atque adeo in simpliciores resolvendi, ponendo pro duobus prioris divisoribus $x^{\frac{1}{2}\lambda} + ba^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{4}\lambda} + a^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}$, & $x^{\frac{1}{2}\lambda} - ba^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{4}\lambda} + a^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}$, ex horum enim ductu nascitur $x^\lambda + (2-bb)a^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}\lambda} + ap$, adeoque si coefficientis medii termini $2-bb$ fiat $= \sqrt{2}$, seu $b = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$: erunt $x^{\frac{1}{2}\lambda} + a^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{4}\lambda} \sqrt{2 - \sqrt{2}}$, & $x^{\frac{1}{2}\lambda} - a^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{4}\lambda} \sqrt{2 - \sqrt{2}}$, & $x^{\frac{1}{2}\lambda} + a^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{4}\lambda} \sqrt{2 + \sqrt{2}}$, & $x^{\frac{1}{2}\lambda} - a^{\frac{1}{4}}p^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{4}\lambda} \sqrt{2 + \sqrt{2}}$. Sin vero

Act. Erud. vero coefficientem $2 - bb$ faciamus $-\sqrt{2}$; quia in altero divisor
An. 1719.
M. Aug. re $x^{\frac{1}{2}\lambda} - a^{\frac{1}{4}} p^{\frac{1}{4}} x^{\frac{1}{4}\lambda} \sqrt{2}$, $+ a^{\frac{1}{4}} p^{\frac{1}{4}}$ medius terminus habet signum

—, inueniemus $b = \sqrt{(2 + \sqrt{2})}$. atque adeo ejus divisores
 $x^{\frac{1}{2}\lambda} + a^{\frac{1}{4}} p^{\frac{1}{4}} x^{\frac{1}{4}\lambda} \sqrt{(2 + \sqrt{2})}$, $+ a^{\frac{1}{4}} p^{\frac{1}{4}}$, & $x^{\frac{1}{2}\lambda} - a^{\frac{1}{4}} p^{\frac{1}{4}} x^{\frac{1}{4}\lambda}$

$\sqrt{(2 + \sqrt{2})} + a^{\frac{1}{4}} p^{\frac{1}{4}}$. Ex hisce jam sufficienter constat, quem-
admodum ulterius sit progrediendum si ultimo inventa trinomium
nondum sint divisores primitivi quantitatis propositæ, & quod
idem sit processus cum altero binomio $x^{\lambda} + qa$.

II°. Si in trinomio $x^{2\lambda} + max^{\lambda} + aa$ numerus n est infra uni-
tatem, trinomium non potest primum in duo binomia, ut an-
te, resolvi, sed primum divisorum par statim dat duo trinomia
 $x^{\lambda} + ba^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}\lambda} + a$, $x^{\lambda} - ba^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}\lambda} + a$, hæc enim in se mutuo du-

cta iterum præbent $x^{2\lambda} + (2 - bb) ax^{\lambda} + aa$, quare si faciamus
 $2 - bb = 2n$, atque adeo $b = \sqrt{(2 - 2n)}$, duo primi divisores
emergent $x^{\lambda} + a^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}\lambda} \sqrt{(2 - 2n)} + a$, & $x^{\lambda} - a^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}\lambda} \sqrt{(2 - 2n)}$
 $+ a$, ex hisce duobus eodem, quo ante, artificio reliqui diviso-
res atque ex iis primitivi eliciuntur. Pro utroque casu quo n ma-
jor & minor est unitate, amplam divisorum tabulam D. *Montmor-*

Pag. 355.

izio transmissi, quam tamen, quia artificium eam construendi hoc
loco sufficienter descripsi, huc transcribere nil attinet. Hoc ita-
que unum nunc annotasse contentus ero, quod numerus diviso-
rum primitivorum trinomii $x^{2\lambda} + max^{\lambda} + aa$, semper futurus
sit tantus, quot unitates numerus λ continet.

V. Quod si divisores primitivi ex hoc quadrinomio $x^{3\lambda} + max^{2\lambda}$
 $+ naax^{\lambda} + az$ inveniendi sint, discerpi primum potest in factores
 $x^{\lambda} + ba$; $x^{\lambda} + ca$, & $x^{\lambda} + ea$ in quibus quantitates constantes
 b, c, e , dantur per hanc æquationem cubicam $p^3 - mpp + np - r$
 $= 0$, aut si ea nil nisi radices imaginarias continet, aut saltem
valores impossibiles alicui ex tribus b, c, e assignat; etiam si tertiæ
valor realis sit, idem quadrinomium discesci poterit in trinomium
 $x^{2\lambda} + pax^{\lambda} + qaa$, & binomium $x^{\lambda} + ra$, quæ in se mutuo du-
cta producent quadrinomium, quod cum dato comparatum dabit
coefficientes p, q, r ; ex hoc trinomio & binomio deinceps reliqui
divisores, & ex iis denique primitivi inveniri poterunt sequendo

præ-

præcedentium vestigia. Nihil ergo amplius restat, quam ut solutionem ipsam tradamus.

Act. Erud.
An. 1719.
M. Aug.

VI. Trinomii $x^{2\lambda} + 2nax^\lambda + aa$, divisores primitivi per §§. IV & V inventi dicantur breviter A, B, C &c. eritque adeo

$$x^{2\lambda} + 2nax^\lambda + aa = A. B. C. \&c. \& \text{dividendo utramque partem per } (x^\lambda + na)^2, \text{ fiet } \frac{x^{2\lambda} + 2nax^\lambda + aa}{(x^\lambda + na)^2} = \frac{A. B. C. \&c.}{(x^\lambda + na)^2}.$$

Hujus æquationis elementa logarithmica dabunt $\frac{2\lambda x^{2\lambda-1} dx}{x^{2\lambda} + 2nax^\lambda}$

$+\frac{2\lambda nax^{\lambda-1} dx}{+aa} - \frac{2\lambda x^{\lambda-1} dx}{x^\lambda + na}$ (sed reducendo has duas fractiones sub idem nomen, & vocando post hanc reductionem binomium $x^\lambda + na$ in denominatore = R ad abbreviandum)

$$= \frac{2\lambda \cdot (nn-1) aax^{\lambda-1} dx}{R \cdot (x^{2\lambda} + 2nax^\lambda + aa)} = \frac{dA}{A} + \frac{dB}{B} + \frac{dC}{C} - \frac{2\lambda x^{\lambda-1} dx}{R}. \text{ Pag. 356}$$

Multiplicetur utraque pars æquationis per $Rx^{\delta-\lambda}$, inveniaturque $\frac{2\lambda \cdot (nn-1) aax^{\delta-1} dx}{x^{2\lambda} + 2nax^\lambda + aa} = \frac{Rx^{\delta-\lambda} dA}{A} + \frac{Rx^{\delta-\lambda} dB}{B} + \frac{Rx^{\delta-\lambda} dC}{C} - 2\lambda x^{\delta-1} dx.$

Jam quia δ & λ sunt numeri integri, & A, B, C &c. trinomia primitiva, manifestum est singula membra æquationis ad dextram posita excepto ultimo $- 2\lambda x^{\delta-1} dx$ reducibilia esse sub hanc formam $dM + \frac{\alpha dN}{N} + \frac{\beta dx}{N}$, ubi dM est quantitas data per x & dx absolute integrabilis, N quodlibet ex trinomiis A, B, C, &c. α & β sunt quantitates constantes ex resolutione membrorum $\frac{Rx^{\delta-\lambda} dA}{A}, \frac{Rx^{\delta-\lambda} dB}{B}, \frac{Rx^{\delta-\lambda} dC}{C}, \&c.$ ortæ; sed ut ea quæ

singulis hisce membris nascuntur a se invicem melius distinguantur, dM_1, α_1, β_1 , designabunt eas, quæ ex primo membro derivantur, dM_2, α_2, β_2 , eas quæ ex secundo, & sic dM_3, α_3, β_3 , eas quæ ex tertio, atque ita deinceps. Quare si arcus circulares, quorum tangentes sunt $\sqrt{A}, \sqrt{B}, \sqrt{C}$ &c. dicantur K, P, Q, &c. eorum radii k, p, q &c. quod dico

Act. Erud.
An. 1719.

$$2\lambda \cdot (nn-1)aa \int \frac{x^{\delta-1} dx}{x^{2\lambda} + 2nax^{\lambda} + aa} = \left\{ \begin{array}{l} M_1 + M_2 + M_3 + \&c. - \frac{2\lambda}{\delta} x^{\delta} \\ a_1 \text{ Log. } A + a_2 \text{ Log. } B + a_3 \text{ Log. } C \ \&c. \\ \frac{\beta_1 K}{kk} + \frac{\beta_2 P}{pp} + \frac{\beta_3 Q}{qq} + \&c. \end{array} \right\}$$

Jam si fiant $a = e : \sqrt{(eg)}$, & $n = f : 2\sqrt{(eg)}$; fractio $x^{\delta-1} dx : x^{2\lambda} + 2nax^{\lambda} + aa$, mutabitur in formulam $gx^{\delta-1} dx : gx^{2\lambda} + fx^{\lambda} + e$; quare ex invento integrali facile deducetur fluens formulæ Taylorianæ.

Pag. 357. VII. Quod si nunc integrale seu fluens hujus æquationis $dy = x^{\delta-1}$

$dx : a^3 + naax^{\lambda} + max^{2\lambda} + \kappa^3\lambda$ invenienda sit, ea per quadraturam Circuli & Hyperbolæ etiam dari potest, nam si divisores primitivi denominatoris sint iterum A, B, C &c. æquatio ista similiter deducetur ad sequentem $\phi\lambda a^4 dy = \frac{Rx^{\delta-\lambda} dA}{A} + \frac{Rx^{\delta-\lambda} dB}{B} + \frac{Rx^{\delta-\lambda} dC}{C}$

+ &c. + $\theta ax^{\delta-1} dx - \downarrow x^{\delta-1} + \lambda dx$, existente $R = x^{2\lambda} + \beta ax^{\lambda} + \gamma aa$, ubi $\phi, \theta, \downarrow, \beta, \gamma$ &c. sunt quantitates constantes. Quod autem singula membra æquationis ad dextram, exceptis duobus ultimis, ad elementa circularia & Logarithmica reduci possint, constet ex præcedenti §. quod autem fractio ipsa proposita facile ad

alteram D. Taylorii reduci possit $z^{\lambda} dz : e + fz^{\mu} + gz^{2\mu} + bz^{3\mu}$ ostensu facillimum; fiant enim $z = x^{\lambda : \mu}$, item $a = e : \sqrt[{\mu}]{eeb}$; $n = f : \sqrt[{\mu}]{eeb}$, & $m = g : \sqrt[{\mu}]{eebb}$, & altera in alteram transformabitur.

VIII. Sed illustranda est uno alterove exemplo generalis nostra solutio. Sit æquatio $g dy = 2bdx : x^4 + 2naxx + aa$. Quæritur ejus constructio per quadraturam Circuli & Hyperbolæ.

Tab. II. Construit. Fig. 5. Radio $CA = \sqrt{(\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}na)}$ descripto Circulo CBD quem indefinita EF tangat in quolibet puncto A, in hac tangente sumatur portio $AO = \sqrt{(\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}na)}$ ac per punctum O agatur paral-

lela rectæ CA in qua abscindendum $OL = \frac{a + na\sqrt{(a+na)}}{(2a - 2na)\sqrt{8}}$, quo

facto inter asymptotas EA, AI ducatur per punctum L Hyperbola LMN. In tangente vero Circuli sumantur sursum & deorsum segmenta æqualia $OE = OF = x$, junganturque CE, CF, hisce deinceps in Asymptota AQ fiant æquales AG & AI respective, erigantur in G & I normales GH & IK ad AQ hyperbolæ occurrentes in punctis

H & K, hisce factis dico fore $y = \left(\frac{\text{Sectori } BCDA, + KIGA}{CA^2} \right) \cdot \frac{K}{as}$

Eadem

Eadem constructione posita, erit $y = \left(\frac{\text{Sect. BCDA, —KIGA}}{\text{CA}^3} \right) \cdot \frac{k}{n}$ Aët Erud.
An. 1719.
M. Aug.
Pag. 358.

æquatione differentiali existente $g \vee dy = 2kxxdx : x^4 + 2naxx + aa$.

Si jam in utraque formula fiant $x = z^{\frac{1}{2}n}$, $a = e : \sqrt{eg}$, & $n = f : 2\sqrt{eg}$.

prior mutabitur in $dy = kz^{\frac{1}{2}n-1} dz : e + fz^n + gz^{2n}$, altera vero in

$dy = kz^{\frac{1}{2}n-1} dz : e + fz^n + gz^{2n}$ quæ duæ nonnisi in coefficiente k differunt a duabus formulis, quas habet Cel. Newtonus in Tractatu suo de Quadraturis Curvarum p. 34 sub forma sexta, in quibus coefficientis ipsi est d . Utriusque formulæ integrale seu fluentem exhibuit per quadraturam Circuli, sed in casu tantum faciliore, quo f superat $2\sqrt{eg}$. Sed de altero eoque difficiliore, quo $2\sqrt{eg}$ superat f , seu n nobis est infra unitatem, nihil habet : hunc propterea casum in utraque formula solutum dare volui.

Quodsi f vel $n=0$, & in nostris formulis pro a , scribatur aa , ad complenda homogenea, factisque $n-g=b=1$, erit $dy=dx : x^4 + a^4$, cujus integrale ergo per præcedentem constructionem jam constat pendere non quidem a sola Circuli, nec a sola Hyperbolæ quadratura, sed ab utraque simul, & hoc id ipsum est in quod Cel. Leibnitiuſ inquiri optaverat in loco ex Aëtis Erud. 1702 supra citato. Adhuc multa dici possent super hoc ipsum Problema, sed tempus vetat, quo minus plura addam, quare tranſeo ad sequens Problema.

IX. *Construere curvam, concessis figurarum curvilinearum quadraturis, quam grave quoddam secundum quamlibet directionem projectum describet in medio resistenti secundum quamlibet multiplicatam rationem celeritatum actualium mobilis, in suppositione quod gravitas uniformis sit, & directionibus inter se parallelis ad horizontem tendat.*

Quia Cl. Keilius hoc problema, sed in sola resistentiarum medii quadratis celeritatum proportionalium hypothesi, soli Cel. Joh. Bernoulli proposuit; ab eodem itidem abstinere potuissim. Cum tamen in Phoronomia hoc ipsum Problema in hypothesi Pag. 359. Dn. Keilii pro jactu horizontali jam solutum dederint, neque adeo multum operæ requisiverit id cum Cel. Bernoulli (qui suam solutionem jam Lipsiam misit, etsi nondum mihi constet an jam impressa sit) generaliter solveſe, non absre fore duxi, si solutioni præcedentis Problematis Tayloriani meam solutionem vel constructionem præsentis Problematis ut illud acutiss. Bernoullius sibi solvendum proposuit, & solviſſe dicitur, adderem. Supponam ergo quod resistentiæ sint ut u^{2n} , si u velocitates æuales mobilis, & n quemlibet numerum designent.

Act. Erud. In Fig. 6 sit AC linea horizontalis, Aa directio jactus, seu
 An. 1719. recta secundum quam missile projicitur ea velocitate, quam cor-
 M. Aug. pus grave motu naturaliter accelerato acquirere potest in vacuo
 Tab. II. cadendo ex altitudine verticali MA. Super linea indefinita IL
 Fig. 6. erigatur normalis FGX, & circa axem GF ac centro G descripta

sit Hyperbola æquilatera *ibgkl*, per cujus verticem *g* ducatur *GI*,
 quæ cum *gG* angulum faciat $GgI = \text{angulo } aAC$, & per pun-
 ctum *I*, indefinita *OIU* parallela ad *Gg*, Hyperbolæ occurrens
 in *i*. Circa hanc *OI* descripta sit Parabola $I\beta\alpha$, cujus parameter
 $= Ii$, abscissæ vero $I\delta$, $I(I)$ sit ut potestates $(\beta\delta)^{2n-1}$, $(\alpha i)^{2n-1}$
 respectivarum applicatarum $\beta\delta$, αi . Productis deinde singulis
 hyperbolæ ordinatis *il*, *bk* &c. usque ad occursum cum parabola
 in α & β , & ductis per ea hyperbolæ puncta per quæ hæ ordi-
 natæ ad axem GF transeunt, rectis indefinitis *iU*, *bw*, *gx*,
ky, *lz* &c. fiant in *Ii* & *IL*, segmenta æqualia Iii , & $Ii/2 = \alpha I$,
 in æqualibus *bH* & *kK* segmenta Hb^2 , & $Kk^2 = \text{respectivæ ordina-}$
 $\text{tæ } \delta\beta$ in Parabola, & nascetur inde curva $i\alpha g 2/2$ quam Hyperbo-
 læ vicariam nominare liceat, factaque in *I* parte $IO = 2MA$ vel
 duplo illius lineæ per quam cadens grave celeritatem in vacuo
 acquirit æqualem illi cum qua in medio resistenti secundum di-
 rectionem Aa projicitur mobile. Sit porro GF media propor-
 tionalis inter *OI* & *gG*, & per quodlibet punctum *U* in linea
OI deorsum producta ducatur *UZ* parallela ad *IL* fiantque Ww
 $= \frac{Ii 2b 2H}{Gg}$, $Xx = \frac{Ii 2b 2g 2G}{Gg}$, sic $Yy = \frac{Ii 2b 2g 2kK}{Gg}$, atque ita de-

incept; in *IU* vero sumatur *IP*, quæ sit ad *Gg* in duplicata ra-
 tione *GH* ad *Ii*. Fiat deinde $HQ:IP :: (IU)^{1:n}:(Hw)^{1:n}$, & $GR:$
 $IP :: (IU)^{1:n}:(Gx)^{1:n}$, & sic reliquæ ordinatæ *KS*, *LT* fiat in re-
 ciprocâ ratione radicis ex respectivis ordinatis *Ky*, *Lz* curvæ *Uxz*,
 oriatur inde nova curva *PQRS*, a cujus quadratura pendet con-
 structio lineæ *ABC*, quam projectile in medio resistenti describet.

Fiant enim $Ad = \frac{IPQH}{Gg}$, $Ab = \frac{IPRG}{Gg}$; $Ae = \frac{IPRSK}{Gg}$, & in *d*, *b*
 erigantur normales *dm*, *ba* ad AC, quæ rectæ Aa, occurrant in
m & *a*; ac si puncta *r*, *s*, & *t*, sint ea, in quæ perpendiculares ex
 centrâ gravitatis arearum *IPQH*, *IPRG*, & *GRSK* in *IL* de-
 missæ incidunt, faciendum est in linea *md* segmentum *Dd* quod
 sit ad totam *md* :: *rG*:*IG* & in linea *ab* segmentum *bB* quod sit ad
 totam *ab* :: *sG*:*IG*, eruntque puncta *D*, *B* in parte curvæ *ADB*
 ascensu descriptæ. Per supremum ejus punctum *B* agantur *Bθ* pa-
 rallela Aa, & *Bω* æquidistans AC, & linea *eE* perpendicularis
 ad AC linea *Bθ* occurrat in ϕ , ipsi *Bω* vero in ϵ , fiantque $eE = \phi\epsilon$
 :: *Gr*:

z: Gt: IG eritque punctum E in parte BEC curvæ quæsitæ descensu A& Erud. descriptæ. Q. E. F. Multa ex allata constructione deduci possunt, An. 1719. sed brevitatæ gratia pauca tantum annotabo. M. Ang.

1. Quod ductis gH, gK anguli GgH & GgK sint æquales illis, quos tangentes curvæ ABC in punctis D, E cum horizontali AC formant.

2. Radius osculi in puncto curvæ D erit ad ordinatam respectivam HQ in triplicata ratione ipsius bH ad gG in Hyperbola igl. Adeoque radius concavitätis curvæ projectilis in supremo puncto B erit = GR.

3. Si IU fiat infinita, resistantia medii fiet infinite parva seu nulla, quare mutabitur tunc curva PQR in lineam rectam ipsi IL parallelam, & constructio præcedens producet tunc pro curva ABC eam ipsam *Parabolam*, quam missile secundum Aa & cum supra assignata velocitate projectum in vacuo describere Galileus aliique demonstrarunt.

4. Si $n=1$, curva $ig2l2$ congruet cum hyperbola igl , quare si dicantur insuper $Gg=1$, $GR=1:m$, erit $Kk=\sqrt{(1+mm):m}$ & elementum $GK=-dm:mm$, quare duplum elementi areæ $GgkK=-2dm\sqrt{(1+mm):m^3}$, quare si dupla area data quantitate aucta dicatur Q, erit $Q=f-2dm\sqrt{(1+mm):m}=Ky$; hinc si restangulum $xGR=1$, erit $KS=1:Q$, ergo elementum areæ $GRSK=-dm:mmQ$ adeoque area ipsa $GRSK$, cui (propter $Gg=1$) abscissa Ad æqualis $=f-dm:mmQ$. Ipsa vero $Bb-Ee=GRSK$. $Gt=f-dm:m^3Q$, nam solidi $GRSK$. Gt elementum est $-dm:m^3Q$, ergo $Ee=Bb+f dm:m^3Q$, quæ omnia consona sunt cum determinationibus in Phoron. p.354. §.617 datis, nisi quod ibi lapsu vel Typothetæ aut calami positum sit $x=f dm:mmQ$, pro $x=f-dm:mmQ$.

X. Postremo cum ab Eximiis Geometris consuetudinem problemata curiosa & nonnisi difficultates involventia ad incrementum scientiæ proponendi, quæ tempore *Paschalis*, *Fermatii* aliorumque Celeberrimorum Geometrarum non sine fructu vixit, nunc denuo renovari videam; liceat mihi Eruditorum Geometrarum curiositati commendare sequens Problematum par.

I. Si more consueto x & y designent coordinatas curvarum, A vero aream his ordinatis & arcu cujusdam curvæ conclusam, sitque $A=axy+bx^e y^f$, quæritur curvæ æquatio, quam dico semper fore algebraicam si a, e, f fuerint numeri rationales; præsertim vero quæritur methodus directa procedens a priori sine præcognita forma æquationis curvæ quæsitæ.

II. Invenire Curvas Algebraicas indefinite non rectificabiles, quæ tamen unum, duos vel quot volueris arcus habeant absolute rectificabiles.

Act Erud.
An. 1719.
M. Octob.
Pag. 463.

NOVA METHODUS UNIVERSALIS

*Curvas omnes cujuscunque Ordinis mechanice describendi
sola datorum Angulorum & Rectarum ope.*

Per COLINUM MACLAURIN in Coll. novo
Abredonensi Matheseos Professore.

Excerpta e Transact. Anglic. A. 1718. Num. 359. pag. 339. seq.

INter innumera sublimiaque Magni *Newtoni* inventa, quibus Geometria amplissime ditata in immensam excrevit luculentissimæ cognitionis molem, Constructionem exhibuit Curvarum Mechanicam, post Enumerationem Linearum Tertii Ordinis, ad finem *Opticæ* editam, arduo summi Viri ingenio dignam; qua simpliciore & simul adeo magis universalem aliam exhibuit nemo. Methodum vero suam ad Curvas Tertii Ordinis puncto duplici carentes, aut eas altioris Ordinis puncto multiplici destitutas, non extendit; earumque descriptionem Problematicis Geometriæ difficilioribus annumerandam pronuntiat. Atque hinc in spem venio, Methodum sequentem, qua Curvæ Geometricæ cujuscunque Ordinis, licet puncto duplici aut multiplici quovis destitutæ, construuntur, non fore Geometris ingratam.

Pag. 464.

Tab. III. I. Lineæ primi Ordinis ipsæ sunt Rectæ; quæ in uno solo puncto sibi mutuo occurrere possunt. Lineæ secundi Ordinis sunt Sectiones Conicæ, quæ in pluribus punctis quam duobus a recta quavis secari non possunt. Ex vero omnes secundum Lemma 21 Lib. I *Princip. D. Newtoni* sic construi possunt. Circa data duo puncta C & S moveantur Anguli dati MCR, LSN; ita ut Crurum CM, SL concursus semper ducatur per rectam indefinitam positione datam AE; tunc crurum aliorum CR & SN concursus in P describet Lineam secundi Ordinis seu Sectionem Conicam.

Fig. 2. II. Moveatur ut prius Angulus MCR (*vid. Fig. 2.*) circa datum punctum C; Angulus vero datus LNQ semper percurrat Angulari suo puncto N rectam datam AE, ita ut crus NQ semper transeat per datum punctum S. (1.) Si concursus crurum CR & SN, punctum Q ducatur per rectam infinitam AB, concursus crurum CM & NL describet Curvam lineam Tertii Ordinis punctum duplex habentem in C. (2.) Reliquis manentibus, si crurum CM & NL concursus (*vid. Fig. 3.*) ducatur per rectam indefinitam AB; concursus crurum CR & SN in P describet Curvam Tertii Ordinis punctum duplex habentem in S.

Fig. 3.

Ex-

Exemplum Casus 1. Sint anguli MCR. LNS recti, (*vid. Fig. 4.*) & AE, DB, CS parallelæ; sint quoque SA & SD normales respective in rectas AE & DB; sitque $SD = 2SA$. Hisce positis, si SD sit minor recta CS, Curva secundum regulam Casus primi descripta, erit Parabola Nodata cum Ovali, Speciei 68^æ Curvarum D. Newtoni: Quod si $SD = CS$, Ovalis evanescit & nodus evadit Cuspis, atque Curva descripta erit Parabola Neilianna seu semicubica; Si vero sit SD major quam CS, erit Curva Parabola punctata Campaniformis Speciei 69^æ.

A& Erud.
An. 1719.
M. Octob.
Fig. 4.

III. Moveantur Anguli dati RMT, KNL, ita ut puncta M & N percurrant rectas indefinitas BM, DN respective; & crura RM, KN semper transeant per data puncta C & S. Si primo Crurum MT & NL concursus Q ducatur per rectam indefinitam AQ; tunc concursus crurum MR & NR in P describet lineam Quarti Ordinis puncta duo duplicia habentem, alterum in C alterum vero in S. Sed secundo si crurum MR & NK (*vide Fig. 6.*) concursus ducatur per rectam indefinitam AQ; tunc concursus crurum MT & NL describet Lineam Quarti Ordinis puncto duplici carentem.

Fig. 5.
Pag. 465.

IV. Quod si in primo casu hujus Constructionis (*vide Fig. 5.*) rectæ CMR, SNK, una coincident cum CS; tunc puncta C & S evadunt simplicia & Curva erit Tertii Ordinis absque puncto duplici.

Fig. 6.

Exemplum. Sint rectæ BM, AQ, DN, sibi mutuo parallelæ atque omnes perpendiculares in CS. Sint quoque Anguli RMT, KNL recti, & secundum regulam primi Casus describatur Curva, crura CMR, SNK una coincident cum CS; & hac constructione describi possunt Curvæ D. Newtoni 10, 11, 20, 21, 49 secundum varias positiones punctorum C & S respectu trium rectarum BM, AQ, DN; Omnes vero hæ Species puncto duplici carent.

Fig. 7.

V. Lineæ vero Quarti Ordinis quæ punctum triplex habent sic construi possunt. Sint tres rectæ AQ, BN, DM positione datæ; sint etiam Anguli QCT, SNM & NML dati & invariables: percurrant puncta N & M rectas BN & DM, ita ut crus NQ semper transeat per datum punctum S: Revolvatur QCT circa C, ita ut concursus crurum CK, SN percurrat tertiam rectam AQ; tunc concursus crurum CT, ML describet Lineam Quarti Ordinis punctum triplex habentem in C.

Fig. 8.

VI. Ostendi quo pacto Lineæ Quarti Ordinis describi possint, quæ punctum triplex habent aut duo duplicia; aliæ, quæ unicuique habent punctum duplex, sic commode describuntur. Sint tres rectæ ut prius positione datæ, AQ, BN, DM, dentur etiam Angu-

Fig. 9.

Angu-

Act. Erud. Anguli SNK, SML, RCT; sint puncta N, M & S semper in eadem recta linea; moveantur puncta N & M ut prius per rectas BN, DM; Si concursus crurum CR, NK ducatur per rectam indefinitam AQ, tunc concursus crurum CT, ML describet Lineam Quarti Ordinis habentem punctum duplex unicum in C.

Pag. 466. Hæ vero ultimæ duæ Propositiones novas Methodos suppeditant lineas Tertii Ordinis describendi, tum quæ puncta duplicia habent, tum quæ iis destituuntur. Eæ vero in brevi hoc Methodi nostræ specimine sunt omittendæ.

Tab. III. VII. Maneant Anguli atque rectæ ut in *Prop. III.* Concursus vero nunc rectarum MT, NK ducatur per indefinitam rectam AQ; & Concursus Crurum MR & NL describet Lineam Quinti Ordinis punctum quadruplex habentem in S. Habeo etiam alias Methodos curvas describendi Quinti Ordinis, quæ punctum habent triplex, duplex, aut duo duplicia, vel nulla nisi puncta simplicia; sed hæc sufficiant ad simplicitatem & universalitatem Methodi demonstrandam. Notandum vero in specialibus simplicioribus Angulorum & rectarum circumstantiis, Lineam aliquando migrare in curvam ordinis inferioris quam in *Prop.* explicatur; imo singulæ Propositiones Methodos suppeditant *particulares curvas* aliquas ordinis cujuscunque inferioris describendi.

Fig. II. VIII. *Propositio Generalis.* Sumantur ad libitum Rectæ in eodem plano ubicunque positæ, quarum sit numerus (*) ut BN, ER, FT. Sumantur etiam ad libitum aliz rectæ ut DM, GL & HK &c. quarum sit numerus (m). Sint Anguli CNR, NRT, RTQ &c. atque anguli SML, MLK, LKQ &c. invariati, dum puncta angularia N, R, T, M, L, K percurrant rectas indefinitas BN, ER, FT, DM, GL, HK; Ducatur concursus crurum TQ & KQ per rectam indefinitam AQ; Invenire ordinem curvæ, quam concursus cruris SM cum aliqua rectarum CN, NR, RT, TQ &c. *ex.gr.* cum RT, perpetuo tanget.

In Serie rectarum CN, NB, RT, TQ &c. denotet s numerum rectæ RT, cujus concursu cum SM Curva est describenda, a CN inclusive; qui in hoc casu est ternarius: erit Curva ordinis quem exprimit numerus $sm + s + n + 1$: unde in casu quem figura designat, cum $s = m = n = 3$ erit Curva ordinis 16.

In his descriptionibus Rectas solummodo atque Angulos dari postulavimus; sed facilius sæpe simpliciorum Curvarum ope complexiores describuntur; atque Propositiones his non minus universales huc pertinentes investigavi: eas vero cum harum demonstrationibus, utpote prolixis, impræsentiarum omitto; easdem postea publici juris facturus, si luce non videantur hæc Geometris indigna.

Histoire de l'Academie Royale des Sciences,
Année M D C C X V.

Act. Erud.
An. 1719.
M. Dec.
Pag. 521.

h. e.

HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM

Anni 1715, cum Commentariis Mathematicis
& Physicis.

*Amstelodami, apud Petrum de Coup, 1719. in 12. reg.
plag. 26 Tabul. æn. 10.*

IN *Phyfica generali* gemmam describit de *Reaumur*, quam nostrates *Zurctis*, Galli *Turquoise*, nonnulli ex *Plinio Callaidem* vocare solent. Reperit, has gemmas esse animantium ossa, cum earum mineras in Gallia obvias perscrutaretur, quæ succo quodam petrifico in formam lapidum vertuntur & in igne colore cœruleo tinguntur. Evidentissima ratio hæc est, quod mineræ dentium & ossium figuras referant, & ubi imperfectæ fuerant, structuram quoque ossium internam habeant. Ex literis *Leibnitii* narratur, quod prope Cizam in nostra vicinia canis quidam plurima verba Germanica & nonnulla Gallica, veluti *Theè*, *Chaffè*, *Chocolat*, *Assemblée*, repetere potuerit, cum a magistro, qui ipsum erudiverat, pronunciarentur: cujus rei testes oculati complures apud nos degunt. *De la Hire* quantitatem aquæ pluvialis A. 1714 reperit 14 dig. 9 $\frac{1}{4}$ lin. Maximam barometri altitudinem observavit 28 dig. 5 lin. d. 7 Decembr. minimam vero 27 dig. 1 $\frac{1}{4}$ lin. inter 9 & 10 Maji: declinationem acus magneticæ circa finem Decemb. 110.30' versus occidentem.

In *Anatomicis* describit *Littre* massam singularem 9 librarum, Pag. 522. quam die 15 mensis decimi loco infantis enixa est fœmina 29 annos nata, a lapsu graviore, qui circa finem mensis secundi gestationis contigerat. *Winslow* refert, situm cordis non esse verticalem, quemadmodum vulgo putatur, sed fere horizontalem, & orificium ventriculi alterum esse superius, alterum inferius, quemadmodum annotarunt veteres. Memoratur etiam exemplum fœminæ urinam per vomitum reddentis, & exemplum purpuræ contagiosæ, ita ut hoc malo corriperentur, qui cadavera humo demandaverant. Commendantur Tractatus, quos *Vieußens* de liquoribus corporis humani, de structura & causis motus naturalis cordis & de structura auris An. 1715 edidit. *Roubaud* de pla-

Tom. V.

O o o o

centa

Act. Erud.

An. 1719.

M. Dec.

centa uterina & membranis fœtus; *Petitus* de quibusdam functionibus oris differit.

In *Chymicis* recenset *Boulduo*, quæ circa petroleum observavit, scilicet quod accendatur, etiam si flamma candelæ superficiem ejus non attingat, quod in vase calefactum flammam attrahat, quod in aqua ardeat, quod ipsi spiritui vini rectificato supernatet, quod unica gutta in superficie aquæ per intervalum hexapedæ expandatur, filamentis colores prismaticos reflectentibus, quod gelu nullam inducat mutationem, quod destillatum nihil phlegmatis, nihil spiritus salini, sed solum oleum reddat, exigua quadam materiæ crassæ quantitate relicta. *Lemery junior* Phosphorum parare docet ex omnibus fere materiis vegetabilibus & animalibus, *Homborgii* exemplo alumine admixto. Inflammat Phosphorus solo aere. *Godofredus junior* docet, quomodo experiri possimus, utrum oleum Lavandulæ oleum terebinthinæ, an spiritum vini admixtum habeat, quibus in eo adulterando uti solent.

In *Botanicis* refert *Jeaugeon*, tres milites Germanos Ann. 1714 animam subito efflasse, quod cicutariam aquariam sive palustrem comedisent. Ventriculus in duobus fuit cortosus, in uno hinc inde perforatus. *Fontenellius* recenset epitomen Historiæ plantarum usualium, quam Ann. 1715 secunda vice edidit *Cbamel*.

In *Geometricis* methodum tradit *Nicolius* determinandi naturam curvarum, quæ infinitas alias positione datas sub angulo constante secant. De hoc problemate plura jam dicta sunt in Pag. 523. Actis Anni superioris pag. 545. Qui ibidem dicta cum methodo *Nicoliana* contulerit, videbit, quantum in abstrusa hac materia profecerit *Nicolius*. Difficultates de rota *Aristotelis* solvit *d'Ortous de Meyran*, scilicet cur duo circuli concentrici circa commune centrum rotati describant eandem lineam rectam eamque peripheriæ majoris æqualem. Ratio petitur a compositione motus rectilinei & circularis, unde pro minori circulo enascitur motus radens, *Gallilæo* non animadversus & *Tacqueti* perperam improbat, quorum uterque frustra tentavit problematis solutionem. *Varignonius* occasione seriei infinitæ $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1$ &c. quam *Grandus* crediderat esse $\frac{1}{2}$ & unde intulerat $0 + 0 + 0 + 0 + 0$ &c. infinitum seu infinita nihila esse $\frac{1}{2}$, de usu serierum infinitarum cum more *Mercatoris* per divisionem, tum more *Newtoni* per extractionem radicum questionum nonnulla annotat, ad earum abusum præcavendum utilis. In *Astronomicis* observatores assidui *Cassinus* atque *Maraldi*, commodam A. 1715 occasionem nacti, cum cura observarunt Saturnum.

urnum, & singularia nonnulla annotarunt. *Maraldus* d. 25 Martii per telescopium 114 pedum Saturni faciem vidit, qualis apparere solet facies Jovis per telescopium pedum 34. Ansisenim destitutus tres exhibuit fascias obscuras inter se parallelas. Primus quoque mortalium eodem die h. 11 observavit eclipsin quarti Satellitis Saturni & d. 26, 27, 28 atque 30 Martii omnes Saturni Satellites una conspexit. Nullam tamen potuit in Saturno notare maculam, quamvis oculi aciem omni vi in eum intenderet. A. 1696 mense Augusto duas jamdum observaverat in Saturno ansato fascias. Singularibus autem rationibus evincit, fascias istas non inhærere disco Saturni, sed notabili intervallo ab eodem removeri. Fasciam mediam umbram annuli esse agnoscit; laterales pro nubium umbris habet *Cassinus*. Annulum constare ex multitudine Satellitum valde propinquorum & in atmosphæra Saturni admodum vasta sitorum, idem arbitrat. D. 12 Oct. Saturnum una tantummodo ansa præditum observavit *Maraldus*, orientali absente: a die autem 14 Octobr. usque ad 1 Febr. rotundus apparuit. Multa ex observationibus suis deducit ad phænomena annuli prædicenda utilia. Plures commemorantur observationes eclipses magnæ Solaris, quæ d. 3 Maji A. 1715 contigit. Tempore obscuritatis maximæ *Cassinus* atque *Mataldus* viderunt Mercurium atque Venerem. Fuit autem ista obscuratio digitorum $11 \frac{1}{2}$. Tempore eclipses observata fuit in Sole macula, a Luna recta, & deinde rursus reiecta, quæ quidem observatio hætenus sine exemplo. *Cassinus* circa Solem in maxima obscuracione deprehendit Coronam lucidam latitudinis plurium graduum. *Delisle* junior advertit, spiritum in thermometro ab obscuracione sexti digiti usque ad finem eclipses descendisse, postea vero rursus ascendisse. *De Louville* cum instrumentis necessariis in Angliam profectus, ut eclipsin Londini observaret, cum ibidem totalis esset. Socias operas præstitit *Hallejus*. Apparuit quoque Londini in obscuracione totali corona coloris argentei circa Lunam ea fere forma, quæ esse solet coronis a pictoribus Sanctorum capitibus adpångi solitis. Eam pro atmosphæra lunari habet cum aliis *de Louville*, cujus existentiam variis argumentis confirmat. Brimus quoque observavit tempore obscuracionis totalis certas quasdam fulminationes seu vibrationes instantaneas radiorum luminosorum in superficie Lunæ; observarunt tamen cum iplo idem phænomenon alii telescopio usi. Putat fulgura fuisse in atmosphæra lunari. In maxima obscuracione literas a se exaratas legere non potuit. Vidit Jovem, Mercurium, Venerem, oculum Tauri, & quasdam fixas secundi honoris. Circa finem eclipses etiam per medium lentis objectivæ conspectus limbus Lunæ rubuit. Immo

Act. Erud.
An. 1719.
M. Dec.

Pag. 524.

Act. Erud. per eclipsin integram lumen Solis, antequam interciperetur, a
 An. 1719. limbo Lunæ orientali appropinquante palluit: quod tamen phænomenon non comparuit in limbo occidentali, cum Solem linqueret.
 M. Dec. Viderunt denique *de Louville* atque *Hallejus*, cum eclipsis vix semidigitum superesset, partem cornu obscurati a reliquo quasi avulsam, quale phænomenon per tubum spectatur in Sole oriente lucido, ubi atmosphæra multis fuerit vaporibus oppleta. His argumentis, ut diximus, utitur *de Louville* ad atmosphæram lunarem stabiliendam. Sed cum sint in Academia Scientiarum, quibus atmosphæra lunaris minus probatur, propterea quod fixæ a Luna occultandæ vel ex occultatione emergentes nullam pariantur figuræ motusque mutationem; coronæ lunaris in eclipsibus solaribus apparentis rationem aliam quam refractionem in atmosphæra factam, reddere conantur. Petunt eam *Delisle junior* & *de la Hire* a radiorum inflexione, quam *Grimaldus* detegit & *Newtonus* in Optica confirmavit, hincque circa corpus opacum rotundum Soli objectum coronam lucidam apparere experimentis confirmant. Hæc tamen experimenta parti adversæ non visa fuere decisiva, unde in occultationibus Veneris atque Jovis a Luna tum factis cum cura attenderunt, num quædam apparitura sint phænomena, per quæ dubia circa existentiam atmosphære lunaris orta tolli possint. Quamvis autem *de la Hire*, *Cassinus*, *Maraldus*, *Delisle*, *de Louville* omnem in observando solertiam adhiberent, neque tamen in observatione, neque in observatorum explicatione consensere. Mittimus ea, quæ de his eclipsibus & maculis solaribus commemorantur. *De Malezieu* ope Gnomonis A. 1714 erecti (de quo diximus in Actis hujus anni pag. 643) cum æquinoctia hujus anni observasset, quantitatem anni Gregoriani 365 d. 5. h. 49' confirmavit. Quomodo vitra objectiva a tubi optici molimine liberanda sint, *de la Hire* docet.

In *Mechanicis* suas de vorticibus in fluidis excitatis meditationes prosequitur *Saunders*, & *de la Hire* circa longitudinem penduli in horologiis oscillatoriis nonnulla annotat.

Obierunt A. 1715 *Morinus*, *Lemery*, *Homborgius* atque *Malebranchius*, quorum elogia sub finem Historiæ, ut solet, subjungit *Fonsnellius*.

Ludovicus Morinus natus est d. 11 Julii 1635 Cenomani ex parentibus honestis, sed tenuioris sortis, in primis cum liberi ex ipsiis procreati essent sexdecim. Ab ineunte ætate cum studio Botanico delectaretur, tyrocinia posuit apud pharmacopolam oppidi, & herbas in pratis vicinis collegit. Pedibus instar Botanici Parisios ivit, Philosophiæ operam daturus: quo studio absoluto ad Medicinam se convertit. Modico pane & aqua contentus praxi
 Medi-

Medicæ operam dedit . A. 1662 Doctor Medicinæ creatus socias Astr. Erud.
An. 1719.
M. Dec.
operas contulit ad Catalogum plantarum horti Regii, in quo con-
dendo *Fagon*, *Longuet* & *Galois* desudabant, quippe An. 1665 sub
Vallois Medici primarii nomine prodiit . Medicus ptocotrophii
factus (quam spartam expectando ornaverat) quæ meruit stipen-
dia, in ægrotos contulit, paucis quippe ipsemet contentus. Cum,
urgente *Dodarto*, amico intimo, locum Archiatri, quem *Guisia*
offerebat, accepisset, plus incommoditatis quam commoditatis
sensit, quod rheda vehi opus haberet : unde, mortua Principe,
pedes rursus incedere maluit, licet post mortem ipsius adhuc sti-
pendio annuo 2000 librarum frueretur . Victum tamen reddebat
lautiorem, addita pani oriza in aqua cocta. A. 1699 in Academia
Scientiarum *Dodarto* adjunctus fuit Botanicus, in cujus deinceps
A. 1707 locum succcessit . *Tournefortio* An. 1700 iter in orientem
faciente, plantas demonstravit in horto Regio: quamobrem re-
dux novam, quam apportabat, plantam in ipsius honorem *Me-
rinam orientalem* vocavit . Etate profectus famulum adscivit &
victum diurnum uncia vini una auxit. Ab anno ætatis 78 lecto
constanter adhæsit, donec anno 80 ob solum virium defectum ex-
tingueretur, relictis indice amplo Græco atque Latino in *Hippe-
cratem*, bibliotheca 20000 circiter imperialium, numismatibus &
Herbario, una cum Diario observationum meteorologicarum con-
tinuis 40 annis factarum . Hora septima cubitum ivit & secunda
matutina iterum surrexit. A conversatione fuit alienus.

Nicolaus Lemery natus est Rothomagi d. 17 Novembr. A. 1645.
Pater erat Procurator in suprema curia Normandiæ, religioni re-
formatæ addictus . Apud pharmacopolam Rothomagensem phar-
maceuticæ operam dedit atque An. 1666 Chymix gratia Parisios
venit : sed cum *Glaferus*, demonstrator chymix in horto Regio,
non satisfaceret desiderio ipsius, iter per Galliam fecit atque Mon-
tepeffulano apud pharmacopolam chymiam exercuit & juvenibus
studiosis eam explicuit, praxi etiam Medicæ operam dedit, etsi
Doctoris titulo careret . A. 1672 Parisios rediit, ibique cursum Pag. 527.
chymix conscripsit, quo magnam sibi famam conciliavit . Egit
pharmacopolam, cum Doctorem Medicinæ agere posset, atque
chymicis lectionibus multorum curiositati satisfecit, quos inter
Robault, *Bernier*, *Anxout*, *Regis*, *Tournefort*. Confluebant etiam
exteri, & medicamenta ipsius in pretio habebantur. Primus dis-
sipavit tenebras chymicorum & artem perspicue tradidit . Cursus
chymicus prima vice lucem adspexit A. 1675, sæpius recusus &
in linguam Latinam, Germanicam, Anglicam atque Hispanicam
versus. Turbis ob religionem A. 1681 exortis, Elector Branden-
burgicus per *Spanhemium* legatum suum in Gallia ipsum Berolin-
num

Ac. Erud. num vocabat; sed Parisios linquere durum videbatur, quamdiu
 An. 1719. tolerabatur. Ast cum tolerantia non amplius esset locus, A. 1683
 M. Dec. in Angliam profectus Carolo II Regi quintam cursus sui editio-
 nem obtulit: inde profectus, cum non reperiret, quæ quæsi-
 rat, circa finem A. 1683 Doctoris Medicinæ gradum adoptavit
 in Universitate Cadomensi, ut Parisiis securior degeret. Enim-
 vero ubi anno 1683 edictum Nannetense revocabatur, Medicinæ
 exercitium ipsi interdictum, & fortunæ everse: quæ calamitates
 ipsum tandem permoverunt, ut cum tota familia A. 1686 ad ca-
 stra Pontificiorum transfret. Mox itaque recepit licentiam præ-
 ceos Medicæ & pharmacopolii instruendi, magno suo cum emo-
 lumento. A. 1697 edidit Pharmacopiam universalem & Tractatum
 universalem de medicamentis simplicibus. Et si chymicus, reme-
 diis, tamen chymicis non nisi magna circumspectione usus. Et si
 pharmacopola, remedia tamen pauca ex tanto numero in usum
 praxeos selegit. A. 1699 locum chymici adjuncti nactus & tandem
Bourdeline successit. A. 1707 Tractatum de antimonio publicavit.
 Apoplexia extinctus obiit d. 19 Jun. 1715.

Pag. 528. *Guilielmus Hombergius* lucem adspexit d. 8 Jan. 1652 *Batavie* in
 insula *Java*. Parens *Joannes*, *Quedlinburgensis Saxo*, belli tri-
 ceennalis incommoda sentiens in *Indiam orientalem* profectus.
 Notatu maxime dignum, quod *Hombergius* noster habuerit fo-
 rorem, quæ anno ætatis octavo maritum duxit, & anno nono
 prolem in lucem edidit. Rediit pater ex *India Amstelodamum*,
 ubi per plures annos commoratus cum familia sua. Filius in A-
 cademia *Jenensi* & *Lipſensi* studio *Juris* vacavit & Ann. 1674 in
 numerum *Advocatorum Magdeburgensium* adscitus: proprio ta-
 men Marte *Botanicam* & *Astronomiam* didicit, & experimentis
Ottonis de Guericke, *Consulis Magdeburgensis*, antliæ pneumaticæ
 inventoris, ad studium *Physicæ* allectus. Pragæ deinde abiit,
 ubi *Medicinæ*, atque in primis *Anatomix* ac *Botanicæ* operam de-
 dit; *Bononiæ* autem phosphoro *Bononiensi*, & *Romæ* vitris po-
 tiendis. Ex *Italia* in *Galliam* venit, inde in *Angliam* profectus
 laboratorium *Boyllii* invisit. Ex *Anglia* in *Hollandiam* trajecit,
 ubi sub *Grassio* *Anatomiam* excoluit. Rediit ex itinere satis diu-
 turno *Quedlinburgum*, & mox in *Academia Wittebergensi* titu-
 lum Doctoris *Medicinæ* adscivit. *Berolini Kunckelium* convenit,
 & ab eo phosphori inventum didicit, communicato eidem inven-
 to virunculi meteorologici *Guerickiano*. Metallorum cognosce-
 ndorum gratia metalli fodinas *Saxonix*, *Bohemix* ac *Hungariæ* in-
 visit, & in ipsam *Sueciam* penetravit, ubi in Laboratorio chy-
 mico regio cum *Hærna Chymiam* excoluit. In itineribus historix
 naturali & singularibus artis attendit. Ex *Suecia* *tertia* vice in
 Hol-

Hollandiam, & secunda vice in Galliam rediit; sed cum Patre Ag. Erud. An. 1719. M. Dec. urgente abicum pararet, *Colbertus* jussu Regis cum in Gallia retinuit. A. 1682 religionem Pontificiam amplexus, a patre exheredatus fuit. Mortuo A. 1683 *Colberto*, A. 1685 Romam abiit & praxi Medicæ vacavit non sine applausu. Aliquot annis elapsis de novo Parisios rediit, & cum A. 1691 directio Academiæ Scientiarum *Bignonio* committeretur, ab eodem *Hombergius* in eandem receptus, ipsique laboratorium Academiæ commissum. A. 1702 Serenissimus Princeps, Dux Aurelianensis, cum Chymicæ & Philosophiæ experimentalis cognoscendæ desiderio flagraret, stipendium annuum ipsi decrevit & laboratorium Chymicum sine exemplo instruxit. A. 1705 ad dignitatem Archiatri eundem egressus, spreta eadem dignitate ab Electore Palatino cum insignibus emolumentis oblata. A. 1708 *Hombergius* uxorem duxit *Margaretham Anglicanæ*, filiam *Dodarti*, & A. 1715 d. 24 Sept. mortuus. Inter schedas ejus reperta sunt Elementorum Chymicæ, quorum partem in Commentariis Academiæ Regiæ edidit, complementa.

Ag. Erud. An. 1719. M. Dec. Pag. 529.

Nicolaus Malebranchius natus est Parisiis d. 6 Aug. An. 1638. Parens ejusdem nominis a dignitate Secretarii Regii post alia munera, quibus cum laude functus fuerat, tandem ad dignitatem Consiliarii status adscendit. Erat autem Noster complexionis admodum infirmæ & continuis morbis vexabatur. Statui Ecclesiastico destinatus, A. 1660 Congregationem Oratoriam intravit: ubi cum Historiam Ecclesiasticam non magna cum voluptate tractasset, suadente *Simonio* ad Criticam sacram divertit, sed exiguo cum successu. Anno ætatis 26 forte fortuna bibliopola ipsi offerebat *Cartesii* (qui *Malebranchio* nondum innotuerat) Tractatum de homine, quem statim redemit & cum insigni fervore legit, sicque missis studiis ceteris ad solam Philosophiam *Cartesianam* animum applicavit. Annis abhinc decem elapsis librum de inquirenda veritate edidit, multorum applausu, aliquorum etiam objectionibus exceptum, ad quas singulas respondit. An. 1677 edidit *Conversations Christianas*, in quibus consensum suæ Philosophiæ cum religione docere intendit. *Cartesianam* Philosophiam cum religione conciliare conatus. Systema causarum occasionalium maxime excoluit. A. 1680 Tractatum de natura & gratia in Batavia publicari curavit, cujus publicationem *Arnaldus* frustra impedire tentabat. A. 1683 *Meditationes Christianas* & metaphysicas edidit, & eodem *Arnaldus* non tractatum de natura & gratia oppugnavit, sed visionem in Deo, quam in altero de inquirenda veritate defenderat. Titulus scripti eristici est de veris & falsis ideis. A. 1684 comparuit Tractatus moralis. Ann. 1685 *Arnaldus* in lucem emisit Reflexiones philosophicas & theo-

Aet. Erud. theologicas in Tractatum de Natura & Gratia. Respondit *Malebranchius* & finitis controversiis A. 1688 systema suum in *Dialogis de Metaphysica & Religione* in ordinem redactum proposuit. Contentionis ferram deinde reciprocavit cum *Regio de magnitudine apparente Lunæ in horizonte*. Ann. 1697 Tractatum de Amore Dei publicavit. A. 1694 mortuus *Arnaldus*, acerrimus ipsius antagonista. A. 1715 scriptum ultimum sub nomine *Reflexionum de præmotione physica* prodiit. Ob Metaphysicam nullum in Academia Scientiarum locum meruit, quod, iudice *Fonsenellio*, admodum incerta & contentiosa, ac obscuræ utilitatis existat. In eandem admissus ob profectus eximios in Geometria & Physica A. 1712, editioni ultimæ Tractatus de inquirenda veritate inseruit leges motus. Obiit A. 1715 die 13 Oct. ætatis 77, morbo per quatuor menses afflictus.

F I N I S.

IN-

I N D E X

AUCTORUM AC RERUM,

Quæ in hoc quinto Volumine continentur.

~~~~~

### ANALYTICA ET ARITHMETICA.

|                                                                                                                                                                  |               |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| F. ERNESTI CO. AB HERBERSTEIN <i>Specimen Trigonometriae Analyticae.</i>                                                                                         | pag. 11       |
| - - - <i>Nova analysis plano-geometrica.</i>                                                                                                                     | 181           |
| - - - <i>Problemata Arithmetico-Geometrica Mathematicis proposita.</i>                                                                                           | 328           |
| - - - <i>de solutione Problematum suorum.</i>                                                                                                                    | 494           |
| WENCESLAI JOSEPHI PELICANI <i>super Specimine Trigonometriae Co. ab Herberstein.</i>                                                                             | 25            |
| NIC. BERNOULLI <i>Specimina artis conjectandi ad quaestiones Juris applicatae.</i>                                                                               | 62            |
| - - - <i>Tentamen solutionis generalis Problematis de construenda curva quæ alias orthogonaliter secat.</i>                                                      | 628           |
| <i>Analysis per quantitatum series, fluxiones ac differentias cum enumeratione linearum tertii ordinis.</i>                                                      | 81            |
| PETRI VARIIGNONII <i>Responsio ad P. Grandini Librum de Infinitis infinitorum.</i>                                                                               | 93            |
| NIC. BERNOULLI JOH. F. <i>de Trajectariis curvas orthogonaliter secantibus.</i>                                                                                  | 546           |
| G. G. L. <i>Observatio quod rationes siue proportionales non habeant locum circa quantitates nibilo minores; &amp; de diverso sensu Methodi infinitesimalis.</i> | 104           |
| - - - <i>Circa scientiam infiniti.</i>                                                                                                                           | 183           |
| - - - <i>Problema posthumum commissum Solutione Rev. P. Augustini Thomæ a S. Josepho.</i>                                                                        | 406           |
| JOH. BERNOUL. <i>de solutionibus Problematum Isoperimetricorum &amp;c.</i>                                                                                       | 497           |
| - - - <i>Continuatio.</i>                                                                                                                                        | 517           |
| - - - <i>Responsio ad provocationem de linea quam describit projectile in medio resistente.</i>                                                                  | 597           |
| - - - <i>Solutio Problematis propositi a Taylora Geometris non Anglicis.</i>                                                                                     | 605           |
| JOH. CRAIGII <i>additio ad Schediasma de linearum curvarum longitudine.</i>                                                                                      | 166           |
| - - - <i>de Calculo fluentium &amp; de optica analytica.</i>                                                                                                     | 591           |
| Tom. V.                                                                                                                                                          | Pppp F. D. C. |

Aet. Erud. theologicas in Tractatum de Natura & Gratia. Respondit *Male-*  
 An. 1719. *branchius* & finitis controversiis A. 1688 systema suum in *Dialo-*  
 M. Dec. *gis* de Metaphysica & Religione in ordinem redactum proposuit.  
 Contentionis ferram deinde reciprocavit cum *Regio* de magni-  
 tudine apparente Lunæ in horizonte. Ann. 1697 Tractatum de  
 Pag. 530. Amore Dei publicavit. A. 1694 mortuus *Arnaldus*, acerrimus ip-  
 sius antagonista. A. 1715 scriptum ultimum sub nomine *Refle-*  
*xionum* de præmotione physica prodiit. Ob Metaphysicam nul-  
 lum in Academia Scientiarum locum meruit, quod, iudice *Fon-*  
*zenellio*, admodum incerta & contentiosa, ac obscuræ utilitatis  
 existat. In eandem admissus ob profectus eximios in Geometria  
 & Physica A. 1712, editioni ultimæ Tractatus de inquirenda ve-  
 ritate infernit leges motus. Obiit A. 1715 die 13 Oct. ætatis 77,  
 morbo per quatuor menses afflictus.

F I N I S.

IN-

# I N D E X

## AUCTORUM AC RERUM,

Quæ in hoc quinto Volumine continentur.



### ANALYTICA ET ARITHMETICA.

|                                                                                                                                                                  |          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| F. ERNESTI CO. AB HERBERSTEIN <i>Specimen Trigonometria Analytica.</i>                                                                                           | pag. 11  |
| - - - <i>Nova analysis plano-geometrica.</i>                                                                                                                     | 181      |
| - - - <i>Problemata Arithmetico-Geometrica Mathematicis proposita.</i>                                                                                           | 328      |
| - - - <i>de solutione Problematum suorum.</i>                                                                                                                    | 494      |
| WENCESLAI JOSEPHI PELICANI <i>super Specimine Trigonometrie Co. ab Herberstein.</i>                                                                              | 25       |
| NIC. BERNOULLI <i>Specimina artis conjectandi ad quaestiones Juris applicata.</i>                                                                                | 62       |
| - - - - <i>Tentamen solutionis generalis Problematis de construenda curva quæ alias orthogonaliter secat.</i>                                                    | 628      |
| <i>Analysis per quantitatum series, fluxiones ac differentias cum enumeratione linearum tertii ordinis.</i>                                                      | 81       |
| PETRI VARIGNONII <i>Responsio. ad P. Grandini Librum de Infinitis infinitorum.</i>                                                                               | 93       |
| NIC. BERNOULLI JOH. F. <i>de Trajectoriis curvas orthogonaliter secantibus.</i>                                                                                  | 546      |
| G. G. L. <i>Observatio quod rationes siue proportionales non habeant locum circa quantitates nibilo minores; &amp; de diverso sensu Methodi infinitesimalis.</i> | 104      |
| - - - - <i>Circa scientiam infiniti.</i>                                                                                                                         | 183      |
| - - - - <i>Problema posthumum commissum Solutione Rev. P. Augustini Thomæ a S. Josepho.</i>                                                                      | 406      |
| JOH. BERNOUL. <i>de solutionibus Problematum Isoperimetricorum &amp;c.</i>                                                                                       | 497      |
| - - - - <i>Continuatio.</i>                                                                                                                                      | 517      |
| - - - - <i>Responsio ad provocationem de linea quam describit projectile in medio resistente.</i>                                                                | 597      |
| - - - - <i>Solutio Problematis propositi a Taylora Geometris non Anglis.</i>                                                                                     | 605      |
| JOH. CRAIGII <i>additio ad Schediasma de linearum curvarum longitudine.</i>                                                                                      | 166      |
| - - - - <i>de Calculo fluentium &amp; de optica analytica.</i>                                                                                                   | 591      |
| Tom. V.                                                                                                                                                          | F. D. C. |

|                                                                                                                                                                       |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| F. D. C. ABB. VALL. <i>Problematis a Geometra Anglo propositi solutio duplex.</i>                                                                                     | 181 |
| <i>Altera solutio.</i>                                                                                                                                                | 196 |
| C. WOLFII <i>Regula nova inveniendi logarithmum summa vel differentia duorum numerorum &amp;c.</i>                                                                    | 290 |
| - - - <i>Regula nova inveniendi differentiam potentiarum duarum &amp;c.</i>                                                                                           | 306 |
| Problema: <i>Data serie linearum per rectæ in eadem Linea constantis variationem procedente invenire aliam seriem linearum quarum omnes priores fecet normaliter.</i> | 325 |
| Epistola pro eminente Mathematico Jo. Bernoullio contra quendam ex Anglia antagonistam scripta.                                                                       | 329 |
| JOSEPHI VERZALIE <i>Epistola ad Geometras.</i>                                                                                                                        | 384 |
| J. HERMANNI <i>Schediasma de Trajectoriis data seriei Curvis ad angulos rectos occurrentibus &amp;c.</i>                                                              | 401 |
| - - - <i>Methodus nova solvendi problemata Isoperimetrica.</i>                                                                                                        | 511 |
| - - - <i>Supplementum solutionis sue de Trajectoriis inveniendis.</i>                                                                                                 | 559 |
| - - - <i>Additamentum ad Schedas Trajectoriarum.</i>                                                                                                                  | 582 |
| - - - <i>Solutio duorum problematum quorum alterum calculum integrale respicit, alterum curvam projectorum in medio resistenti.</i>                                   | 645 |
| Excerpta ex literis C. G. de quodam problemate Arithmetico.                                                                                                           | 491 |
| J. W. ZEHENDMEYERI <i>Solutio Problematis A. 1716 propositi a Comite ab Herberstein.</i>                                                                              | 493 |
| OFFENBURGII CAROLI ERNESTI <i>Annotationes in Epistolam Verzalie.</i>                                                                                                 | 529 |
| CRUSII M. J. HENR. <i>contra defensionem Keillii pro Newtono.</i>                                                                                                     | 561 |

## A N A T O M I C A.

|                                                                                                     |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| JACOBI YONGE <i>Relatio de Glomere pilorum ex utero &amp; ovarii duarum fœminarum extracta.</i>     | 49  |
| ADAMI CHR. THEBESII <i>Observatio Anatomica de exitu sanguinis venosi in auriculis &amp; corde.</i> | 51  |
| G. COWPER <i>Relatio eorum quæ in dissecto cadavere observavit.</i>                                 | 174 |
| L. S. SCHMIEDERI <i>Observatio de Seminis regressu ad massam sanguineam.</i>                        | 207 |
| <i>Descriptio ac delineatio ductus thoracici.</i>                                                   | 495 |

## A S T R O N O M I C A.

|                                                                            |     |
|----------------------------------------------------------------------------|-----|
| CHRISTOPHORI HEINRICH <i>Observatio Eclipsis Lunaris 1712, 23. Januar.</i> | 84  |
| - - - <i>Eclipsis Solis observata 1715 3 Maji Uratislavia.</i>             | 294 |
| HANSCHIUS. <i>Designatio operum Jo. Kepleri.</i>                           | 246 |



|                                                                                                                  |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| JOH. VALERII <i>Observatio Eclipses Solaris Upsalæ 1715. 22 Aprilis</i>                                          | 312 |
| St. v.                                                                                                           |     |
| - - - <i>Observationes aliæ ejusdem Eclipsis in diversis locis Europe factæ.</i>                                 | 316 |
| HORREBOWII PETRI <i>determinatio apparentis diametri Solaris.</i>                                                | 369 |
| - - - <i>Solutio Problematis data anomalia media, invenire coæquatam.</i>                                        | 473 |
| HALLEY EDMUNDI <i>Methodus singularis pro eruenda parallaxi Solis.</i>                                           | 420 |
| J. SIGISMUNDI STENDERI <i>Theoremata quædam ad majorem Astronomiæ Geometrico-Physicæ perfectionem facientia.</i> | 478 |
| WAGNERI J. WILHELMI <i>Observatio Eclipses Solaris 1718. 2 Martii Berolini. St. c.</i>                           | 572 |
| DE LOUILLE EUGENII <i>de mutabilitate Eclipticæ.</i>                                                             | 616 |

## C H I M I C A .

|                                                   |     |
|---------------------------------------------------|-----|
| <i>Responsio ad imputationes Job. Freindii.</i>   | 160 |
| <i>Experimentum coagulationis extraordinariæ.</i> | 212 |

## C H I R U R G I C A .

|                                                                                              |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| JO. FAULERI <i>Relatio de duobus ulceribus sinuosis totum brachium dextrum occupantibus.</i> | 50  |
| <i>Miri calculi in corpore humano delineatio.</i>                                            | 135 |
| D. S. S. <i>de Polypo œsophagi.</i>                                                          | 303 |

## G E O M E T R I C A .

|                                                                                                                                                   |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| LUDOLPHI <i>Anatome quadraturæ circuli.</i>                                                                                                       | 8   |
| JOH. BERNOULLI <i>Angulorum arcuumque sectio indefinite per formulam universalem expressa.</i>                                                    | 107 |
| - - - <i>Continuatio.</i>                                                                                                                         | 110 |
| <i>Examen Corollarii tertii Prop. VII. Tractatus de Quadratura Circuli &amp; Hyperbolæ R. P. D. GUIDONIS GRANDII.</i>                             | 267 |
| <i>Nova literaria Mathematica &amp;c. de quadratura circuli.</i>                                                                                  | 271 |
| C. WOLFII <i>meditatio de similitudine figurarum præsertim curvilinearum &amp; constructione Lunularum Cyclico-parabolicarum similium &amp;c.</i> | 273 |
| - - - <i>Theoremata Geometrica nova pro variarum Curvarum descriptione.</i>                                                                       | 371 |
| R. P. AUGUSTINI THOMÆ A S. JOSEPHO <i>Solutio Problematis de Triangulo &amp;c.</i>                                                                | 453 |

MACLAURIN COLINUS. *Nova methodus curvas omnes cujuscunque ordinis mechanice describendi.* 654

HISTORIA NATURALIS.

D.S. SCHMIEDERI *Observatio de duplici phenomeno Lunari.* 365  
 LAMBERTI JO. BAPT. *Experientia de pulvere pyrio in anstro canis ec-  
 censo.* 419  
 JAC. SCHUCHZERI *Lexici Mineralogici specimen.* 436  
 P. KOLBII REDWIZII *de aquis Capitis Bonæ Spei.* 467  
 LINCKII HENRICI *de Lapide fissili formam Crocodili referente.* 539

INSTRUMENTA ET MACHINÆ.

*Novum Lampadis Genus, inventum a CHR. WOLFIO.* 6  
 LEUPOLDI JACOBI *Machina anamorphotica.* 106  
 - - - *Ejusdem.* 118  
 - - - *Descriptio novæ anthlie pneumaticæ.* 136  
*Relatio de novo Barometrorum & Thermometrorum concordantium ge-  
 nere.* 263  
 JOH. BERN. *Barometrum novum.* 309  
 J.A. WEDELI *Observatio de embolo hydraulico.* 465

MECHANICA ET STATICA.

CHRIST. WOLFII *Solutio dubiorum Aerometricorum in Diario Tre-  
 voliensis A. 1710 propositorum.* 2  
 - - - *Objectiones contra novam definitionem motus in Diario Erud.  
 Parisino exhibitam.* 24  
*Resolutio Problematis de constructione novorum Thermometrorum &  
 Barometrorum.* 9  
*Defensio virium existentium in corporibus contra nuperas objectiones.* 15  
*Adnotatio super animadversione in difficultatem Hugensianæ de centro  
 oscillationis demonstrationi oppositam.* 33  
*Continuatio in difficultatem supradictam.* 54  
 F.D.C. AB. VALL. *Brevis in vim centrifugam materiæ ætheræ ob-  
 servatio.* 111  
 - - - *Exploratio fundamenti quo Dn. Renau suam de opera navali  
 theoriam struxit.* 169  
 JOH. BERNOULLI *de motu corporum gravium pendulorum, & projecti-  
 lium in mediis resistentibus & non resistentibus &c.* 119  
 - - - *Continuatio.* 137  
 - - - *De natura centri oscillationis &c.* 249  
 - - - *De centro turbinationis inventa nova.* 277

|                                                                                                                               |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| GUDONIS GRANDI <i>Solutio duorum problematum meebanicorum Mathematicis Italiae propositorum.</i>                              | 222 |
| <i>Nova literaria Mathematica de perpetuo mobili, longitudine maris, &amp;c.</i>                                              | 271 |
| J. HERMANNI <i>De vibrationibus chordarum tensorum disquisitio, accedit Job. Bernoulli demonstratio principii Hydraulici.</i> | 351 |
| ERN. ELIÆ ORFFYRÆI <i>De perpetuo mobili Theodori Balchassaris Thermometrum aereum.</i>                                       | 589 |

## M E D I C A .

|                                                                                                            |        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| <i>Phænomenon diabetis antea non observatum.</i>                                                           | pag. 1 |
| JAC. YONGE <i>Observatio de casu hydropico, in quo folliculus felle in molem insolitam erat distensus.</i> | 167    |
| HEISTERI D. LAURENTII <i>Circa controversiam de cataracta.</i>                                             | 577    |

## M E T E O R O L O G I C A .

|                                                                          |     |
|--------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Relatio de phænomeno luminoso in multis Germania locis observato.</i> | 345 |
| - - - <i>Appendix ad idem phænomenon.</i>                                | 361 |
| J. FRID. WEIDLERI <i>de Aurora boreali.</i>                              | 383 |
| D. S. SCHMIEDERI <i>De nube arborea.</i>                                 | 433 |

## M U S I C A .

|                                                |     |
|------------------------------------------------|-----|
| C. G. <i>Temperamentum Musicum universale.</i> | 376 |
|------------------------------------------------|-----|

## M O N U M E N T A A N T I Q U A A C E R U D I T I O .

|                                                                              |     |
|------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Explicatio nummi D. Augusti enigmatici.</i>                               | 13  |
| G. G. L. <i>Excerpta de veteribus linguis Septentrionalibus.</i>             | 72  |
| S. B. <i>Animadversiones quædam ad Gronovii emendationes in Suida.</i>       | 153 |
| - - - <i>Animadversio in novam editionem Herodoti a C. Gronovio curatam.</i> | 357 |
| - - - <i>Continuatio Animadversionis ejusdem.</i>                            | 362 |
| <i>Tabula Ægyptiaca Hieroglyphicis exornata.</i>                             | 225 |
| C. A. H. <i>Specimen Emendationum Criticarum Ovidii.</i>                     | 429 |
| - - - <i>Judex expurgatorius ad Senecam.</i>                                 | 460 |

## O P T I C A , D I O P T R I G A , E T C A T O P T R I C A .

|                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----|
| JO. LEON. HEUBNERI <i>Descriptio speculorum, quæ parantur Suarzenbergæ.</i> | 244 |
| <i>Notanda circa Theoriam colorum Newtonianam.</i>                          | 381 |

# 670 INDEX AUCTORUM &c.

## PHYSICA.

|                                                                                                                        |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| J. GEORGI LIEBKNECHT <i>Lucula Borealis.</i>                                                                           | 12  |
| KEILL. JOH. <i>Leges attractionis aliaque physices principia.</i>                                                      | 74  |
| WOLFERDI SENGUERDII <i>Annotationes circa coherensiam bemisphe-<br/>riorum concavorum &amp; cylindrorum solidorum.</i> | 219 |
| IS. NEWTONI <i>Philosophiæ naturalis principia Mathematica.</i>                                                        | 225 |

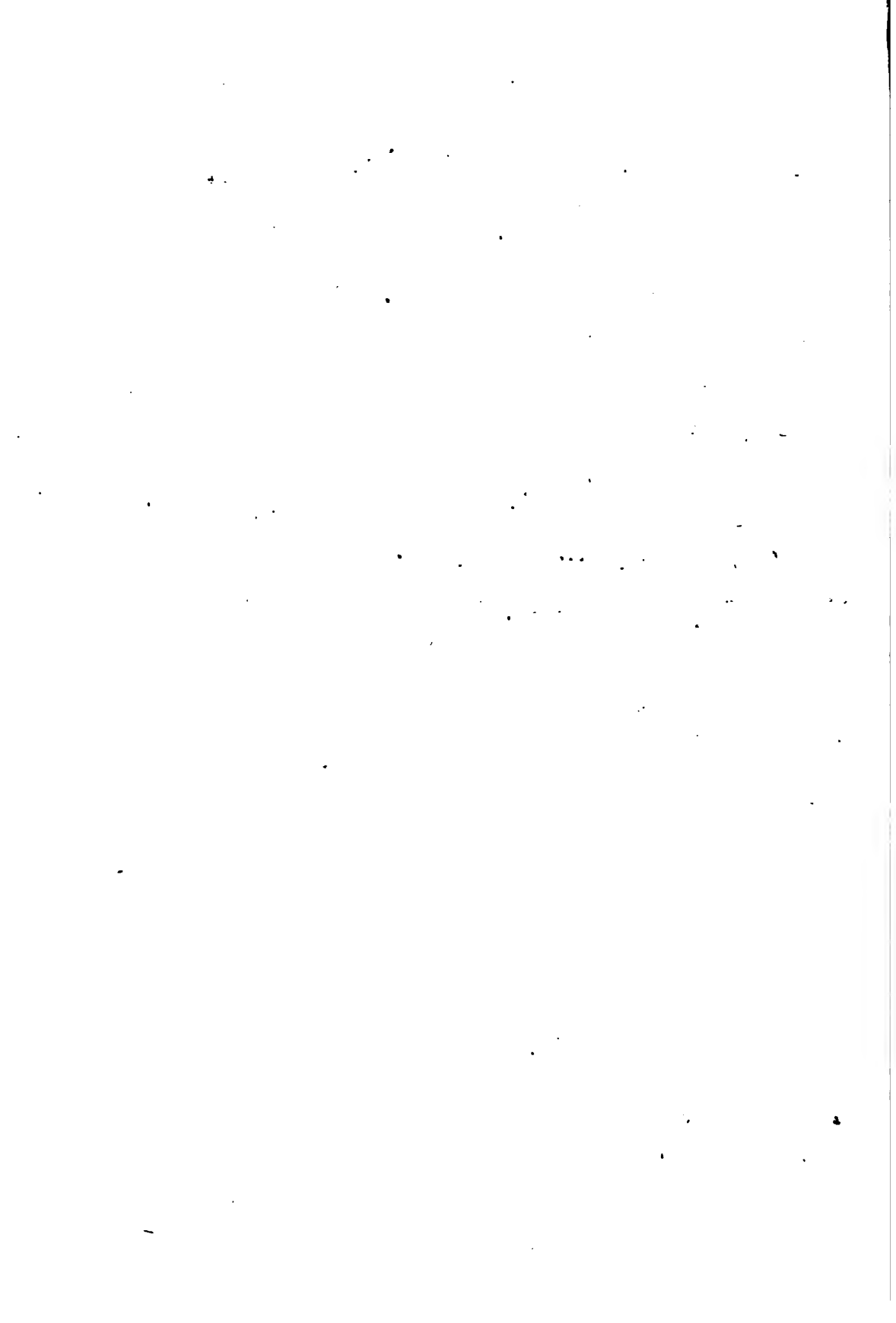
## V A R I A.

|                                                                                                         |        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| <i>Elogium Dominici Gulielmini.</i>                                                                     | pag. 5 |
| - - - Ezechielis L. B. de Spanbeim.                                                                     | 27     |
| - - - Jacobi Gronovii.                                                                                  | 378    |
| - - - G. G. Leibnitii.                                                                                  | 387    |
| - - - Philippi a Turre Episcopi Adriensis.                                                              | 415    |
| <i>Excerpta ex literis LUD. ANT. MURAT. ad I. B. M.</i>                                                 | 19     |
| LUC. CECILII <i>circa Librum Lactantii de mortibus persecutorum.</i>                                    | 20     |
| <i>Historia Academiæ Regiæ Scientiarum A. 1709, cum Commentariis Ma-<br/>thematicis &amp; Physicis.</i> | 85     |
| - - - Ejusdem. An. 1710.                                                                                | 234    |
| - - - Ejusdem. An. 1711.                                                                                | 295    |
| - - - Ejusdem. An. 1712.                                                                                | 318    |
| - - - Ejusdem. An. 1713.                                                                                | 540    |
| - - - Ejusdem. An. 1714.                                                                                | 636    |
| - - - Ejusdem. An. 1715.                                                                                | 657    |
| C. A. H. <i>Fabula de Hippocrate Democriti insanæ medicinam adhibe-<br/>re jussu.</i>                   | 176    |
| L. S. S. <i>Observatio de Hippocratis purgatione morali.</i>                                            | 213    |
| HALLEY EDMUNDI <i>Nova methodus inveniendi ætatem mundi seu status<br/>præsentis Telluris.</i>          | 377    |
| G. G. L. <i>Notitia de Historia Brunsvicensi.</i>                                                       | 413    |
| H. DE B. E. M. <i>Cogitationes de titulo Magni Caroli Imperatoris.</i>                                  | 447    |

## *Errata .*

## *Corrige .*

|         |                                |                 |
|---------|--------------------------------|-----------------|
| Pag. 89 | Tab. II. in margine .          | Tab. I.         |
| 92      | Tab. II. in marg.              | Tab. I.         |
| 96      | Tab. II. in marg.              | Tab. I.         |
| 375     | in margine ad lin. 3<br>supple | Tab. I. Fig. 7. |
| 540     | MDCCXII.                       | MDCCXIII.       |
| 634     | lin. 27 & in marg.             | Fig. 4.         |
| 635     | lin. 1. in marg. Fig. 6.       | Fig. 5.         |
| 636     | lin. 2. MDCCXV.                | MDECCXIV.       |
| - - -   | lin. 5. 1715.                  | 1714.           |
| 645     | lin. 16. J O H.                | J A C.          |



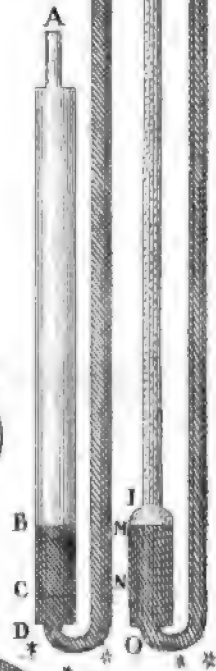
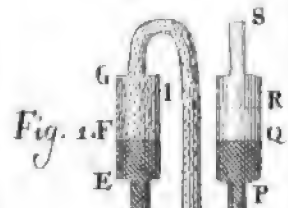
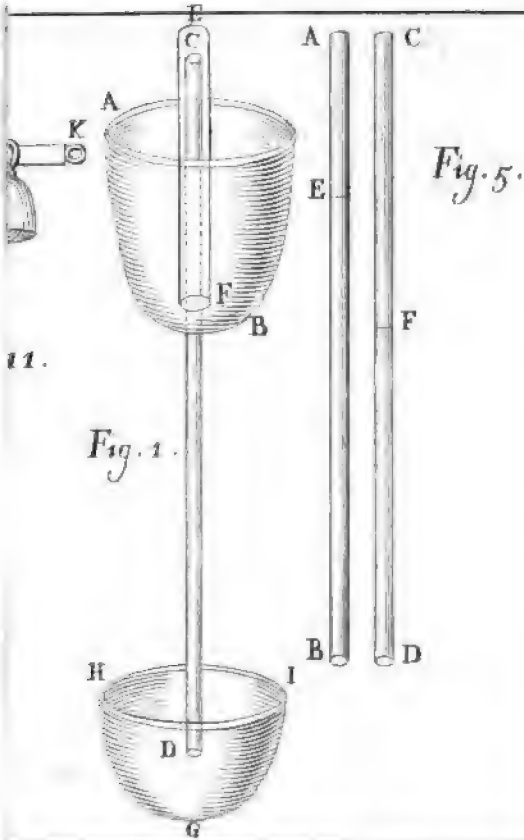
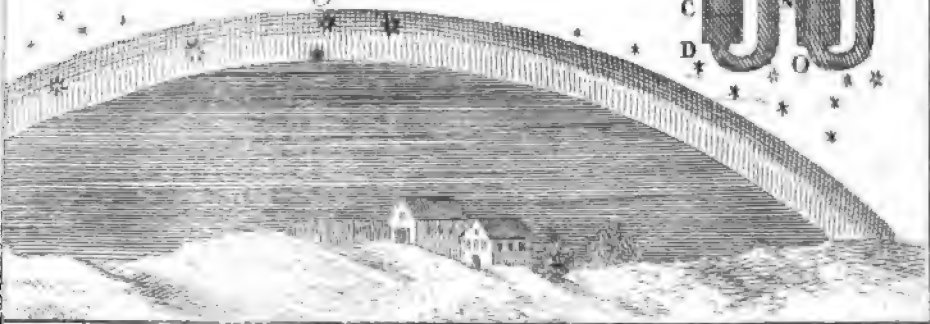


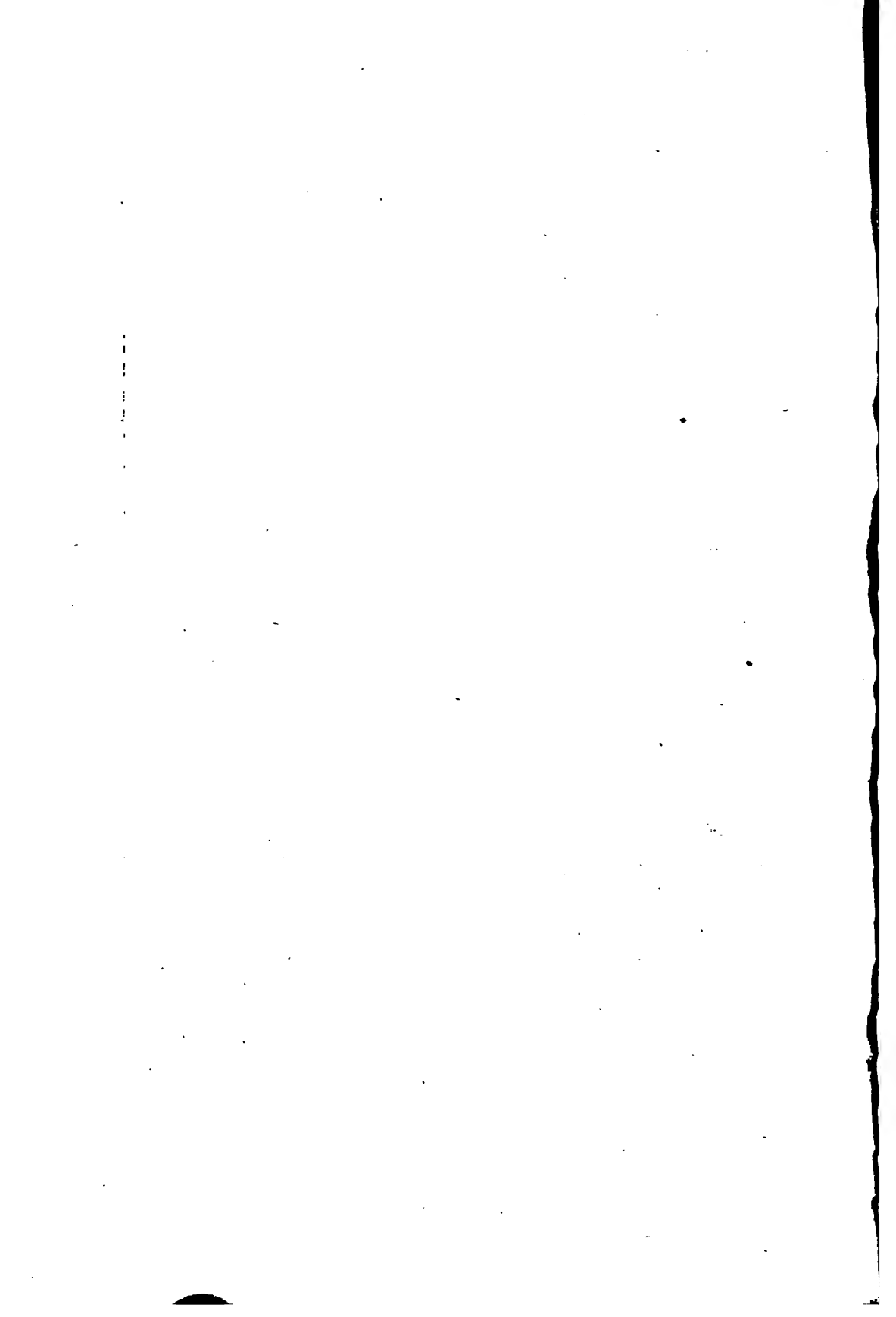
Fig. 2.

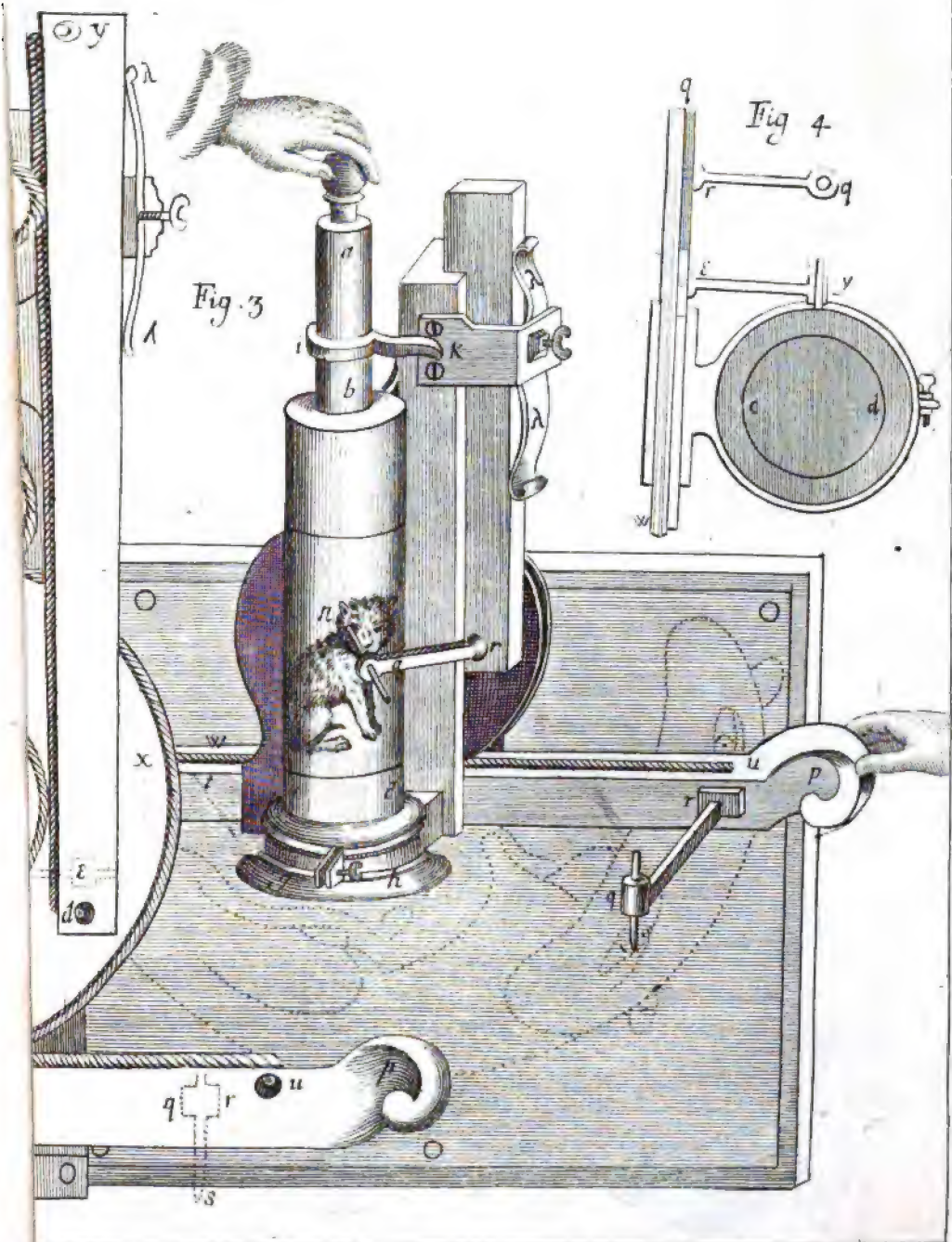


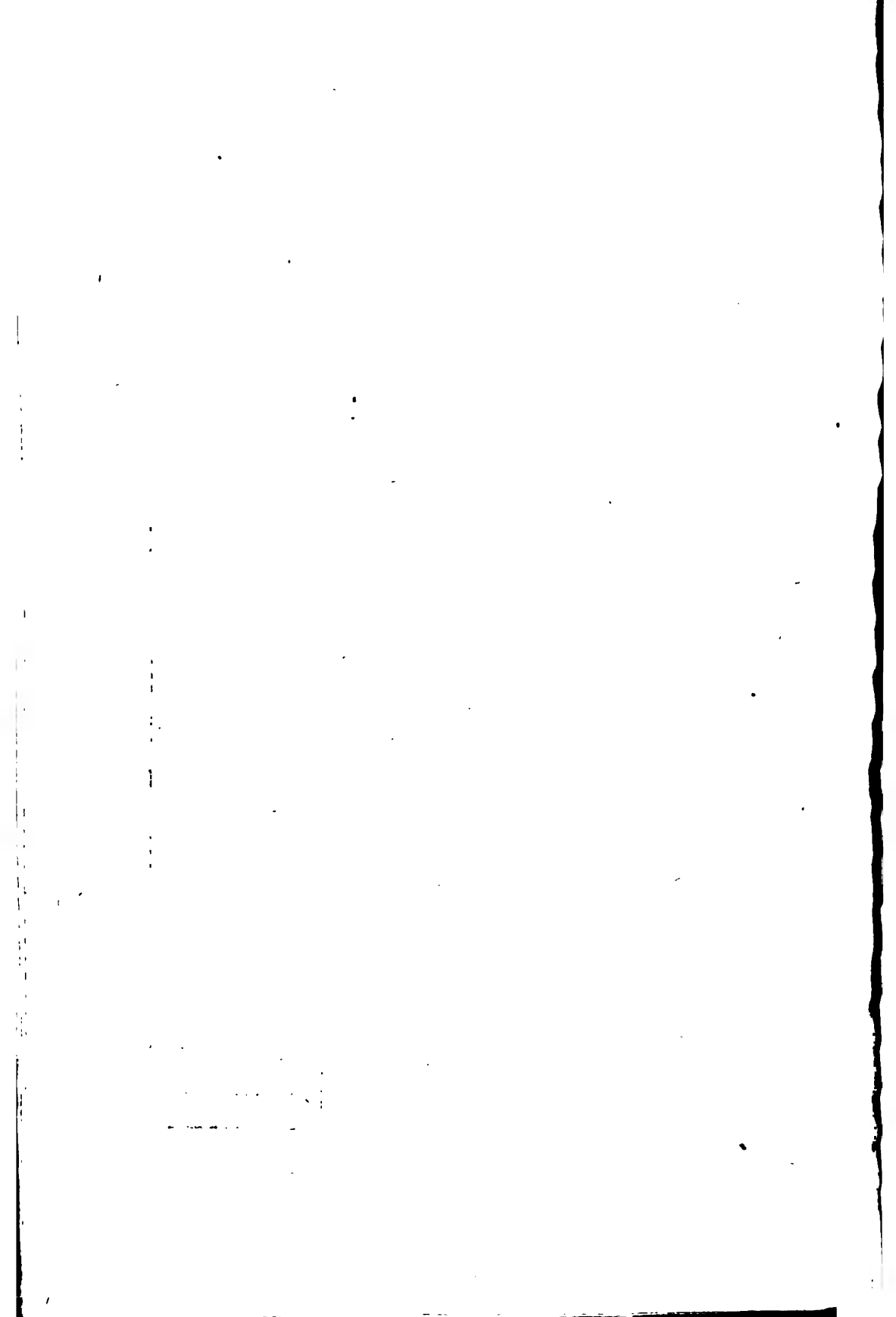












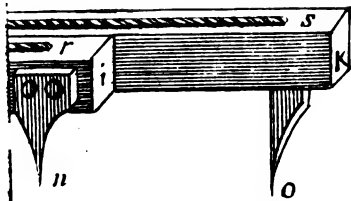
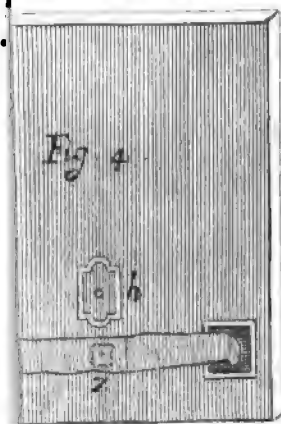
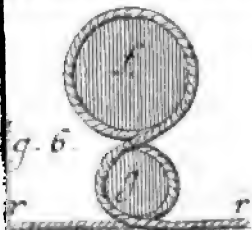
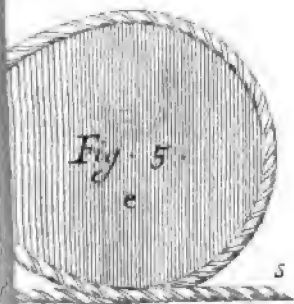
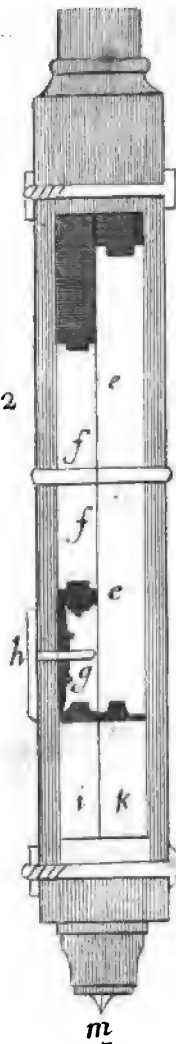
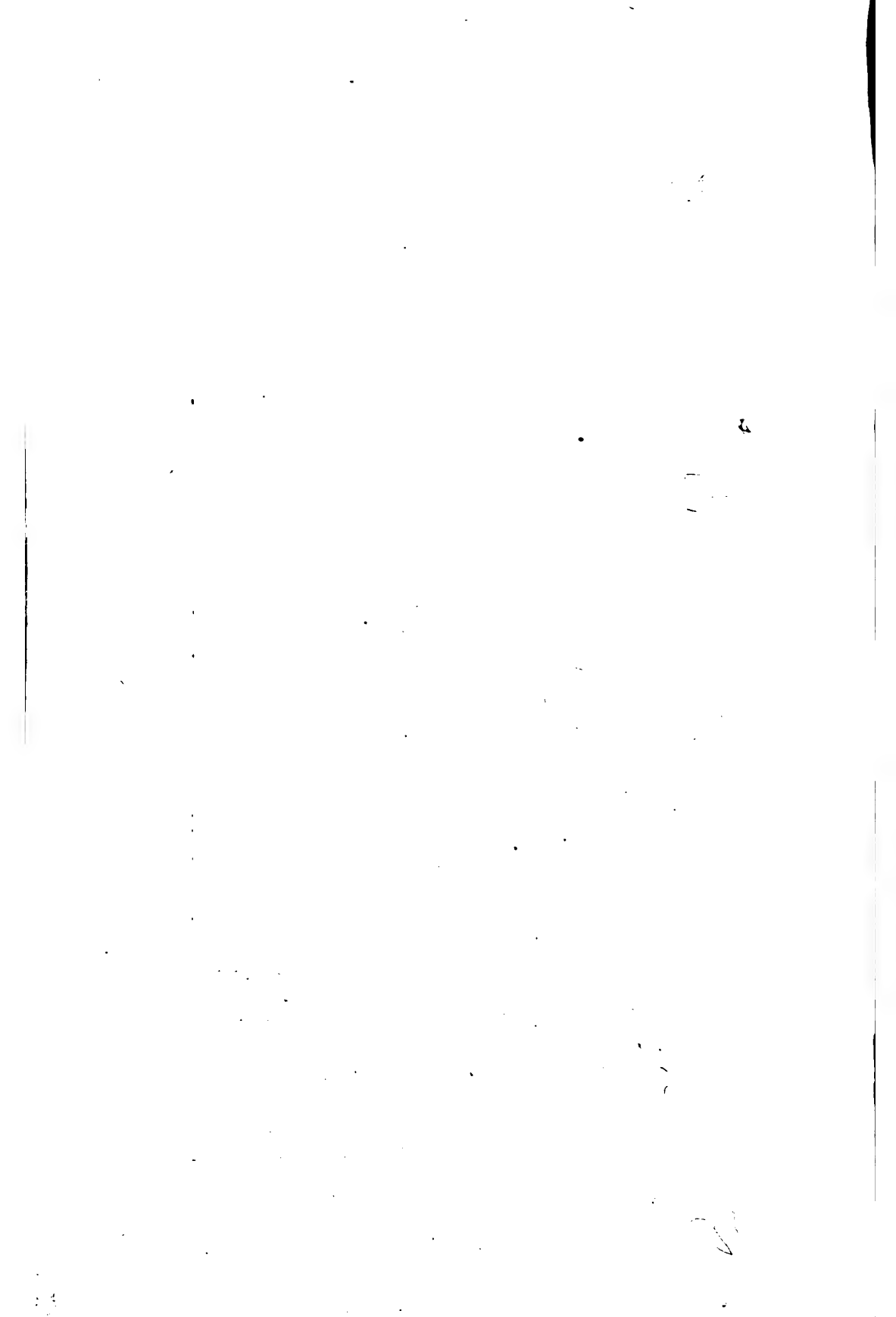
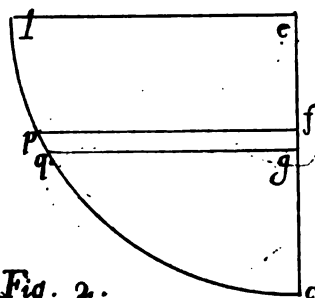
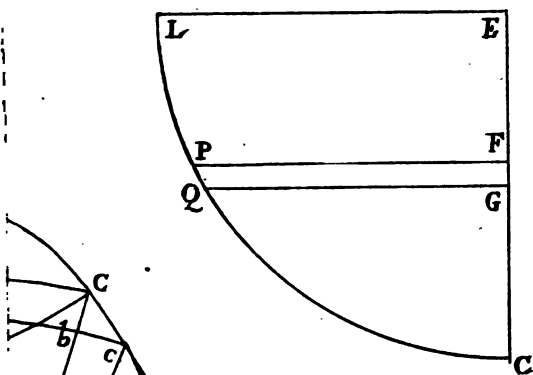


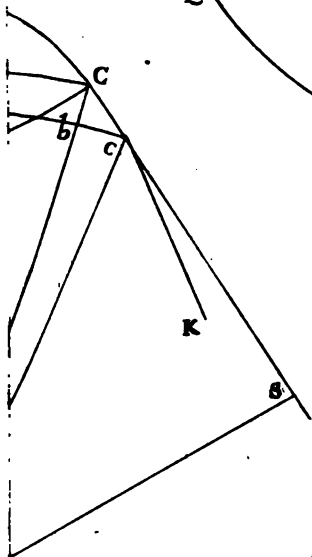
Fig. 2



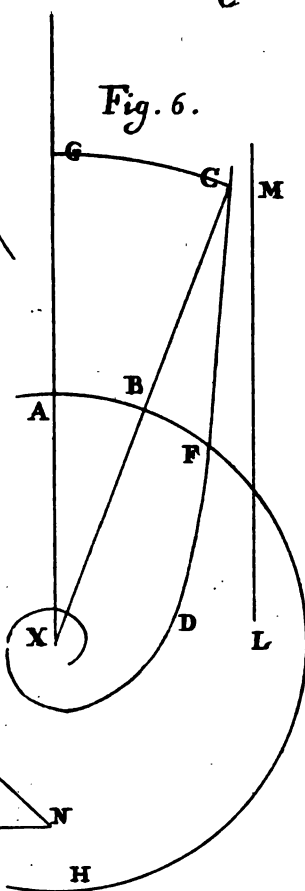




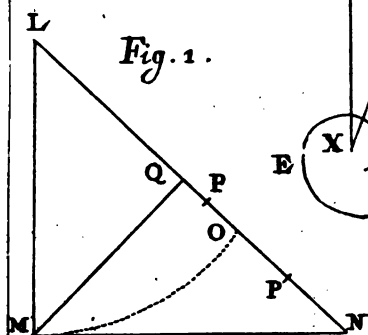
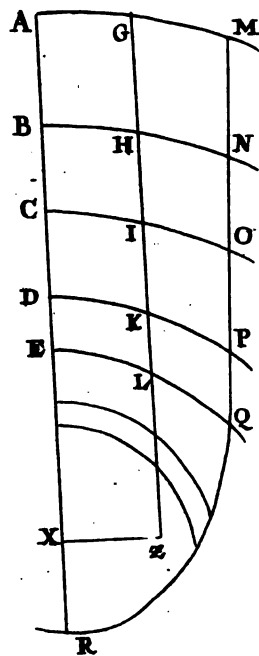
*Fig. 2.*



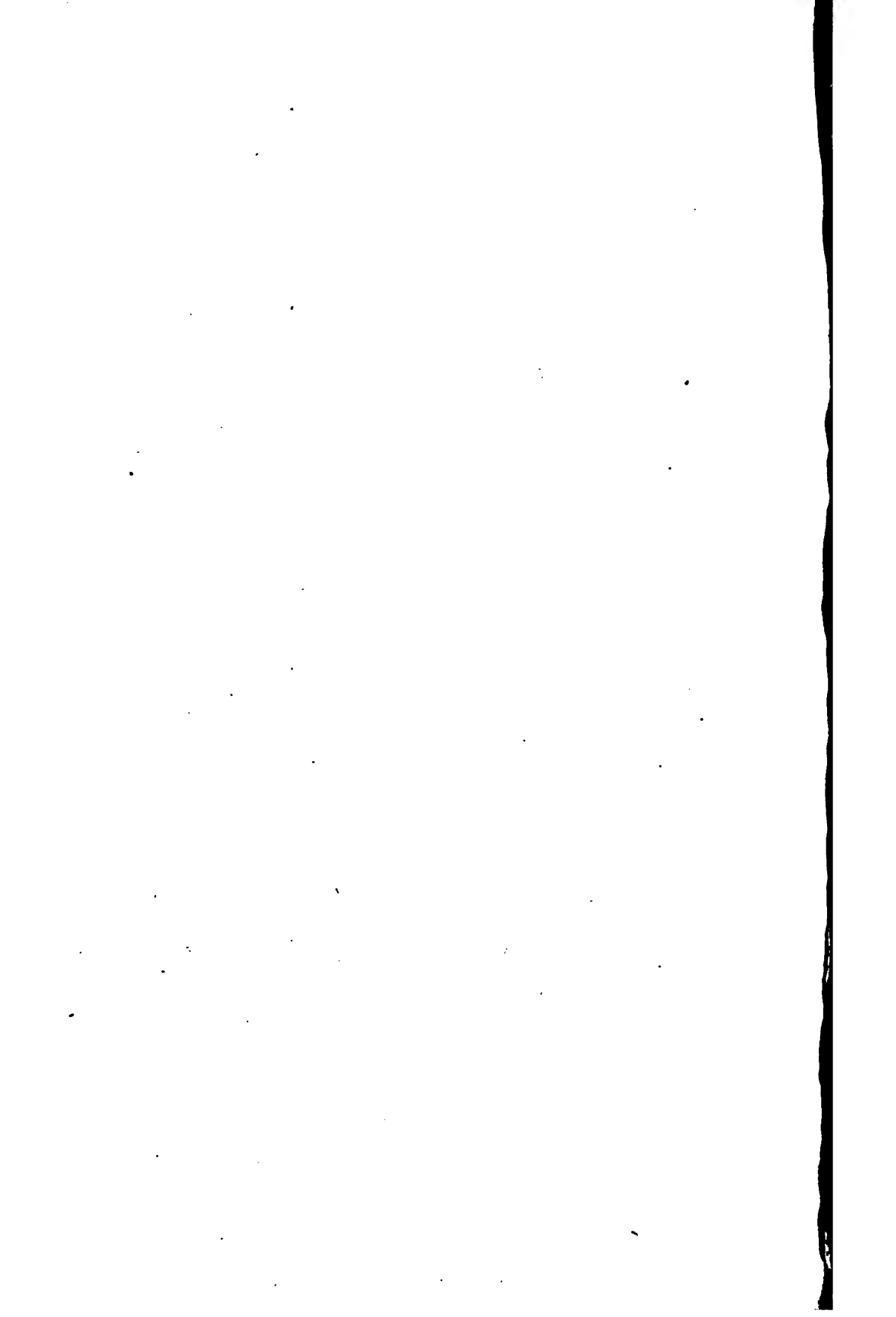
*Fig. 6.*



*Fig. 7.*

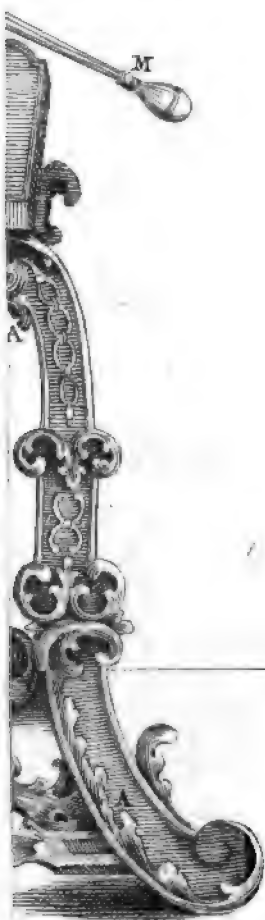
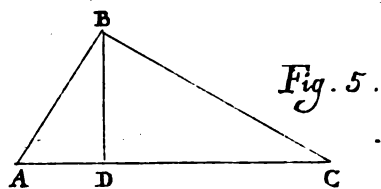
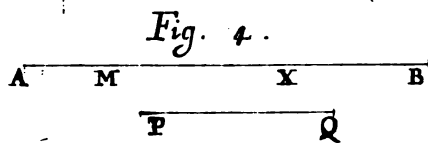
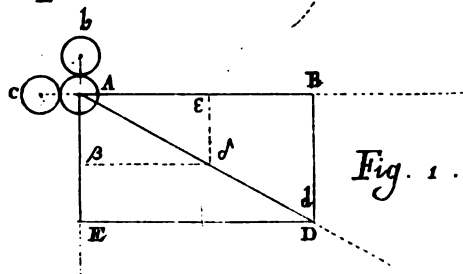
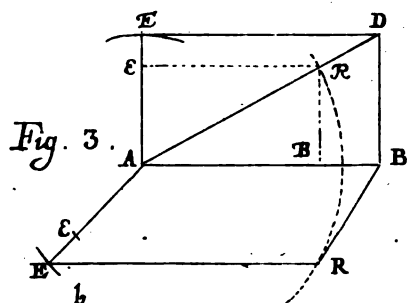
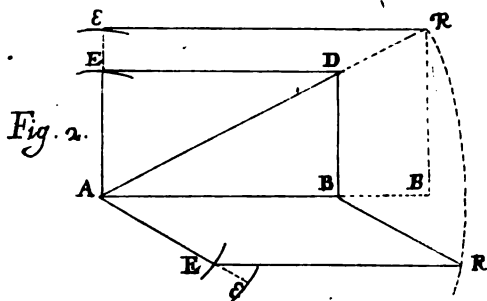


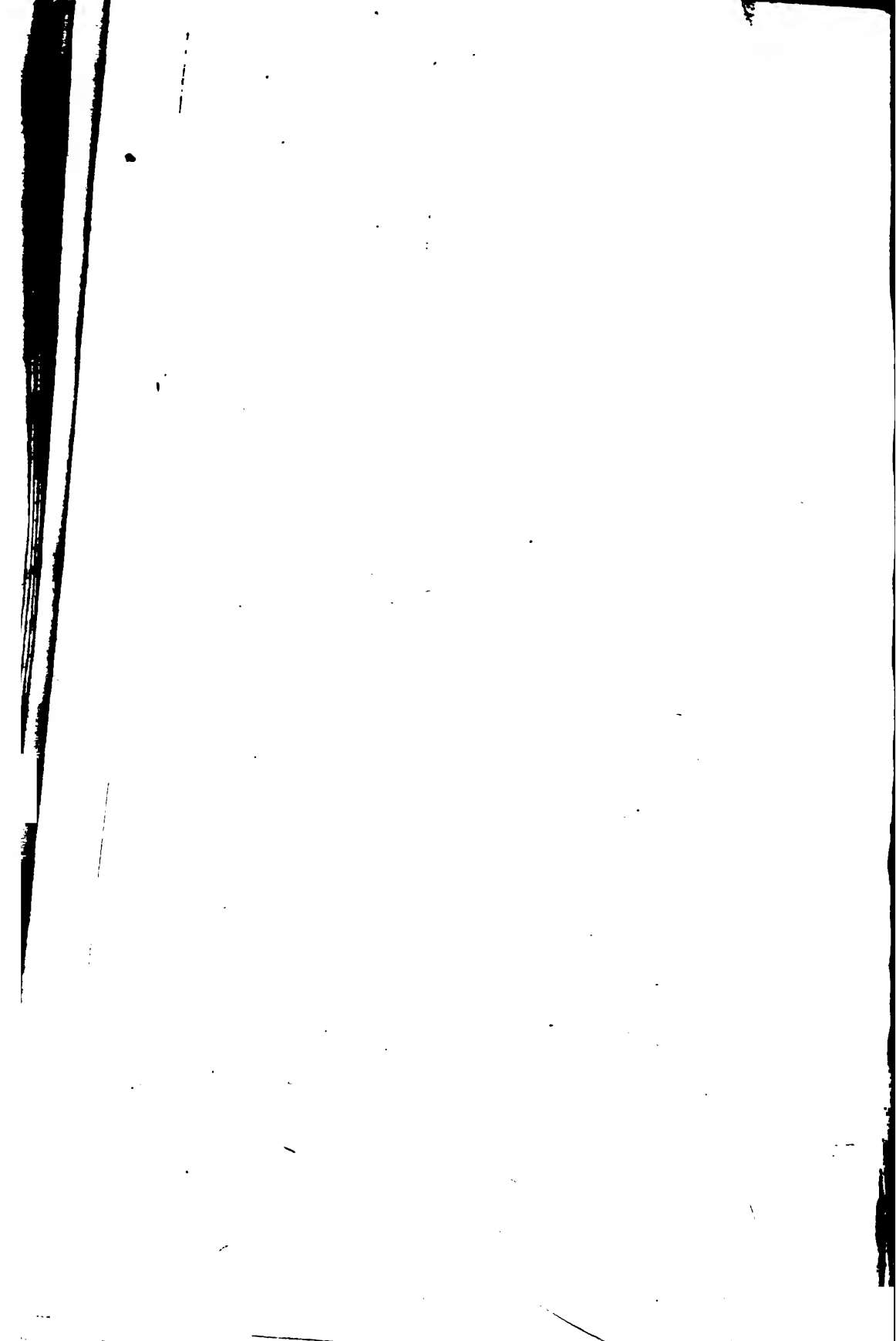
*Fig. 1.*





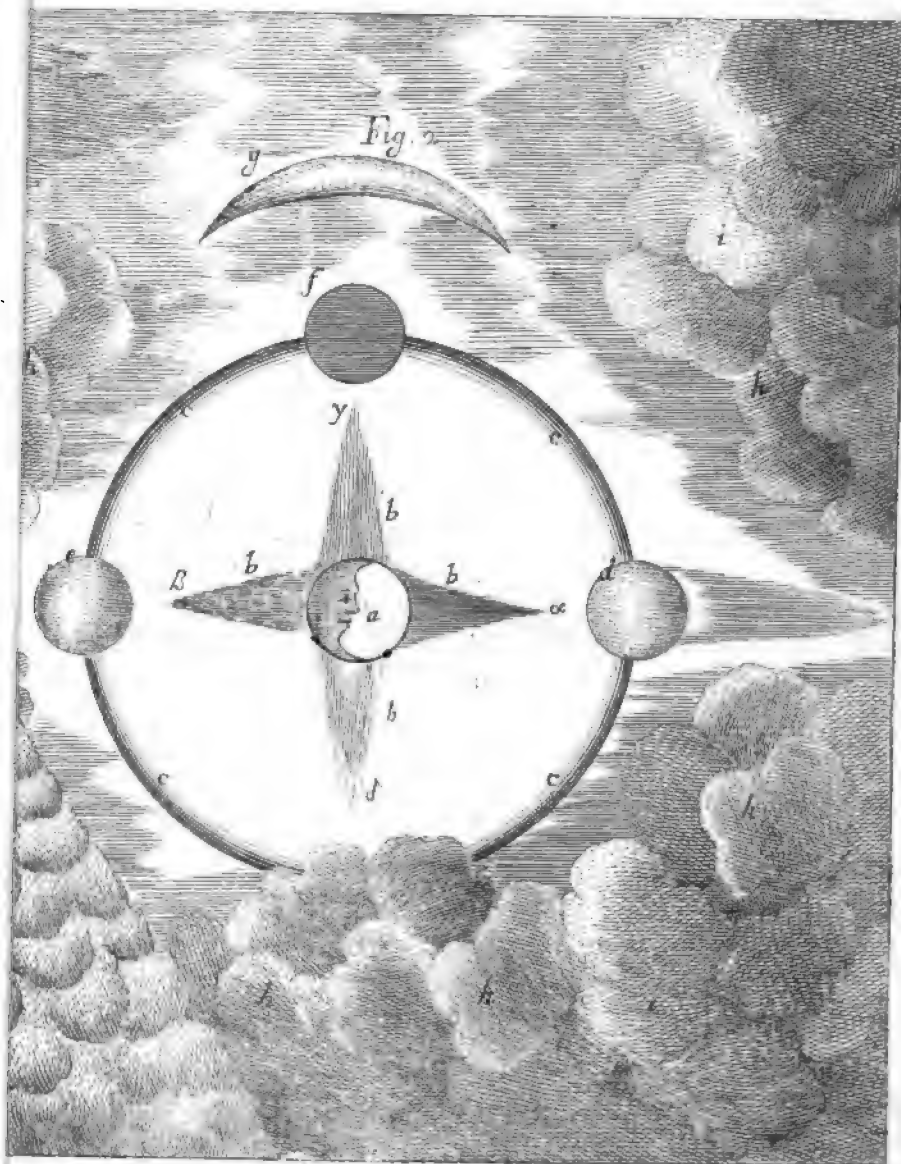
TAB. III. *ad* A. 1713.











1875

1876

1877

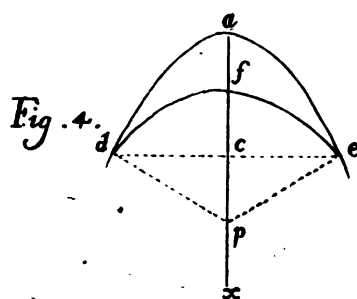
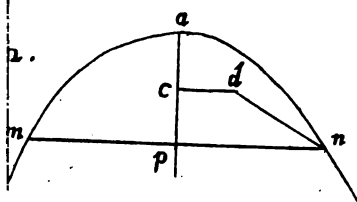
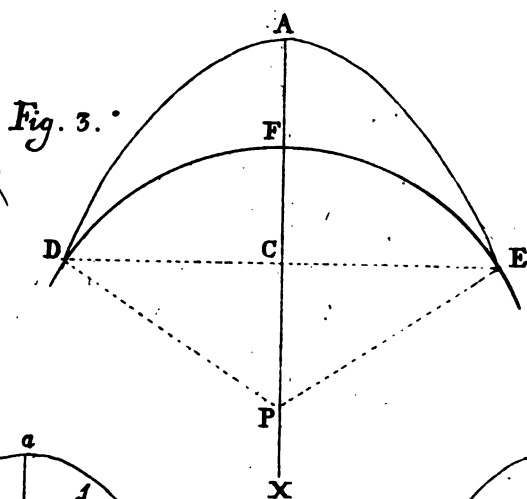
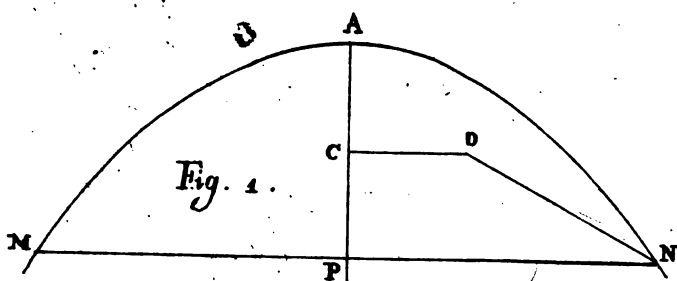
1878

1879

1880

1881

# TAB. II. ad A. 1715.



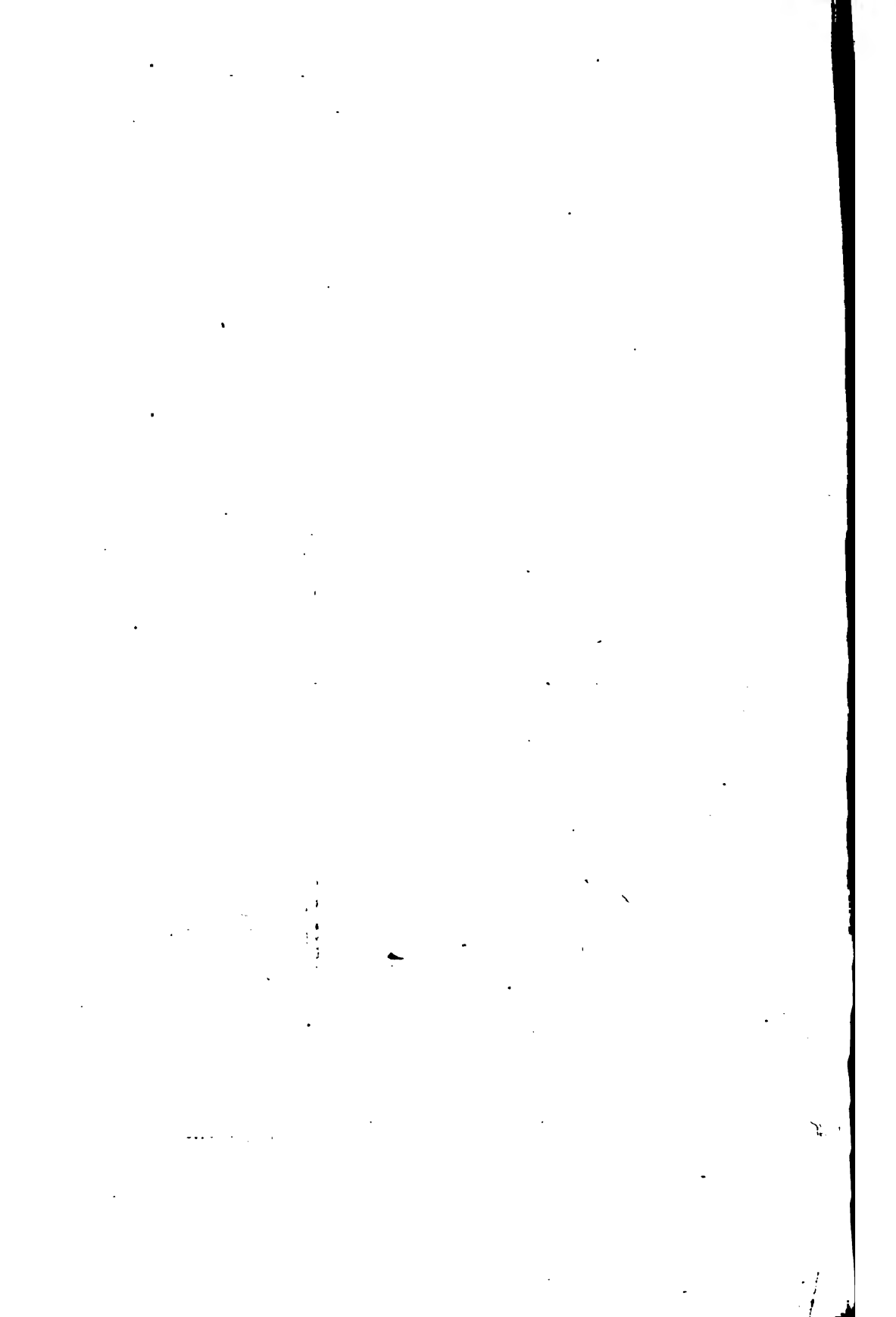




Fig. 1.



Fig. 2.

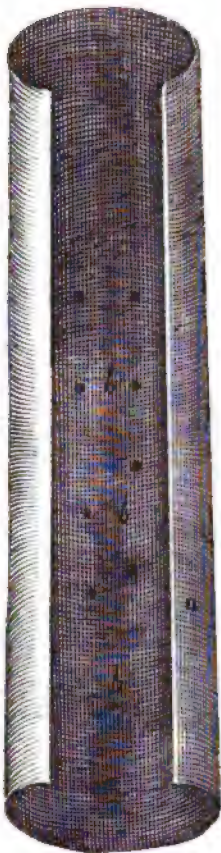
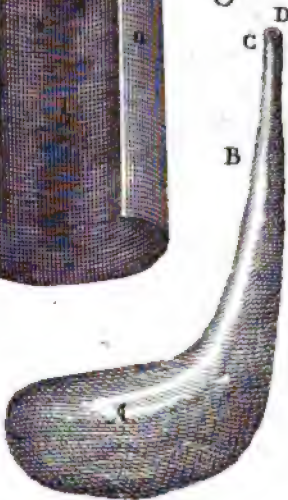
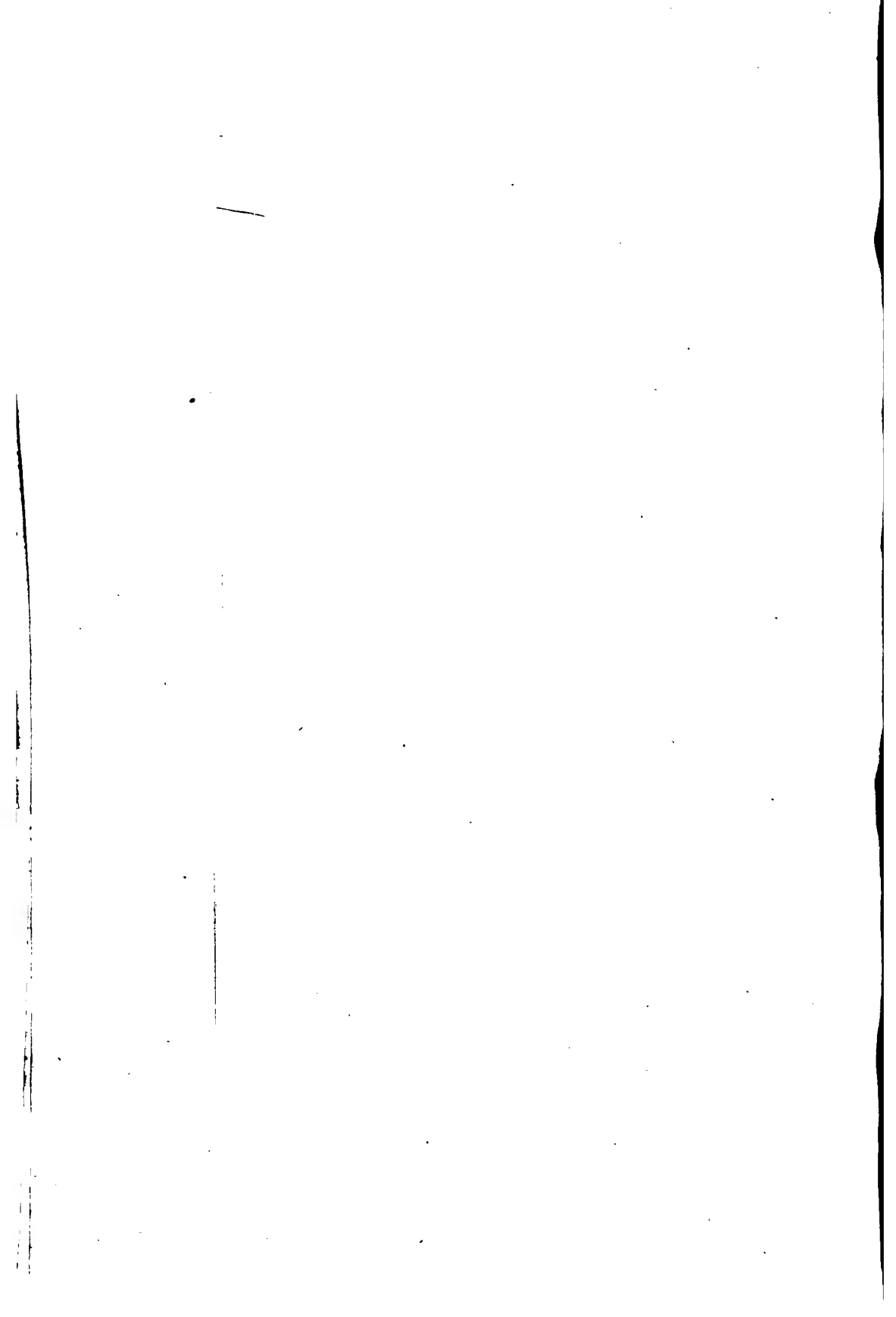


Fig. 4.





1716.

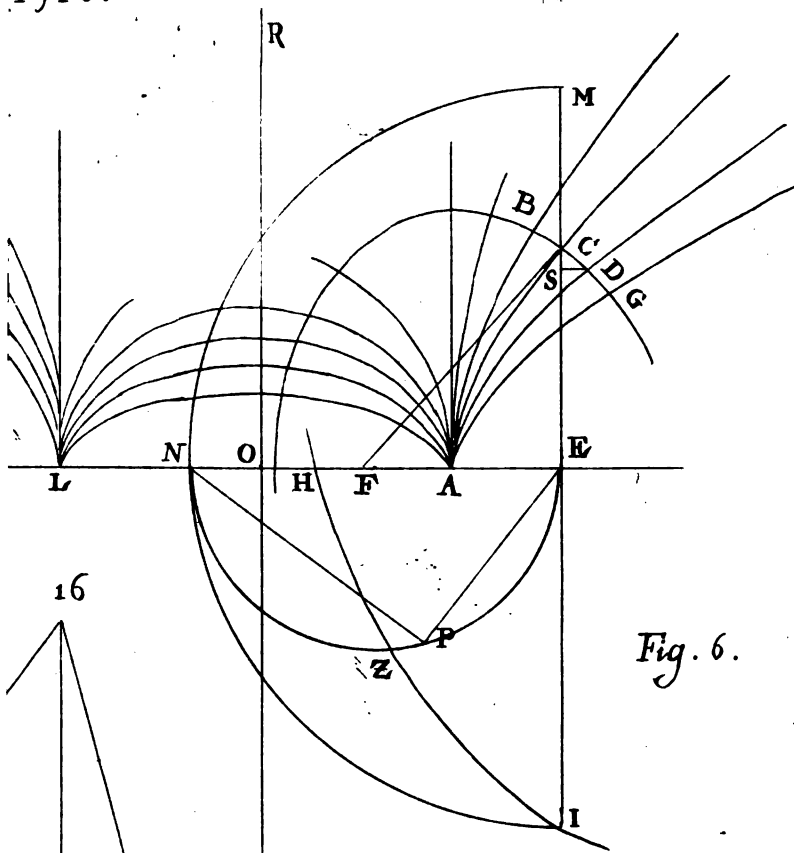


Fig. 6.

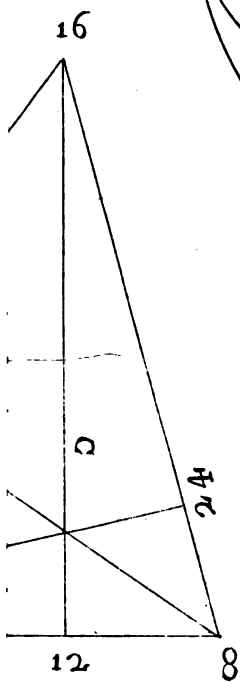
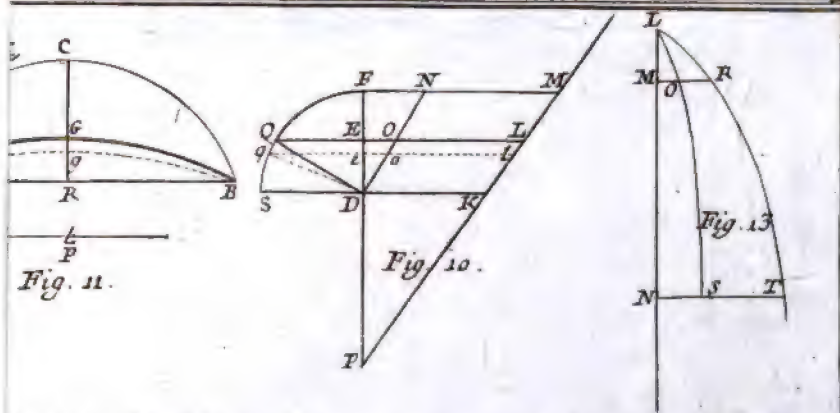
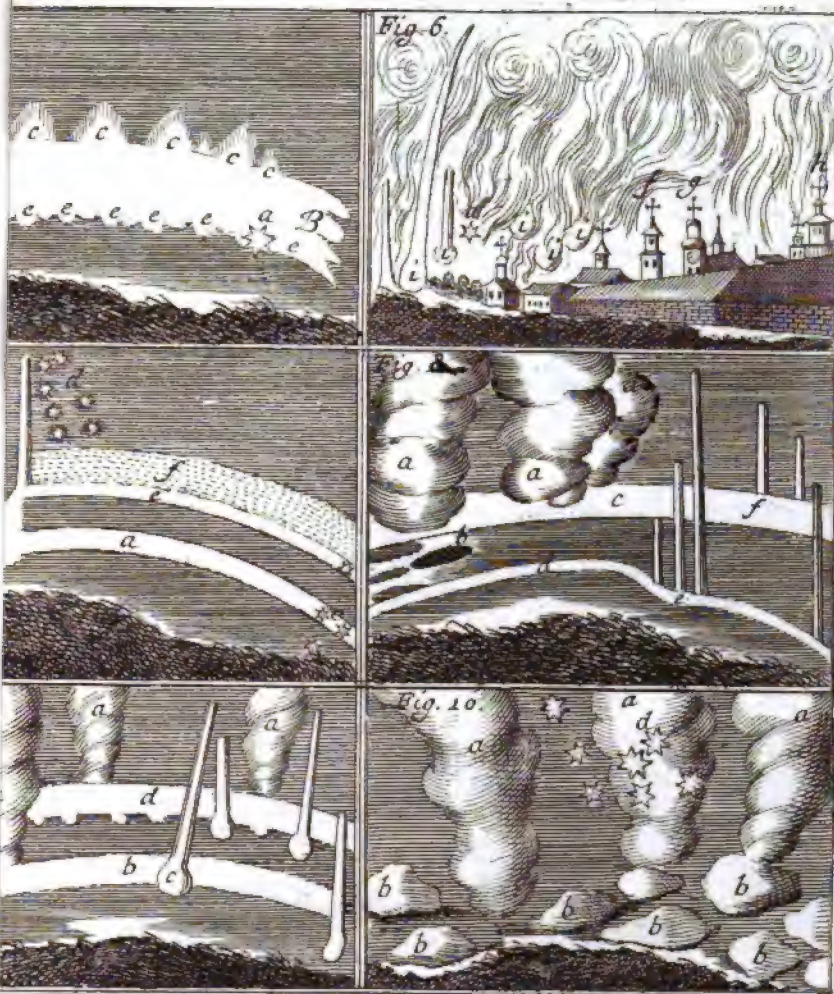


Fig. 7

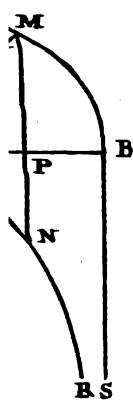




TAB. II. ad A. 1715



TAB. I. ad. A. 1717.



3. E.

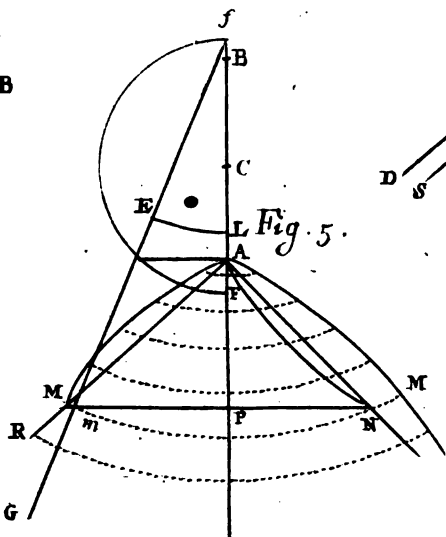


Fig. 5.

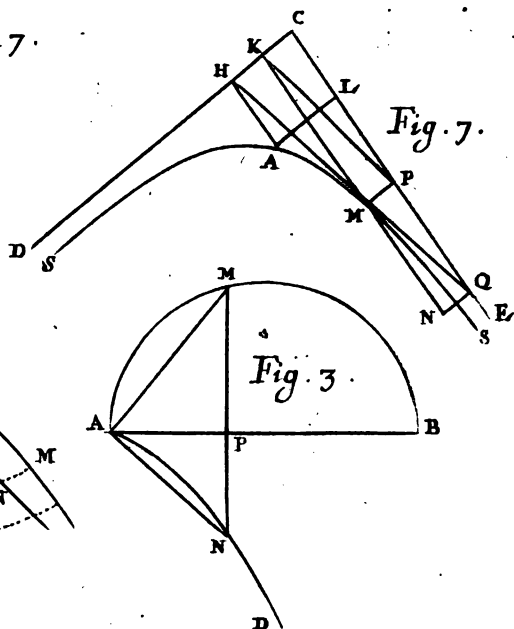


Fig. 7.

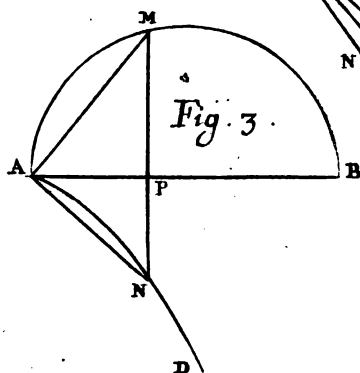
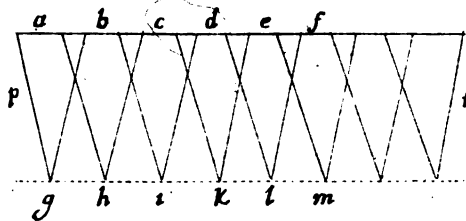


Fig. 3.

B. II. ad. A. 1717.

Fig. 2.



Lunus Solis. Occ.

Figura Veneris  
excurrentis

Solem

VII May 26 1761

VIII Mane

IX

olis et Veneris

h 3. 48. 8

L

NGP





1718.

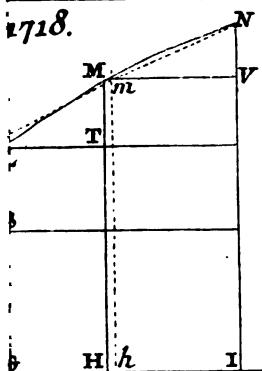


Fig. 9.

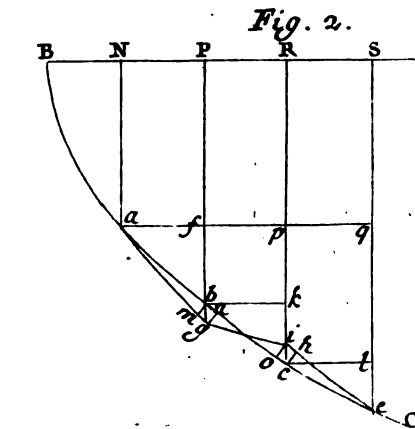
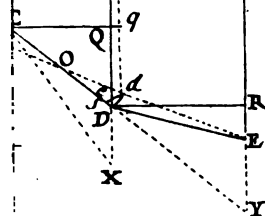


Fig. 2.

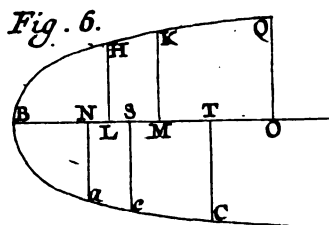


Fig. 6.

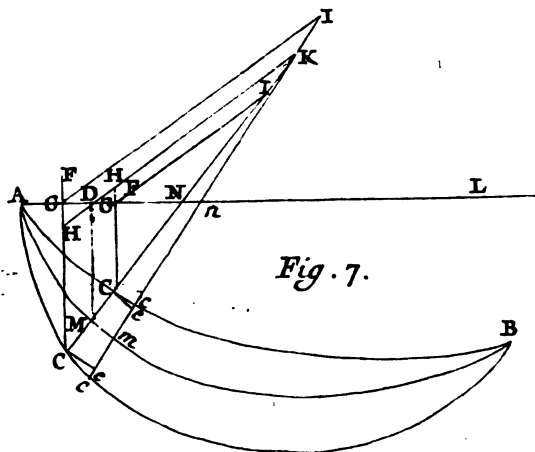
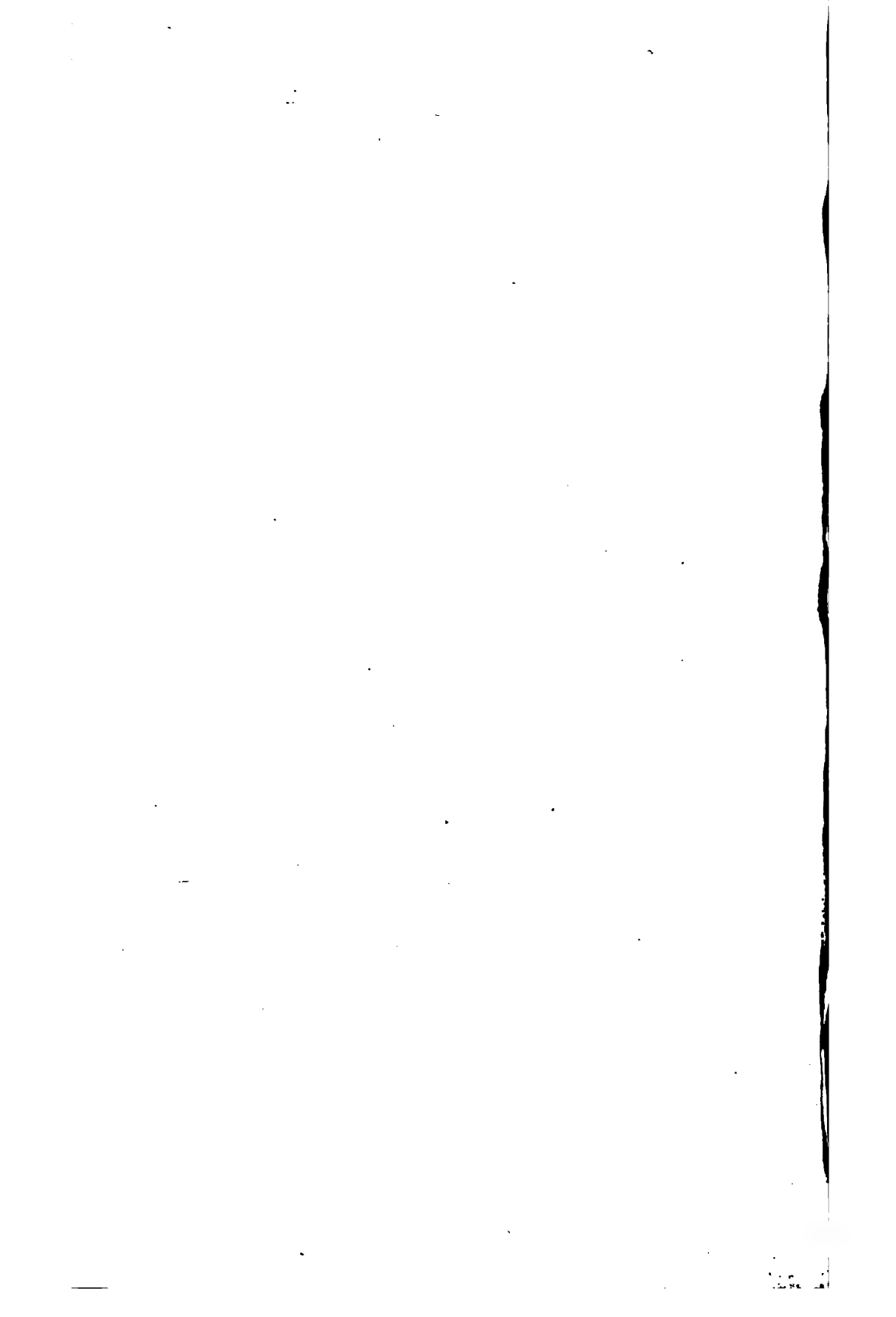
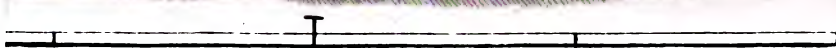
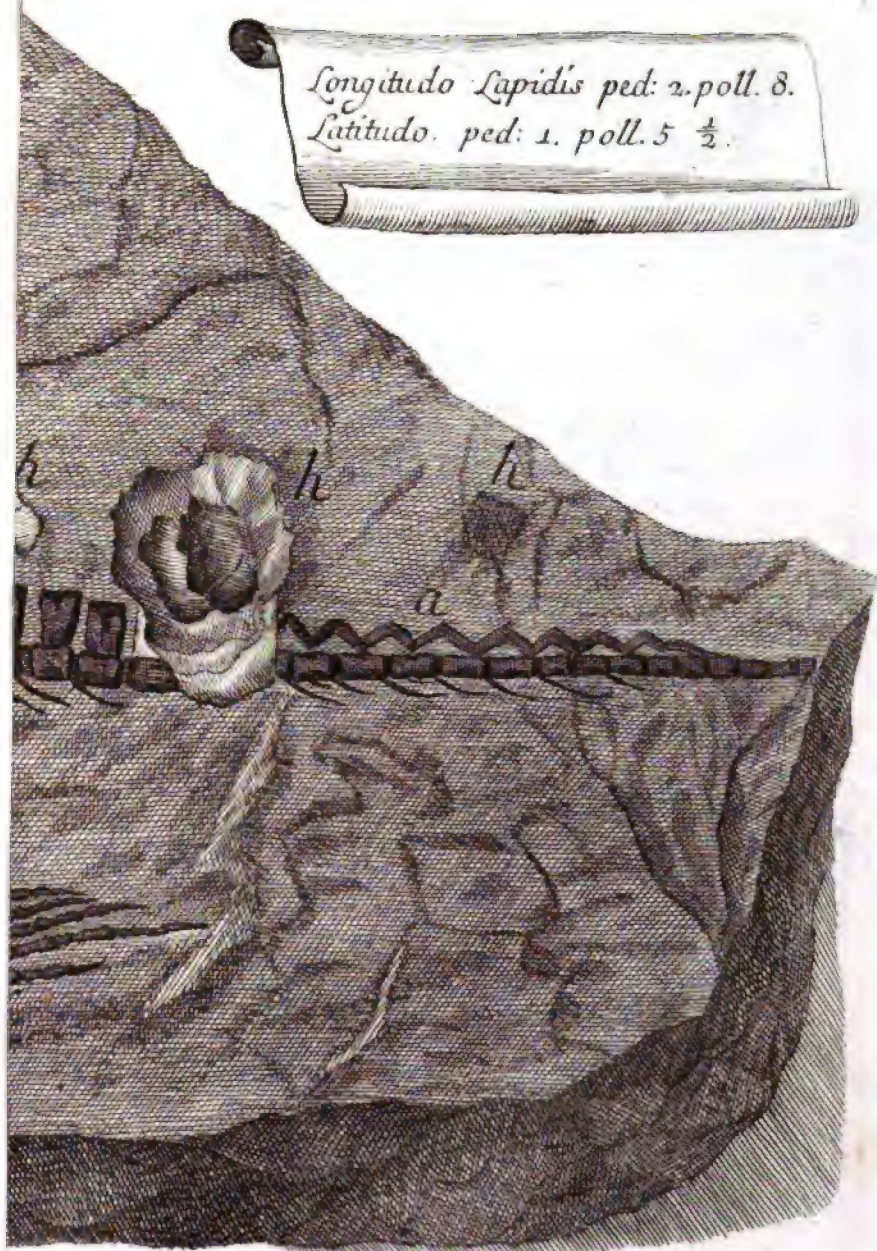


Fig. 7.



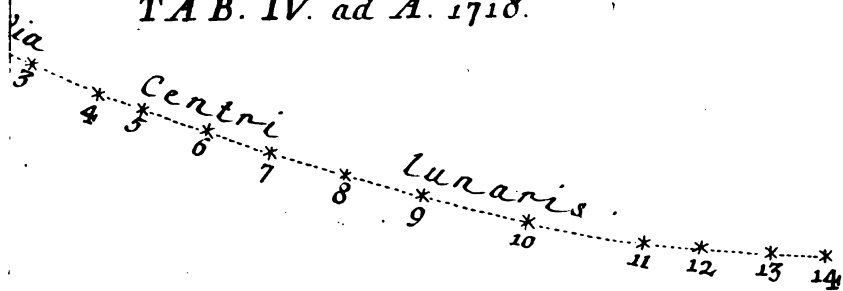
II. ad A. 1718.

Longitudo Lapidis ped: 2. poll. 8.  
Latitudo. ped: 1. poll. 5  $\frac{1}{2}$ .





TAB. IV. ad A. 1718.



tenith. Fig. 4.

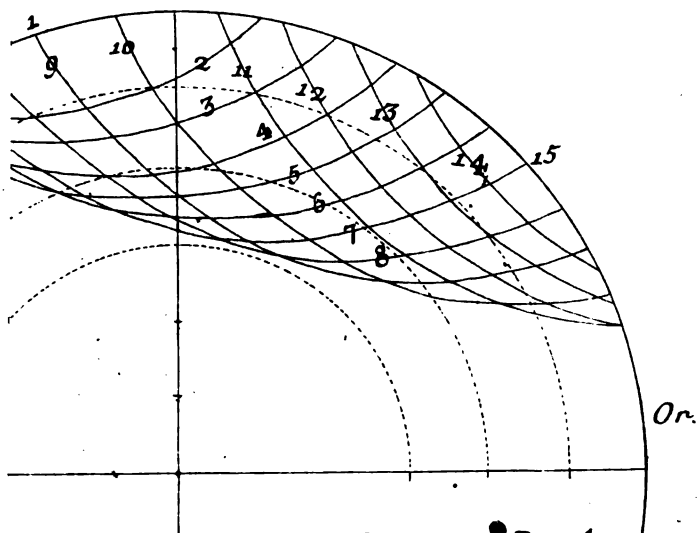


Fig. 3.

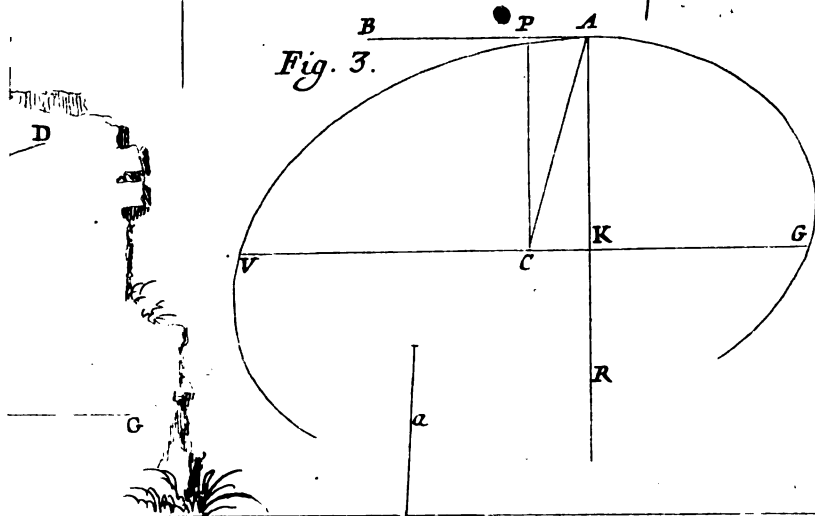




Fig. I. TAB. III. ad A. 1719.

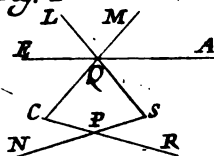


Fig. II.

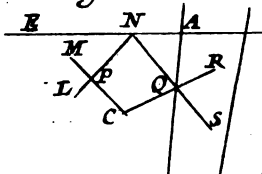


Fig. III.

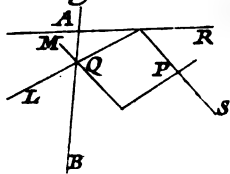


Fig. IV.

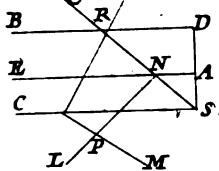


Fig. V.

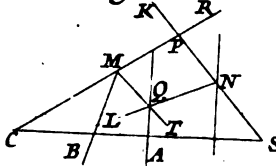


Fig. VI.

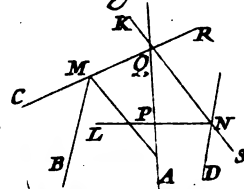


Fig. VII.

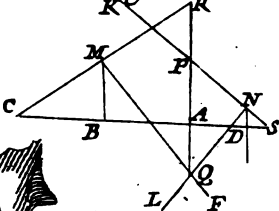


Fig. VIII.

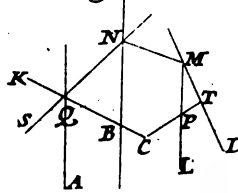


Fig. IX.



Fig. X.

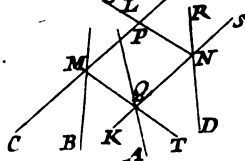


Fig. XI.

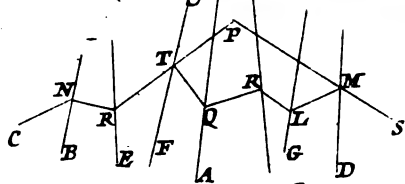
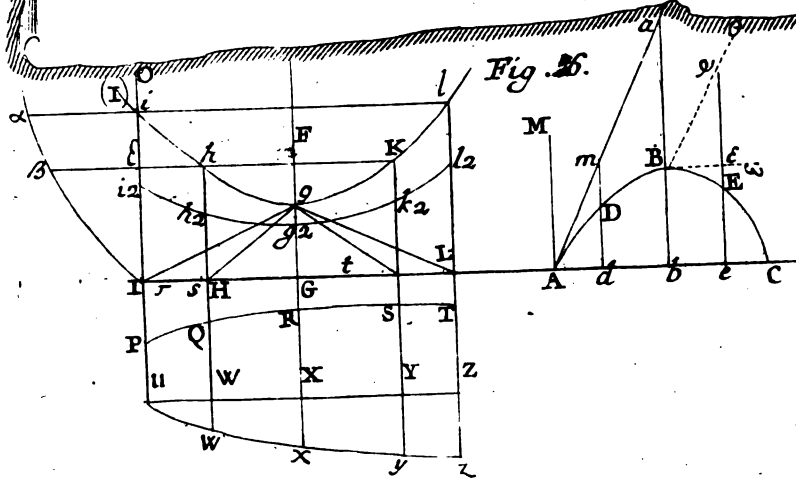


Fig. 26.







TAB. II. ad Tom. Suppl. VI.

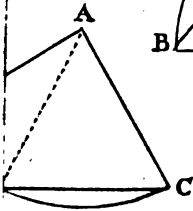
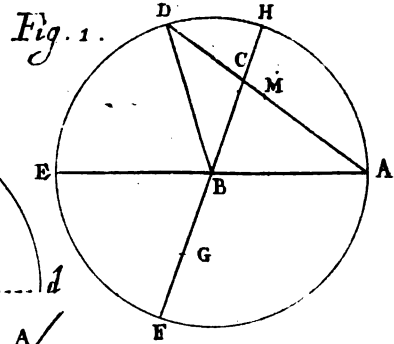
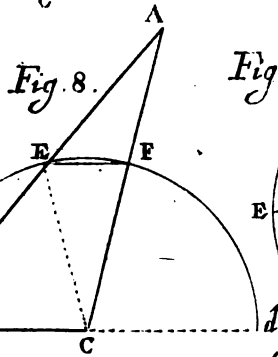
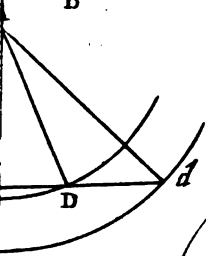
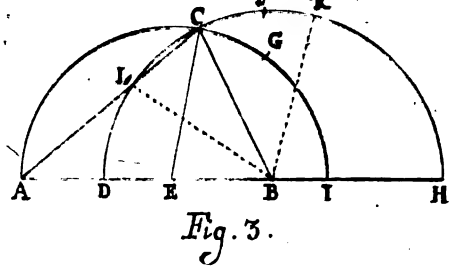
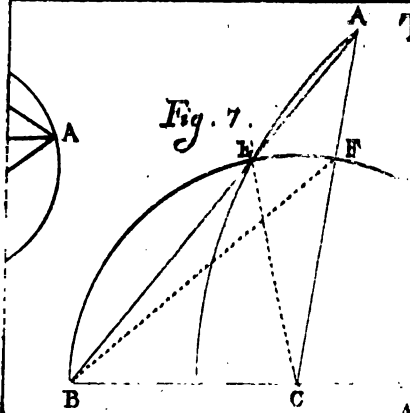
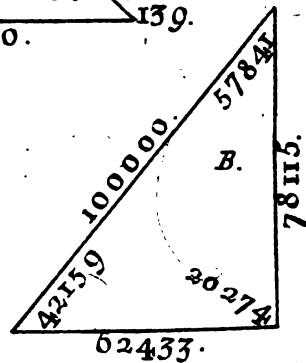
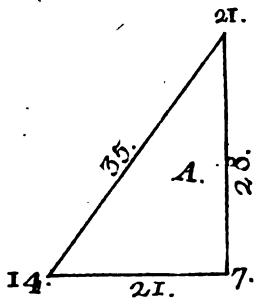
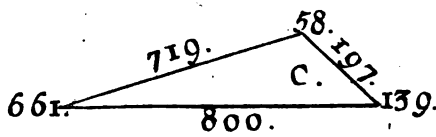
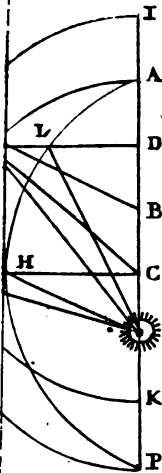
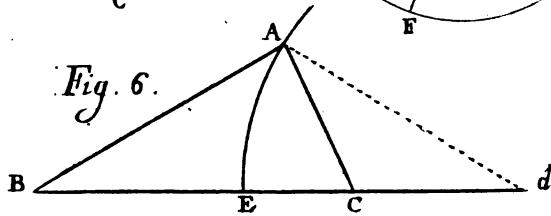
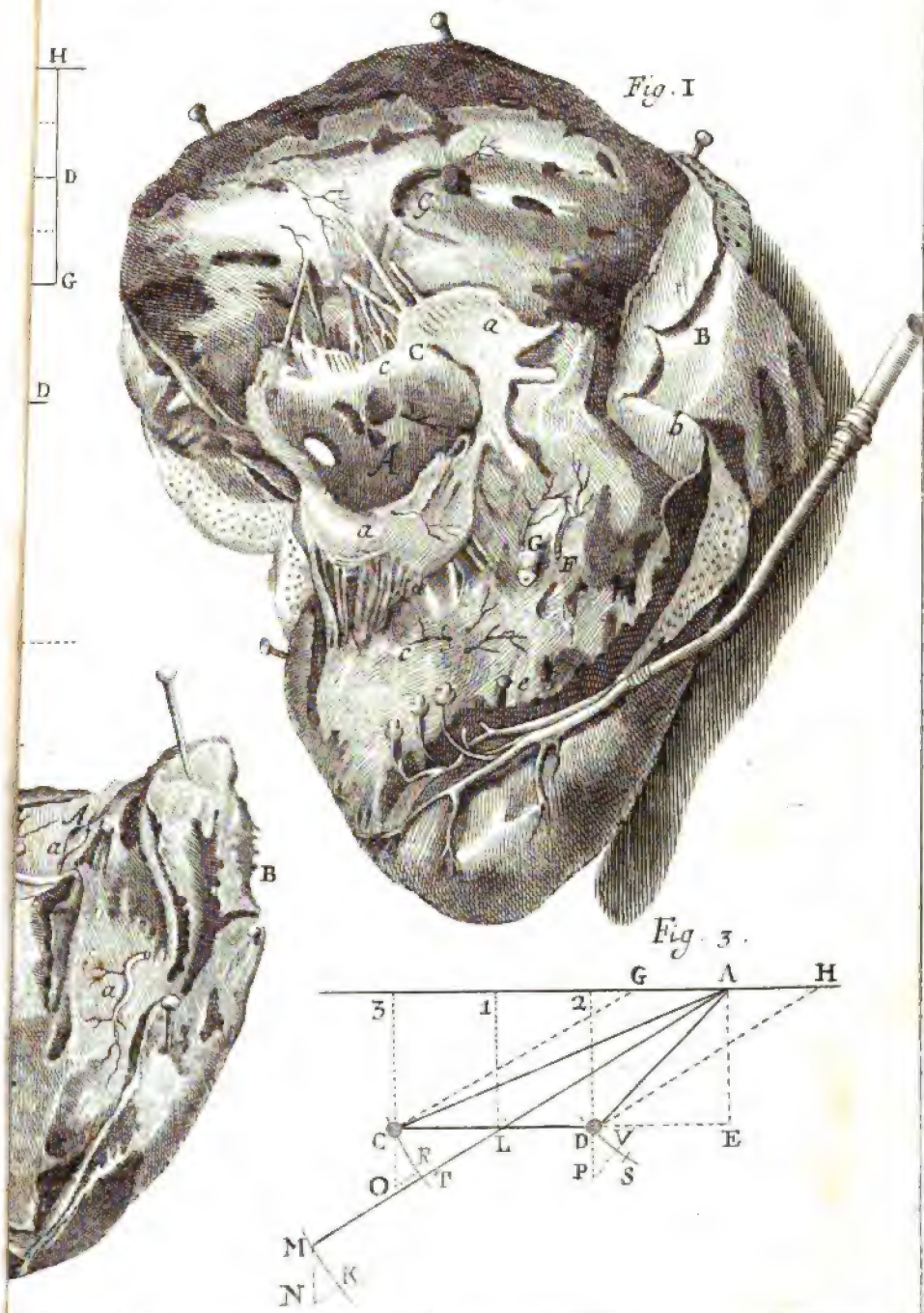


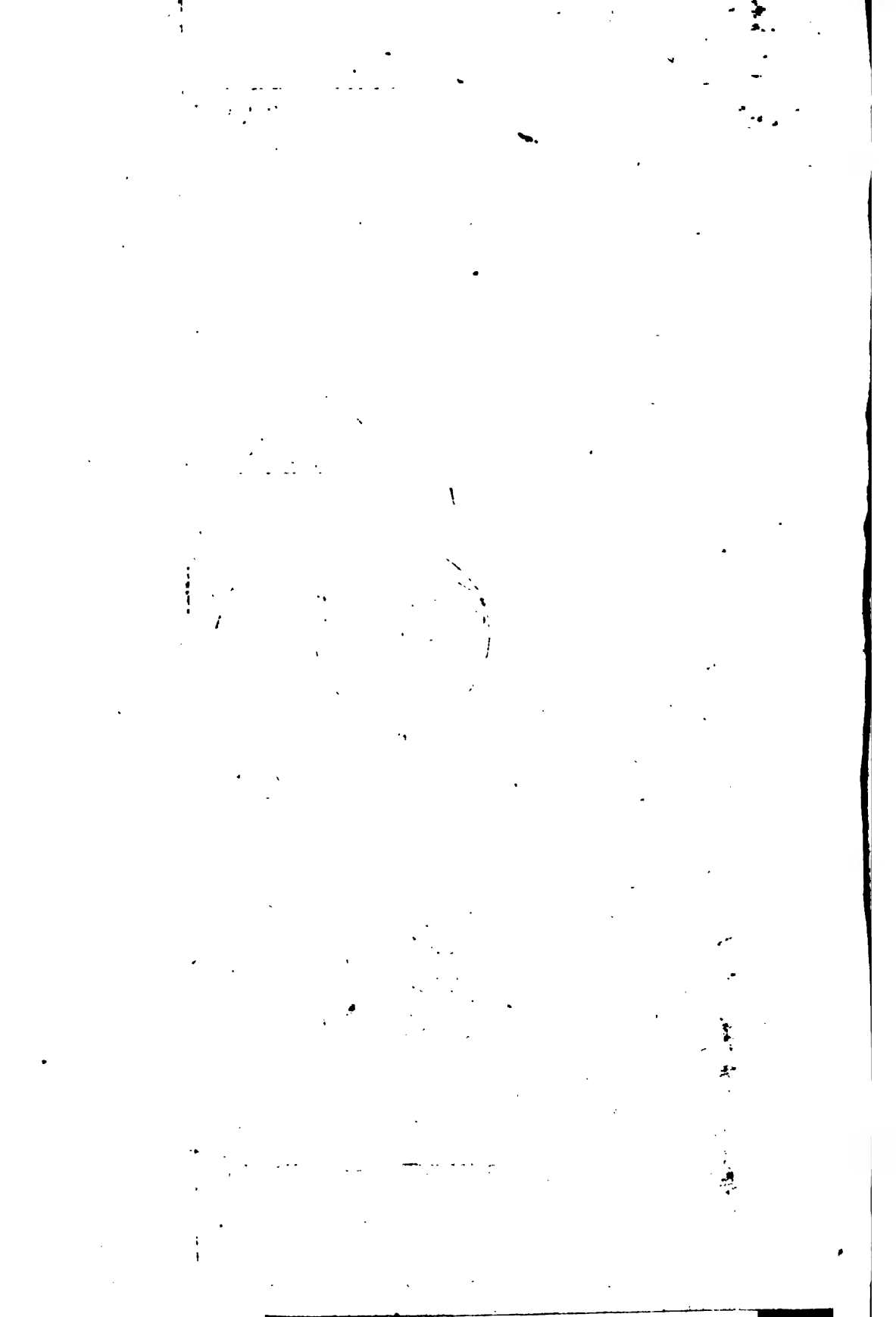
Fig. 6.

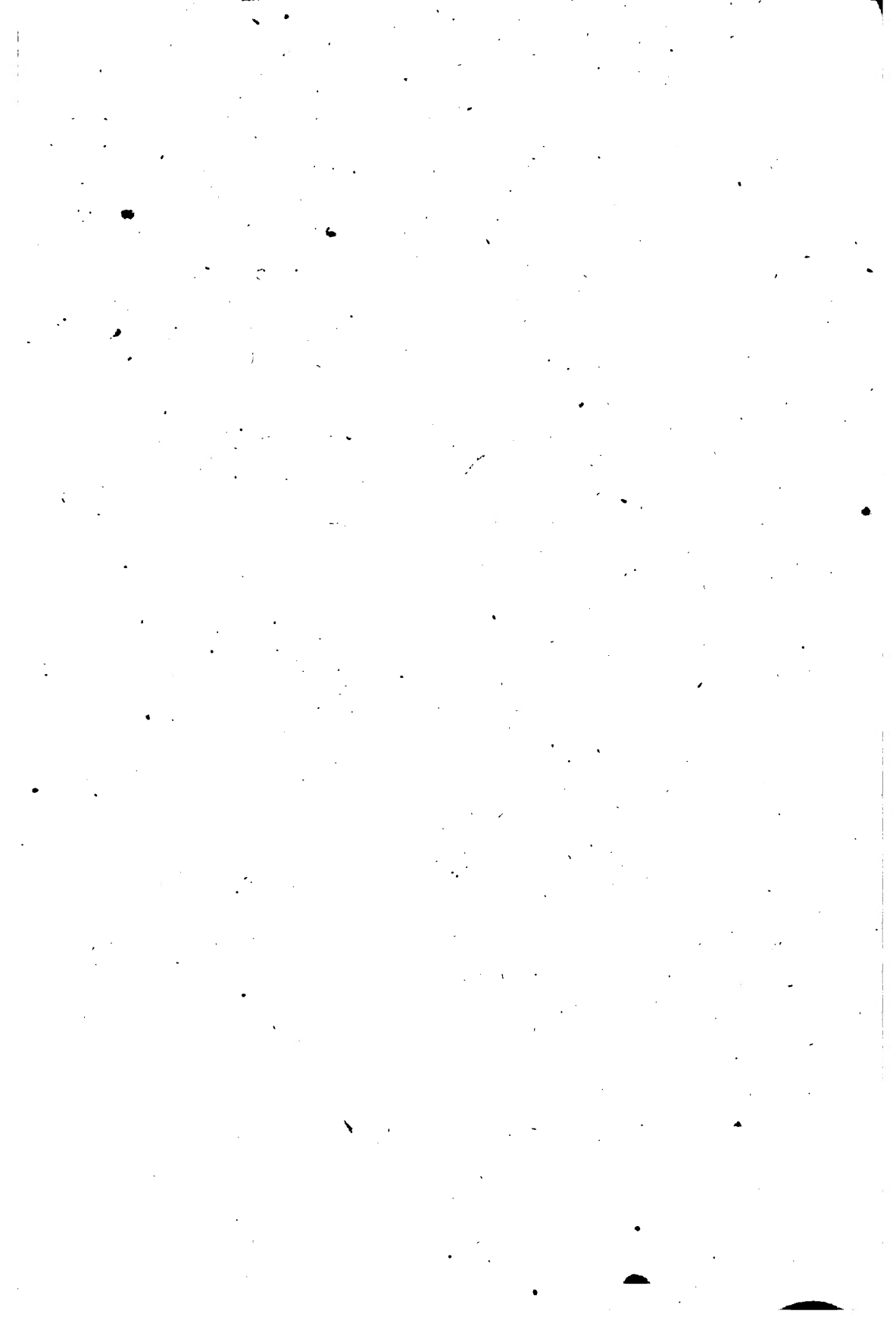




TAB. II. ad , Tom. IV. Supplem.













WIDENER LIBRARY



HX 5VJ5 0

